Facultad Ciencias de la Vida y Tecnologías Carrera Tecnología De La Información 4to. Nivel – B

Tema

Estadística y Probabilidad

Autores

Guillermo Stalin Andrade Giler

Profesor

FABRICIO JAVIER RIVADENEIRA ZAMBRANO

Fecha

23-01-2025

La media de una distribución de probabilidad normal es de 60; la desviación estándar es de 5.

a) ¿Alrededor de qué porcentaje de las observaciones se encuentra entre 55 y 65?

$$55 = \mu - \sigma = 60 - 5$$

$$65 = \mu + \sigma = 60 + 5$$

Esto es entre 1 desviación estándar
Entonces aprox. 68% de las observaciones están en ese rango.

b) ¿Cerca de qué porcentaje de las observaciones se encuentra entre 50 y 70?

$$50 = \mu - 2\sigma = 60 - 10$$

$$70 = \mu + 2\sigma = 60 + 10$$

Esto cubre **2 desviaciones estándar**

Entonces aprox. **95%**.

c) ¿Alrededor de qué porcentaje de las observaciones se encuentra entre 45 y 75?

$$45 = \mu - 3\sigma = 60 - 15$$

$$75 = \mu + 3\sigma = 60 + 15$$

Esto cubre 3 desviaciones estándar

Entonces aprox. 99.7%.

Respuestas resumidas:

a) ≈ 68%

b) ≈ 95%

c) ≈ 99.7%

Un estudio reciente con respecto a salarios por hora de integrantes de equipos de mantenimiento de las aerolíneas más importantes demostró que el salario medio por hora era de $20.50, con una desviación estándar de $3.50. Suponga que la distribución de los salarios por hora es una distribución de probabilidad normal. Si elige un integrante de un equipo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que gane:

a) entre $20.50 y $24.00 la hora?

$$z = \frac{24.00 - .20.50}{3.50} = \frac{3.50}{3.50} = 1$$

P(20.50 < X < 24.00) = P(0 < Z < 1)

P(0 < Z < 1) ≈ 0.3413

$$\mathbf{P \approx 0.3413 = 34.13}$$

b) más de $24.00 la hora?

P(X > 24.00) = P(Z > 1)

P(Z > 1) ≈ 0.1587

$$\mathbf{P \approx 0.1587 = 15.87}\%$$

c) menos de $19.00 la hora?

$$z = \frac{19.00 - 20.50}{3.50} = \frac{-1.50}{3.50} \approx -0.4286$$

P(Z < −0.43) ≈ 0.3336

$$\mathbf{P} \approx \mathbf{0.3336} = \mathbf{33.36}\%$$

Resumen final

a) ≈ 34.13%

b) ≈ 15.87%

c) ≈ 33.36%

La media de una distribución de probabilidad normal es de 400 libras. La desviación estándar es de 10 libras.

- ¿Cuál es el área entre 415 libras y la media de 400 libras?

$$z = \frac{415 - 400}{10} = \frac{15}{10} = 1.5$$

$$P(0 < Z < 1.5)$$

$$P(0 < Z < 1.5) = 0.4332$$

$$\mathbf{0.4332} \approx \mathbf{43.32}\%$$

- ¿Cuál es el área entre la media y 395 libras?

$$z = \frac{395 - 400}{10} = \frac{-5}{10} = -0.5$$

$$P(0 > Z > -0.5) = P(0 < Z < 0.5)$$

$$P(0 < Z < 0.5) = 0.1915$$

$$\mathbf{0.1915} \approx \mathbf{19.15}$$

- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar un valor al azar y descubrir que es menor que 395 libras?

$$P(Z < -0.5) = 0.3085$$

$$\mathbf{0.3085} \approx \mathbf{30.85}\%$$

Resumen final

a) ≈ 43.32%

b) ≈ 19.15%

c) ≈ 30.85%

El número de espectadores de American Idol tiene una media de 29 millones, con una desviación estándar de 5 millones. Asuma que esta distribución sigue una distribución normal. ¿Cuál es la probabilidad de que el programa de la próxima semana:

a) tenga entre 30 y 34 millones de espectadores?

$$z = \frac{30-29}{5} = \frac{1}{5} = 0.20$$

$$z = \frac{34-29}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$P(0.20 < Z < 1)$$

$$P(Z < 1) = 0.8413,\ P(Z < 0.20) = 0.5793$$

$$0.8413 - 0.5793 = 0.2620$$

$$\mathbf{P \approx 0.2620 = 26.20\%}$$

b) tenga cuando menos 23 millones de espectadores?

$$P(X \geq 23)$$

$$z = \frac{23-29}{5} = \frac{-6}{5} = -1.2$$

$$P(Z < -1.2) = 0.1151$$

$$P(Z > -1.2) = 1 - 0.1151 = 0.8849$$

$$\mathbf{P} \approx \mathbf{0.8849} = \mathbf{88.49}\%$$

c) sobrepase los 40 millones de espectadores?

