Estructuras Discretas

Tarea 1

Lógica proposiconal

Oscar Andrés Rosas Hernandez

Septiembre 2018

Índice

1. 1

Sea la gramatica:

- $S ::= C$
- $C ::= ACB \mid d$
- $A ::= b \mid aaBB \mid aA$
- $B ::= dcd$

Ahora generemos 4 expresiones que tengan al menos 7 símbolos terminales:

- $$\begin{array}{l} S \\ C \\ A \quad\quad B \;\; C \\ aaBB \quad B \;\; C \\ aaBB \quad dcdC \\ aaBB \quad dcdC \\ aaBB \quad dcdd \\ aadcddcddcdd \end{array}$$

- $$\begin{array}{l} S \\ C \\ A \quad\quad B \;\; C \\ aaBB \quad B \;\; C \\ aaBB \quad dcdC \\ aaBB \quad dcdC \\ aaBB \quad dcdA \quad\quad B \quad C \\ aadcddcddcdaaBB \quad dcdd \\ aadcddcddcdaadcddcddcdd \end{array}$$

- $$S$$
  $$C$$
  $$A \quad B \; C$$
  $$aA \quad B \; C$$
  $$aaaBB \quad dcdC$$
  $$aaaBB \quad dcdC$$
  $$aaaBB \quad dcdA \quad B \quad C$$
  $$aaadcddcddcdaaBB \quad dcdd$$
  $$aaadcddcddcdaadcddcddcdd$$

- $$S$$
  $$C$$
  $$A \quad B \; C$$
  $$aA \quad B \; C$$
  $$aaaBB \quad dcdC$$
  $$aaaBB \quad dcdC$$
  $$aaaBB \quad dcdA \quad B \quad C$$
  $$aaaBB \quad dcdA \quad aA \; C$$
  $$aaadcddcddcdaaaBB \quad dcdd$$
  $$aaadcddcddcdaaadcddcddcdd$$

2. 2

Sea la cadena $aadcddcdabaadcddcddcddcddcd$

Entonces veamos su derivación:

$$\begin{aligned} aadcddcdabddcddcd \\ aaBdcdabddcddcd \\ aaBBbdBB \\ aaBBACBB \\ AACBB \\ ACB \\ C \end{aligned}$$

Ahora, por el otro lado veamos la cadena b). Sea la cadena $aadcddcdabaadcddcddcddcddcd$, intentemos su derivación:

$$\begin{aligned} aadcddcdabaadcddcddcddcddcd \\ aaBBabaaBBBBB \\ aaBBabABBB \\ aaBBaCABBB \\ AaCABBB \end{aligned}$$

Por lo tanto, no, no esta bien formada.

3. 3

Suponiendo que tengamos las 10 reglas que conocemos:

- $S ::= E$
- $E ::= var$
- $E ::= const$
- $E ::= \circ E$
- $E ::= E * E$
- $E ::= (E)$

Para crear expresiones como $min(2, a + b, \ldots, 5)$
Lo que nos falta es añadir las siguientes reglas:

- $E ::= *(X)$
- $X ::= E$
- $X ::= E, E$

4. 4

En las fotos

5. 5

- $S ::= E$
- $E ::= 1$
- $E ::= 0$
- $E ::= 1E$
- $E ::= 0E$

6. 6

Proposiciones atomicas:

- El lago Ness esta en Irlanda
- Esta tarea fue hecha hace 5 minutos
- Una nebulosa planetaria existe en nuestro sistema solar

Proposiciones no atomicas:

- El lago Ness esta en Irlanda e Irlanda es un país
- Esta tarea fue hecha hace 5 minutos ó hace una hora
- Una nebulosa planetaria existe en nuestro sistema solar ó una estrella existe en el sistema solar

