Hinweise

$$
\begin{aligned}
&(f^x)' = x f^{x-1} f' \\
&e^x e^y = e^{x+y} \\
&(e^x)' = e^x \\
&(e^a x)' = (e^x)^a
\end{aligned}
$$

Z.B.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= e^{3x} = (e^x)^3 \\
f'(x) &= 3(e^x)^2 e^x \\
&= 3e^{2x+x} \\
&= 3e^{3x}
\end{aligned}
$$

Gruppe 1

(1) Was sind:
- a) gewöhnliche/partielle
- b) explizite/implizite
- c) lineare/nicht-lineare
- d) homogene/inhomogene

Differentialgleichungen?

(2) Gegeben ist die Differentialgleichung $y = y'$, finden Sie die allgemeine Lösung. Wieviele mögliche Lösungen gibt es?

Gruppe 2

(1) Klassifizieren Sie die folgende Differentialgleichung nach: (1) 1./2./höherer Ordnung, (2) gewöhnlich/partiell, (3) explizit/implizit, (4) linear/nicht-linear, (5) homogen/inhomogen, (6) ihren Koeffizienten (konstant/variabel).

$$y' = y \sin(x)$$

(2) Zeigen Sie, dass die Gleichung $y = Ce^{2x}$ mit $C = 4e^{-2}$ eine Lösung für die Differentialgleichung $y' = 2y$ ist.

Gruppe 3

(1) Klassifizieren Sie die folgende Differentialgleichung nach: (1) 1./2./höherer Ordnung, (2) gewöhnlich/partiell, (3) explizit/implizit, (4) linear/nicht-linear, (5) homogen/inhomogen, (6) ihren Koeffizienten (konstant/variabel).

$$y' - y - \cos(2x) = 0$$

(2) Eine Differentialgleichung der Form $y' = ay + b,\ a, b \in \mathbb{R}$, hat eine Lösung der folgenden Form $y = -\frac{b}{a} + Ce^{ax},\ C \in \mathbb{R}$. Finden Sie eine Lösung zu folgender Differentialgleichung:

$$y' = 2y + 8$$

Gruppe 4

(1) Klassifizieren Sie die folgende Differentialgleichung nach: (1) 1./2./höherer Ordnung, (2) gewöhnlich/partiell, (3) explizit/implizit, (4) linear/nicht-linear, (5) homogen/inhomogen, (6) ihren Koeffizienten (konstant/variabel).

$$y' - y - \sin(y) = 0$$

(2) Eine Differentialgleichung der Form $y' = ay,\ a \in \mathbb{R}$ hat eine Lösung der Form $y = Ce^{ax},\ C \in \mathbb{R}$. Formulieren Sie eine Lösung zu folgender Differentialgleichung:

$$\frac{df}{dx} - 5f(x) = 0$$

Gruppe 5

(1) Klassifizieren Sie die folgende Differentialgleichung nach: (1) 1./2./höherer Ordnung, (2) gewöhnlich/partiell, (3) explizit/implizit, (4) linear/nicht-linear, (5) homogen/inhomogen, (6) ihren Koeffizienten (konstant/variabel).

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 + x\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - x^2 + y^2 = 0$$

(2) Wir betrachten die Differentialgleichung $y' = 8y$ mit einer Lösung der Form $y = Ce^{8x}$. Gegeben ist die Anfangsbedinung $y(1) = 4$, finden Sie einen Ausdruck für die Konstante C.

Gruppe 6

(1) Zeigen Sie, dass die Gleichung $y = Ce^{2x} - 2,\ C \in \mathbb{R}$ eine Lösung zur Differentialgleichung $y' = 2y + 4$ ist.

Gruppe 7

(1) Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = a(x)y$$

mit der differenzierbaren Funktion $y = y(x)$ und der kontinuierlichen Funktion $a(x)$.
Zeigen Sie, dass die Lösung $y(x)$ wie folgt dargestellt werden kann:

$$y(x) = e^C e^{A(x)}$$

mit C als Konstante in $\mathbb{R}$, und $A(x)$ der Stammfunktion von $a(x)$, sodass $A'(x) = a(x)$.
Hinweis: schreiben Sie die Differentialgleichung folgendermaßen um $\frac{y'}{y} = a(x)$ *und integrieren Sie beide Seiten.*