SISTEMAS NUMERICOS		
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024	
AUTUR. LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos	

#### 1. Introducción.

Los símbolos numéricos, o como se llaman popularmente – los números – fueron creados para facilitar la operación primaria de contar. Así utilizaron diversas maneras aplicando elementos que tenían a su disposición, como ser piedras pequeñas o guijarros, nudos en cuerdas marcas en árboles o maderas y lo que se les ocurriese pero teniendo siempre en cuenta que servían para cantidades pequeñas. Para cantidades más grandes se necesitó de un sistema diferente y fundamentalmente que fuese más práctico.

A los sistemas anteriores como ser el maya, el egipcio, o el griego, a los que también se les ha llamado sistemas de intercambio (a los que también podemos llamar primitivos o prehistóricos), empleaban un conjunto de símbolos que si bien eran conocidos y útiles para lo que lo habían creado, no resultaban eficientes para la relación de diferentes tribus o pueblos.

Parece ser que el método más utilizado fue el decimal por ser diez los dedos de las manos, esto no es seguro aunque tenga cierta lógica, y que ese método unificó criterios.

La invención de los símbolos numéricos que hoy conocemos se debe a los hindúes aunque todo el mundo piensa que fueron los árabes, pero ellos solo lo llevaron a Europa, que además fijaron las posiciones relativas de los mismos sobre los que se basa el actual sistema numérico decimal y aprovechemos para aclarar que éste es la base sobre la cual se desarrollan los demás sistemas.

Todos estamos familiarizados con las caras de la gente que conviven con nosotros, pero muy pocas veces, y es posible que por el continuo roce con ellas, somos conscientes de los detalles de los rasgos faciales y si los miramos con detalle nos asombraríamos de todas las cosas que no vemos a diario.

Cuando utilizamos los números nos pasa algo similar porque las características generales que las componen nos pasan desapercibidas.

Por último el uso de las computadoras, para los especialistas en las mismas, implica el conocimiento de diferentes sistemas numéricos, como ser decimal, binario, octal y hexadecimal, pero con el avance continuo es mejor saber cualquier sistema numérico.

#### 1.1. Un poco de historia.

La revolución se produce cuando nace una nueva forma de agrupación a lo que se llama base. Es muy simple ingresar al concepto de base porque éste surgió del uso y la costumbre.

Como es esto, muy fácil. Se contaba con los dedos haciendo rayas, cuando se acababan los dedos se hacia un marca distinta y se volvía a empezar. Resumiendo se agrupaban por decenas, luego se hicieron agrupaciones más grandes y así sucesivamente, el resto ya lo conocen.

SISTEMAS NUMERICOS		
ALITOD: Lie LAV/IED VASTAC	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos	

Por ejemplo es muy común en los juegos de carta hacer palotes que representan los puntos que se van obteniendo a medida que transcurre el juego. También es muy común agruparlos con una barra cruzada cada un número determinado de palitos. En nuestro juego de cartas "El Truco" hacemos palitos y los agrupamos de a cinco, en este caso estaríamos ante un sistema con base 5, como se muestra en la figura.



Notemos que hacemos una marca diferente cuando se alcanza la cantidad de números que representa a la base y podríamos hacer otras marcas cuando es dos veces la base, o diez veces la base o de la forma que quisiéramos y para eso tenemos un ejemplo de la antigüedad. La numeración babilónica usaba 10 y 60 como bases y la numeración maya usaba 20 y 5. Ahora bien, si hacemos marcas para diferenciar los diferentes valores de la cadena hagamos marcas poco complejas, no nos compliquemos la vida.

El éxito se alcanzó cuando se llegó al concepto de cero y se pudo expresar su símbolo (ausencia de ángulos), porque permitió representar los grandes números y fundamentalmente la forma de realizar las operaciones matemáticas.

#### 2. Definición.

Como en todos los casos hay varias definiciones sobre los sistemas de numeración o sistemas numéricos pero la que más nos gusta es la siguiente:

> Conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para la representación de cantidades [ALC91]<sup>1</sup>

# 3. Características generales.

Cuando hablamos de las características generales queremos expresar lo siguiente:

Todos los sistemas numéricos están representados por un conjunto de símbolos a los que llamamos dígitos.

Cualquier carácter conocido o por conocer puede ser la representación de un número o un valor para el sistema numérico que se trate. Sólo basta, por definición o convención, determinar cual es el valor del mismo; cuantas veces contiene a la unidad.

Se llama base (b) de un sistema numérico al número que la representa.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Página 14

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Por eso podemos decir que la base 10 representa al sistema decimal, la base 2 representa al sistema binario, la base 8 al sistema octal, la base 16 al hexadecimal y así sucesivamente. Toda cadena responde a una base.

 Todos los sistemas numéricos comienzan con el símbolo 0 (cero).

El símbolo conocido como cero no tiene valor por si mismo a no ser que sea precedido por otro número de la cadena, sin embargo es útil la utilización de los mismos para completar el tamaño de otros números porque para algunas operaciones matemáticas (como por ejemplo en la utilización de complementos) pueden tener importancia. Por otro lado es por convención que el valor 0 (el primero del a cadena) ubicado a la izquierda de un número no tenga significado. Otra cosa sumamente importante para la gente de computación es que siempre se empieza a contar desde cero y no desde uno como hacemos en la vida real

• El tamaño de la cadena es igual a la base menos 1 (b-1).

En el sistema decimal (base 10) el máximo número de la cadena es 9 (10-1). En el sistema binario (base 2) el máximo número es 1 (2-1). En el sistema octal (base 8) el máximo número es 7 (8-1).

• Se llama cadena a los símbolos que representan al sistema numérico al que nos refiramos (0.....b-1).

Si tomamos, para determinar el ejemplo, el sistema decimal los números 0, 1, 2, 3 etc. forman parte de la cadena.

Los números tienen un lugar en la cadena y este es fijo.

La cadena debe tener por lo menos dos símbolos o dígitos (por ejemplo: binario tiene 0 y 1).

La cadena es finita, es decir, tiene un comienzo y un fin.

• Posición en la cadena.

