МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Кратчайшие пути в графах: коммивояжёр Вариант: 2

Студентка гр. 3388	Титкова С.Д.
Преподаватель	Жангиров Т.Р

Санкт-Петербург

2025

Цель работы:

Изучить принципы работы алгоритмов на графах. Решить с помощью них задачу Коммивояжёра.

Задание:

Решить задачу Коммивояжёра 2 различными способами. Алгоритм Литтла с модификацией: после приведения матрицы, к нижней оценке веса решения добавляется нижняя оценка суммарного веса остатка пути на основе МОД. Приближённый алгоритм: АБС. Начинать АБС со стартовой вершины.

Реализация

Описание алгоритма Литтла с модификацией:

Задача коммивояжера заключается в нахождении кратчайшего замкнутого маршрута (гамильтонова цикла), проходящего через все вершины полного взвешенного графа ровно один раз с возвращением в начальную точку. Алгоритм Литтла применяет метод ветвей и границ для эффективного поиска такого маршрута, избегая полного перебора всех возможных путей.

Алгоритм начинает с исходной матрицы расстояний между вершинами (городами) и использует редукцию для получения начальной нижней границы стоимости маршрута. Затем он итеративно разбивает задачу на подзадачи (ветвление), оценивает их перспективность через нижние границы и отсекает неперспективные варианты, пока не найдет оптимальный цикл.

Исходные данные представляют собой квадратную матрицу $n \times n$ где n число вершин. Элемент matrix[i][j] — это стоимость пути из вершины i в вершину j, а диагональные элементы (i=j) равны бесконечности (∞) , так как петли запрещены.

Выполняется начальная редукция матрицы. Для каждой строки находится минимальное значение (игнорируя ∞) и вычитается из всех элементов строки. Это приводит к появлению хотя бы одного нуля в каждой строке. Аналогично, для каждого столбца находится минимальное значение и вычитается из всех элементов столбца. Сумма всех вычтенных минимальных значений становится начальной нижней границей — минимально возможной стоимостью маршрута.

Создается корневая подзадача с редуцированной матрицей, пустым маршрутом и начальной границей.

Для каждого узла определяется нижняя граница — минимальная стоимость, которую можно достичь, продолжая маршрут из текущего состояния. Используется два подхода для вычисления нижней границы:

1. Сумма редукций: исходная граница увеличивается на основе изменений при ветвлении (штрафы или стоимость включенных дуг).

2. Граф минимального остовного дерева (МОД): строится граф на основе текущих кусков маршрута, находящихся в процессе формирования. Вес минимального остова этого графа добавляется к границе, чтобы оценить стоимость соединения оставшихся вершин. Если эта оценка выше текущей границы, она используется как более точная.

На каждом шаге выбирается дуга (ребро) для включения или исключения из маршрута на основе анализа матрицы:

Выбор дуги: среди всех ячеек с нулевым значением в матрице определяется та, исключение которой приведет к наибольшему увеличению нижней границы (штраф). Штраф вычисляется как сумма минимальных значений в строке и столбце этой ячейки (исключая саму ячейку). Создаются два потомка:

Исключение дуги (левый потомок): Выбранная дуга запрещается (ее стоимость устанавливается в ∞), а также запрещается дополнительная дуга для предотвращения подциклов. Матрица редуцируется заново, и нижняя граница увеличивается на штраф.

Включение дуги (правый потомок): Выбранная дуга добавляется в маршрут, вся строка и столбец этой дуги запрещаются (заполняются ∞), исключая возможность повторного посещения вершин. Матрица редуцируется, и нижняя граница корректируется на основе новой редукции.

Запрет подциклов: на каждом этапе проверяется, чтобы добавление дуги не замкнуло цикл меньше п вершин. Это достигается выбором дополнительной дуги для запрета в левом потомке, например, обратной дуги на первом шаге или дуги, замыкающей треугольник на последующих.

Все узлы хранятся в очереди с приоритетом, где приоритет определяется нижней границей. На каждой итерации выбирается узел с минимальной нижней границей для дальнейшего ветвления. Если граница узла превышает текущую лучшую стоимость полного маршрута, узел отсекается (не исследуется).

Когда маршрут в узле достигает длины n-1(посещены все вершины кроме одной), проверяется возможность замыкания цикла. Находится последняя вершина и проверяется, существует ли конечный путь от последней вершины маршрута к начальной. Если цикл гамильтонов (посещает все вершины ровно один раз и возвращается в начало), его стоимость вычисляется как сумма весов дуг. Если эта стоимость меньше текущей лучшей, она сохраняется как новый результат.

