

- 1) Erklären Sie die Begriffe *Halbgruppe*, *Monoid* und *Gruppe*.

Zeigen Sie, dass die Algebra $\langle \Sigma^*; \cdot, \epsilon \rangle$ ein Monoid ist.

Hinweis: Verwenden Sie Induktion über die Länge von Wörtern.

- 2) Klassifikation Bestimmen Sie für die folgenden Grammatiken jeweils, ob sie (i) rechts-linear, (ii) kontextfrei, (iii) kontextsensitiv oder (iv) beschränkt sind. Welche Sprachen werden von diesen Grammatiken erzeugt? Welche Aussagen zum Typ der erzeugten Sprachen können Sie mithilfe der Klassifizierungen der Grammatiken machen?

- a) $G_1 := (\{S\}, \{a, b\}, R, S)$ mit den Regeln R :

$$S \rightarrow ab \mid aSb$$

- b) $G_2 := (\{S, A\}, \{a, b, c\}, R, S)$ mit den Regeln R :

$$S \rightarrow \epsilon \mid aA$$

$$A \rightarrow cA \mid b$$

- c) $G_3 := (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, R, S)$ mit den Regeln R :

$$S \rightarrow \epsilon \mid A$$

$$A \rightarrow abc \mid aABc$$

$$cB \rightarrow Bc$$

$$bB \rightarrow bb$$

- d) $G_4 := (\{S\}, \{a, b\}, R, S)$ mit den Regeln R :

$$S \rightarrow \epsilon \mid aA$$

$$aA \rightarrow aaA \mid S$$

- 3) *Erläutern Sie die Chomsky-Hierarchie.*

Ein Wort $a_0a_1 \cdots a_n$ wird Palindrom genannt wenn es sich von hinten wie von vorne liest, d.h. wenn $a_0a_1 \cdots a_n = a_n \cdots a_1a_0$ gilt.

Kategorisieren Sie die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ anhand der Chomsky-Hierarchie.