

- 3) *Lösung.* a) Die Äquivalenz der Formeln $p \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$ und p folgt aus der Gleichheit der vorletzten und letzten Spalte in folgender Tabelle:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$p \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$	p
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F

Äquivalenz durch Umformen wird wie folgt bewiesen:

$$p \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \equiv p \wedge (\neg \neg p \vee \neg q) \equiv p \wedge (p \vee \neg q) \equiv p$$

- b) Die Äquivalenz der Formeln $\neg(\neg p \wedge q)$ und $q \rightarrow p$ folgt aus der Gleichheit der entsprechenden Spalten in folgender Tabelle:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge q$	$\neg(\neg p \wedge q)$	$q \rightarrow p$
F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	F	T	F	F
T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T

Äquivalenz durch Umformen wird wie folgt bewiesen:

$$\neg(\neg p \wedge q) \equiv \neg \neg p \vee \neg q \equiv p \vee \neg q \equiv \neg q \vee p \equiv q \rightarrow p$$

- c) Die Äquivalenz der Formeln $\neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$ und $(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$ folgt aus der Gleichheit der entsprechenden Spalten in folgender Tabelle:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$\neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	F	T
T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	T

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$q \wedge \neg p$	$(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$
F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	F	F	F
T	F	F	T	T	F	T

Äquivalenz durch Umformen wird wie folgt bewiesen:

$$\begin{aligned}\neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) &\equiv \\ &\equiv \neg(p \rightarrow q) \vee \neg(q \rightarrow p) \\ &\equiv \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p) \\ &\equiv (\neg\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg\neg q \wedge \neg p) \\ &\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)\end{aligned}$$

□