



**Universität  
Zürich** <sup>UZH</sup>

# Praktikumsbericht Festkörperphysik

---

## Widerstandsmessung an einem Halbleiter

**Modul:**  
PHY210

**Assistent:**  
Kay Waltar

**Studenten:**  
Nora Salgo, Manuel Sommerhalder, Fabian Stäger

**Datum des Versuchs:**  
16.06.2017

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Zielsetzung . . . . .	3
1.2	Physikalischer Hintergrund . . . . .	3
1.3	Experimenteller Aufbau . . . . .	4
1.3.1	PID-Regler . . . . .	4
1.3.2	Thermoelement . . . . .	5
1.3.3	Vierpunkt-Widerstandsmessung . . . . .	6
2	Messdaten	7
2.1	Temperaturverlauf . . . . .	7
2.2	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands . . . . .	8
3	Auswertung	9
4	Diskussion	11
5	Appendix	12
5.1	Spannungstabelle Thermoelement . . . . .	12

# 1 Einleitung

## 1.1 Zielsetzung

Das Ziel des Experimentes ist es, den elektrischen Widerstand einer Siliziumprobe bei verschiedenen Temperaturen zu messen. Aus den Messergebnissen soll dann die Energiebandlücke bestimmt werden.

## 1.2 Physikalischer Hintergrund

Für das Experiment wird der Widerstand einer Siliziumprobe bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Bei reinem Silizium handelt es sich um einen intrinsischen Halbleiter. Somit besteht die Ladungsträgerdichte zu gleichen Teilen aus einem Elektronenanteil  $n$  und einem Lochanteil  $p$ . Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters ist gegeben durch die Formel<sup>1</sup>

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h, \quad (1.1)$$

wobei  $\mu_e$  und  $\mu_h$  jeweils die Mobilitäten der Elektronen- bzw. Loch-Beiträge sind. Diese ist leicht temperaturabhängig. Die Elektronenladungsdichte  $n$  errechnet sich aus der Formel<sup>1</sup>

$$n = \int_{E_c}^{\infty} D_e(E) f_e(E) dE \quad (1.2)$$

mit der Zustandsdichte<sup>1</sup>

$$D_e(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad (1.3)$$

( $m_e$  ist die effektive Masse,  $\hbar$  die reduzierte Planck-Konstante und  $E_c$  die niedrigste Energie des Leitungsbandes) und der Fermi-Dirac-Statistik<sup>1</sup>

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\mu - E}{k_B T}\right) + 1} \quad (1.4)$$

( $\mu$  ist hier das chemische Potential), was sich mit der Näherung  $\mu - E \gg k_B T$  integrieren lässt zu<sup>1</sup>

$$n = 2 \left( \frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - E_c}{k_B T}\right). \quad (1.5)$$

Ganz analog errechnet sich die Lochdichte mit derselben Näherung zu<sup>1</sup>

$$p = 2 \left( \frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_v - \mu}{k_B T}\right) \quad (1.6)$$

<sup>1</sup>Introduction to solid state physics / Charles Kittel. 8th ed.

( $E_v$  ist die höchste Energie des Valenzbandes). Das Produkt von  $n$  und  $p$  ist somit nur von der Temperatur abhängig:

$$np = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e m_h)^{3/2} \exp \left( \frac{-E_g}{k_B T} \right) \quad (1.7)$$

Dabei ist  $E_g = E_c - E_v$  die Energiebandlücke. Da die beiden Ladungsdichten im intrinsischen Fall gleich gross sind, lassen sie sich durch folgende Formel in Abhängigkeit der Bandlücke und der Temperatur beschreiben:

$$n = p = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp \left( \frac{-E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.8)$$

Der spezifische Widerstand ist somit nach einsetzen in Formel 1.1:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{2(\mu_e + \mu_h)e} \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/2} (m_e m_h)^{-3/4} \exp \left( \frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.9)$$

Da der elektrische Widerstand mit einem geometrischen Faktor direkt proportional zum spezifischen Widerstand ist, wird dieser zu

$$R = A(T) T^{-3/2} \exp \left( \frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.10)$$

mit  $A(T)$  als leicht temperaturabhängigem Proportionalitätsfaktor.