Алгоритм завершается, когда очередь узлов пуста или найден маршрут, чья стоимость не может быть улучшена (все оставшиеся узлы имеют большую нижнюю границу). Возвращается оптимальный маршрут и его длина.

Особенности алгоритма

- **Редукция**: Уменьшение значений в матрице позволяет сосредоточиться на нулевых ячейках, упрощая выбор дуг.
- **Штрафы**: Использование штрафов при исключении дуг помогает отсечь неперспективные ветви.
- МОД: Добавление оценки через минимальное остовное дерево улучшает точность нижних границ, ускоряя отсечение.

.

Описание функций и структур:

- Node класс для представления подзадачи в методе ветвей и границ. Хранит состояние каждой подзадачи, включая матрицу, маршрут и оценку, для обработки и ветвления.
 - 1. *matrix*: Матрица расстояний (n×n) для текущего узла.
 - 2. *bound:* Нижняя граница стоимости маршрута.
 - 3. route: Список дуг текущего маршрута.
 - 4. *pieces:* Список кусков маршрута (подпоследовательностей вершин).
 - 5. *parent:* Ссылка на родительский узел для построения дерева.
 - 6. depth: Глубина узла в дереве поиска.
- *clone_matrix(matrix)* метод, который создает копию матрицы расстояний, чтобы изменения в одной подзадаче не влияли на другие
- row_mins(matrix) метод, который, находит минимальные элементы в каждой строке матрицы для редукции.
- *column_mins(matrix)* метод, который находит минимальные элементы в каждом столбце матрицы для редукции.
- reduce_rows(matrix, mins) метод, который вычитает минимальное значение строки из всех ее элементов.
- reduce_columns(matrix, mins) метод, который вычитает минимальное значение столбца из всех ее элементов.
- reduce(matrix) метод, который выполняет полную редукцию матрицы и вычисляет начальную нижнюю границу.
- get_cell_with_max_penalty(self) метод, который определяет дугу для ветвления на основе максимального штрафа
- get_lower_bounds(self) метод, который улучшает нижнюю границу с учетом остатка пути
- get_acceptable_edges(self) метод, который формирует список ребер для построения графа МОД

- build_mod_graph(self, edges) метод, который создает граф для вычисления минимального остова
- calculate_mod_weight(self, mod_graph) метод, который определяет вес минимального остовного дерева
- *is_hamiltonian_cycle(route)* функция, которая проверяет, является ли маршрут замкнутым циклом через все вершины
- *make_children(min_node)* функция, которая генерирует узлы для ветвления
- *little(matrix)* функия, которая реализует полный процесс поиска оптимального маршрута
- $hierarchy_pos(G, root=None, width=2., vert_gap=0.4, vert_loc=0, xcenter=0.5)$ функия, которая определяет координаты узлов для визуализации дерева поиска
- visualize_tree(nodes) функия, которая создает графическое представление процесса поиска
- Main() функция считывает из файла матрицу и вызывает функцию little.
 Выводит оптимальный путь и его длину.

Оценка сложности алгоритма:

Временная сложность: $O(n^2 \cdot 2^n)$ в худшем случае.

Редукция матрицы: $O(n^2)$ для каждой строки и столбца (по n элементов). Поиск ячейки с максимальным штрафом: $O(n^2)$ для проверки всех ячеек и вычисления штрафов.

Построение MOД: $O(n^2)$ для создания графа и O(nlogn) для сортировки ребер (в худшем случае $O(n^2)$ из-за числа ребер).

Количество узлов: В худшем случае алгоритм исследует все возможные подмножества вершин, что дает $O(2^n)$ узлов.

<u>Итог:</u> $O(n^2)$ операций на узел умножается на $O(2^n)$ узлов, что дает $O(n^2 \cdot 2^n)$.

Однако отсечение по границам значительно сокращает количество исследуемых узлов в среднем случае, делая алгоритм эффективнее полного перебора (O(n!)).

Сложность относительно памяти: $O(n^2 + n^2n)$

Матрица: $O(n^2)$ для хранения матрицы в каждом узле.

Очередь узлов: В худшем случае $O(2^n)$ узлов, каждый из которых хранит матрицу $(O(n^2))$, маршрут (O(n)), и куски (O(n)).

