Gruppe 1

(1) Bestimmen Sie die Bogenlänge von $y = \frac{4}{3}x + 2$ für $0 \leq x \leq 9$.

(2) Bestimmen Sie die Bogenlänge von $x = 2 + (y-1)^2$ für $2 \leq y \leq 5$. **Hinweis**: Sie können $\int_2^8 \sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x \approx 30.67$ verwenden.

Gruppe 2

(1) Wandeln Sie den Ausdruck $r^2 = 3 - \cos\theta$ von Kugelkoordinaten in kartesische Koordinaten um.

(2) Wandeln Sie den Ausdruck $xz = 10y$ von kartesischen Koordinaten in Kugelkoordinaten um.

Gruppe 3

(1) Welche Art von Oberfläche beschreibt die Gleichung $r = 3$ in Kugelkoordinaten?

(2) Welche Art von Oberfläche beschreibt die Gleichung $\varphi = \frac{\pi}{4}$ in Kugelkoordinaten?

Gruppe 4

Überprüfen Sie die Definitheit der folgenden Matrizen.

(1)

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad \varphi = \frac{\pi}{3}$$

(2)

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Gruppe 5

(1) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} + 10$. Bestimmen Sie die Hesse-Matrix dieser Funktion und bestimmen Sie deren Definitheit.

(2) Bestimmen Sie die kritischen Punkte dieser Funktion und klassifizieren Sie sie als Minimum, Maximum, oder Sattelpunkt.

Gruppe 6

(1) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = \frac{y^2}{26} - \frac{x^2}{13} - 23$. Bestimmen Sie die Hesse-Matrix dieser Funktion und bestimmen Sie deren Definitheit.

(2) Bestimmen Sie die kritischen Punkte dieser Funktion und klassifizieren Sie sie als Minimum, Maximum, oder Sattelpunkt.