7. 7

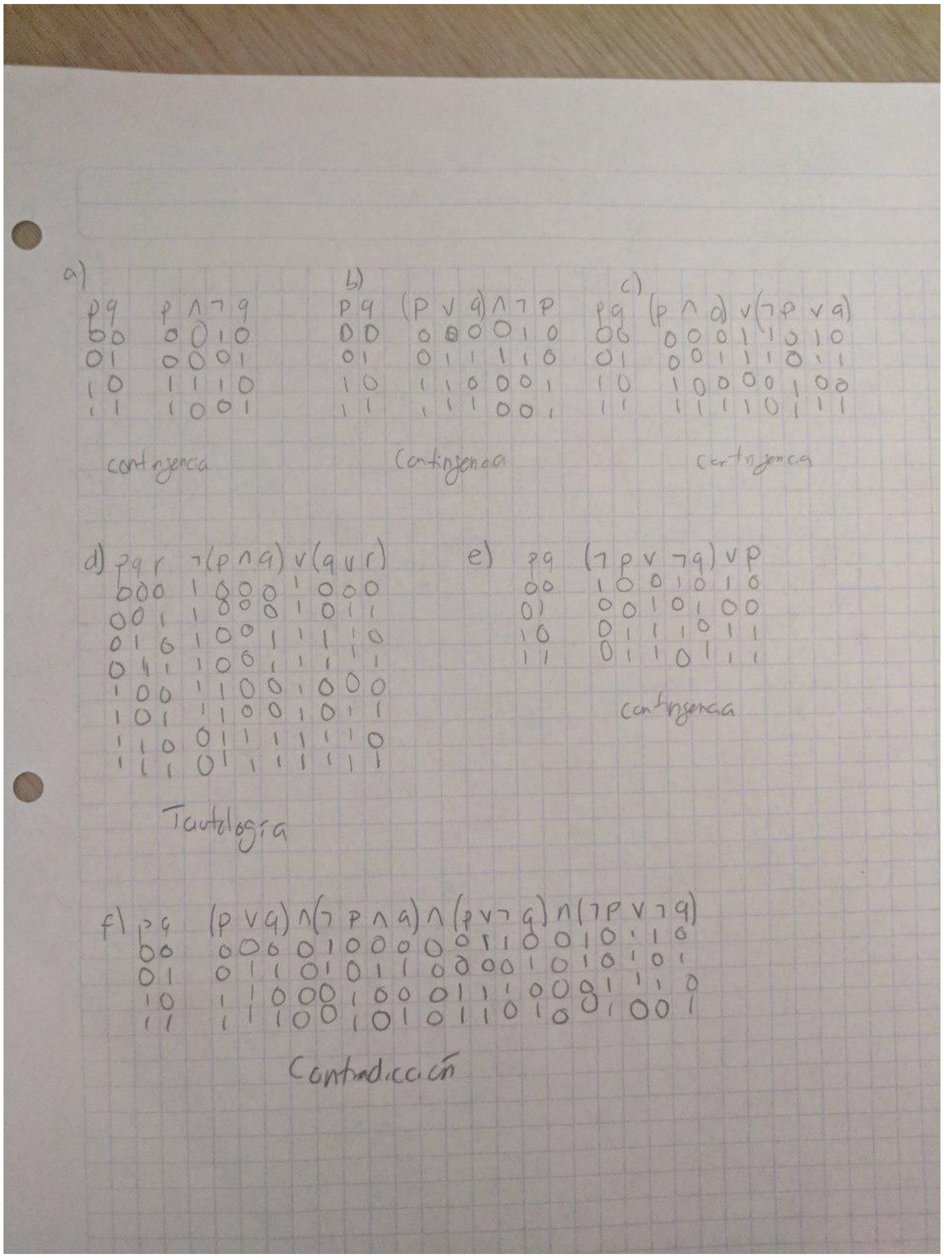
- a. Proposición. $2 + 5 \neg 19$
- b. No
- c. Proposición. Para ningun entero positivo, n se cumple que $19340 = n * 17$
- d. Proposición. Audrey Meadows no fue la Alicia original en The Honeymooners
- e. No
- f. La frase 'hazlo de nuevo, Sam' no aparece en la pelicula casablanca
- g. Existe algun entero par mayor que cuatro que no es la suma de dos primos
- h. No