Cuando combinamos dos o más números estos tienen un valor relativo que está marcado por la ubicación de los mismos, esto es porque toda posición en la cifra es una potencia de la base. El valor queda establecido por la posición, siendo el de mayor valor el de la extrema izquierda y el de menor valor el de la extrema derecha, los cuales reciben el nombre de más significativo y menos significativo respectivamente.

 El incremento del valor de cada símbolo dependerá de la base del mismo elevada al valor de la posición menos 1, para cada posición distinta de la unidad.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Uffff!!!! Parece sumamente confuso pero es muy simple.

Manos a la obra: la posición extrema derecha es la primera posición de la cifra. Si contamos empezando de 1(uno) y le restamos 1 (uno) da 0 (cero). No es difícil. Todo número elevado a la potencia 0 (cero) es igual a 1(uno) y es por eso que la unidad del sistema decimal varía de uno en uno. (Ahhh era eso). La segunda posición varía de acuerdo a la base a la que nos referimos: Si es decimal entonces será de 10 en 10 y si es binario de 2 en 2 y así sucesivamente.

#### Todas las bases son representadas por la cifra 10.

Es un dato curioso. Si empezamos por el sistema decimal el número 10 es más que obvio, pero si vemos el sistema binario notaremos que el 2, su base, es 10 (se lee uno, cero y no diez) y así sucesivamente y esto es porque como hemos llegado al final de la cadena tenemos que volver a empezar y para esto necesitamos dos dígitos. Se entendió!!!!!!!!!!!!!!!

## 4. Tipos de sistemas numéricos.

No hay una clasificación estándar sino que se emplean muchos nombres de acuerdo al lugar en el que se realice el ordenamiento.

Pero más o menos la mayoría opina que la mejor forma es clasificar por la posición del número en la cadena.

Entonces tenemos dos grupos: los aditivos y los posicionales.

#### 4.1. Aditivos.

En este caso, los símbolos se agrupan sin importar el orden.

Algunos ejemplos de este tipo de sistemas son la egipcia, sumeria, hitita, cretense, azteca, romana y las alfabéticas de los armenios, judíos, griegos y árabes, como podemos ver corresponde a las culturas más antiguas de la civilización. Esta escritura es muy compleja y no logró generar operaciones matemáticas porque no tenían orden de escritura y todo era válido. Muy difícil de aprender y solo lo consiguieron las más avanzadas.

### 4.2. Posicionales.

En contraposición a la anterior pocas civilizaciones antiguas lograron este sistema de numeración. De hecho solo tres civilizaciones lo utilizaron como ser la babilónica, los mayas y los chinos.

Se les llama posicional porque un mismo símbolo cambia su significado de acuerdo a la *posición* que ocupe en el número, depende de cual sea su valor relativo en una determinada cifra. Así por ejemplo el número 5 puede ser 50 (cincuenta) si ocupa la segunda posición o 500 (quinientos si ocupa la tercera y así sucesivamente).

Versión 3.1	Página 4

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

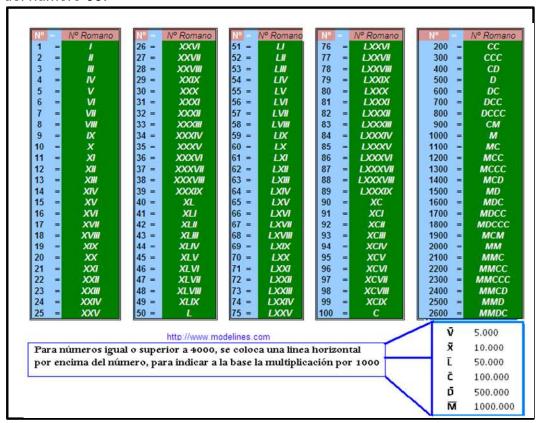
## 4.3. Semi posicionales.

En este caso es una mezcla. Los números pueden escribirse de acuerdo a una regla establecida, pero todos tienen su significación independientemente de cómo lo escribamos. Parece un lío pero o lo es.

El sistema de numeración romano tiene para cada grupo de números su significado por ejemplo X=10 I=1 V=5 y siempre tiene ese valor, no importa que posición tengan tal el caso 4=IV el uno vale uno y el cinco vale cinco. Pero observemos la regla que cumple si el símbolo que representa a un número menor esta a la izquierda de un símbolo que representa a un número mayor le resta a este pero si está a la derecha lo suma (como el caso del 6=VI).

La que vimos es una regla básica, pero hay otra un poco más compleja.

Si queremos escribir el número 99 este procedimiento no es válido IC lo cual leído a la luz de la primera regla sería 1 – 100, pero no es así. Para abreviar les muestro una tabla gentileza de modelines.com y verifiquen la escritura del número 99.



#### 5. Las diferentes bases.

La evolución de los sistemas numéricos determinó la aparición de sistemas de diferentes bases las cuales se utilizan para funciones específicas (como

Versión 3.1	Página 5

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

por ejemplo el sistema binario en computación), pero todos cumplen con las especificaciones generales de los sistemas numéricos y si nosotros nos vemos en el futuro con la necesidad de definir un nuevo sistema numérico, debemos basarnos en esas características generales.

Entonces podemos afirmar que un sistema de numeración con una base K requiere de K símbolos diferentes para poder representar los dígitos del 0 a K-1.

Vamos a ejemplificar esas características generales:

Todos los sistemas tienen tantos dígitos como lo indica la base:

El sistema decimal tiene como base 10 y los símbolos son 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9

El sistema binario tiene como base 2 y los símbolos son 0-1

El sistema octal tiene como base 8 y los símbolos son 0-1-2-3-4-5-6-7

El sistema hexadecimal tiene como base 16 y los símbolos son 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-A-B-C-D-E-F

Si contamos los sistemas indicados veremos que la cantidad de dígitos concuerda con la base.

Cuando termina de escribirse la cadena, ésta vuelve a empezar ocupando una nueva posición en la cifra.

Toda posición de la cadena responde a la potencia de la base.

Hagamos un ejemplo utilizando para nosotros la base 10 que es la que realmente conocemos.