P(X > 40)

$$z = \frac{40 - 29}{5} + \frac{11}{5} = 2.2$$

P(Z > 2.2) = 0.0139

$$\mathbf{P} \approx \mathbf{0.0139} = \mathbf{1.39}\%$$

Resumen final
a) ≈ 26.20%
b) ≈ 88.49%
c) ≈ 1.39%

WNAE, estación de AM dedicada a la transmisión de noticias, encuentra que la distribución del tiempo que los radioescuchas sintonizan la estación tiene una distribución normal. La media de la distribución es de 15.0 minutos, y la desviación estándar, de 3.5. ¿Cuál es la probabilidad de que un radioescucha sintonice la estación:

a) más de 20 minutos?

$$= \frac{20 - 15}{3.5} = \frac{5}{3.5} \approx 1.43$$

P(Z < 1.43) ≈ 0.9236

P(Z > 1.43) = 1 − 0.9236 = 0.0764

P ≈ 0.0764 = 7.64%

b) 20 minutos o menos?

P(X ≤ 20) = 1 − 0.0764 = 0.9236

$$P \approx 0.9236 = 92.36\%$$

c) entre 10 y 12 minutos?

$$z = \frac{10 - 15}{3.5} = \frac{-5}{3.5} \approx -1.43$$

$$z = \frac{12 - 15}{3.5} = \frac{-3}{3.5} \approx -0.86$$

$$P(Z < -0.86) \approx 0.1949$$

$$P(Z < -1.43) \approx 0.0764$$

$$P(-1.43 < Z < -0.86) = 0.1949 - 0.0764 = 0.1185$$

$$\mathbf{P \approx 0.1185 = 11.85\%}$$

Resumen

a) ≈ 7.64%

b) ≈ 92.36%

c) ≈ 11.85%

La Prueba de Razonamiento SAT (antes conocida como la Prueba de Aptitudes Escolares) es quizás la prueba más amplia y la que más se utiliza para la admisión en las universidades de Estados Unidos. Las puntuaciones se basan en una distribución normal, con una media de 1 500 y una desviación estándar de 300. Clinton College desearía ofrecer una beca honorífica a aquellos estudiantes que obtengan puntuaciones que los coloquen en el 10% más alto. ¿Cuál es la puntuación mínima que se requiere para obtener la beca?

$$P(Z < z) = 0.90 \Rightarrow z \approx 1.28$$

$$X = 1500 + (1.28)(300)$$

$$X = 1500 + 384 = 1884$$

$$\textbf{Puntaje mínimo} \approx \mathbf{1884}$$

Según los datos más recientes disponibles, el costo medio anual para asistir a una universidad privada en Estados Unidos era de $26 889. Suponga que la distribución de los costos anuales se rigen por una distribución de probabilidad normal y que la desviación estándar es de $4 500. Noventa y cinco por ciento de los estudiantes de universidades privadas paga menos de ¿qué cantidad?

$$P(X < k) = 0.95$$

$$z0.95 \approx 1.645$$

$$X = 26889 + (1.645)(4500)$$

$$(1.645)(4500) = 7402.5$$

$$X \approx 26889 + 7402.5 = 34291.5$$

$$\approx \$\mathbf{34,\ 292}$$

El fabricante de una impresora láser informa que la cantidad media de páginas que imprime un cartucho antes de que deba ser reemplazado es de 12 200. La distribución de páginas impresas por cartucho se aproxima a la distribución de probabilidad normal, y la desviación estándar es de 820 páginas. El fabricante desea proporcionar lineamientos a los posibles clientes sobre el tiempo que deben esperar que les dure un cartucho. ¿Cuántas páginas debe indicar el fabricante por cartucho si desea tener 99% de certeza en todo momento?

$$P(X > k) = 0.99 \Rightarrow P(X < k) = 0.01$$

$$z_{0.01} \approx -2.33$$

$$X = 12200 + (-2.33)(820)$$

$$(-2.33)(820) \approx -1910.6$$

$$X \approx 12200 - 1910.6 = 10289.4$$

$$\approx \mathbf{10\,289\ paginas}$$