

TÉCNICAS ESTADÍSTICAS NO PARAMÉTRICAS

Pruebas tradicionales

- Necesitan la especificación de una distribución
- Son métodos robustos para las distribuciones supuestas
- Aplicación limitada a variables cuantitativas.
- Tienen problemas con muestras de pequeño tamaño

Problemas de las escalas no numéricas

- No se puede definir cantidades.
- A lo más puede definirse un orden entre las categorías
- Esto significa que se establece un RANGO entre las observaciones.

Para todos estos casos se han desarrollado métodos inferenciales que no requieren definición de la forma de la distribución.

Pruebas no paramétricas

- Las pruebas no paramétricas equivalentes a los métodos clásicos de comparación se basan en los rangos de las observaciones en lugar de las observaciones mismas.
- Esta metodología utiliza información acerca de los tamaños relativos de las observaciones, sin asumir nada acerca de la naturaleza específica de la población desde donde se obtuvieron los datos.

Comparación de pruebas paramétricas y no paramétricas.

Aplicación	Prueba paramétrica	Prueba no paramétrica	Eficiencia de la prueba no paramétrica en relación a param.
Dos muestras dependientes (datos pareados)	Prueba t o prueba z	Prueba del signo	0.63
		Prueba de rangos con signos de Wilcoxon	0.95
Dos muestras independientes	Prueba t o prueba z	Prueba de suma de rangos de Mann Whitney	0.95
Varias muestras independientes	Análisis de varianza	Prueba de Kruskal Wallis	0.95
Correlación	Correlación lineal	Prueba de correlación de rangos	0.91

¿Cómo elegir entre métodos paramétricos y no paramétricos?

- Cuando los supuestos de los métodos paramétricos se sostienen, estas pruebas son las más poderosas.
- En la práctica se pueden utilizar métodos no paramétricos cada vez que el tamaño de las muestras es pequeño y por lo tanto no hay garantía de que los estimadores tengan distribución normal.
- Cuando la población desde la cual fueron tomados los datos no tiene distribución normal (o no es compatible con otros supuestos como por ejemplo la igualdad de varianza entre los grupos de tratamiento), la media y la desviación estándar ya no son confiables como descriptores de la población y los métodos paramétricos dejan de ser confiables.

Métodos inferenciales para tablas de contingencia

Escalas de medidas categóricas

- Los datos categóricos son datos que provienen de resultados de experimentos en los que sus resultados se miden en escalas categóricas.
- Medir en una escala categórica consiste en observar el resultado de un experimento y asignarle una clase o categoría, de entre un número finito de clases posibles.
- Esta escala es no numérica, y puede ser categórica ordinal, es decir, sus categorías pueden tener un orden natural, o en caso contrario la escala es categórica nominal.

Escalas de medidas categóricas

- EJEMPLO . Se ha realizado una encuesta a 717 jóvenes españoles en el año 2000, de la que se han seleccionado solo aquellos entrevistados con estudios universitarios
- P.4 ¿Cómo dirías que ha sido tu infancia, la definirías como.....?
 - La etapa más feliz de tu vida 1
 - Una etapa más feliz que otras 2
 - Una etapa igual de feliz que otras 3
 - Una etapa menos feliz que otras 4
 - La etapa menos feliz de tu vida 5
- La otra es el GÉNERO del encuestado.

Escalas de medidas categóricas

- El tipo de análisis que se suele hacer con datos categóricos consiste en determinar el tipo de asociación existente entre pares de variables.
- Las posibilidades son, que no haya asociación alguna, en tal caso se dice que las variables son independientes, o que haya diferentes grados de asociación.

Escalas de medidas categóricas

- Si dos variables no son independientes, están asociadas.
- Puede haber diversos niveles de asociación.
- Si hay asociación, quiere decir que algunos valores de una de las variables predispone a que la otra variable tome ciertos valores, más que otros.
- Esta predisposición es mayor cuanto mayor es el grado de asociación.