Si utilizamos el número 5432 la descomposición del número es:

$$5 \times 10 3 = 5000$$
 $4 \times 10 2 = 400$ 
 $3 \times 10 1 = 30$ 
 $2 \times 10 0 = 2$ 
 $5432$ 

Esto quiere decir que la cadena de la se compone el sistema se repite de la siguiente manera:

La primera posición (que en el sistema decimal llamamos la unidad) se repite de acuerdo a la base elevada a la potencia cero y como sabemos ésta es 1 por lo tanto

La segunda posición es la base elevada a la 1 lo cual nos da el valor de la base, que en el sistema decimal llamamos decena, pero que es un nombre exclusivo para esta base. En las demás no existe. En el sistema decimal se repite 10 veces.

000000000-1111111111-222222222 etc. 00-01-02-03-04-05-06-07-08-09-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19 etc.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

La tercera posición es 2 veces la base, la cuarta es 3 veces y así sucesivamente. Esto demuestra que la tercera posición, en el sistema decimal, se repite cien veces el mismo número antes de cambiar, es decir, cien veces el cero antes de pasar al uno, cien veces el uno antes de pasar al dos y más.

En el sistema binario la primera posición se repetirá 2 veces la segunda 4, la tercera 8 y sigue la cuenta.

### 6. Los sistemas usados en informática.

#### 6.1 El sistema Binario

Utiliza los números 0 y 1 (relaciónelo con lo expresado anteriormente) El sistema binario tiene una relación directa con el sistema decimal como se comprueba con la tabla que se da a continuación.

Decimal	Binario	
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	

Esta tabla no aparece de la nada sino que proviene de realizar la conversión de un número decimal a un número binario.

Para realizar lo antedicho debemos proceder como se indica en el punto 4 y pasemos a un ejemplo:

Si queremos convertir el decimal 10 a binario lo que hacemos es dividirlo por 2 tantas veces hasta que el cociente sea cero.

División	Cociente	Resto
10/2	5	0
5/2	2	1
2/2	1	0
1/2	0	1

Versión 3.1 Pág	ina 7	
-----------------	-------	--

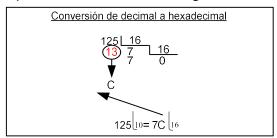
SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Ahora tomamos los restos empezando desde el último hacia el primero lo que nos da como resultado el binario 1010 que podemos comparar con la tabla.

#### 6.2 El sistema Hexadecimal.

Es una base compuesta por una cadena de 16 números. La creación de esta base tuvo su origen en los listados que mostraban la memoria de un computador.

Para pasar un número decimal a hexadecimal lo dividimos tantas veces como sea necesario por 16 como muestra la figura.



Como vemos tomamos el mismo número que en el ejemplo anterior, pero esto nos acarrea un problema y es que el primer cociente es 13 y ocupa dos dígitos y nosotros necesitamos ocupar uno solo por lo tanto si vemos la tabla que tenemos un poco más abajo veremos que al número 13 le corresponde la letra C (así ocupamos un solo dígito).

Antiguamente cada vez que un programa daba un error y se suspendía su aplicación daba un listado donde se mostraba el contenido de la memoria. La impresión de octetos binarios llevaba demasiadas páginas y eran de lectura compleja. Con el sistema hexadecimal los octetos se redujeron a 2 dígitos que reducían los listados y los hacían más comprensibles. En la actualidad los sistemas operativos de Microsoft siguen mostrando expresiones hexadecimales, fundamentalmente cuando el Windows 95, 98 y NT informan sobre algún problema con alguna aplicación.

Veamos una tabla de comparación entre los sistemas decimal, hexadecimal y binario.

Decimal	Hexadecimal	Binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR. LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

9	9	1001
10	Α	1010
11	В	1011
12	С	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111
Tabla de Equivalencias		

Como se muestra en la tabla los símbolos son números y letras. El sistema hexadecimal tiene 16 dígitos. Siempre se utilizan símbolos conocidos. Como los símbolos numéricos decimales van del 0 al 9 se agregaron letras (mayúsculas) A B C D E y F para completar la información necesaria. La utilización de las letras es sólo una convención, bien se podrían haber utilizado otros símbolos, pero ya es tarde y debemos usar esas letras.

Recordemos. Para convertir un número decimal a hexadecimal se divide por 16 siguiendo la misma regla que se explicó en el punto 4.

### 7. Conversiones entre bases

Este punto está destinado a ver de qué manera un número expresado en una base tiene su correlato en otra base y cuál es el mecanismo más simple para llegar a obtener el nuevo número.

## 7.1. Conversión de base desde y hacia base 10

En este punto comenzaremos a analizar el movimiento entre bases comenzando por las conversiones que involucran a la base 10, que como hemos dicho es la generadora de todos los sistemas numéricos.

#### 7.1.1. Conversión de un número decimal a una base x.

La base decimal puede tener su correlativo con otras bases simplemente dividiendo el número decimal por la base a la que queremos convertir el número, tantas veces como sea necesario hasta que el cociente sea cero. Posteriormente se toman todos los restos comenzando desde el último hacia el primero y ese será el número convertido.

Tomamos como ejemplo binario por ser la más común en el ambiente informático. Es así

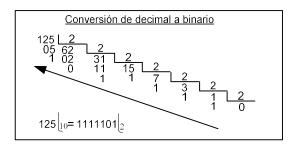
Versión 3.1	Página 9

# SISTEMAS NUMERICOS

AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG

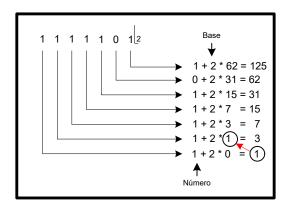
EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024

Matemática: Sistemas Numéricos

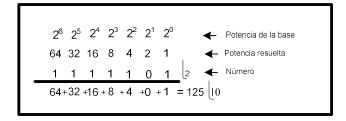


#### 7.1.2. Conversión de base x a base 10.

Hasta el momento hemos realizado la conversión pasando de la base decimal a la base X, pero necesitamos realizar el camino opuesto para saber si hemos llegado a un resultado correcto, lo que normalmente llamamos la comprobación del resultado



Otra forma de realizar la conversión de una base X a decimal es la siguiente:



## 7.2. Conversión entre bases potencia.

En primera instancia es muy sencillo moverse de una base a otra, pasando por la base 10.

