A.A. 2024-2025

Ricerca Operativa

Esercizi 30 ottobre 2024

1. Si consideri il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 \\ & x_1 + x_3 = 5 \\ & x_2 + x_4 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Stabilire se il problema ha insieme ammissibile vuoto, oppure è illimitato, oppure ammette soluzione ottima (in questo caso determinarla).

2. Ad una data iterazione della Fase II del metodo del simplesso risulta

$$B = \{4, 2, 3\} \quad N = \{5, 1, 6\} \quad \hat{c}_n^T = (-3 - 4 - 1)$$

$$A_B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad A_B^{-1}A_N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Determinare quale variabile, tra quelle fuori base, determina il maggior decremento entrando in base.

3. Si scriva un problema di PL in forma standard con $n = 6$, $m = 2$ e si descriva una iterazione della Fase II del metodo del simplesso.

4. Ad una certa iterazione della Fase II del metodo del simplesso risulta

$$B = \{3, 1, 4\} \qquad N = \{2, 5\} \qquad c_B^T A_B^{-1} b = -3 \qquad \hat{c}_N^T = [1 \ \ -1] \qquad A_B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) determinare la matrice $A_B^{-1}A_N$ affinchè il valore della funzione obiettivo in corrispondenza della nuova SBA sia -7;

(b) posto

$$A_B^{-1}A_N = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 8 \\ -1 & 5 \end{pmatrix},$$

determinare la nuova SBA.

5. Ad una data iterazione della Fase II del metodo del simplesso sia

$$B = \{5, 1, 4\} \qquad N = \{2, 6, 3\} \qquad c_B^T A_B^{-1} b = 5 \qquad \hat{c}_N^T = \begin{pmatrix} 4 & \alpha & \beta \end{pmatrix}$$

$$A_B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad A_B^{-1}A_N = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \gamma \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}$$

(a) determinare α, β, γ in modo che il problema risulti illimitato inferiormente;

(b) posto $\alpha = -2$, $\beta = 2$, $\gamma = 1$, determinare la nuova soluzione di base ammissibile e il valore corrispondente della funzione obiettivo.

6. Si consideri il problema di PL

$$\begin{array}{ll} min & x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + c_5x_5 \\ & x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 7 \\ & x_2 - x_3 - x_4 + 6x_5 = 3 \\ x \geq 0 & \end{array}$$

- Determinare c_5 affinchè il criterio sufficiente di ottimalità non sia soddisfatto in corrispondenza della base $B = \{1, 2\}$;
- posto $c_5 = 3$, descrivere una iterazione della Fase II del metodo del simplesso.

7. Si consideri il problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & 3x_1 + c_2x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 \\ & 2x_1 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 1 \\ & x_1 + x_2 - 2x_4 - x_5 = 6 \\ x \geq 0 & \end{array}$$

- Determinare una soluzione di base ammissibile e il valore di c_2 affinchè il corrispondente valore della funzione obiettivo sia pari a -5;
- posto $c_2 = 2$ descrivere una iterazione del metodo del simplesso.