<u>Итог:</u> $O(n^2)$ для корневой матрицы плюс $O(n\cdot 2^n)$ для хранения маршрутов и кусков в узлах, что упрощается $O(n^2+n\cdot 2^n)$.

Описание приближённого алгоритма: АБС:

Алгоритм ближайшего соседа — это жадный подход, который строит маршрут, на каждом шаге выбирая ближайшую непосещенную вершину, начиная с произвольной точки.

Алгоритм начинает с выбранной начальной вершины и итеративно добавляет к маршруту ближайшую непосещенную вершину, пока все вершины не будут включены. Затем он проверяет возможность возвращения в начальную точку, чтобы замкнуть цикл. Этот метод не гарантирует нахождение оптимального решения, но обеспечивает быстрый и приемлемый результат для многих практических случаев.

Исходные данные представляют собой квадратную матрицу $n \times n$, где n — число вершин. Элемент matrix[i][j] обозначает стоимость пути из вершины i в вершину j, a диагональные элементы (i=j) равны бесконечности (∞), так как петли запрещены.

Выбирается начальная вершина, которая становится первым элементом маршрута.

Создается массив или список для отслеживания посещенных вершин, изначально все вершины, кроме начальной, отмечены как непосещенные.

Для каждой итерации (всего n-1итераций, чтобы добавить оставшиеся вершины). Определяется текущая вершина — последняя добавленная в маршрут. Из матрицы расстояний извлекаются все непосещенные вершины, доступные из текущей вершины, исключая те, пути к которым имеют бесконечную стоимость (∞). Среди доступных вершин выбирается та, расстояние до которой минимально. Если такой вершины нет (все пути бесконечны), алгоритм завершается с ошибкой, так как маршрут невозможен. Выбранная вершина добавляется в маршрут, и она отмечается как посещенная.

После добавления всех п вершин проверяется возможность возвращения из последней вершины маршрута в начальную. Если путь от последней вершины к начальной имеет бесконечную стоимость, алгоритм завершается с ошибкой, так как гамильтонов цикл невозможен. Если путь конечен, маршрут замыкается добавлением начальной вершины в конец.

Далее рассчитывается суммарная стоимость маршрута:

Для каждой пары последовательных вершин в маршруте берется соответствующее значение из матрицы расстояний.

Добавляется стоимость пути от последней вершины к начальной для завершения цикла.

Итоговая стоимость представляет длину найденного гамильтонова цикла.

Алгоритм возвращает построенный маршрут (список вершин) и его общую стоимость.

Если на каком-либо этапе маршрут не может быть построен (например, изза бесконечных путей), возвращается индикация неудачи (например, None).

Особенности

• Жадный подход: Выбор ближайшего соседа на каждом шаге упрощает вычисления, но может привести к субоптимальному решению, так как не учитывает глобальную структуру графа.

- **Проверка бесконечностей**: Алгоритм явно обрабатывает случаи, когда пути имеют бесконечную стоимость, что важно для графов с отсутствующими ребрами.
- **Линейная последовательность**: Маршрут строится последовательно, без возврата к предыдущим решениям, что отличает его от методов полного перебора или ветвей и границ.

Описание функций и структур:

- nearest_neighbor_tsp(distance_matrix, start_vertex=0) функция реализует алгоритм ближайшего соседа для построения гамильтонова цикла.
- *Main()* функция считывает матрицу и стартовою вершину, запускает основной алгоритм, выводит длину пути и сам путь.

Оценка сложности алгоритма:

Временная сложность: O(n^2)

Инициализация: Создание структуры для отслеживания посещенных вершин занимает O(n).

Поиск ближайшего соседа: На каждой из n-1 итераций для текущей вершины проверяются все непосещенные вершины (в худшем случае n вершин), что требует O(n) операций.

Bычисление стоимости: Суммирование n n n дуг маршрута занимает O(n) O(n) O(n).

 $\underline{\textit{Umoe:}}\ (n-1)\cdot O(n) = O(n^2).$

Сложность относительно памяти: O(n^2)

 $Mатрица расстояний: Хранение матрицы <math>n \times n$ требует $O(n^2)$.

Cтруктура посещенных вершин: Список из n булевых значений занимает O(n).

Маршрут: Список из n+1 вершин (включая возврат) занимает O(n).

<u>Итог:</u> $O(n^2)$ для матрицы плюс O(n) для маршрута и посещенных вершин, что упрощается до $O(n^2 + n)$, где $O(n^2)$ доминирует.