Sin embargo cuando hablamos de base que son potencia una de otra, como por ejemplo base 2 y base 4 ( $4 = 2^2$ ), entonces es mucho más fácil y se reduce la cantidad de operaciones que tenemos que hacer.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR. LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

## 7.2.1. Implosión

Tomemos por ejemplo el número 125 en binario y pasémoslo a su correspondiente en base 4.

Como acabamos de decir  $4 = 2^2$ . Entonces a partir de ahora nos interesa el exponente. Como pasamos de una base más chica a una base más grande se va a producir una implosión<sup>2</sup>. El exponente nos indica cuantos números tenemos que tomar, del número de la base emisora, para obtener uno del número de la base receptora.



Como vemos en el ejemplo tenemos un número menor y la cantidad de dígitos se ha reducido

## 7.2.2. Explosión

En este caso pasamos de una base mayor a una base menor.

Si nos fijamos en el ejemplo que nos antecede notaremos que si paso de la base 4 a la base 2 el número crece en la cantidad de dígitos tanto como nos indica el exponente.

Recordemos que esto solo se puede hacer con bases que son potencia una de otras, pero no con bases que no lo son. Ojo 4 y 8 son múltiplos no potencias, ¿se entendió la diferencia?

## 8. Operaciones simples (suma y resta)

#### 8.1. Suma

En este apartado haremos un viaje por la operación matemática SUMA. En este pequeño itinerario veremos la suma de números perteneciente a una misma base como también la suma de números pertenecientes a bases diferentes

#### 8.1.1. Suma de bases no hexadecimal

En este caso hablamos de las bases no hexadecimales porque son las que no usan letras para señalar dígitos. Suponemos que para todos son sabidas las operaciones de suma y en especial las correspondientes a los números decimales, pero la automatización a la que hemos llegado nos dice que no sabemos racionalmente bien lo que hacemos y eso nos impide hacer lo mismo en otras bases.

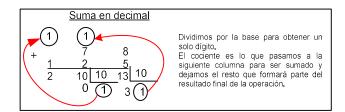
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> El número resultante será menor

Mejor expliquémoslo con un ejemplo en nuestra base madre, sistema decimal.

Suma en decimal + 78 + 125 203

¿Podemos decir paso a paso lo que hicimos?

Vamos a dar una ayuda, solo para ubicarnos. Empezamos sumando el 8 y el 5. Es fácil, la suma nos dio 13, un número de dos dígitos el cual no podemos en el lugar de un solo dígito. Acostumbrados como estamos decimos que nos llevamos el uno a la siguiente columna y seguimos con la suma, pero esto ¿sale de dónde? Veamos el ejemplo

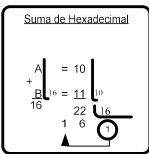


¿Porque dividimos y no restamos? Porque en una suma de varios números tendríamos el problema de no saber cuantas veces tendríamos que restar, además es más rápido y simple.

Lo que hemos realizado es para todas las bases. Es igual para todos los sistemas numéricos.

#### 8.1.2. Suma Hexadecimal

Aquí se nos agrega un pequeño inconveniente. ¿Cómo hago para sumar letras? Fácil. Tomemos el siguiente caso: 3A + CB. Para esto debemos hacer una pequeña trampita. Si vamos a la tabla de conversiones vemos que



En este caso también dividimos por la base, siempre por la base. Terminen el ejercicio y comenten el resultado.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR: LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

#### 8.2. Resta

Nos dedicaremos ahora a la operación de resta o sustracción. Operamos siempre (refiriéndonos en base 10) pidiéndole al compañerito un 1. Esto es relativamente cierto porque ese juego solo es permitido en base 10 en las demás es más complicado. Vamos al grano

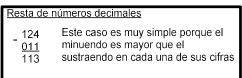
#### 8.2.1. Resta de base no hexadecimal

En la resta también operamos mecánicamente.

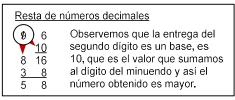
Ahora vayamos paso a paso para realizar cada una de las operaciones que se hacen y porqué.

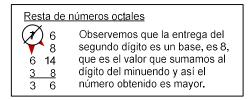
Cuando tenemos una operación en la cual el minuendo es menor que el sustraendo lo que hacemos es pedir una base (b) al número de mayor posición inmediato al dígito que estamos tratando entonces este nos da el valor correspondiente a la misma y eso es lo que sumamos para obtener entonces un valor superior al del sustraendo y así poder realizar la operación.

Empecemos por la fácil.



Ahora pasemos a algo más dificultoso. En base 10 primero y en base 8 después.



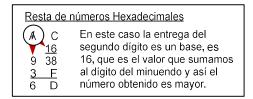


#### 8.3. Resta de base hexadecimal

El ejercicio que vamos a realizar es AC – 3F hexadecimal.

Para esto debemos hacer unos pequeños cambios. En principio cambiamos el valor del número C a su valor decimal que es 12 (sin que nadie lo sepa) y entonces hacemos 12 + 16 = 38, queda claro y luego le restamos el valor decimal de F (que es 15) y eso nos da 13 que pasado al valor hexadecimal nos da D. En el cuadro que sigue la operación completa.

Versión 3.1	Página 13



## 9. Módulo y signo.

Este no es un sistema numérico sino que es un **sistema de representación**. Si tomamos una cantidad cualquiera de dígitos tenemos que tener en cuenta que el primero corresponderá al signo y el resto corresponderá al número, a esta forma también se la conoce con el nombre de **magnitud con signo**.

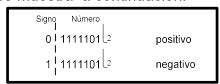
Tomemos un tamaño de 8 dígitos y representemos a nuestro número estrella el 125.

Primero vayamos a las convenciones.

El signo está representado por los números 0 y base-1 siendo el cero positivo y el máximo de la cadena, negativo. Entonces en decimal es



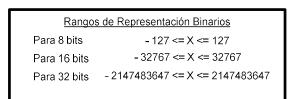
Y en binario es como se muestra a continuación.



