Linearna regresija

Imamo N tock, zelimo najti premico, elipso ki se tem tockam najbolje prilega.

$$T_1(x_1, y_1), T_2(x_2, y_2) \ldots, T_n(x_n, y_n)$$

Zapisemo splosno enacbo za krivulje 2. reda:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ker je tock prevec, ne moremo najti elipse, na kateri bodo lezale vse tocke. Zato pokusamo najti stoznico (elipso), ki se tockam najbolje prilega. Za tocko T_i velja:

$$\varepsilon_i = Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F$$

Pri cemer je ε_i napaka v tej tocki. Iscemo najboljse parametre A, B, C, D, E in F, tako da bo skupna napaka cim manjsa.
Ko izracunamo napako za vsako tocko dobimo napako $\rightarrow$ dobimo vektor napak. Zanima nas skupna velikost napake, kar je 'dolzina' vektorja.

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)^2}$$

Zelimo najti minimum te funkcije, ki je odvisna od 6-ih spremenljivk. Ce iscemo minimum te funkcije, je enako kot da bi iskali minimum E^2.

$$\varepsilon^2(A, B, C, D, E, F) = \sum_{i=1}^{N} (Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)^2$$

Izracunamo odvode za to funkcijo, po vseh spremenljivkah.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial A} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)(x_i^2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial B} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)(x_iy_i)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial C} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)(y_i^2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial D} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)(x_i)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial E} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)(y_i)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial F} = \sum_{i=1}^{N} 2(Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + F)$$

Da najdemo resitev, moramo ugotoviti kdaj so vsi odvodi enaki 0. Tega ne znamo (da se, ampak ne znamo), zato se bomo resevanja lotili z gradientnim spustom.

Gradientni spust

//TODO