## 1.3 Experimenteller Aufbau

Die Silizium-Probe ist auf einem isolierenden Probenträger aus Keramikmaterial angebracht. An diesem zylinderförmigen Träger sind die Kontakte für die Vierpunktmessung des Widerstandes angebracht, sowie ein Thermoelement, welches die Temperatur der Probe messen soll. Der Träger wird von der Heizung umschlossen. Im Innenraum der Heizung herrscht ein Vakuum, um die Wärmekonvektion und Oxidation zu unterbinden. Dieser Unterdruck von  $10^{-5}$  mbar wird mit einer Turbomolekularpumpe erzeugt. An der Heizung ist ein zweites Thermoelement für den Temperaturregler angebracht. Dieser Regler steuert die Heizleistung. Seine Funktionsweise wird in Abschnitt 1.3.1 genauer beschrieben. Die Messdaten und die Daten des Reglers können mit einem LabVIEW Programm überprüft und gespeichert werden.

### 1.3.1 PID-Regler

Der Temperaturregler ist ein PID-Regler (Proportional Integral Differential Regler). Dieser Regler basiert auf Rückkopplung. Es wird ein IST-Wert, in unserem Fall die aktuelle Temperatur der Heizspirale und ein SOLL-Wert, die gewünschte Temperatur, verglichen. Der PID-Regler steuert den Heizstrom als Funktion der Differenz zwischen IST-

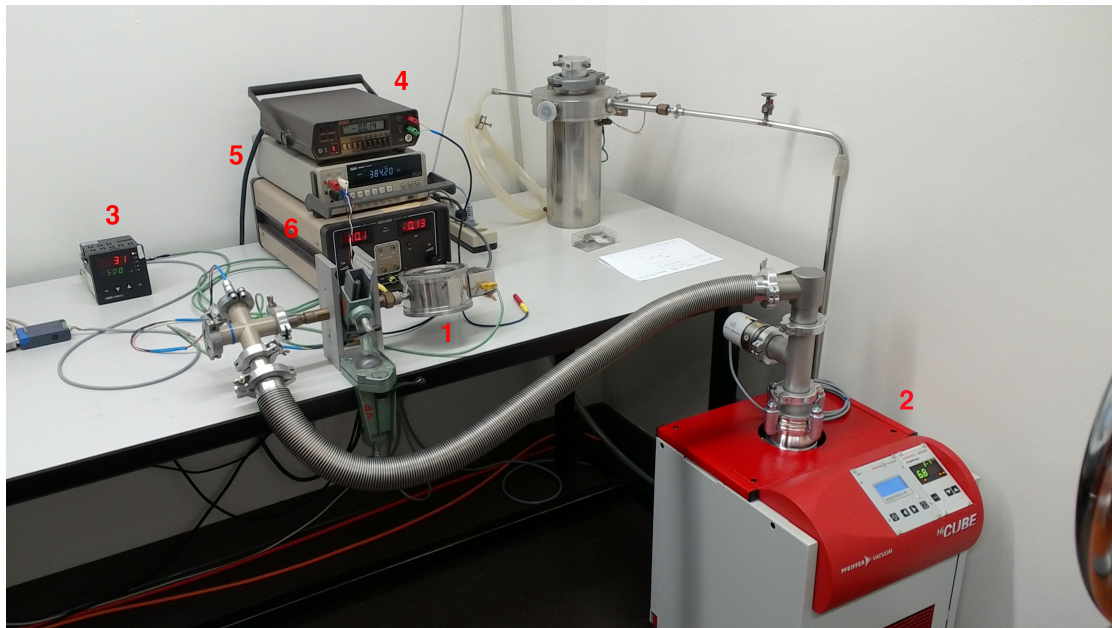


Abbildung 1 Aufbau des Experiments: 1) Ofen und Probe 2) Turbomolekularpumpe 3) PID-Regler 4) Widerstandsmessegerät 5) Spannungsmessgerät der Thermoelemente 6) Stromquelle Heizstrom

und SOLL-Wert. Er wird eingesetzt um potentielle Störungen zu glätten und eine stabile Temperaturregelung zu erhalten. Die drei Teile des PID-Reglers haben verschiedene Funktionen.

