Calculo Numérico
Trabalho_4

Prof. Dra. Larissa de Freitas [1],
Guilherme de Souza[1]

1

1. Métodos implementados

- Trapezio;
- 1/3 de Simpsom;
- 3/8 de Simpsom ;
- Euler ???;
- Runge-Kutta 2a Ordem;
- Runge-Kutta 4a Ordem;
- Adams;

Para execução de tais métodos como, **Trapezio, 1/3 de Simpsom e 3/8 de Simpsom** foram aplicados na lista de exercícios 11[1]. Os métodos de **Euler**, **Runge-Kutta 2a ordem** e **4a ordem** utilizou-se a lista de exercícios 12[2].

2. Método do Trapezio

O método dos trapazeio é um metodo numerico para aproximação da resolução de um integral definida.

$$\int_a^b fx\,dx =$$

Dado que no calculo da integral temos diversos procedimentos para resolução desta integral, seja por substituição, integral por partes, substituição trigonométrica, entre outras. Mas o Método do trapézio por sua vez, nos retorna um valor aproximado independendo do método utilizado.

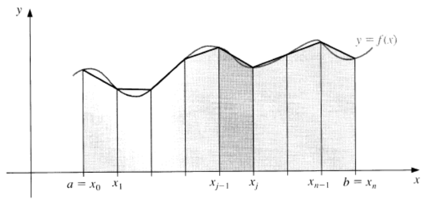

Figure 1. Exemplo de de atuação do método dos trapézios

Sabemos que a area a limitada pelos limites da integral, como demonstrado na figura 1, o que o método se propoe a realizar a divisão desta area em alguns trapézios ao final realiza sua soma, dessa forma obtendo uma aproximação.

[1]Disponivel no AVA:`https://ava.ufpel.edu.br/pre/pluginfile.php/318455/mod_resource/content/1/ListaDeExercicios11.pdf`

[2]Disponivel no AVA:`https://ava.ufpel.edu.br/pre/pluginfile.php/320366/mod_resource/content/2/ListaDeExercicios12.pdf`

$$\int_a^b fx\,dx = \sum_{k=1}^{n} Ak$$

- **(B)** Trapezio: 31.365285650063754

-1.08268227	-0.73575888	0.0	5.43656366	59.11244879

Table 1. Função utlizando a regra do trapezio no exercício B da lista 11

- **(C)** Trapezio: 0.7842407666178157

0.5	0.97297297	0.9	0.8	0.69230769	0.59016393	0.25

Table 2. Função utlizando a regra do trapezio no exercício C da lista 11

- **(D)** Trapezio: 0.10486282062502501

0.0	0.20999043	0.69856645	1.08060461	0.83640026	-0.53179749	-1.66458735

Table 3. Função utlizando a regra do trapezio no exercício D da lista 11

- **(E)** Trapezio: -13.575979391799388
- **(F)** Trapezio: 0.5196110146984233

3. Simpsom

Dando continuidade com métodos de integração, dado a dificuldade de se resolver a integral partindo do principio que muitas vezes se quer há o conhecimento da função, faremos uso do método de Simpsom.

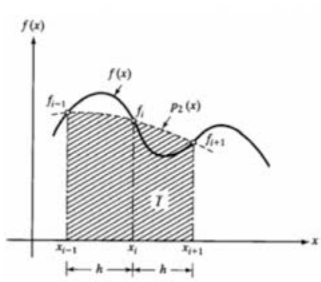

Figure 2. Exemplo de atuação do método de Simpson

Dado o exemplo da figura 2, pegamos os dois limites da integral conhecidos e divido em partes suas partes iguais de maneira a encontrar o h, como a seguir:

$h = \frac{x_{k+1} - x_{k-1}}{2}$

Dessa forma terei mais pontos sobre o grafico da função, assim interpolando estes pontos, ou seja, procuro qual é o polinomio de menos grau possivel que passe sobre todos,

0.0	2.24766465	5.42294499	6.97416428	2.08548731	-13.92608463	-39.26843454	-56.8880

Table 4. Função utlizando a regra do trapezio no exercício E da lista 11

0.4	0.71910112	0.64	0.56637168	0.5	0.44137931	0.3902439	0.34594595	0.15384615

Table 5. Função utlizando a regra do trapezio no exercício F da lista 11

assim calculando a area entre o grafico do polinomio e o intervalo dos eixos do x, esta area é uma aproximação da função f da integral ou seja:

$$\int_{k-1}^{k+1} fx\,dx \approx \int_{k-1}^{k+1} P_2 x\,dx$$

Pois dessa forma o polinomio é facil de integrar, assim é facil chegar a aproximação da integral. Neste trabalho fizemos uso de dois de seus métodos conhecidos como 1/3 de Simpson, para polinomios de segunda ordem, e 3/8 de Simpson para polinomios de ordem superiores, (a demonstração será ocultada pela vasta demonstração disponvel na internet e pela sua extensa explicação).

Desta forma tais métodos se propoe a serem mais precisos que o métodos do trapézio, geralmente, nem sempre cumprido tal afirmação dada determinada integral e o polnomio.

