Gruppe 1

(1) Was sind die typischen Schritte beim Lösen mathematischer Probleme mit Hilfe der Numerik?

(2) Wie funktioniert das iterative Newton-Verfahren zum Finden von Nullstellen? Wie funktioniert das Sekantenverfahren? Was ist der Unterschied zwischen diesen beiden?

Gruppe 2

(1) Wie werden Fließkommazahlen auf einem Computer dargestellt? Ist es möglich, jede Zahl in $\mathbb{R}$ mit dieser Darstellung zu repräsentieren?

(2) Wandeln Sie die Dezimalzahl 0.4 schrittweise in eine Binärzahl um.

Gruppe 3

(1) Was sind mögliche Fehlerquellen, die beim Lösen von Problemen mit Hilfe der Numerik auftreten?

(2) Wie ist die Maschinengenauigkeit definiert?

Gruppe 4

(1) Geben Sie die Definition der *Vorwärts-*, *Rückwärts-* und *Zentral-Differenz* an, um die erste Ableitung einer Funktion für einen bestimmten Wert x_0 zu approximieren.

(2) Approximieren Sie die erste Ableitung von $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4$ bei $x = 0$ und $h = 1$, mit Vorwärts-, Rückwärts- und Zentral-Differenz.

Gruppe 5

(1) Geben Sie die Definition der *Vorwärts-* und *Zentral-Differenz* an, um die erste Ableitung einer Funktion für einen bestimmten Wert x_0 zu approximieren.

(2) Gegeben ist die *Transportgleichung*

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -c\frac{\partial u(x,t)}{\partial x},$$

wobei c eine feste Konstante ist.
Leiten Sie eine Finite-Differenzen-Approximation der Gleichung unter Verwendung der Vorwärts-Differenz für die zeitliche Ableitung und der Zentral-Differenz für die räumliche Ableitung her.

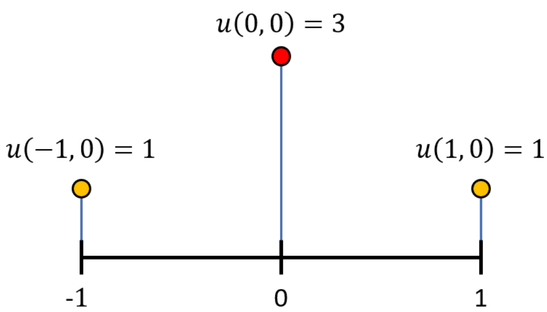
Gruppe 6

(1) Geben Sie die Definition des *expliziten* Euler-Methode für die numerische Integration an.

(2) Gegeben ist ein numerisches Schema zum Lösen der 1D-Diffusionsgleichung:

$$u(x, t + h_t) = u(x, t) + h_t \frac{u(x + h_x, t) - 2u(x, t) + u(x - h_x, t)}{h_x^2}$$

Betrachten Sie die folgende Diskretisierung im Raum für $x = -1, 0, 1$ mit entsprechenden Werten für u bei $t = 0$. Berechnen Sie den Wert für $u(0, \frac{1}{2})$.



Gruppe 7

(1) Wie funktioniert das Bisektionsverfahren zum Finden von Nullstellen?

(2) Wenden Sie das Bisektionsverfahren an, um die Nullstelle der Funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ im Intervall $[-2, 2]$ zu finden, falls vorhanden. Verwenden Sie $\varepsilon = 0.1$ für die Konvergenz.