Algorithmen und Datenstrukturen
Sommersemester 2022
Blatt 0

Kevin Angele, Tobias Dick, Oskar Neuhuber,
Andrea Portscher, Monika Steidl, Laurin Wischounig

Besprechung im PS am 10.03.2022

Aufgabe 1 : Komplexität

(a) Beweisen Sie für die Funktion $f(n) = 3(2^{10} + 8n)$, dass $f(n) \in \mathcal{O}(n)$.

(b) Beweisen Sie für die Funktion $f(n) = 3n + n^3 + n^2 \log n$, dass $f(n) \in \mathcal{O}(n^3)$.

(c) Beweisen Sie für die Funktion $f(n) = 4n \log n + 8 \log n + 12$, dass $f(n) \in \mathcal{O}(n \log n)$.

(d) Beweisen Sie für die Funktion $f(n) = 8 + 4n + 7n^2 + 2n^3 + 3n^4$, dass $f(n) \in \mathcal{O}(n^4)$.

Lösung:

(a) $3072 + 24n \leq (3072 + 24)n \leq cn$ for $n \geq 1, c \geq 3096$

(b) $3n + n^3 + n^2 \log n \leq cn^3 \rightarrow \frac{3}{n^2} + 1 + \frac{\log n}{n} \leq c \rightarrow 3 + 1 + 0 \leq 4$ for $n \geq 1, c \geq 4$

(c) $4 + 8/n + \frac{12}{n \log n} \leq c$ for $n \geq 2, c \geq 14$

(d) $8 + 4n + 7n^2 + 2n^3 + 3n^4 \leq (8 + 4 + 7 + 2 + 3)n^4 \leq cn^4$ for $n \geq 1, c \geq 24$

Aufgabe 2 : Algorithmus

(a) Welchen Wert berechnet der Code für die Variable `cnt`? Geben Sie die Antwort als Funktion von `N`.

```
cnt = 0
for i in 1 .. N do
  cnt = cnt + i
end
```

(b) Beweisen Sie Ihre Lösung per Induktion.

Lösung:

(a) $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

(b) (i) proof for $n = 1$ & (ii) if the formula is true for $n = k$ than it must be true for $n = k + 1$

(i) The formula applied to $n = 1$:

$$1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

(ii) The formula applied to $n = k$ is:

$$1 + 2 + 3 + ... + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

We assume that for $k + 1$ it must be:

$$1 + 2 + 3 + ... + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

We show it:

$$1 + 2 + 3 + ... + k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

$$1 + 2 + 3 + ... + k + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + ... + k + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + ... + k + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$