Estructuras Discretas

# Tarea 3

## Lógica de predicados

Oscar Andrés Rosas Hernandez

Octubre 2018

# Índice

# 1. 1

- *a*) Para todo $x$ tenemos que pasa $A(x)$ ó $B(x)$ y pero no $A(x)$ y $B(x)$ al mismo tiempo
- *b*) Para todo $x$ tenemos que para toda $y$ se cumple que si $P(x, y)$ entonces $P(y, x)$
- *c*) Para todo $x$ se cumple que si $P(x)$ entonces $Q(x)$
- *d*) Existe alguna $x$ tal que $A(x)$ o para toda $y$ se cumple $B(x, y)$
- *e*) Si pasa que para todo x se cumple $A(x)$ y para toda x se cumple $B(x)$ entonces para todo x se cumple que si $A(x)$ entonces $B(x)$

# 2. 2

- *a*)
  - El alcance del primer para todo es $P(x) \longrightarrow Q(y)$
  - Variable libre: $y$ del primer cuantificador
- *b*)
  - El alcance del primer existe es $A(x) \wedge \forall y, B(y)$
  - El alcance del primer para todoses $B(y)$
  - No hay variables que sean libres para todos los cuantificadores
- *c*)
  - El alcance del primer existe es $\forall y P(x, y) \wedge Q(x, y)$
  - El alcance del primer para todoses $P(x, y)$
  - No hay variables que sean libres para todos los cuantificadores
- *d*)
  - El alcance del primer existe es $\exists x A(x, y) \wedge B(y, z) \longrightarrow A(a, z)$
  - El alcance del segundo existe es $A(x, y) \wedge B(y, z) \longrightarrow A(a, z)$
  - Hay una variable que es libres para todos los cuantificadores: $z$

# 3. 3

- *a*)

$$\exists x(W(x) \land J(x) \land C(x))$$

- *b*)

$$\forall x \neg(W(x) \land J(x) \land C(x))$$

- *c*)

$$\exists x(L(x) \land \forall y(\neg J(y) \longrightarrow \neg A(x,y)) \land \exists y(J(y) \land A(x,y)))$$

- *d*)

$$\forall x(J(x) \longrightarrow \forall y(\neg J(y) \longrightarrow \neg A(x,y)))$$

- *e*)

$$\forall x(\neg J(x) \longrightarrow \forall y(J(y) \longrightarrow \neg A(x,y)))$$

- *f*)

$$\forall x((L(x) \land W(x)) \longrightarrow \exists y(J(y) \longrightarrow A(x,y)))$$

# 4. 4

- *a*) Todos los alumnos de esta clase tienen más de 18 años
  - $universo$ = alumnos de esta clase
  - $p(x)$ = x tiene mas de 18 años

  $\forall x p(x)$

- *b*) Todo el que plagia el trabajo ajeno es un inepto. Es sabido que los expertos en programación no son ineptos y que algunos expertos en programación dominan las técnicas de la programación paralela. Por tanto, algunos de los que dominan las técnicas de la Programación Paralela, no plagian el trabajo ajeno.
  - $p(x)$ = x plagia el trabajo ajeno
  - $q(x)$ = x es un inepto
  - $r(x)$ = x es un experto en programación
  - $z(x)$ = x domina las técnicas de la programación paralela

  $$\begin{array}{l} \forall x(p(x) \;\Rightarrow\; q(x)) \\ \forall x(r(x) \;\Rightarrow\; \neg q(x)) \\ \exists x(r(x) \wedge z(x)) \\ ------------ \\ \exists x(z(x) \wedge \neg p(x)) \end{array}$$

- *c*) Todo estudiante que deja la adquisición de conocimientos sobre la materia para la semana antes del examen, tiene una disculpa interesante. Hay estudiantes aburridos interesantes. Así pues, de lo dicho se concluye que no hay quien, preocupándose de adquirir conocimientos sobre una materia durante todo el curso, sea aburrido.
  - universo = estudiantes
  - $p(x)$ = x deja la adquisición de conocimientos sobre la materia para la semana antes del examen
  - $q(x)$ = x tiene una disculpa interesantes
  - $r1(x)$ = x es aburrido
  - $r2(x)$ = x es interesante
  - $z(x)$ = x se preocupa de adquirir conocimientos sobre una materia durante todo el curso

  $((\forall x(p(x) \longrightarrow q(x))) \wedge (\exists x(r1(x) \wedge r2(x)))) \longrightarrow (\forall x \neg(z(x) \longrightarrow r1(x)))$

# 5. 5

Conste que dice determine, no pruebe :v

- *a*) Esta bien la negación.

  Y de hecho la negación es la correcta, toma $x = -1$, $y = 0$ entonces $1 > 0$ y $-1 \leq y$

- *b*) Esta mal la negación.

  Para todos los números reales x, y se cumple que o bien $x, y$ no son ambos racionales o bien $x + y$ es racional.

  Ahora, por cerradura de los racionales, suma de racionales se queda en los racionales, por lo tanto es la negación la que es correcta

- *c*) Muy buena negación, esta bien.

  Y si, igual, por propiedades de los reales, cualquier real que no sea el cero tiene un inverso multiplicativo.

