Gruppe 1

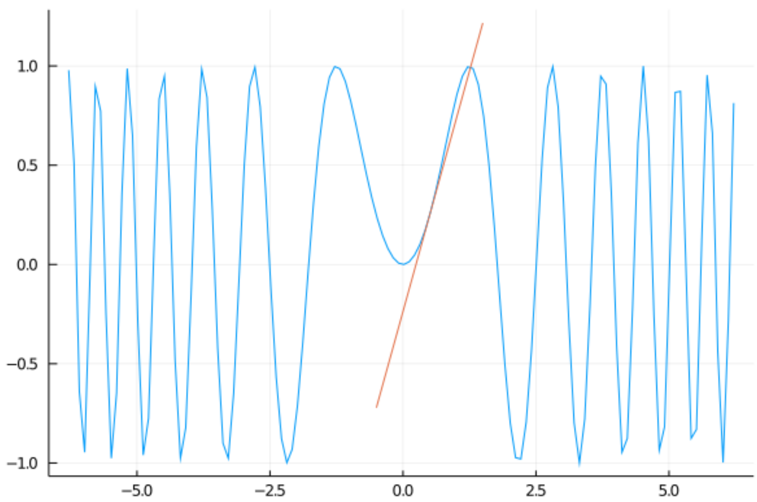
(1) Erklären Sie den Unterschied zwischen den Begriffen **Differenzenquotient** und **Differentialquotient**.

(2) Beschreiben Sie die Summenregel und Produktregel, für differenzierbare Funktionen f, g mit Konstanten a, b.

Gruppe 2

(1) Beschreiben Sie die Quotientenregel und Kettenregel, für differenzierbare Funktionen f, g mit Konstanten a, b.

(2) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sin(x^2)$.
Definieren sie die Gleichung welche die Tangente von f am Punkt $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ beschreibt.



Gruppe 3

(1) Wann ist eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}, D \subset \mathbb{R}$ differenzierbar?

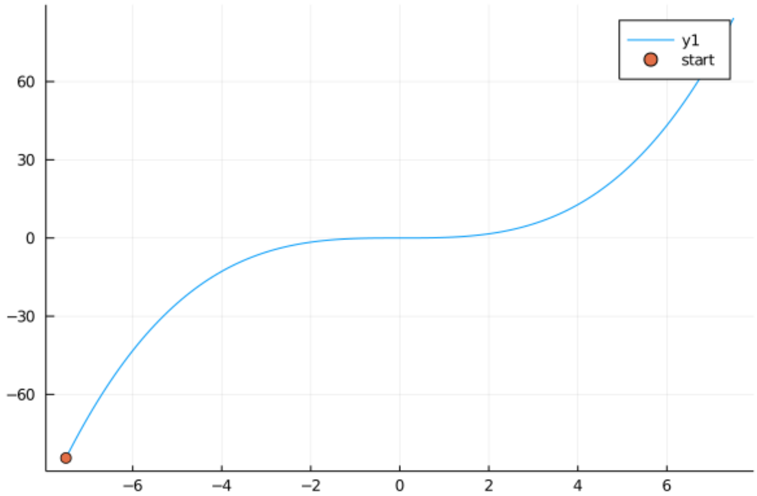
(2) Erklären Sie den Satz von Schwarz und zeigen Sie das dieser für die folgende Funktion gilt:

$$f(x, y) = e^{x^2} \sin(y^2 - \pi/2)$$

Gruppe 4

(1) Gegeben ist eine stetig und differenzierbare Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Beschreiben Sie den *Zwischenwertsatz*, *Mittelwertsatz*, und den *Satz von Rolle*.

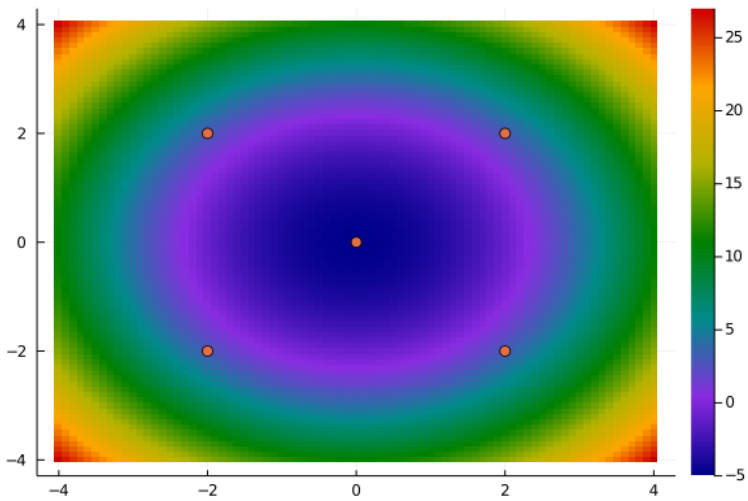
(2) Beschreiben Sie die Funktionsweise des *Newton-Verfahrens* und skizzieren Sie mit Hilfe des folgenden Graphen die einzelnen Schritte.



Gruppe 5

(1) Wie ist der Gradient definiert und auf welche Art von Funktionen kann dieser angewandt werden?

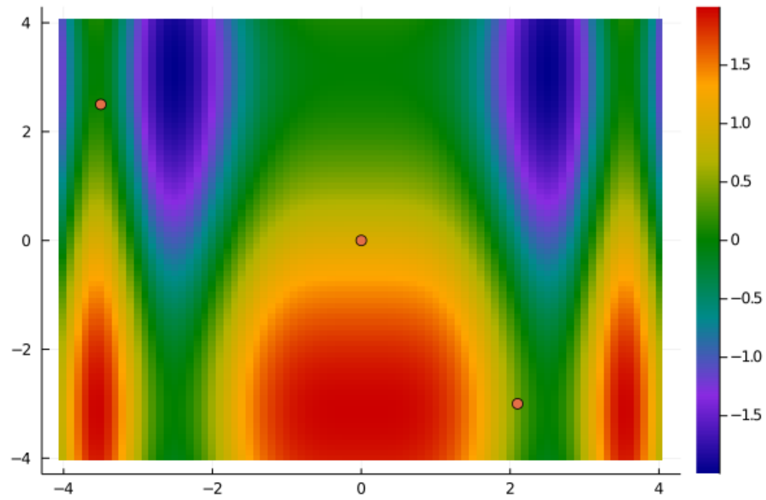
(2) Gegeben ist die multivariate Funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 - 5$.
Berechnen Sie die partiellen Ableitungen bzgl. x und y und skizzieren Sie die Richtung des Gradienten für die **fünf** Punkte im Plot.
Berrechnen Sie die Länge des Gradienten für die Punkte $(0, 0)$ und $(2, 2)$.



Gruppe 6

(1) Wie ist der Gradient definiert und auf welche Art von Funktionen kann dieser angewandt werden?

(2) Gegeben ist die multivariate Funktion $g(x, y) = \sin(x^2/2 + \pi/2) + \cos(y/2 + \pi/2)$. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen bzgl. x und y und skizzieren Sie die Richtung des Gradienten für die **drei** Punkte im Plot.



Gruppe 7

(1) Geben Sie die Definitionen von einem *globalen* Minimum / Maximum und einem *lokalen* Minimum / Maximum, für eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}, D \subset \mathbb{R}$ an.

(2) Beschreiben Sie wie ein lokales Extremum einer Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ gefunden werden kann. Wie können Sie herausfinden ob es sich bei einem gefundenen Extremum um ein lokales Maximum oder lokales Minimum handelt?