Escalas de medidas categóricas

El primer paso en el cruce de dos variables categóricas, para medir el grado de asociación entre ellas, es construir una tabla de contingencia

Tabla de contingencia infancia * genero

Recuento		genero		Total
		Hombre	Mujer	
infancia	La etapa m s feliz de tu vida	80	89	169
	Una etapa m s feliz que otras	79	67	146
	Una etapa igual de feliz que otras	174	190	364
	Una etapa menos feliz que otras	10	20	30
	La etapa menos feliz de tu vida	1	3	4
Total		344	369	713

El estadístico chi cuadrado como medida de asociación

- El estadístico Chi cuadrado compara las frecuencias obtenidas en la tabla de contingencia con las que debería haber si no hubiera asociación entre las variables
- Las frecuencias esperadas se obtienen de la siguiente forma

$$e_{ij} = \frac{(\text{frecuencia marginal fila } i) \times (\text{frecuencia marginal columna } j)}{\text{Total de observaciones}}$$

El estadístico chi cuadrado como medida de asociación

- Si ambas variables son independientes, la tabla de frecuencias esperadas y observadas serán parecidas.
- Si difieren, entonces habrá asociación entre la variable fila y la variable columna.
- Mientras más difieren las dos tablas, mayor será el grado de asociación entre las variables.

Tabla de contingencia infancia ^ genero

Recuento

		genero		Total
		Hombre	Mujer	
infancia	La etapa m s feliz de tu vida	80	89	169
	Una etapa m s feliz que otras	79	67	146
	Una etapa igual de feliz que otras	174	190	364
	Una etapa menos feliz que otras	10	20	30
	La etapa menos feliz de tu vida	1	3	4
Total		344	369	713

Tabla de contingencia infancia ^ genero

Frecuencia esperada

		genero		Total
		Hombre	Mujer	
infancia	La etapa m s feliz de tu vida	81,5	87,5	169,0
	Una etapa m s feliz que otras	70,4	75,6	146,0
	Una etapa igual de feliz que otras	175,6	188,4	364,0
	Una etapa menos feliz que otras	14,5	15,5	30,0
	La etapa menos feliz de tu vida	1,9	2,1	4,0
Total		344,0	369,0	713,0

La medida que refleja el grado en que difieren estas dos tablas se denomina estadístico chi-cuadrado, en símbolos, χ^2 ,

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Se puede ver que este indicador es cero si ambas tablas son idénticas, es decir, si hay independencia entre las dos variables.

- El estadístico chi-cuadrado depende de un parámetro que se denomina grados de libertad (gl)

$$gl = (\text{número de filas} - 1) * (\text{número de columnas} - 1)$$

- El estadístico chi cuadrado tiene distribución Chi-cuadrado con gl grados de libertad, asintóticamente
- En la medida que difieran ambas tablas, será más grande el estadístico chi-cuadrado, lo que será indicación de que hay más asociación entre las variables.

Prueba de hipótesis chi-cuadrado

- Con el estadístico chi-cuadrado se pueden efectuar pruebas de hipótesis para confirmar si hay asociación entre las dos variables que se están cruzando.
- Las hipótesis que se van a poner a prueba son:

H_0 : Hay independencia entre las variables.

H_1 : No hay independencia.

Tabla de contingencia infancia * genero

			genero		Total
			Hombre	Mujer	
infancia	La etapa más feliz de tu vida	Recuento	80	89	169
		Frecuencia esperada	81,5	87,5	169,0
		Residuos tipificados	-,2	,2	
	Una etapa más feliz que otras	Recuento	79	67	146
		Frecuencia esperada	70,4	75,6	146,0
		Residuos tipificados	1,0	-1,0	
	Una etapa igual de feliz que otras	Recuento	174	190	364
		Frecuencia esperada	175,6	188,4	364,0
		Residuos tipificados	-,1	,1	
	Una etapa menos feliz que otras	Recuento	10	20	30
		Frecuencia esperada	14,5	15,5	30,0
		Residuos tipificados	-1,2	1,1	
	La etapa menos feliz de tu vida	Recuento	1	3	4
		Frecuencia esperada	1,9	2,1	4,0
		Residuos tipificados	-,7	,6	
Total		Recuento	344	369	713
		Frecuencia esperada	344,0	369,0	713,0

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	5,633 ^a	4	,228
Razón de verosimilitudes	5,738	4	,220
Asociación lineal por lineal	,948	1	,330
N de casos válidos	713		

a. 2 casillas (20,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 1,93.