- *d*) Casi estaba bien la negacion: El producto de cualesquiera dos números enteros impares es par

  Ahora, sea $x = 2q+1$ y $y = 2q'+1$ entonces su suma se ve como $x+y = 2(q+q'+1)$ Por lo tanto, es la negación la que esta bien

# 6. 6

Consideremos nuestro universo el { 0 } y a R(x, y) como que x es igual y.

Entonces esta claro que existe una R(0, 0) es verdad, por lo tanto $\neg R(0,0)$ es falso y eso implica lo que sea.

Por otro lado para $P2$ tenemos que $\neg R(0,0)$ no es igual que $R(0,0)$

# 7. 7

- F(p) es Ïmpresora p esta fuera de servicio"
- B(p) es Ïmpresora p está ocupada"
- L(j) es "Trabajo de impresión j esta perdido"
- Q(j) es "Trabajo de impresión esta en cola"

Entonces:

- *a*) Existe alguna impresora $p$ tal que si $p$ esta fuera de servicio y $p$ esta ocupada implica que existe algun trabajo de impresion que esta perdido.
- *b*) Para toda impresiora $p$ si la impresora esta ocupada implica que existe algún trabajo que esta en la cola de impresión.
- *c*) Si existe algún trabajo de impresión $j$ tal que si $j$ esta en la cola y $j$ esta perdido entonces existe alguna impresora que esta fuera de servicio.
- *d*) Si toda impresora esta ocupada y todo trabajo esta en la cola entonces existe algun trabajo perdido

# 8. 8

Ahora si las preguntas:

- a) $\exists x O(x)$

  Sea x $=3$, y $3=2+1$, por lo tanto es impar

- b) $\forall x(L(x) \Rightarrow O(x))$

  Sea x $=4$, entonces, es menor que 10, pero esto no implica que sea impar

- c) $\exists x(L(x) \wedge G(x))$

  No, no hay número entero entre el 9 y el 10, pues tiene que cumplir que $9 < x < 10$.

- d) $\forall x(L(x) \vee G(x))$

  Si $x < 10$ entonces cumple $L(x)$ Si $x = 9$ entonces cumple $L(x)$ Si $x > 9$ entonces cumple $G(x)$

  Por lo tanto es verdad

- e) $\forall x(\exists y)(x + y = x)$

  Si, sea $y = 0$, por construcción de los enteros, existe el cero, que justo cumple eso, ser el neutro aditivo

- f) $\exists y(\forall x)(x + y = x)$ Eso es cierto toma $y = 0$, entonces su suma con otro entero siempre da el otro entero

- g) $\forall y(\exists x)(x + y = 0)$

  Sea $x = -y$ entonces sin importar cual sea la $x$ $x + y = 0$, es el inverso aditivo y todo entero tiene

- h) $\exists y(\forall x)(x + y = 0)$

  falso

- i)$\forall x(\forall y)(x < y \vee y < x)$

  No, sea $x = y$, entonces ya es falso

- j) $\forall x(x < 0 \Rightarrow (\exists y)(y > 0 \wedge x + y = 0))$

  Si, es otra forma de decir que existe el inverso aditivo

# 9. 9

- En el a)
    - Para que sea verdadero considera a los estudiantes inscrito a la materia
    - Para que sea falso considera a los estudiantes de la UNAM
- En el b)
    - Para que sea verdadero a todos las personas en una discoteca VIP en USA (donde se bebe hasta los 21)
    - Considera a los estudiantes de la UNAM (incluyendo al niño genio)
- En el c)
    - Considera el universo a mi y a mis dos hermanos
    - Considera a un grupo de amigos de la universidad
- En el d)
    - Considera a mi a mis primos
    - Considera a un grupo de amigos de la universidad

## 10. 10

- a)

$$\begin{aligned} \neg\forall x\forall y P(x,y) &= \exists x\neg\forall y P(x,y) \\ &= \exists x\exists y\neg P(x,y) \end{aligned}$$

- b)

$$\begin{aligned} \neg\forall y\forall x(P(x,y)\vee Q(x,y)) &= \exists y\neg\forall x(P(x,y)\vee Q(x,y)) \\ &= \exists y\exists x\neg(P(x,y)\vee Q(x,y)) \\ &= \exists y\exists x(\neg P(x,y)\wedge\neg Q(x,y)) \end{aligned}$$

- c)

$$\begin{aligned} \neg(\exists x\exists y\neg P(x,y)\wedge\forall x\forall y Q(x,y)) &= (\neg\exists x\exists y\neg P(x,y))\vee(\neg\forall x\forall y Q(x,y)) \\ &= (\forall x\forall y P(x,y))\vee(\exists x\exists y\neg Q(x,y)) \end{aligned}$$

- d)

$$\begin{aligned} \neg\forall x(\exists y\forall z)P(x,y)\wedge\exists z\forall x,yP(x,y,z) &= \exists x\neg(\exists y\forall z)P(x,y)\wedge\exists z\forall x,yP(x,y,z) \\ &= \exists x(\forall y\neg\forall z)P(x,y)\wedge\exists z\forall x,yP(x,y,z) \\ &= \exists x(\forall y\exists z)\neg P(x,y)\wedge\exists z\forall x,yP(x,y,z) \end{aligned}$$

- e)

$$\begin{aligned} \neg\forall y\exists x P(x,y) &= \neg\forall y\exists x P(x,y) \\ &= \exists y\neg\exists x P(x,y) \\ &= \exists y\forall x\neg P(x,y) \end{aligned}$$