

Aufgaben zur Linearen Algebra

Abgabe bis spätestens
Mo. 11. Oktober 2021, 8:30 Uhr

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Begründen Sie.)

- (a) $a \in \{\{1\}, a\}$.
- (b) $0 \in \{\{0\}, \{1\}\}$
- (c) $a \in \{a\}$
- (d) $a \subseteq \{a\}$
- (e) $\emptyset \in \{0\}$
- (f) $0 \in \emptyset$
- (g) $\emptyset \in \emptyset$
- (h) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

Aufgabe 2

Für eine Menge M nennen wir die Menge aller ihrer Teilmengen die **Potenzmenge** $\mathcal{P}(M)$ von M . In Formeln:

$$\mathcal{P}(M) := \{A \mid A \subseteq M\}.$$

Schreiben Sie für die folgenden Mengen M jeweils die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ explizit durch Angabe aller Elemente auf:

- (a) $M = \{c, 3, \alpha\}$
- (b) $M = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$
- (c) $M = \{-1, 1\} \times \{a, z\}$.

Wieviele Elemente hat die Potenzmenge einer m -elementigen Menge?

Aufgabe 3

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für Mengen A, B, C :

- (a) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- (b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
- (c) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (d) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Aufgabe 4

Für Mengen M, N definieren wir die symmetrische Differenz

$$M \Delta N := (M \setminus N) \cup (N \setminus M).$$

Zeigen Sie, dass für beliebige Mengen M, N, O stets gilt:

- (a) $(M \Delta N) \Delta O = M \Delta (N \Delta O)$
- (b) $M \Delta N = N \Delta M$
- (c) $M \Delta N = \emptyset \Leftrightarrow M = N$.