Test exacto de Fisher

- Limitaciones en el uso de la prueba chi-cuadrado
- Como la distribución del estadístico es aproximada, no se recomienda su uso si existen frecuencias esperadas inferiores a 5.
- Solución: Test exacto de Fisher

Test exacto de Fisher

- Se basa en el cálculo de la probabilidad de haber obtenido esas frecuencias observadas, condicionados a los marginales fijos.
- A diferencia del test chi-cuadrado la distribución utilizada es exacta

Otras medidas de asociación basadas en el chi-cuadrado

- La limitación que tiene el estadístico chi-cuadrado como medida de asociación, es que está acotado inferiormente por cero, pero no tiene cota superior.
- Por lo tanto, es difícil evaluar si su valor es grande o pequeño.
- Se definen otros índices, en base al estadístico chi-cuadrado.

Coeficiente Phi

- Es una medida de asociación entre variables dicotómicas, relacionada con el chi cuadrado

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

- Donde χ^2 es el estadístico chi cuadrado que testea la asociación y n es el tamaño de la muestra

$$\Phi = \begin{cases} 0.10 - 0.30, & \text{baja} \\ 0.30 < 0.5, & \text{moderada} \\ \geq 0.50, & \text{alta} \end{cases}$$

Coeficiente V de Cramer

Es otra medida de asociación entre variables categóricas no limitada a variables dicotómicas

$$V = \frac{\phi}{\sqrt{\min(k - 1, r - 1)}}$$

- Donde ϕ es el indicador anterior, k y r el numero de columnas y filas de la table de contingencia, respectivamente
- Si k y r son iguales a 2, se reduce a ϕ

Cramér's V, k = 2*	0.10 – < 0.30	0.30 – < 0.50	≥ 0.50
Cramér's V, k = 3*	0.07 – < 0.20	0.20 – < 0.35	≥ 0.35
Cramér's V, k = 4*	0.06 – < 0.17	0.17 – < 0.29	≥ 0.29

Ejemplo

Se quiere determinar si existe relación entre tener un nacimiento con bajo peso al nacer y el hecho de que la madre haya fumado durante el embarazo.

- Se tienen dos variables dicotómicas medidas en la misma muestra de pacientes
- Low vale 1 si se trata de un nacimiento con bajo peso, 0 en caso contrario
- SMOKE vale 1 si la madre fumó durante el embarazo, 0 en caso contrario
- Se puede pensar que se tienen dos muestras,
 - Muestra de mujeres que fumaron durante el embarazo
 - Muestra de mujeres que no fumaron durante el embarazo
- Se resuelve con el test chi-cuadrado

Situación

- Este problema puede pensarse como de comparación del comportamiento de la variable LOW en dos poblaciones similares, que sólo difieren en cuanto a si la madre fumó o no durante el embarazo
- La diferencia con los casos vistos anteriormente es que la variable LOW no es cuantitativa

Prueba chi cuadrado

- Frecuencias observadas

```
> x$observed      # observed counts
      LOWBWT$SMOKE
LOWBWT$LOW    0    1
              0 86 44
              1 29 30
```

Si las variables son independientes,
las tablas de frecuencias esperadas y observadas
serán similares.

- Frecuencias esperadas

```
> x$expected      # expected counts under the null
      LOWBWT$SMOKE
LOWBWT$LOW          0          1
              0 79.10053 50.89947
              1 35.89947 23.10053
```

Comparación de métodos

```
> chisq.test(LOWBWT$LOW, LOWBWT$SMOKE)
```

```
Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction
```

```
data: LOWBWT$LOW and LOWBWT$SMOKE  
X-squared = 4.2359, df = 1, p-value = 0.03958
```

```
> fisher.test(LOWBWT$LOW, LOWBWT$SMOKE)
```

```
Fisher's Exact Test for Count Data
```

```
data: LOWBWT$LOW and LOWBWT$SMOKE  
p-value = 0.03618  
alternative hypothesis: true odds ratio is not equal to 1  
95 percent confidence interval:  
 1.028780 3.964904  
sample estimates:  
odds ratio  
 2.014137
```

Ejemplos con R

```
> prop_test(table(LOWBWT$LOW,LOWBWT$SMOKE))
```

	n	statistic	df	p	p.signif
1	189	4.24	1	0.0396	*

```
> cramer_v(table(LOWBWT$LOW,LOWBWT$SMOKE))
```

```
[1] 0.1497074
```

Conclusiones de utilización

Prueba chi cuadrado

- Se utiliza con muestras grandes, dado que su distribución es aproximada
- Se desaconseja su utilización si hay frecuencias esperadas inferiores a 5.

Test exacto de Fisher

- Se utiliza con muestras pequeñas
- Es la alternativa a utilizar cuando el Chi cuadrado no pueda utilizarse