Der Proportional-Teil reagiert sehr schnell auf Temperaturänderungen, da der Heizstrom proportional zur Differenz des IST- und SOLL-Wertes ist.

Der Integral-Teil reagiert als Funktion der Differenz des Mittelwerts und des SOLL-Wertes. Er reguliert also langsamer als der Proportional-Teil. Der Integral-Teil sorgt dafür, dass Störungen ausgeglichen werden und er ist notwendig, um den SOLL-Wert tatsächlich zu erreichen.

Der Differential-Teil extrapoliert den Temperaturverlauf und reagiert als Funktion der Differenz zwischen dem extrapolierten IST-Wert und dem SOLL-Wert. Dieser Teil reguliert schneller als der Proportional-Teil und ist somit sehr instabil gegenüber Störungen, eine Übersteuerung ist möglich. In unserem Versuch bleibt der Differential-Teil darum ausgeschaltet.

### 1.3.2 Thermoelement

Ein Thermoelement besteht aus einem Stromkreis mit zwei verschiedenen Metallen A und B. Wenn zwischen den Kontaktstellen eine Temperaturdifferenz existiert, entsteht

gemäss dem Seebeck-Effekt eine elektrische Spannung

$$U = \int_{T_1}^{T_2} S_B(T) - S_A(T) dT \quad (1.11)$$

wobei die Seebeck-Koeffizienten  $S_A$  und  $S_B$  temperaturabhängige Materialeigenschaften mit der Einheit V/K sind. Mithilfe einer Spannungstabelle (siehe Anhang auf Seite 12) kann der gemessenen Spannung eine Temperatur zugeordnet werden. In diesem Experiment wurde ein NiCr-Ni-Thermoelement verwendet.

### 1.3.3 Vierpunkt-Widerstandsmessung

Um den Widerstand der Probe möglichst genau zu messen, wird die Vierpunkt-Methode verwendet. Dabei fliesst ein bekannter Strom durch den Widerstand und parallel geschaltet wird der Spannungsabfall über dem Widerstand gemessen. Da der Eingangswiderstand des Voltmeters hochohmig ist, fliesst ein vernachlässigbar kleiner Strom durch das Messgerät. So verfälschen die Widerstände von Kabeln und Kontakten die Messung nur minimal.

## 2 Messdaten

### 2.1 Temperaturverlauf

Während des Versuchs wurde die Temperatur in der Heizspule und an der Probe gemessen. In Abbildung 1 ist ersichtlich, dass die Probentemperatur der Reglertemperatur im Aufwärmprozess hinterherhinkt. Für die Auswertung wird nur die Probentemperatur berücksichtigt.