8. 8

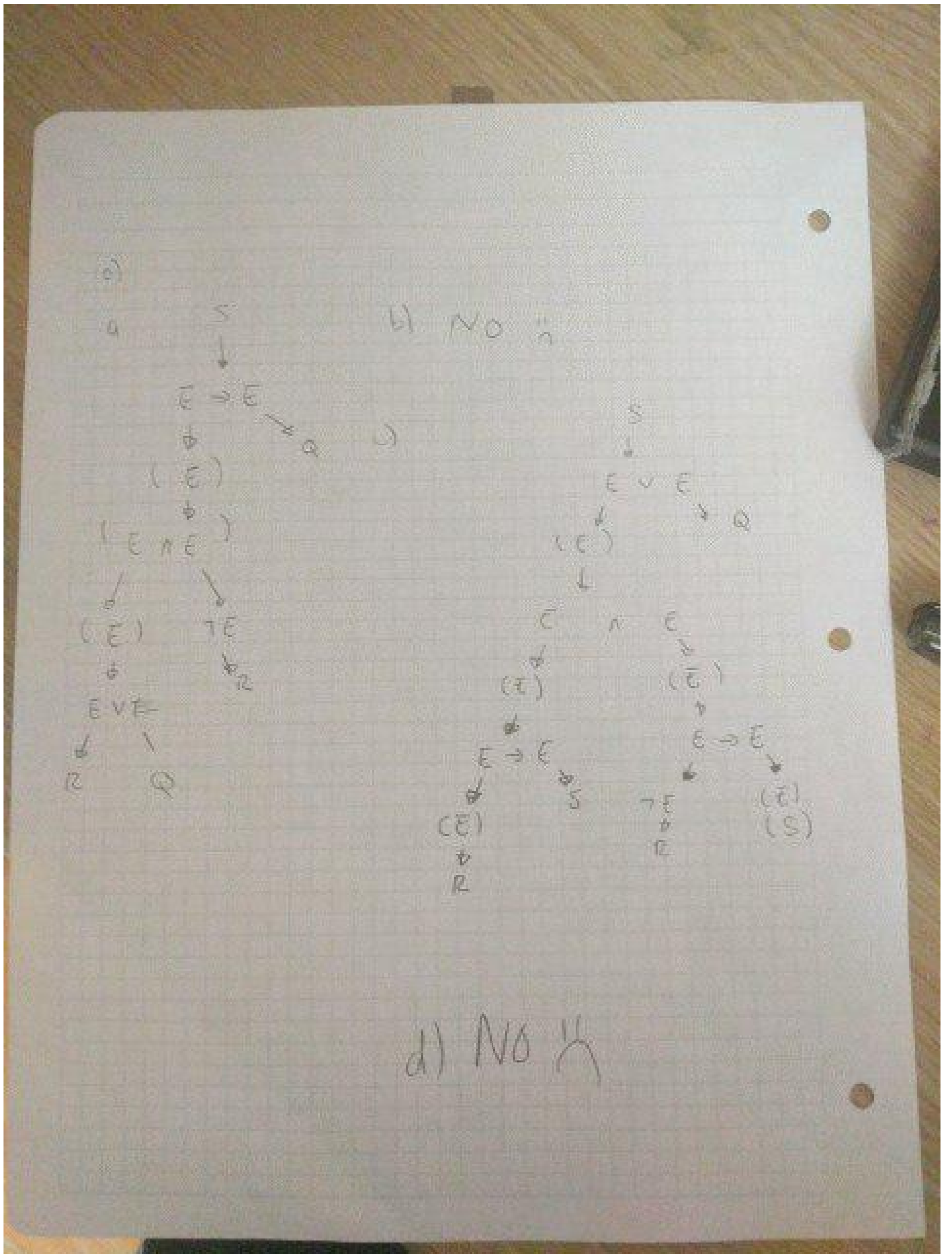
Sea $p = r = F$ y $q = V$

- a)
$$\begin{aligned} p \lor q \\ F \lor V \\ V \end{aligned}$$
- b)
$$\begin{aligned} \neg p \lor q \\ \neg F \lor V \\ V \lor V \\ V \end{aligned}$$
- c)
$$\begin{aligned} \neg(p \lor q) \land \neg p \\ \neg(V) \land \neg p \\ F \land \neg p \\ F \end{aligned}$$
- d)
$$\begin{aligned} \neg p \lor \neg q \\ \neg F \lor \neg q \\ V \lor \neg q \\ V \end{aligned}$$
- e)
$$\begin{aligned} \neg p \lor \neg(q \land r) \\ \neg F \lor \neg(q \land r) \\ V \lor \neg(q \land F) \\ V \lor \neg F \\ V \lor V \\ V \end{aligned}$$
- f)
$$\begin{aligned} (p \lor \neg r) \land \neg((q \lor r) \land \neg(r \lor p)) \\ (p \lor V) \land \neg((q \lor r) \land \neg(r \lor p)) \\ V \land \neg((q \lor r) \land \neg(r \lor p)) \\ V \land \neg(V \land \neg(r \lor p)) \\ V \land \neg(V \lor V) \\ V \land F \\ F \end{aligned}$$

9. 9


a)
contingencia
b)
contingencia
c)
contingencia
d)
Tautología
e)
contingencia
f)
Contradicción

10. 10



11. 11

Sea p: Hoy es lunes, q: Está lloviendo, r: Hace calor

Entonces:

- $p \vee q$: Hoy es lunes ó está lloviendo
- $(p \wedge q) \wedge \neg(r \vee p)$: Hoy es lunes y está lloviendo ó no pasa que hace calor ó es lunes
- $(p \wedge (q \vee r)) \wedge (r \vee (q \vee p))$:

  Hoy es lunes y pasa que esta lloviendo o hace calor, y , hace calor o pasa que esta lloviendo o hoy es lunes
- $\neg p \wedge (q \vee r)$: No es cierto que hoy es lunes y o esta lloviendo o hace calor

12. 12

No la violo, pongamos la ley como: No se permite que una persona $p \wedge q$.

Donde p es tener mas de 3 perros y q es tener mas de 3 gatos. Ahora podemos que ver p es cierta pero q no, por lo tanto $p \wedge q$ es falso, por lo tanto no rompio la ley.

