

# 杂题杂讲

吴戈

2023.12.12

## ARC132E

长为  $n$  的字符串，每个地方可能是  $<>$ .

每次随机一个  $.$  的地方，然后等概率向左向右。直到走出边界或者走到  $.$ 。路上会留下相同方向的符号。

问最后期望  $<$  的个数有多少。

$$n \leq 10^5$$

## CF1610H

给定一个  $n$  个点的树，以及  $m$  条链。你需要选取尽可能少的点，使得对于每一条链  $(x_i, y_i)$ ，都存在一个被选的  $z$  点，使得链上到  $z$  距离最短的点既不是  $x_i$  也不是  $y_i$

$$n, m \leq 3 \times 10^5$$

## CF704C

给定  $m$  个布尔变量  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , 以及  $n$  个形如  $x_i$  或者  $x_i \text{ or } x_j$  的布尔表达式, 其中规定  $x_{-i} = \neg x_i$ 。并且, 保证  $x_i$  和  $x_{-i}$  在所有的布尔表达式中一共只会出现最多两次。

请你求出, 在一共  $2^m$  种布尔变量取值的情况下, 有多少种情况, 使得所有布尔表达式的值的异或为 1。此处认为, True 为 1, False 为 0。

由于结果可能过大, 请输出答案模  $10^9 + 7$  的结果。

$1 \leq n, m \leq 10^5$ 。

## CF839E

给一个  $n$  个结点的邻接矩阵, 分配点权  $s_i$  使得  $\sum s_i = k$  且要最大化  $\sum_{(u,v) \in E} s_u \times s_v$ 。

$n \leq 40, k \leq 1000$ 。

## CF1253F

$n$  个点,  $m$  条边。其中有  $k$  个充电中心。机器人的电量上限为  $c$ , 走一条边权为  $w$  的边, 电量变成  $c - w$ 。需保证路途电量非负。

在充电中心可以把电充满。 $q$  次询问从  $a$  到  $b$  需要的最少电量上限  $c$ 。保证  $a, b$  都是充电中心。

$$n \leq 10^5, m, q \leq 3 \times 10^5, w \leq 10^9$$

## CF1446D2

给一个长为  $n$  的序列，求最长的子段使得众数种类有至少两个，输出这个长度。

$$n \leq 2 \times 10^5, a_i \leq n。$$

## CF1718D

给定一个排列  $p$  和一个序列  $a$ ，若  $a_i = 0$  表示这个位置缺失元素。这样的位子有  $k(k \geq 2)$  个。现在给出  $k-1$  个数，每次询问给出一个数  $d$ ，问是否存在一种把这  $k$  个数填入  $a$  的方法，使得  $a$  和  $p$  所有子区间最大值的位置一一对应。

$$n, q \leq 3 \times 10^5, a_i, d \leq 10^6$$



## ARC141C

对于一个由  $n$  个 ( 和 ) 组成的字符串  $S$ 。

给出长为  $2n$  的排列  $P, Q$  , 其中  $P$  是字典序最小的排列满足  $S_{P_1}S_{P_2}\dots$  是合法括号串;  $Q$  是字典序最大的排列。

请求出  $S$  或报告无解。

$$N \leq 2 \times 10^5$$

## CF1603E

一个序列是好的当且仅当集合最大值乘上集合最小值大于等于集合元素的加和；

一个序列是完美的，当且仅当这个序列的任何子序列都是好的 (包括自己不包括空集)；

你要求的是一个长度为  $n$  的并且每一个元素都大于等于 1 并且小于等于  $n + 1$  的完美序列的个数对质数  $m$  取膜。

$1 \leq n \leq 200, 10^8 \leq m \leq 10^9$ 。

## CF1208H

给定一棵  $n$  个节点的树，然后给定一个数  $k$ 。

每个叶子节点的颜色都是红 (0) 或蓝 (1)，

对于非叶子节点  $u$ ，若儿子  $v$  满足

$\sum (color_v = 1) - \sum (color_v = 0) \geq k$  那么这个点就是蓝色。否则是红色。

需要你维护三种操作：

- 输出点  $v$  的颜色。
- 把节点  $v$  的颜色改为  $c$ 。
- 把当前的  $k$  改为  $h$ 。

$$n, q \leq 10^5, -n \leq k \leq n$$

## ARC154E

给定长为  $n$  的排列  $p$ , 重复如下操作  $m$  次:

选定  $1 \leq i \leq j \leq n$ , 翻转区间  $[i, j]$ 。

对于所有方案, 计算  $\sum_{i < j} [P_i > P_j](j - i)$  的和。

$n, m \leq 2 \times 10^5$ 。

## ARC135D

给一个  $n \times m$  的网格，每个格子有一个整数  $A_{i,j}$ ，执行下面操作任意次

选择一个  $2 \times 2$  的矩形同时加上一个数

最终使得所有格子绝对值和最小

$$2 \leq n, m \leq 500, |A_{i,j}| \leq 10^9$$

## ARC149E

给定  $n, m, k$  , 求有多少个长度为  $n$  的序列  $A$  , 经过以下  $k$  次操作后为  $B$  。  $B$  是排列。

对于第  $i$  次操作 ( $i \in [0, k - 1]$ ) , 对  $A_{i \% n} \dots A_{(i+m-1) \% n}$  排序。

$$n \leq 3 \times 10^5, k \leq 10^9$$

Thank you

Thanks for your listening!