

- 1) Implementieren Sie die Operatoren $+$, \cdot und \sim der binären Algebra \mathbb{B} als Funktionen in einer Programmiersprache Ihrer Wahl. Dabei müssen Sie keinen Parser schreiben um die Ausdrücke unterhalb einlesen zu können. Beschreiben Sie Ihre Implementierung und verwenden Sie diese, um die folgenden Ausdrücke zu vereinfachen:

a) $\sim((0 + 1 \cdot 0 \cdot \sim 1) \cdot 0 + (1 + 0) \cdot \sim 1 + 0) \cdot (\sim 1 + 1)$

b) $\sim(\sim(\sim(\sim 0 + 1)) \cdot (0 \cdot \sim 1) + (\sim(\sim 0 + 1)) \cdot \sim(0 \cdot \sim 1))$

c) $(1 + \sim 1) \cdot (0 + \sim(\sim 0 \cdot 1)) + \sim((0 \cdot \sim 1) + (\sim 0 \cdot 1)) \cdot \sim(0 \cdot 1)$

- 2) *Mittels welcher Eigenschaften ist ein kommutativer Monoid definiert?*

Sei \mathbb{B}^n das n -fache kartesische Produkt von \mathbb{B} . Zeigen Sie dass sowohl $\langle \mathbb{B}^n; +, (0, \dots, 0) \rangle$ als auch $\langle \mathbb{B}^n; \cdot, (1, \dots, 1) \rangle$ kommutative Monoide darstellen.

- 3) *Mittels welcher Eigenschaften ist eine Boolesche Algebra definiert?*

Zeigen Sie dass $\langle \mathbb{B}^n; +, \cdot, \sim, (0, \dots, 0), (1, \dots, 1) \rangle$ eine Boolesche Algebra ist.