Y con esto ya somos capaces de hacer cualquier otra representación en cualquier base.

#### Rango de representación

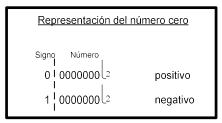
Estos rangos de representación que mostramos ahora son sólo para el sistema binario porque es el que nos interesa ya que en informática el almacenamiento se da en binario.



Sabemos que en todo sistema numérico existe el número cero. Las formas de representación vistas tienen el problema de que el cero tiene dos formas diferentes de ser representado:

Versión 3.1	Página 14

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

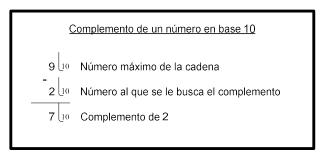


Y sabemos que el número cero no es ni positivo ni negativo.

## 10. Complementos.

Se define como complemento de un número al número que resulte de la resta del máximo dígito de la cadena de la base de referencia menos el número dado.

Por ejemplo, si tomamos al sistema en base 10 si queremos saber cual es el complemento del número 2 lo que tenemos que hacer es restar como mostramos a continuación



Trabajando con el complemento podemos, en lugar de restar dos números, sumar el minuendo con el complemento del sustraendo. Esto que parece raro, porque es más fácil de la otra manera, permite que podamos reducir un circuito de computador, el circuito que resta.

En la actualidad hay dos formas de sumar el complemento que se llaman complemento a 1 (C1) y complemento a 2 (C2). Vamos a tratar ambas por separado, pero primero digamos cual es la parte que es común a los dos complementos.

Dada la siguiente resta 125 – 8 se pide que la misma se realice por complemento

### 10.2.1.1. Parte general

Cualquiera sea el complemento con el que tengamos que trabajar siempre comienzan de la misma manera. No hay diferencias, por eso los pasos 1 y 2 se dan como parte general

#### 10.2.1.1.1. Paso 1

Colocamos los dos números como para realizar una resta normal, no olvidándonos de agregar el signo. Sin signo esto no se podría realizar. Para

Versión 3.1	Página 15
-------------	-----------

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR. LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

agregar el signo ponemos un dígito más y respetamos la convención para el signo.

**Nota importante:** los números que representan el signo son los extremos de la cadena. En decimal 0 y 9; en binario 0 y 1; en hexadecimal 0 y F. No importa cuantos dígitos agregamos sino que debemos saber que uno es el del signo y es justamente el primero en el orden de lectura.

000125 -000008

#### 10.2.2. Paso 2

Complementamos el sustraendo, solamente. Ojo, se debe complementar todo el número, aún el signo.

Entonces. Número 000008

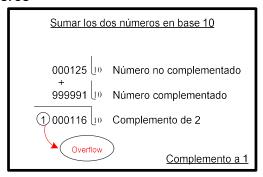
Complemento 999991

Ahora pasemos a desarrollar los complementos respectivos

## 10.3. Complemento a 1

#### 10.3.1. Paso 3

Sumar los dos números

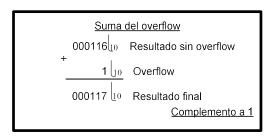


Decimos que hay overflow o desborde en una operación aritmética con signo, cuando un digito significativo se perdió debido a que el tamaño del resultado es mayor que el tamaño del destino. Este concepto se volverá a tratar cuando se veo el tema Registros del procesador.

#### 10.3.2. Paso 4

Al resultado obtenido se le suma el overflow.

Versión 3.1	Página 16
-------------	-----------



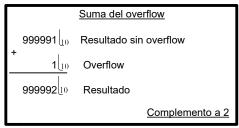
## 10.4. Complemento a 2.

Esta forma es más práctica. Ahorra unas cuantas instrucciones al evitar tener que testear el overflow.

El concepto es el siguiente. Si siempre tenemos overflow, es cierto, entonces sumémoslo directamente, por lo que lo que debemos realizar estos pasos.

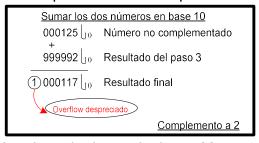
#### 10.4.1. Paso 3

Sumamos directamente el overflow, es decir, sumamos 1 al número complementado.



#### 10.4.2. Paso 4

En este último paso se suman el minuendo y el número obtenido en el paso 3, ignorándose el overflow que se sumó en el paso anterior.



Como pueden apreciar el resultado es el mismo. Menos mal!!!!!!

Esto lo hicimos con la base 10 pero ustedes lo pueden realizar en binario, octal o en cualquier base siguiendo los mismos pasos.

### 10.5.1. Resta de negativos.

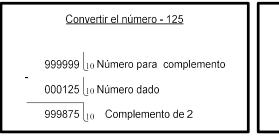
Por ejemplo si queremos restar dos números negativos la situación es muy simple aunque un poco más compleja que la resta de dos positivos.

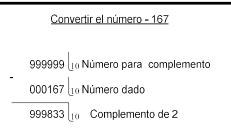
Versión 3.1	Página 17

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR, LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

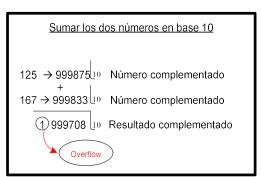
Por ejemplo supongamos que queremos realizar la siguiente operación: -125 + (- 167)

Primero tenemos que convertir los dos números a complemento. En este caso vamos a elegir el complemento a 2 por ser más rápido.





Una vez convertido realizamos la suma 999875 + 999833 como indica la figura.



El número que obtuvimos ya está complementado por provenir de la suma de dos números convertidos. Como siempre el Overflow se omite. Ahora bien; si operamos matemáticamente vemos que:

$$-125 + -167 = -(125 + 167) = -292$$

Estamos de acuerdo!. Ahora bien si queremos ver si el resultado está bien y doy vuelta el resultado complementado vemos que:

Lo cual es un error porque tengo una diferencia -292 vs -291. Que tengo que hacer entonces sumar el Overflow, con lo que el resultado es correcto.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

#### 11. Números BCD

La sigla que tenemos en el título corresponde a *Binary-coded decimal* lo que significa en español algo así como *Decimal Codificado en Binario* que corresponde a un sistema numérico que se utiliza en computación.