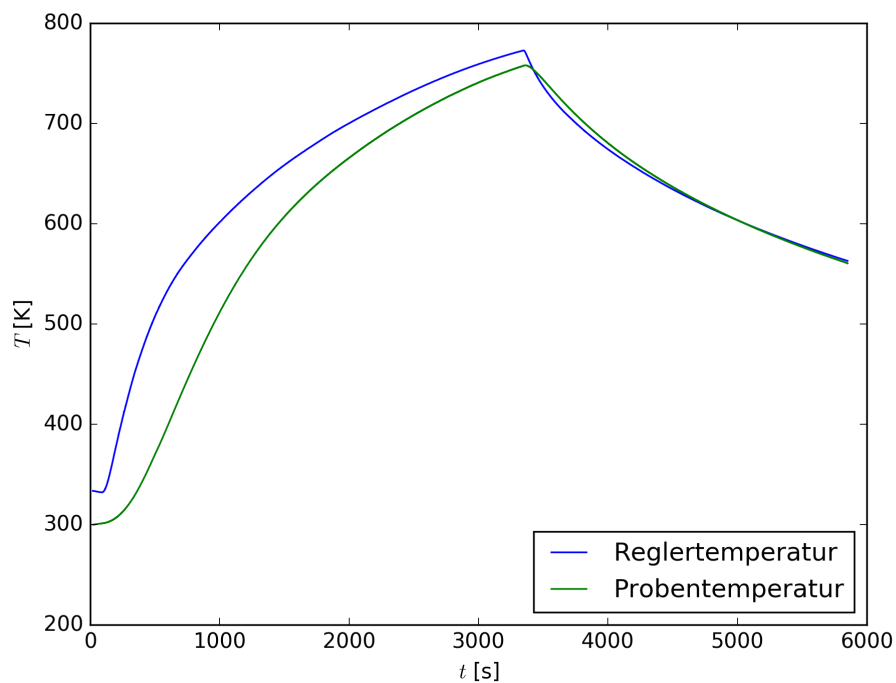


Abbildung 1 : Temperaturverlauf über die Zeit

## 2.2 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

Die Siliziumprobe wurde zuerst auf 500°C erwärmt und dann wieder auf Raumtemperatur abgekühlt. Während des ganzen Prozesses wurde der elektrische Widerstand mithilfe der Vierpunkt-Messmethode ermittelt. In der Abbildung 1 ist ersichtlich, dass der Widerstandsverlauf bei Aufwärm- (blau) und Abkühlprozess (grün) leicht unterschiedlich ausfällt.

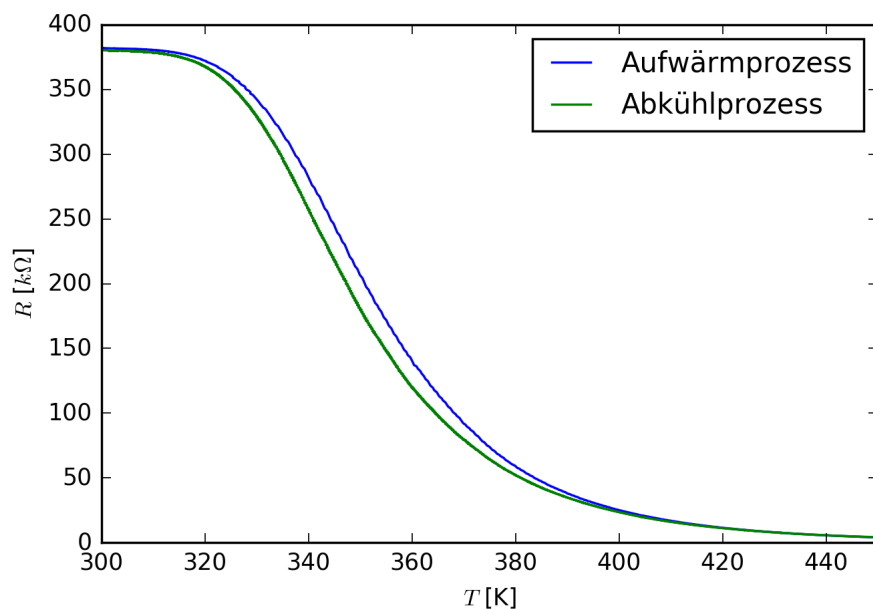


Abbildung 1 : elektrischer Widerstand des Halbleiters



### 3 Auswertung

Formel 1.10 in Kapitel 1.2 vereinfacht sich näherungsweise zu

$$R \approx B \exp \left( \frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (3.1)$$

mit einer temperaturunabhängigen Proportionalitätskonstante  $B$ , da die Temperaturabhängigkeit der Exponentialfunktion aufgrund des grossen Vorfaktors im Exponenten sehr gross gegenüber dem Beitrag von  $T^{-3/2}$  und den Mobilitäten  $\mu_e$  und  $\mu_h$  ist.

