

- 1) Sei **Abb** die Menge der Abbildungen von  $\mathbb{B}^n$  nach  $\mathbb{B}^m$  wir betrachten die Algebra der Schaltfunktionen:

$$\langle \text{Abb}; +, \cdot, \sim, (\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}), (\mathbf{1}, \dots, \mathbf{1}) \rangle .$$

Zeigen Sie dass diese Algebra eine Boolesche Algebra ist.

*Hinweis:* Verwenden Sie, dass die Algebra des  $n$ -fachen kartesischen Produkts eine Boolesche Algebra ist.

- 2) Zeigen Sie mit dem Kalkül **NK** des natürlichen Schließens, dass  $\neg p$  aus  $p \rightarrow q$ ,  $p \rightarrow \neg q$  beweisbar ist.
- 3) Wie sind die Operationen *Vereinigung*, *Durchschnitt*, *Komplement* und *Konkatenation* von formalen Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma$  definiert? Wie sind *Potenz* und *Kleene-Stern* definiert?

Betrachten Sie die formalen Sprachen  $L_1 = \{a, ab, abb, abcd\}$ ,  $L_2 = \{a, bb, ccc, dddd\}$ ,  $L_3 = \{a, b, ab\}$  und  $L_4 = \{\epsilon, a, b\}$  und leiten Sie davon die folgende Sprachen ab.

- a)  $(L_1 \cup L_2) \cap L_1^2$
- b)  $L_2 L_1 \cap L_4^*$
- c)  $L_3 L_3 \cap L_3$
- d)  $(L_3 \cup L_4)^2 \cap L_3 L_2$