Дополнительные функции:

- generate_matrix(size, max_weight=50) функция генерирует матрицу, заполняя её рандомными значениями.
- generate_symmetric_matrix(size, max_weight=50) функция генерирует симметричную матрицу, заполняя её рандомными значениями.
- save_matrix_to_file(matrix, filename) функция сохраняет матрицу в файл.
- load matrix from file(filename) функция считывает матрицу из файла.

Тестирование

Таблица 1. Тестирование.

Входные данные	Выходные данные Литтла	Выходные данные АБС
inf 37 27	Минимальный путь: [(0, 2), (1,	Маршрут: [2, 1, 0, 2]
8 inf 34	0), (2, 1)]	Общее расстояние: 46.0
12 11 inf	Длина пути: 46.0	
inf 27 16 12 29	Минимальный путь: [(0, 3), (2,	Маршрут: [2, 0, 3, 4, 1]
28 inf 23 36 10	0), (4, 1), (1, 2), (3, 4)]	Общее расстояние: 58.0
12 18 inf 38 22	Длина пути: 58.0	
49 23 18 inf 10		
16 1 26 36 inf		
inf 44 47 4 46 9 40 45	Минимальный путь: [(6, 1), (2,	Маршрут: [2, 4, 7, 3, 5, 6, 1,
1 inf 6 26 46 42 37 46	4), (1, 0), (4, 6), (5, 7), (0, 3), (3,	0, 2]
8 37 inf 30 5 32 36 47	5), (7, 2)]	Общее расстояние: 115.0
16 38 3 inf 40 6 34 14	Длина пути: 95.0	
20 49 8 25 inf 39 10 3		
23 30 43 26 46 inf 18 2		
25 20 47 33 18 34 inf 26		
36 49 16 15 49 45 35 inf		
inf 23 48 20 16 6 23 44 1	Минимальный путь: [(2, 1), (3,	Маршрут: [2, 1, 4, 0, 8, 5, 7,
23 inf 41 13 5 13 20 9 49	5), (0, 8), (8, 2), (5, 0), (6, 7), (7,	6, 3, 2]
44 3 inf 47 40 45 36 32 41	4), (1, 6), (4, 3)]	Общее расстояние: 131.0

26 39 40 inf 33 6 26 50 19	Длина пути: 95.0	
5 5 46 13 inf 19 16 24 29		
5 23 17 36 39 inf 25 15 5		
33 44 30 29 10 29 inf 10 42		
44 22 28 26 13 18 25 inf 18		
48 11 9 26 50 8 14 49 inf		
inf 10 37 49 44	Минимальный путь: [(0, 1), (3,	Маршрут: [2, 1, 0, 4, 3]
10 inf 20 19 50	4), (4, 0), (1, 2), (2, 3)]	Общее расстояние: 130.0
37 20 inf 22 50	Длина пути: 130.0	
49 19 22 inf 34		
44 50 50 34 inf		
inf 14 6 31 32 1 43 50 6	Минимальный путь: [(2, 0), (5,	Маршрут: [2, 0, 5, 1, 8, 7, 6,
14 inf 49 30 44 5 36 41 25	1), (0, 5), (3, 4), (4, 6), (8, 7), (1,	4, 3]
6 49 inf 43 38 38 18 17 33	3), (6, 8), (7, 2)]	Общее расстояние: 103.0
31 30 43 inf 12 40 27 17 22	Длина пути: 87.0	
32 44 38 12 inf 49 7 32 28		
1 5 38 40 49 inf 45 29 40		
43 36 18 27 7 45 inf 3 8		
50 41 17 17 32 29 3 inf 1		
6 25 33 22 28 40 8 1 inf		

Вывод

В ходе лабораторной работы была написана программа с использованием модифицированного алгоритма Литтла и алгоритма ближайшего соседа. На основании тестирования, можно сказать, что первый алгоритм более точный, нежели жадный алгоритм.