El BCD es ampliamente utilizado para almacenar números o en electrónica porque los números se pueden mostrar más fácilmente en un display de 7 segmentos que es un dispositivo que comúnmente vemos en los display de los microondas y que apagados vemos un 8.

El código BCD tiene una gran ventaja sobre la representación numérica en binario. ¿Por qué? Porque no hay tamaños para los BCD y si para los binarios que dependen del tamaño de los registros los cuales marcan su límite. En cambio para un número BCD sólo hay que agregar cuatro bits más.

La historia dice que fue realizado por IBM y que es bueno para datos numéricos porque es mucho más rápido que la conversión a binario por el método tradicional. Este es el antecesor de otro código que se llama EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code).

Hay varias formas distintas de BCD, pero nosotros nos vamos a dar por satisfechos con: Natural, Aiken y Exceso 3.

#### 11.1. BCD Natural

En **BCD** cada cifra que representa a un dígito decimal (0, 1,... 8 y 9) se representa con su equivalente binario en 4 bits (nibble), lo estamos representando en hexadecimal. Esto surge de la tabla que se muestra posteriormente y como vemos 4 es el número de bits que necesitamos para poder representar los números 8 y 9, siendo este último el número más alto que se puede representar en decimal y por lo tanto en BCD. Esta tabla es la misma del binario.

Digito decimal	Natural
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Si queremos pasar un número decimal (por ejemplo el 125) a BCD hacemos lo siguiente:

Versión 3.1	Página 19
-------------	-----------

Ahora bien, esto trae un conflicto porque en hexadecimal podemos representar hasta 16 dígitos, recuerde que utilizamos letras. Y esto lo veremos mejor cuando hagamos operaciones de suma con BCD.

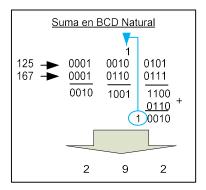
#### 11.1.1. Suma en BCD Natural

Mejor lo mostramos

Empecemos sumando dos números decimales utilizando el sistema decimal:

Bien ahora hagamos lo mismo pasándolo al sistema BCD Natural. El número 125 lo tenemos convertido anteriormente por lo tanto no vamos a volver a repetirlo. Pasemos entonces al 167 que es así:

Ya convertidos procedamos a sumarlos:



Como vemos obtenemos el resultado que se expresa anteriormente en la suma de decimales.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Es muy utilizado para representar números en un display con decodificador de 7 hilos (piensen en el bus) y podemos poner como ejemplo a las calculadoras, instrumental, sistemas de control para industrias, balanzas y cualquier otro elemento similar.

#### 11.1.2. Resta en BCD Natural

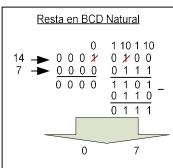
En lo referente a la resta el trabajo es muy similar, siempre y cuando tengamos en cuenta que es una sustracción.

Empecemos con dos números fáciles: 7 - 5 = 2



Como pueden ver al resultado se llega sin problemas. Ojo aquí restamos directamente, no necesitamos hacer ningún complemento.

Ahora compliquemos un poco la cosa hagamos 14 - 7 = 7 (el resultado, para que no tengan que restar)



Analicemos un poco lo que pasó en la operación anterior.

Tenemos un minuendo menor que el sustraendo, por lo tanto, necesitamos ayuda. Observen como fueron pasando (las ayudas) de cifra en cifra (prefiero no llamarlas unidades, decenas... etc. porque esas corresponden al sistema decimal aguí trabajamos con otro sistema).

Lo importante es ver que cuando hay acarreo de datos de la cifra siguiente le restamos 110 (6) diferente en la suma que le sumamos 111. Bueno ahora hay que practicar.

#### 11.2 BCD Aiken

Esta forma de manejar los BCD es similar al natural pero los valores están puestos de manera distinta.

Mientras que en el BCD natural la estructura es la potencia de 2 expresada por sus valores 8-4-2-1 en el código BCD Aiken se distribuye de la siguiente manera: 2-4-2-1. La razón de esta función es conseguir simetría entre diferentes números entre el 0 y el 9.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Veamos ahora los decimales que son complementos de otro como por ejemplo el caso del 4y5 - 3y6 - 2y7 - 1y8 - 0y9.

Ese código es muy útil para realizar operaciones de resta y división.

Analicemos la relación entre el natural y el Aiken a través de la tabla y veamos los pesos.

Observen que del cero al cuatro los valores son los mismos.

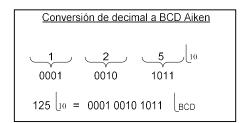
Sin embargo a partir del número 5 y hasta llegar al número nueve los valores corresponden a los complementos respectivos, como se muestra en la tabla que sigue:

Digito decimal	Aiken
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	1011
6	1100
7	1101
8	1110
9	1111

Ahora realicemos operaciones con los mismos números que utilizamos anteriormente.

#### 11.2.1. Suma en BCD Aiken

Noten que el 1 y el 2 tienen la misma codificación que el BCD Natural, pero el 5 cambió, es el complemento del 4



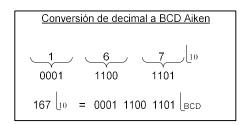
Lo mismo para el 6 y el 7 en el siguiente número

# SISTEMAS NUMERICOS

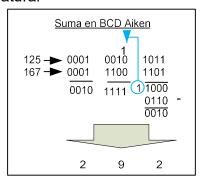
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG

EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024

Matemática: Sistemas Numéricos



Ahora realicemos la suma correspondiente. Aquí la cosa se nos complica algo porque tenemos que prestar atención a los números obtenidos en las operaciones. En la suma de 5 + 7 da un auxiliary carry (acarreo auxiliar) y eso no es problema porque sabemos que tenemos que restarle 0110 (6) tomado como un BCD natural

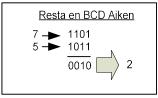


Algunos puntos aclaratorios:

Si cuando sumo dos cifras no desborda y no figura en tabla entonces debo SUMAR 110 (6), pero si sumo dos cifras y desbordo entonces debo RESTAR 110(6). ¿OK?