3.1. Aplicação de 1/3 de Simpson

- **(B)** 1/3 de Simpsom: 22.231872397453277

-1.08268227	-1.47151776	-0.73575888	10.87312731	10.87312731

Table 6. Função utlizando a regra do trapezio no exercício B da lista 11

- **(C)** 1/3 de Simpsom: 0.8054718653079309
- **(D)** 1/3 de Simpsom: 0.12706697873621364
- **(E)** 1/3 de Simpsom: -11.92869601630686

(F) 1/3 de Simpsom: 0.5355245326505693

3.2. Aplicação de 3/8 de Simpsom

(B) 3/8 de Simpsom: 24.405365132780666

(C) 3/8 de Simpsom: 0.7552413857741727

(D) 3/8 de Simpsom: 0.2029697091109325

(E) 3/8 de Simpsom: -11.336218635489457

(F) 3/8 de Simpsom: 0.4982574816855577

0.5	1.94594595	0.97297297	1.6	0.8	1.18032787	0.29508197

Table 7. Função utlizando a regra do trapezio no exercício C da lista 11

0.0	0.41998087	0.20999043	2.16120922	1.08060461	-1.06359498	-0.26589874

Table 8. Função utlizando a regra do trapezio no exercício D da lista 11

4. Euler

Como os demais metodos aqui apresentados, o método foca em encontar aproximações de forma a resolver a fx. Com tal método é possivel partindo de um ponto conhecido, como, x_0 y_0, com isso consigo andar um passo no grafico usando a inclinação da tangente e da secante, ou seja:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

$$h = x_1 - x_0$$

$$\frac{y_1 - y_0}{h} \approx y'(x_0)$$

$$y_1 - y_0 \approx hy'(x_0)$$

$$y_1 \approx y_0 + hy'(x_0)$$

Com isso. apartir do ponto em que está no grafico, é possivel avançar um tamanho h e encontrar o valor x_1 com isso é possivel encontrar a imagem, y_1. Ou seja, os novos valores estão bem proximo do grafico da função, dessa forma, basta repetir o metodo mais vezes, de forma a encontrar mais pontos proximos conforme aumenta em um tamanho h, a partir do resultado encontrado anteriormente como pode ser visto na figura 3.

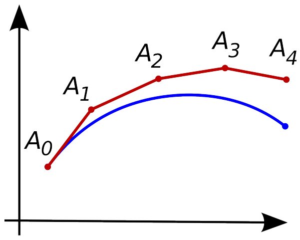

Figure 3. Exemplo de atuação do método de Simpson

5. Runge-Kutta 2a ordem

Dado sua precisão e simplicidade um dos métodos mais utilizados é o método de Runge-kutta. è uma familia de métodos que possuem a precisão dos métodos de Taylor, porém não exige o calculo das derivadas de ordem superior.

A demonstração do método base será ocultada como alguns anteriormente aqui apresentados, dado a sua semelhança na sua primeira ordem ao método de Euler e Taylor de primeira ordem.

5.1. Runge-Kutta 2a ordem

Dentre a familia deste método temos o de 2a ordem, que é definido por:

0.0	4.49532929	2.24766465	13.94832857	6.97416428	-27.85216926	-13.92608463	-113.77

Table 9. Função utlizando a regra do trapezio no exercício E da lista 11

0.4	1.43820225	0.71910112	1.13274336	0.56637168	0.88275862	0.44137931	0.69189189

Table 10. Função utlizando a regra do trapezio no exercício F da lista 11

$\omega_{i+1} = \omega_i + h(c_1 k_1 + c_2 k_2)$

com,

$c_1 + c_2 = 1$,

$k_1 = f(t_i, \omega_i)$,

$k_2 = f(t_i + ha_a, \omega_i + h(a_2 k_1)$.

Dessa forma podemos determinar c_1, c_2 e a_2, desenvolvendo a função k_2 pelo polinomio de Taylor, em torno de (t_i, ω_i) até segunda ordem. Assim acabamos por obter um sistema não linear que possui diversas soluções.

5.2. Runge-Kutta 4a Ordem

Através de alguns calculos e algumas mudanças nas variaves tanto da do Runge-Kutta 2a ordem quanto o Runge-Kutta 4-estagios, conseguiremos defirnir um Método de Runge-Kutta 4a ordem.

Através dos calculos chegaremos a um sistema não-linear com solução unica.

-1.08268227	-1.10363832	0.0	8.15484549	59.11244879

Table 11. Função utlizando a regra do trapezio no exercício B da lista 11

0.5	1.45945946	1.35	1.2	0.69230769	0.59016393	0.25

Table 12. Função utlizando a regra do trapezio no exercício C da lista 11

0.0	0.31498565	1.04784968	1.62090692	0.83640026	-0.53179749	-1.66458735

Table 13. Função utlizando a regra do trapezio no exercício D da lista 11

0.0	3.37149697	8.13441749	10.46124643	2.08548731	-13.92608463	-58.90265182	-56.8880

Table 14. Função utlizando a regra do trapezio no exercício E da lista 11

0.4	1.07865169	0.96	0.84955752	0.5	0.44137931	0.58536585	0.34594595	0.15384615

Table 15. Função utlizando a regra do trapezio no exercício E da lista 11