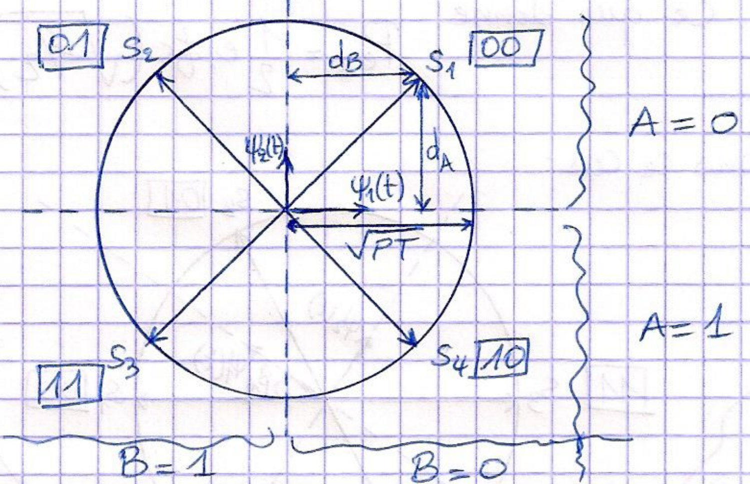
# Problème 1: (QPSK)

1) D'abord, noter que $\|\cos(\omega_0 t+\varphi)\|^2 \simeq \frac{T}{2}$ $(\omega_0 T \gg 1)$

ce qui donne : $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = PT$

et $\|s_k\| = \sqrt{PT}$ , $k = 1, \dots, 4$

la constellation QPSK est de la forme :



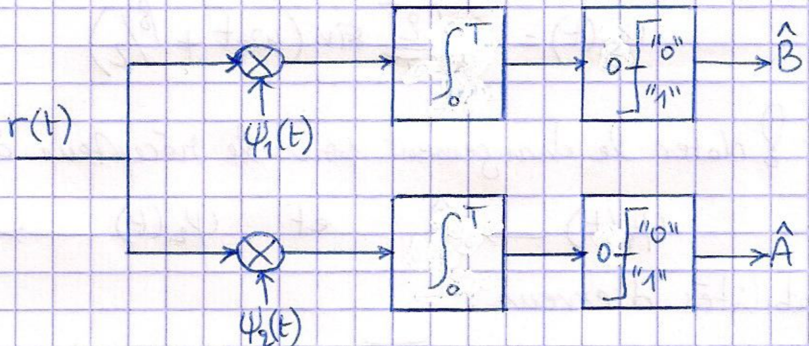

2) Nous pouvons prendre :

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(\omega_0 t)$$

et $$\psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(\omega_0 t)$$

! On peut montrer que $\langle \psi_1(t), \psi_2(t) \rangle = 0$ $(\omega_0 T \gg 1)$

3) Récepteur optimal :




4) Probabilités d'erreur :

* $P_{e_A} = \sum_k p_k P_{e_A|s_k}$

avec $P_{e_A|s_k} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d_A}{\sqrt{N_0}}\right)$ , $\forall k$, et $d_A = \sqrt{PT} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

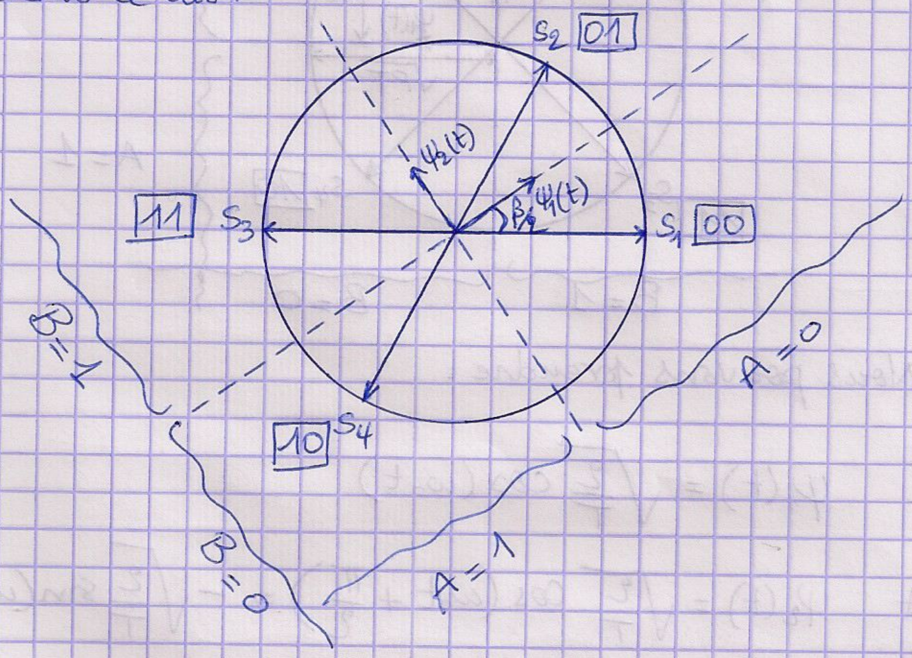
Ce qui donne $$P_{e_A} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\rho/2}\right).$$

* De même,
$$P_{e_B} = \sum_k p_k P_{e_B|s_k}$$

avec $P_{e_B|s_k} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{d_B}{\sqrt{N_0}}\right)$, $\forall k$, et $d_B = \sqrt{PT}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Ce qui donne $$P_{e_B} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\rho/2}\right).$$

5) Dans ce cas :




– On peut prendre, par exemple,
$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos\left(\omega_0 t + \beta/2\right)$$
$$\psi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}}\sin\left(\omega_0 t + \beta/2\right)$$

! Noter le changement pour le récepteur optimal :
$$\psi_1(t) \longrightarrow \hat{A} \quad \text{et} \quad \psi_2(t) \longrightarrow \hat{B}$$

– Probabilités d'erreur :

Dans ce cas, $d_A = \sqrt{PT}\cos(\beta/2)$ et $d_B = \sqrt{PT}\sin(\beta/2)$

et en suivant le même raisonnement :
$$P_{e_A} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\rho}\cos(\beta/2)\right)$$
$$P_{e_B} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\rho}\sin(\beta/2)\right)$$

! $\beta = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$ Q. 4)