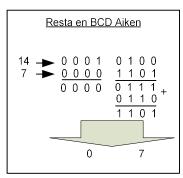
#### 11.2.2 Resta en BCD Aiken

Para la resta del BCD Aiken seguimos la misma regla que el BCD Natural. Nos fijamos en tabla si el valor se encuentra en la misma, como en el ejemplo que sigue.



Como el número se encuentra en la tabla damos por terminada la operación. Ahora pasemos a la resta entre dos números. Utilizaremos los mismos que se aplicaron en el BCD Natural.

Vemos que la codificación corresponda a la tabla que estamos utilizando.

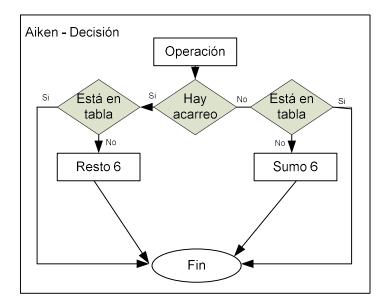


Ahora bien. Observemos que el valor obtenido en la resta de las dos primeras cifras no se encuentra en tabla, por lo tanto tenemos que sumarle 110 (6) que es la diferencia entre las posibilidades de representación de los hexadecimales y los decimales; igual que en el BCD Natural.

Nota aclaratoria: Si resto dos cifras y el resultado no está en tabla entonces RESTO 110 (6), pero si pedimos ayuda al número anterior entonces debemos sumar 110 (6).

En el ejemplo anterior no dimos la forma en que se pasan los números pero ustedes ya lo saben o pueden ver la secuencia en BCD Natural.

Para simplificar las cosas demos ahora un diagrama de decisión.



**11.3. BCD Exceso 3** 

En este código BCD no hay peso es decir no hay una relación entre la potencia de 2 (8, 4, 2, 1) o el peso del Aiken (2, 4, 2, 1) en este no la hay. Sin embargo parte del natural y le suma 3 a cada número. Seguí la tabla:

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

Digito decimal	De exceso 3
0	0011
1	0100
2	0101
3	0110
4	0111
5	1000
6	1001
7	1010
8	1011
9	1100

Si realizamos una simple cuenta, notarás que el 0 es el natural más 3 y el uno... etc.

Bien si seguimos la tabla veremos que en todos los casos es igual.

Pero hay un detalle más. Si analizamos un poquito más profundamente las relaciones, veremos que los números que se obtienen también tienen una simetría entre ellos ya que cada uno es el complemento del otro: el 0y9 – 1y8 y así sucesivamente.

Ahora realicemos operaciones con los mismos números que utilizamos anteriormente.

#### 11.3.1 Suma en XS3

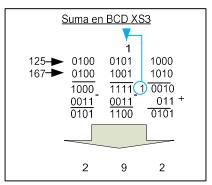
En la suma con XS3 (abreviatura de Exceso 3) tenemos que tener varias cosas en consideración.

La primera es ver si se produce acarreo en la suma como en el caso de la primera cifra 5 + 7. Si esto sucede entonces tenemos que SUMAR 3 (0011) y con eso tenemos que tener el número resultante, pero en el caso de que no haya acarreo entonces tenemos que RESTAR el número 3.

Observen que esto sucede en el caso de la segunda cifra 2 + 6 y también con 1 + 1.

Nota Aclaratoria: Si tengo auxiliary carry (acarreo auxiliar) siempre tengo que sumar 0011 (3 en BDC Natural), pero si no hay acarreo tengo que restar 0011.

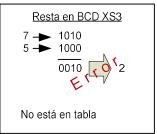
Versión 3.1	Página 25



Como se pudo ver es fácil, lo único que hay que hacer es estar atento.

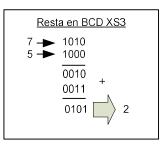
#### 11.3.2 Resta en BCD XS3

Al igual que los anteriores, restamos directamente. En los anteriores si el resultado se encuentra en tabla entonces está todo bien y se termina la operación.



Pero en este caso no es tan fácil como en las restas anteriores. Si nos fijamos el número no se encuentra en la tabla. Como no hubo carry (acarreo) entonces debemos sumar 3. Por otro lado podemos ver que el número es menor que el valor más pequeño de la tabla entonces al sumarle 0011 lo ponemos en tabla.

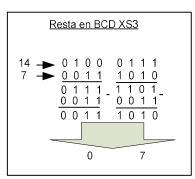
Aquí la solución detallada.



Ahora si el número se encuentra en tabla y podemos dar por terminada la operación.

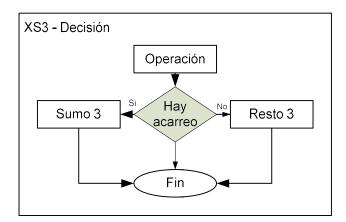
Ahora pasamos a la segunda operación de resta como hicimos en la totalidad de los diferentes tipos de números BCD.

Vamos a restar 14 – 7



Observemos lo que sucedió con los números. El 4 < 7 por lo tanto tenemos que obtener un valor del dígito anterior. Esto nos obliga a RESTAR el valor del exceso (3) y así obtenemos el resultado del primer dígito. Por otro lado vemos que el valor obtenido no se encuentra en tabla y además es mayor que el máximo valor de la tabla por lo tanto restamos para que el número se encuentre dentro de la tabla. Es como si lo metiéramos a la fuerza. ¿OK? Observemos que el valor de la resta del segundo dígito se encuentra en tabla, corresponde al valor 4. Ahora bien, al segundo también se le debe RESTAR el exceso porque tuvo una modificación en su composición, al ceder un valor al primer dígito.

Para terminar mostremos un gráfico de decisión, que no simplifica lo visto anteriormente



## 11.4 Tablas comparativas

Aquí ponemos el conjunto de las tablas necesarias para poder compararlas. Es importante que en lugar de aprenderlas de memoria, lleguemos a la misma conclusión razonándolas. Esto nos permitirá liberarnos de la hoja con los valores correspondientes a cada número.

Razonar es mejor y más duradero que memorizar.