Der Logarithmus der Gleichung 3.1 ist dann:

$$\ln(R) = \ln(B) + \frac{E_g}{2k_B} T^{-1} \quad (3.2)$$

Aufgrund der linearen Abhängigkeit von  $T^{-1}$  ist es sinnvoll, die Messwerte in einem Plot mit  $T^{-1}$  in der x-Achse und  $\ln(R)$  in der y-Achse darzustellen. Der dadurch entstandene Graph ist grösstenteils näherungsweise linear. Bei kleinen Temperaturen beziehungsweise grossem  $T^{-1}$  scheitert die Näherung, die für Formel 3.1 getroffen wurde. Verantwortlich dafür sind andere temperaturabhängige Beiträge, die vernachlässigt wurden. Diese entstammen beispielsweise aus der Temperaturabhängigkeit der Mobilität und der Annahme in Formel 1.8, dass es sich um einen rein intrinsischen Halbleiter handle. Die Steigung  $a$  eines linearen Fits durch den näherungsweise linearen Bereich hängt aufgrund von Gleichung 3.2 direkt mit der Bandlücke zusammen:

$$a = \frac{E_g}{2k_B} \quad \Rightarrow \quad E_g = 2k_B a \quad (3.3)$$

Für beide Teile der Messung, Aufwärm- (Abbildung 1) und Abkühlprozess (Abbildung 2), wurde ein solcher linearer Fit durchgeführt. Dies führte zu den folgenden Resultaten:

	Aufwärmen	Abkühlen
Steigung	$a_1 = (5854 \pm 7)\text{K}$	$a_2 = (6061 \pm 1)\text{K}$
Bandlücke	$E_g = (1.0089 \pm 0.0012)\text{eV}$	$E_g = (1.0446 \pm 0.0002)\text{eV}$

Hier gilt es zu beachten, dass die angegebenen Unsicherheiten der Bandlücke nur dem Fehler entsprechen, der vom  $\chi^2$ -Fit-Algorithmus ausgegeben wurde. Die effektive Messunsicherheit muss deutlich grösser eingeschätzt werden (siehe Kapitel 4).