Исходный код программы см. в ПРИЛОЖЕНИИ А.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Little.py

```
import random
import matplotlib
matplotlib.use('Agg')
import math
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
DEBUG = False
class Node:
    def init (self, matrix, bound, route, pieces, parent=None,
depth=0):
        self.matrix = matrix
        self.bound = bound
        self.route = route
        self.pieces = pieces
        self.parent = parent
        self.depth = depth
    @staticmethod
    def clone matrix(matrix):
        return [row[:] for row in matrix]
    @staticmethod
    def row mins(matrix):
        return [min(row) for row in matrix]
    @staticmethod
    def column mins(matrix):
        return [min(matrix[i][j] for i in range(len(matrix))) for j in
range(len(matrix[0]))]
    @staticmethod
    def reduce rows (matrix, mins):
        for i in range(len(matrix)):
            if math.isfinite(mins[i]):
                matrix[i] = [cell - mins[i] for cell in matrix[i]]
    @staticmethod
    def reduce columns(matrix, mins):
        for j in range(len(matrix[0])):
            if math.isfinite(mins[j]):
                for i in range(len(matrix)):
                    matrix[i][j] -= mins[j]
    @staticmethod
    def reduce(matrix):
        row mins = Node.row mins(matrix)
        Node.reduce rows (matrix, row mins)
        col mins = Node.column mins(matrix)
        Node.reduce columns (matrix, col mins)
```

```
return sum(val for val in row mins if math.isfinite(val)) +
sum(val for val in col mins if math.isfinite(val))
    def get cell with max penalty(self):
       max penalty = -math.inf
       cell with max penalty = None
        if DEBUG:
            print("Поиск ячейки с максимальной штрафной стоимостью:")
        for i in range(len(self.matrix)):
            for j in range(len(self.matrix[i])):
                if self.matrix[i][j] == 0:
                    row min = min(
                        (self.matrix[i][k]
                                              for
                                                                     in
range(len(self.matrix[i])) if k != j),
                        default=math.inf
                    )
                    col min = min(
                        (self.matrix[k][j]
                                                for
                                                          k
                                                                     in
range(len(self.matrix)) if k != i),
                        default=math.inf
                    penalty = row min + col min
                    if penalty > max penalty:
                        max penalty = penalty
                        cell with max penalty = (i, j, max penalty)
                    if DEBUG:
                        print(f" Ячейка ({i}, {j}): штраф {penalty}")
        if DEBUG:
           print(f"
                       Ячейка с максимальной штрафной стоимостью:
{cell with max penalty}\n")
        return cell with max penalty
    def get lower bounds (self):
        if DEBUG:
            print("Вычисление нижней оценки на основе графа МОД:")
        dopustimye dugi = self.get acceptable edges()
       mod graph = self.build mod graph(dopustimye dugi)
       bound2 = self.calculate mod weight(mod graph)
       if DEBUG:
           print(f" Нижняя оценка: {bound2}\n")
        return bound2
    def get acceptable edges(self):
        acceptable edges = []
        for i in range(len(self.pieces)):
            for j in range(i + 1, len(self.pieces)):
                u, v = self.pieces[i][-1], self.pieces[j][0]
                if u != v and math.isfinite(self.matrix[u][v]):
                   acceptable edges.append((u, v))
                u, v = self.pieces[j][-1], self.pieces[i][0]
                if u != v and math.isfinite(self.matrix[u][v]):
```

```
acceptable edges.append((u, v))
        return acceptable edges
    def build mod graph(self, edges):
        if DEBUG:
            print("Построение графа МОД:")
        mod graph = {}
        for edge in edges:
            if edge[0] not in mod graph:
                mod graph[edge[0]] = []
            if edge[1] not in mod graph:
                mod graph[edge[1]] = []
            mod graph[edge[0]].append((edge[1],
self.matrix[edge[0]][edge[1]]))
            mod graph[edge[1]].append((edge[0],
self.matrix[edge[0]][edge[1]]))
        if DEBUG:
            print(f" Граф МОД: {mod graph}\n")
        return mod graph
    def calculate mod weight(self, mod graph):
        mod\ weight = 0
        used edges = set()
        edges = []
        for node in mod_graph:
            for edge in mod graph[node]:
                if math.isfinite(edge[1]):
                    edges.append((edge[1], node, edge[0]))
        edges.sort()
        for edge in edges:
            if (edge[1], edge[2]) not in used edges and (edge[2],
edge[1]) not in used edges:
                mod weight += edge[0]
                used edges.add((edge[1], edge[2]))
                used edges.add((edge[2], edge[1]))
        return mod weight
def is_hamiltonian_cycle(route):
    if DEBUG:
        print("Проверка на гамильтонов цикл:")
    if len(route) != len(set(route)):
        if DEBUG:
            print("
                       Не гамильтонов цикл:
                                                   длина
                                                         маршрута
соответствует количеству уникальных вершин.")
        return False
    graph = {}
    for u, v in route:
        graph[u] = v
    visited = set()
    current = route[0][0]
    while current not in visited:
        visited.add(current)
        if current not in graph:
            if DEBUG:
```

```
print(" Не гамильтонов цикл: не все вершины посещены.")
            return False
        current = graph[current]
    if len(visited) == len(graph):
        if DEBUG:
            print(" Гамильтонов цикл найден.\n")
        return True
    else:
        if DEBUG:
           print(" Не гамильтонов цикл: не все вершины посещены.\n")
        return False
def make children (min node):
    if DEBUG:
        print("Создание потомков:")
