

Proseminar Rechnerarchitektur

Aufgabenzettel 2

Wintersemester 2021/22

13. Oktober 2021

Zu bearbeiten bis Donnerstag, den **21. Oktober**.**1 Wahrheitstabellen**

Welche Booleschen Funktionen sind durch die folgenden Wahrheitstabellen dargestellt?

x_1	x_2	y
L	L	H
L	H	H
H	L	L
H	H	L

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2 Vollständige Operatorensysteme

Alle Booleschen Funktionen können durch die Basisoperatoren Negation (NOT), Konjunktion (AND) und Disjunktion (OR) dargestellt werden. Das heißt, diese Basisoperatoren bilden ein vollständiges Operatorensystem. Zeigen Sie mittels der Rechenregeln der Booleschen Algebra, dass ein vollständiges Operatorensystem auch mit dem NAND-Operator alleine gebildet werden kann.

Hinweis: Stellen Sie sich zunächst die Frage, wie NAND-Gatter verdrahtet werden müssen, um die Funktion eines NOT-Gatters zu erhalten. Was ist mit den anderen Basisoperatoren AND und OR? Überführen Sie die Verdrahtungen danach in einen formellen Beweis auf Basis der Booleschen Algebra.

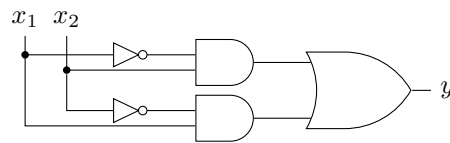
3 Boolesche Funktion

Gegeben ist eine Boolesche Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, die genau dann 1 ausgibt, wenn keiner, zwei, oder drei der Variablen den Wert 1 annehmen.

- Schreiben Sie die Wahrheitstabelle dieser Funktion auf.
- Geben Sie einen Booleschen Ausdruck für diese Funktion an.

4 Schaltfunktion mit zufälligen Eingaben

Gegeben sei folgende Schaltung für die Boolesche Funktion $f(x_1, x_2)$:



- Geben Sie die Boolesche Funktion an, die diese Schaltung darstellt.
- Nehmen Sie an, dass der Wert 1 an x_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% anliegt. Unabhängig davon liegt der Wert 1 an x_2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 75% an. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass $f(x_1, x_2)$ den Wert 1 ausgibt.