13. 13

$$
\begin{aligned}
P \longrightarrow (Q \longrightarrow R) &\Leftrightarrow \neg(Q \longrightarrow R) \longrightarrow \neg P \\
&\Leftrightarrow \neg(\neg Q \vee R) \longrightarrow \neg P \\
&\Leftrightarrow (Q \wedge \neg R) \longrightarrow \neg P \\
&\Leftrightarrow (\neg R \wedge Q) \longrightarrow \neg P
\end{aligned}
$$

14. 14

Provemos por tabla de verdad:

p	q	r	(p $\Leftrightarrow$ q)	$\Leftrightarrow$	r
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Y ve que es igual a:

p	q	r	p	$\Leftrightarrow$	$(q \Leftrightarrow r)$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Por otro lado, veamos un contraejemplo para el otro problema, nota que si $p = F$, $q = V$ y $r = F$ entonces $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ es falso pero $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ es verdadero, por lo tanto la implicación no es asociativa.

15. 15

Provemos por tabla de verdad:

p	q	(p ∧ q)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

y:

p	q	(q ∧ p)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Por otro lado, veamos un contraejemplo para el otro problema, nota que si $p = F$, $q = V$ entonces $p \Rightarrow q$ es verdadero pero $q \Rightarrow p$ es falso.

16. 16

- Pasemos de: $R \vee S \Rightarrow R \Rightarrow Q \wedge S \Rightarrow Q$ pasa a ser:
  $(((R \vee S) \Rightarrow R) \Rightarrow (Q \wedge S)) \Rightarrow Q$
- Pasemos de: $R \vee Q \Leftrightarrow \neg R \Rightarrow Q$ pasa a ser:
  $(R \vee Q) \Leftrightarrow ((\neg R) \Rightarrow Q)$

17. 17

El or exclusivo se peude imitar como $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ veamos una tabla de verdad:

p	q	(p ∨ q)	∧	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0