    row, column, left penalty = min node.get cell with max penalty()
    if row is None or column is None:
        return []
    left matrix = Node.clone matrix(min node.matrix)
    left matrix[row][column] = math.inf
    left route = min node.route[:]
    left pieces = [piece[:] for piece in min node.pieces]
    forbidden row, forbidden col = None, None
    if min node.depth == 0:
        forbidden row, forbidden col = column, row
    else:
        for piece in left pieces:
            if piece[-1] == row:
                piece.append(column)
                break
        else:
            left pieces.append([row, column])
        for piece in left pieces:
            if len(piece) >= 3:
                if piece[-2] == row and <math>piece[-1] == column:
                    for other_piece in left_pieces:
                        if other piece != piece and other piece[0] !=
piece[-1]:
                            forbidden row, forbidden col = piece[-1],
other piece[0]
                            break
                    if forbidden row is None:
                        forbidden row, forbidden col = piece[-1],
piece[0]
                    break
        if forbidden row is None or forbidden col is None:
            forbidden row, forbidden col = column, row
    if forbidden row is not None and forbidden col is not None:
        left_matrix[forbidden_row][forbidden_col] = math.inf
    Node.reduce(left matrix)
```

```
left bound = min node.bound + left penalty
    left child = Node(left matrix, left bound, left route, left pieces,
parent=min node, depth=min node.depth + 1)
    right matrix = Node.clone matrix(min node.matrix)
    right matrix[column][row] = math.inf
    for i in range(len(right matrix)):
        right matrix[row][i] = math.inf
        right matrix[i][column] = math.inf
    right route = min node.route + [(row, column)]
    right penalty = Node.reduce(right matrix)
    right bound = min node.bound + right penalty
    right pieces = [piece[:] for piece in min node.pieces]
    for piece in right pieces:
        if piece[-1] == row:
           piece.append(column)
           break
    else:
        right pieces.append([row, column])
                     Node (right matrix,
                                           right bound,
    right child =
                                                          right route,
right pieces, parent=min node, depth=min node.depth + 1)
    if DEBUG:
       print(f"
                    Левый потомок: граница {left bound}, маршрут
{left_route}, запрещена дуга ({forbidden_row}, {forbidden_col})")
       print(f" Правый потомок: граница {right bound}, маршрут
{right route}")
    return [left child, right child]
def little(matrix):
    if DEBUG:
        print("Запуск алгоритма Little:")
    root matrix = Node.clone matrix(matrix)
   min bound = Node.reduce(root matrix)
    root = Node(root matrix, min bound, [], [[0]])
   priority_queue = [root]
   record = None
   nodes for graph = []
    while priority queue:
        if DEBUG:
            print("Выбор узла с минимальной границей:")
       min node = min(priority queue, key=lambda node: node.bound)
       priority queue.remove(min node)
       nodes for graph.append(min node)
        if DEBUG:
            print(f"
                          Узел
                                     минимальной границей: граница
                               С
{min_node.bound}, маршрут {min node.route}\n")
        if record is not None and record['length'] <= min node.bound:
            if DEBUG:
```

```
print ("Остановка алгоритма: найден оптимальный
маршрут.")
            break
        if len(min node.route) == len(matrix) - 1:
            if DEBUG:
                print("Построение полного маршрута:")
            for row in range(len(matrix)):
                for column in range(len(matrix)):
                    if math.isfinite(min node.matrix[row][column]):
                        min node.bound += min node.matrix[row][column]
                        min node.route.append((row, column))
            if is hamiltonian cycle (min node.route):
                if record is None or record['length'] > min node.bound:
                    record = {'length': min node.bound, 'route':
min node.route}
                    if DEBUG:
                       print(f"Найден оптимальный маршрут:
                                                                 длина
{record['length']}, маршрут {record['route']}\n")
        else:
            if DEBUG:
                print("Вычисление нижней оценки:")
            lower bound = min node.get lower bounds()
            if lower bound > min node.bound:
                min node.bound = lower bound
                if DEBUG:
                    print(f"
                                     Обновлена
                                                   граница узла:
{min_node.bound} \n")
            left child, right child = make children(min node)
            priority_queue.append(left child)
           priority queue.append(right child)
    return record, nodes for graph
def hierarchy pos(G, root=None, width=2., vert gap=0.4, vert loc=0,
xcenter=0.5):
    if not nx.is tree(G):
       raise TypeError ('cannot use hierarchy pos on a graph that is not
a tree')
    if root is None:
        if isinstance(G, nx.DiGraph):
           root = next(iter(nx.topological sort(G)))
        else:
            root = random.choice(list(G.nodes))
    def hierarchy pos(G, root, width=1., vert gap=0.2, vert loc=0,
xcenter=0.5, pos=None, parent=None):
```

```
if pos is None:
          pos = {root: (xcenter, vert loc)}
           pos[root] = (xcenter, vert loc)
       children = list(G.neighbors(root))
       if not isinstance(G, nx.DiGraph) and parent is not None:
           children.remove(parent)
       if len(children) != 0:
           dx = width / len(children)
           nextx = xcenter - width / 2 - dx / 2
           for child in children:
               nextx += dx
               pos = _hierarchy_pos(G, child,
vert gap=vert gap,
                                  vert loc=vert loc - vert gap,
xcenter=nextx, pos=pos,
                                  parent=root)