Digito decimal	Natural	Aiken	XS3
0	0000	0000	0011

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR, LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

1	0001	0001	0100
2	0010	0010	0101
3	0011	0011	0110
4	0100	0100	0111
5	0101	1011	1000
6	0110	1100	1001
7	0111	1101	1010
8	1000	1110	1011
9	1001	1111	1100

#### Repasemos

- a) en el Natural es lo mismo que la tabla vista al principio donde relacionamos binarios y hexadecimales.
- b) En el AIKEN los primeros cinco son iguales al Natural y el resto es el complemento de cada uno: 0-9; 1-8; 2-7; 3-6 y 4-5.
- c) En el XS3 es la suma de tres a los números del natural y además son el complemento de los cinco primeros, similar al Aiken pero no igual.

Por favor analicen la tabla y comparen.

Versión 3.1	Página 28

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOD: Lie IAV/IED VASTAC	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

## Anexo 1- Ejercicios

Para tener a mano

Tabla comparativa de Sistemas Numéricos			
Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	В
12	1100	14	С
13	1101	15	D
14	1110	16	Е
15	1111	17	F

## 1) conversiones entre bases

- a) Realice la conversión del número decimal 34 a base 2.
- b) Realice la conversión del número decimal 19 a base 8.
- c) Realice la conversión del número decimal 29 a base 16.
- d) Realice la conversión del número decimal 59 a base 3.
- e) Realice la conversión del número decimal 75 a base 4.
- f) Realice la conversión del número decimal 35 a base 9.
- g) Realice la conversión del número 1110011 base 2 a base 10.
- h) Realice la conversión del número 201102 base 3 a base 10.
- i) Realice la conversión del número 7250 base 8 a base 10.
- j) Realice la conversión del número AD12 base 16 a base 10.
- k) Realice la conversión del número 2003101 base 4 a base 10.
- I) Realice la conversión del número 456201 base 7 a base 10.
- m) Realice la conversión del número 1000011101 base 2 a base 4.
- ñ) Realice la conversión del número AB02581 base 16 a base 2.
- o) Realice la conversión del número 120120112 base 3 a base 9.
- p) Realice la conversión del número 300212 base 4 a base 16.
- q) Realice la conversión del número 1100110111 base 2 a base 16.

# 2) Complemento (a1 y a2)

- Restar por complemento a 1.
  - 4567 4321 en base 10

Versión 3.1	Página 29
-------------	-----------

- o 12564 6654 en base 7
- o 1111000101010110 100001001000 en base 2
- o 8541012 884 en base 9
- AD0015478 BC025 en base 16
- o 452012 77021 en base 8
- o 200121 11021 en base 3
- o 401432 10243 en base 5
- 32001203 33301 en base 4
- ACB008 9522A en base 14
- Restar por complemento a 2.
  - o 9567 4581 en base 10
  - o 15264 6504 en base 7
  - o 111110001010110 100111001001 en base 2
  - o 7241012 784 en base 9
  - o CD0015528 DF029 en base 16
  - o 702012 75621 en base 8
  - o 120121 10112 en base 3
  - o 401332 10443 en base 5
  - o 32001203 33301 en base 4

## 3) BCD Natural

Transforma a BCD natural los números en base 10 y realiza las siguientes operaciones detallada a continuación:

- 748521 + 99871
- 4512 + 7485
- 95412 + 1201
- 7452 + 3598
- 3548 + 589
- 78519 + 4521
- 980 9
- 4587 689
- 749 520
- 452 99
- 1487 458
- 874 65

## 4) BCD Aiken

Utiliza los ejercicios del punto Nro. 3 y transfórmalos a BCD Aiken, luego realiza las operaciones matemáticas correspondientes.

Versión 3.1	Página 30
-------------	-----------

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
AUTOR. LIC. JAVIER VASTAG	Matemática: Sistemas Numéricos

## **5) BCD XS3**

Utiliza los ejercicios del punto Nro. 3 y transfórmalos a BCD XS3, luego realiza las operaciones matemáticas correspondientes.

## 6) Ejercicio combinado

Siga perfectamente los pasos solicitados, teniendo en cuenta que para que el ejercicio este bien siempre los números deben estar en la base correspondiente indicada en cada punto

Dados dos números, el "769" y el "9977", en base 10, se debe realizar:

- A)- Pasarlos a BCD y realizar la correspondiente suma.
- B)- Al resultado obtenido en la suma anterior se le debe restar, utilizando el complemento A2 al número 1 1 0 4 3 4 en base 5.
- C)- Al resultado obtenido en B), se le debe sumar el complemento del resultado obtenido en A), el número resultante pasarlo a base 10.

SISTEMAS NUMERICOS	
AUTOR: Lic. JAVIER VASTAG	EDICIÓN: BUENOS AIRES, Marzo 2024
	Matemática: Sistemas Numéricos

## Bibliografía

- [ALC91] Alcalde Lancharro Eduardo, Francisco Ormachea Sahuquillo, Javier Portillo García, Félix García Merayo Arquitectura de Ordenadores McGraw-Hill 1ra Edición 1991.
- **[BRE00]** BRE00- Brey Barry B. Los Microprocesadores Intel Editorial Prentice Hall Quinta Edición.
- **[CASxx]** Santiago Casado Sistemas de numeración aditivos santiago@airastur.es
- [GILxx] GIL PADILLA, Antonio J.- Electrónica General Dispositivos y sistemas digitales. Editorial Mc Graw Hill
- [INTEL] Manual de microprocesadores 386 y 486 y Pentium.
- [INT86] INTEL 80386 Programmer's Reference Manual Edition 1986
- **MORxx]** MORRIS MANO M. Arquitectura de computadoras Tercera Edición Editorial Prentice Hall
- **[SAN11]** Sánchez Machado Felipe Problemas resueltos de electrónica Digital 1ra Edición Universidad Rey Juan Carlos 2011
- [SMC00] Standard Microsystems Corporation Application note 6.12
- **[TANxx]** Tanembaum Andrew S. Organización de computadoras un enfoque estructurado Tercera Edición Editorial Prentice Hall
- **[TUR03]** Turley James L. Advanced 80386 programming techniques Osborne McGraw Hill

#### Internet

http://www.modelines.com