1) Wie ist die *Laufzeitkomplexität* einer TM definiert und welchen Zusammenhang zwischen dieser symbolischen Laufzeit und der CPU-Laufzeit Ihres Rechners können Sie sich vorstellen?

Betrachten Sie die TM M welche die Sprache der wohlgeformten Klammerausdrücke akzeptiert:

$$M = (\{\mathsf{SC}, \mathsf{SO}, \mathsf{CH}, t, r\}, \{(,)\}, \{(,), \#, \vdash, \sqcup\}, \vdash, \sqcup, \delta, \mathsf{SC}, t, r) \ ,$$

wobei δ in Tabelle 1 definiert ist. Bestimmen Sie die Laufzeitkomplexität von M.

Hinweis: Die Abkürzungen SC, SO und CH stehen für *search closed parenthesis*, *search open parenthesis* und *check*.

Hinweis: Wenn Sie die Funktion $T(n)$ nicht genau angeben können, bestimmen Sie das Wachstum ungefähr, also asymptotisch.

	$\vdash$	(	)	$\#$	$\sqcup$
SC	$(\mathsf{SC}, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{SC}, (, \mathrm{R})$	$(\mathsf{SO}, \#, \mathrm{L})$	$(\mathsf{SC}, \#, \mathrm{R})$	$(\mathsf{CH}, \sqcup, \mathrm{L})$
SO	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{SC}, \#, \mathrm{R})$	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{SO}, \#, \mathrm{L})$	$(r, \vdash, \mathrm{R})$
CH	$(t, \vdash, \mathrm{R})$	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{CH}, \#, \mathrm{L})$	$(r, \vdash, \mathrm{R})$

Tabelle 1: Übergangsfunktion δ für die TM M

2) Was ist ein *Hoare-Tripel* und wann ist dieses wahr? Wann ist ein Programm *partiell korrekt*, wann *total korrekt*?

Betrachten Sie die folgenden Hoare-Tripel

(Q_1, P_1, R_1) $\{x_1 = 0\}\ x_1 := x_1 + 1;\ x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{odd}(x_1)\}$
(Q_2, P_2, R_2) $\{\mathsf{false}\}\ x := x + 1\ \{x = 0\}$
(Q_3, P_3, R_3) $\{x_1 = 0\}\ x_1 := x_1 + 1;\ x_1 := x_1 + 1;\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{ist\_prim}(x_1)\}$

wobei das Prädikat $\mathsf{odd}(x)$ ausdrückt, dass x ungerade ist, und das Prädikatensymbol $\mathsf{ist\_prim}$ im Skriptum in Beispiel 6.1 beschrieben wird.

a) Welche Programme P_i für $i \in \{1, 2, 3\}$ sind total korrekt im Bezug auf Q_i und R_i? Argumentieren Sie informell.

b) Verwenden Sie die Regeln aus Abbildung 6.1, um mindestens zwei der obigen Hoare-Tripel abzuleiten.

3) Zeigen Sie mittels Hoare-Kalkül, dass das while-Programm

```
while b > 0 do
   r := a;
   while r > b − 1 do
      r := r − b
   end;
   a := b;
   b := r
end
```

in Bezug auf die Vorbedingung $x \geq 0 \land y \geq 0 \land a = x \land b = y$ und die Nachbedingung $a = \mathsf{ggT}(x, y)$ korrekt ist. Hier bezeichnet für natürliche Zahlen x und y der Ausdruck $\mathsf{ggT}(x, y)$ den **größten gemeinsamen Teiler** von x und y. Beachten Sie, dass wir Zuweisungen, wie in der Vorlesung besprochen, erlauben.

Weiters können Sie folgende Gesetze für ggT annehmen:

Für alle natürlichen Zahlen x, y gilt

- $\mathsf{ggT}(x, 0) = x$
- $\mathsf{ggT}(x, y) = \mathsf{ggT}(y, x)$
- $\mathsf{ggT}(x, y) = \mathsf{ggT}(x - y, y)$ falls $x \geq y$