       return pos
   return hierarchy pos(G, root, width, vert gap, vert loc, xcenter)
def visualize tree(nodes):
   G = nx.DiGraph()
   root node = None
   for node in nodes:
                              label=f"B:{node.bound:.0f},
       G.add node(id(node),
R: {node.route}")
       if node.parent:
           G.add edge(id(node.parent), id(node))
       else:
           root node = node
   pos = hierarchy pos(G, root=id(root node), width=4, vert gap=0.8)
   labels = {node id: G.nodes[node id]['label'] for node id in
G.nodes()}
   plt.figure(figsize=(20, 12)) # Increased figure size
   nx.draw(G, pos, with_labels=False, node_size=2000,
node color='lightblue', font size=10,
          arrowsize=20)
   nx.draw networkx labels(G, pos, labels=labels, font size=10)
   plt.title("Search Tree", fontsize=16)
   plt.savefig("search tree.png")
   print("График сохранен в search_tree.png")
NN.py
import
                                                                math
DEBUG
                                                               False
def nearest neighbor tsp(distance_matrix,
                                                 start vertex=0):
                                                 len(distance matrix)
   visited
                                  [False]
```

```
route
                                                       [start vertex]
   visited[start vertex]
                                                                True
   if
                                                              DEBUG:
       print("Начало
                                           ближайшего
                                                          соседа.")
                       поиска
                                маршрута
       print(f"
                        Матрица расстояний: {distance matrix}")
       print(f"
                                                     {start vertex}")
                          Начальный
                                        город:
    for
                           in
                                      range(n
                                                                 1):
       last city
                                                            route[-1]
       if
           print(f"\nИщем ближайшего соседа для города {last_city}...")
       eligible neighbors = [(i, distance matrix[last city][i]) for i
in range(n) if not visited[i] and distance matrix[last city][i] !=
math.infl
       if
                                                               DEBUG:
           print(f"
                        Возможные соседи: {eligible neighbors}")
       nearest city = min(eligible neighbors, key=lambda x: x[1],
                                                          math.inf))
default=(None,
       if
                     nearest city[0]
                                                 is
                                                               None:
           print("Невозможно найти
                                      ПУТЬ
                                              без бесконечностей.")
           return
                                      None,
                                                                None
       if
                                                              DEBUG:
           print(f" Ближайший город: {nearest city[0]} (расстояние:
{nearest city[1]})")
       route.append(nearest city[0])
       visited[nearest city[0]]
                                                                True
         distance matrix[route[-1]][start vertex] == math.inf:
       print("Невозможно вернуться в начальный город
бесконечностей.")
       return
                                    None,
                                                                None
                                                                   0
    total distance
                          in
                                      range(n
                                                                 1):
       total distance += distance matrix[route[i]][route[i + 1]]
    total distance
                      += distance matrix[route[-1]][start vertex]
    if
                                                               DEBUG:
       print(f"\nЗавершен
                                                         маршрута.")
                                      поиск
   return route, total distance
matrix.py
import
                                                               random
import
                                                                math
DEBUG
                                                                   \cap
                  generate matrix(size,
                                                     max weight=50):
   matrix = [[math.inf if i == j else random.randint(1, max weight) for
       in
             range(size)]
                              for i in
                                                        range(size)]
    return
```

```
def
           matrix = [[math.inf if i == \overline{j} else 0 for j in range(size)] for i in
range(size)]
   for
                   i
                                                 range(size):
                   in
                                      +
                                              1,
       for
           j
                           range(i
                                                       size):
                     =
                                                  max weight)
          weight
                            random.randint(1,
          matrix[i][j]
                                    =
                                                      weight
          matrix[j][i]
                                     =
                                                       weight
                                                       matrix
   return
             def
                                                  filename):
                                                 file:
   with
                                             as
      for
                                                     matrix:
