Tercer Parcial Teoría de Gráficas y Juegos

Oscar Andrés Rosas Hernández [SoyOscarRH@ciencias.unam.mx / 417024956]
Facultad de Ciencias, UNAM, México

1 Problema

Diseña un juego y explica por qué es un juego. Además, da una estrategia ganadora y las reglas

Intentaremos explicar el juego en forma normal, este sera de dos jugadores. Supongamos un natural arbitrario n, Entonces el juego: $G = (S_0, S_1; u_0, u_1)$

Estos representan:

- S_i: El conjunto de las estrategias posibles para el jugador i
- u_i: La funcion de recompensa dadas las estrategias

Pero bueno, intentamos explicar las reglas del juego en palabras sencillas, tenemos a estos dos jugadores y el tablero que inicialmente tendra n elementos, digamos piedras para hacer la cosa mas sencilla de explicar. Cada jugador puede tomar de la pila la cantidad de piedras que quiera excepto:

- En el primer movimiento donde no se pueden tomar todas las piedras
- En movimientos posteriores no se puede retirar la q piedras si es que antes alguna otra jugada habia sido retirar q piedras

.

El primer jugador que se quede sin movimientos validos que hacer pierde.

Por ejemplo veamos varios escenarios: Tenemos 3 piedras.

- Alicia puede tomar 2 piedras
- Beto puede tomar 1 piedra, la toma
- Alicia no puede hacer nada, gana Beto

Tenemos 4 piedras

- Alicia puede tomar 2 piedras
- Beto no puede tomar 2 piedras, asi que toma 1
- Alicia no puede tomar 1, gana Beto

Ahora veamos una estrategia ganadora:

- Si es tu turno, la unica forma de evitar que pierdas en el siguiente turno es evitar que el oponente se lleve todas las piedras disponibles en el tablero y eso solo se puede hacer si es que quedan una cantidad par de piedras, tomas la mitad de las mismas como tu jugada y entonces el oponente ya no tiene una jugada que te haria perder inmediatamente
- Por lo mismo podemos deducir que si tenemos enfrente una cantidad impar de piedras ya no hay estrategia ganadora

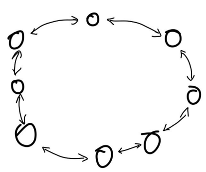
Esta idea la podemos codificar por ejemplo en un programa (haciendo un poco mas eficiente la idea de encontrar cuantas veces un numero de piedras se puede dividir entre dos):

```cpp
inline auto is_even(const int x) -> bool { return x & 1 == 0; }
inline auto is_odd(const int x) -> bool { return x & 1 == 1; }

inline auto doesPlayerOneWin(const int num_balls) -> bool {
  if (is_odd(num_balls)) return false;

  const auto num_of_zeros_at_beginning = static_cast<int>(log2(num_balls & -num_balls));
  return is_odd(num_of_zeros_at_beginning);
}
```

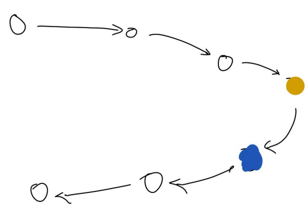
2 Problema

Da un ejemplo (dibuja) de una digráfica de orden 8 que...

- fuertemente conexa
  Sencillo, una grafica fuertemente conexa es aquella en la que dados cuales quiera dos vertices diferentes hay una forma de llegar de uno a otro



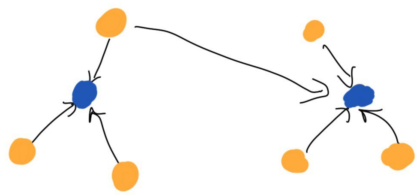
- unilateralmente conexa que no sea fuerte
  Esta esta sencillo, la idea es que dados dos vertices u, v haya una forma de llegar o de u a v o de v a u. Pero tiene que haber al menos un vertices para el que o no se pueda llegar de u a v o que no se pueda llegar de v a u.



  Por ejemplo aqui no podemos llegar del nodo azul al naranja.
- fuerte con pozos
  Esta esta interesante, osea, queremos una digrafica fuertemente conexa pero que al mismo tiempo al menos dos de sus vertices sean pozos. Tomemos esos dos vertices, como suponemos que es fuertemente conexa tiene que haber una forma de llegar de uno al otro y viceversa, pero es que son pozos por lo que el camino no puede empezar en ninguna de ellas, por lo tanto es imposible que exista una grafica que sea fuerte y con pozos a la vez.

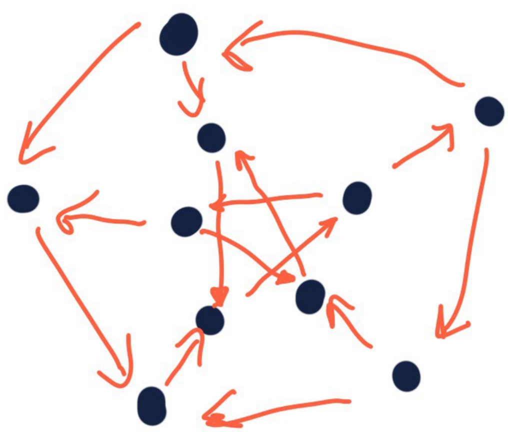
3 Problema

Dibuja una digráfica con dos fuentes



4 Problema

Da (dibuja) una orientación fuerte de la gráfica de Petersen



La idea es hacer que podamos movernos entre la zona interna y la externa que sea como una carretera