          file.write(' '.join(map(str, row)) + '\n')
                                 load matrix from file(filename):
def
   matrix
   try:
                open(filename,
                                   'r')
      with
                                                       file:
                                              as
         for
                  line
                                                       file:
                                         in
             row = list(map(lambda x: float(x) if x != 'inf' else
                                               line.split()))
math.inf,
             matrix.append(row)
                                                   len (matrix)
      n
      if not all(len(row) == n for row in matrix):
         print("Ошибка: Матрица не квадратная (число столбцов не
                         числу
                                                    строк).")
равно
          return
                                                        None
      for
                                     in
                                                    range(n):
          for
                                                    range(n):
                           i
             if
                                                          j:
                 if
                           not
                                math.isinf(matrix[i][j]):
                    print(
                        f"Ошибка: Элемент на диагонали (\{i\}, \{j\})
                 бесконечностью, а не {matrix[i][j]}.")
        быть
должен
                                                        None
                    return
             else:
                if
                           matrix[i][j]
                                                <
                                                          0:
                    print(
                       f"Ошибка: Элемент ({i}, {j}) =
{matrix[i][j]} отрицательный, ожидается неотрицательное значение.")
                    return
                 if
                                      math.isnan(matrix[i][j]):
                    print(f"Ошибка: Элемент ({i}, {j}) содержит NaN,
                                                недопустимо.")
что
                    return
                                                        None
      i f
                                                       DEBUG:
          print(f"Матрица успешно загружена из файла {filename} и
                                               корректность.")
проверена
      return
                                                      matrix
   except
                                            FileNotFoundError:
      print(f"Ошибка: Файл {filename}
                                            не найден.")
```

```
None
        return
    except
                                                               ValueError:
        print("Ошибка: В файле содержатся некорректные значения (не
числа).")
        return None
main.py
from
                Little
                                  import
                                                    little, visualize tree
                 matrix
from
                                                         generate matrix,
                                      import
generate symmetric matrix, save matrix to file, load matrix from file
                                 import
                                                     nearest neighbor tsp
print ("Введите
                                                                матрицы:")
                                    размер
size
                                                              int(input())
print("1
                                                            Симметричная")
print("2
                                                                 Обычная")
type
                                                              int(input())
if
                       type
    matrix
                                          generate symmetric matrix(size)
elif
                         type
    matrix
                                                    generate matrix(size)
print("Сгенерированная
                                                                матрица:")
                                             in
                                                                   matrix:
                       row
    print(row)
filename
                                                              'matrix.txt'
                                                                 filename)
save matrix to file (matrix,
print(f"Матрица
                       сохранена
                                                  файл
                                                              {filename}")
                                         В
print("
                                      load matrix_from_file('matrix.txt')
matrix
result,
                       nodes
                                                            little(matrix)
print ("Модифицированный
                                                                 Литтла:")
                                        алгоритм
print(f"Минимальный
                                  путь:
                                                       {result['route']}")
print(f"Длина
                                                     {result['length']}")
                               пути:
visualize tree(nodes)
print("
                                                                        ")
                                                                    ABC:")
print ("Алгоритм
print("Введите
                                  стартовую
                                                                вершину:")
start_vertex
                                                              int(input())
                          nearest_neighbor_tsp(matrix,
                                                             start vertex)
route,
         distance
```

{route}")

print(f"Маршрут:

print(f"Общее расстояние: {distance}")