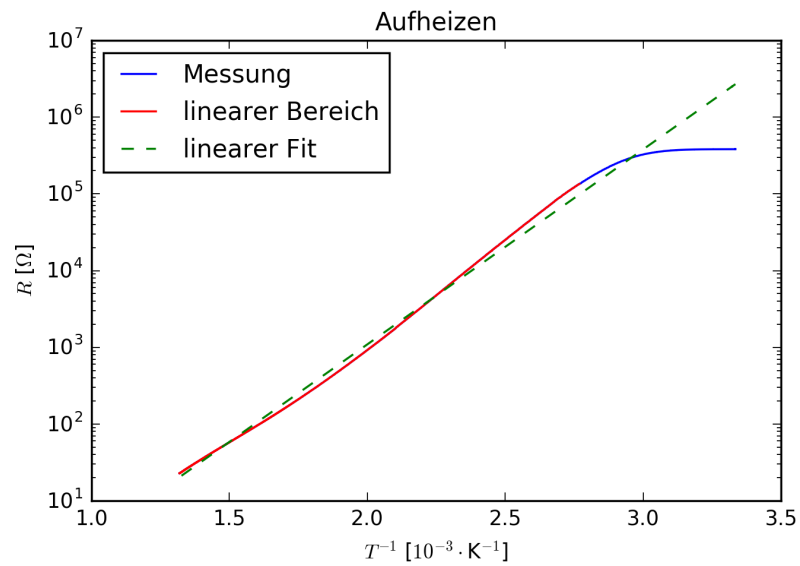


Abbildung 1

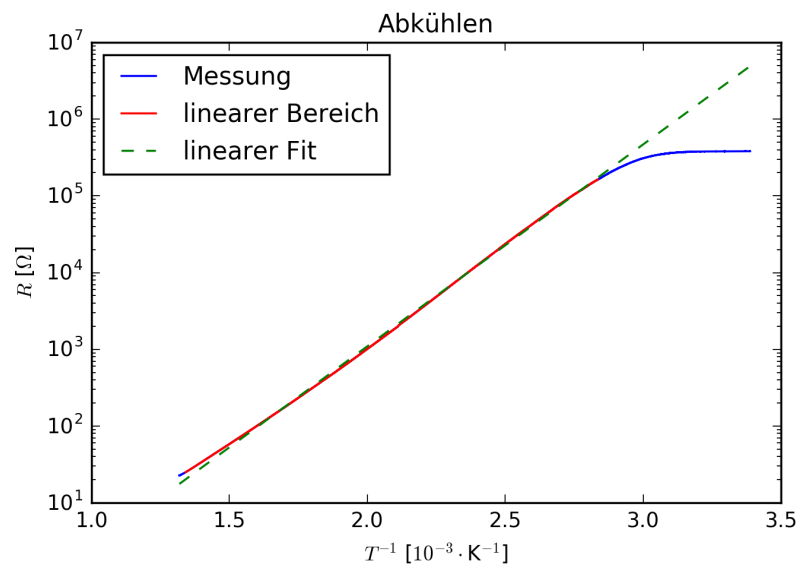


Abbildung 2

## 4 Diskussion

Da der Abkühlprozess sich über längere Zeit hinzog, ist anzunehmen, dass die Temperaturverteilung der Probe näher an einem thermodynamischen Gleichgewicht war als im Falle des Aufwärmens. Die dadurch entstandene Abweichung in der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes wird in Abbildung 1 deutlich. Daraus lässt sich schliessen, dass die Messung während des Abkühlens die Präzision von beiden ist. Die aus dieser Messung resultierende Bandlücke ist

$$E_g = 1.04 \text{ eV}.$$

Dies weicht um 6.3% vom Literaturwert<sup>1</sup>  $E_g = 1.11 \text{ eV}$  (bei 302 K) ab, ist also erwartungsgemäss näher an jenem als der beim Aufwärmprozess errechnete Wert ( $E_g = 1.01 \text{ eV}$ ).

Fehlerquellen, die für die Abweichung vom Literaturwert verantwortlich sind, sind einerseits die Vernachlässigung der weiteren temperaturabhängigen Beiträge in Formel 1.10, andererseits auch die Annahme, dass es sich bei der verwendeten Siliziumprobe um einen rein intrinsischen Halbleiter handelt. Zusätzlich zu möglichen Verunreinigungen bei der Herstellung des Präparats wurde diese durch unzählige Praktikumsversuche wahrscheinlich leicht beschädigt, schliesslich können Oxidationsprozesse auch beim angelegten Vakuum nicht vollständig ausgeschlossen werden. Auch beim langsamen Abkühlen ist die Temperaturverteilung der Siliziumprobe nie ganz konstant, was die Widerstandsmessung zusätzlich verfälscht. Aufgrund der variierenden Temperaturverteilung und der Tatsache, dass die Messung der Proben temperatur am Probenträger durchgeführt wurde, ist auch bei der Temperaturmessung eine Messunsicherheit zu erwarten. Hinzu kommt, dass beim Errechnen der Temperaturwerte aus der elektrischen Spannung am Thermoelement (siehe 5.1) die Raumtemperatur mangels Thermometer abgeschätzt wurde. Letztlich ist die Grösse der Bandlücke selbst nicht gänzlich unabhängig von der Temperatur und ist folglich anhand der Beobachtung der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes nur mit begrenzter Genauigkeit messbar.

Um diese Fehler zu minimieren, könnte das Experiment an einem neu hergestellten, monokristallinen Siliziumpräparat durchgeführt werden. Die Temperaturverteilung der Probe wäre zudem umso näher an einem thermodynamischen Gleichgewicht, wenn die Ofentemperatur während des Abkühlens sehr langsam und kontinuierlich nach unten geregelt werden würde. Ein Thermometer im Praktikumsraum würde ebenfalls zur Fehlerreduktion beitragen. Um die Bandlücke noch genauer zu messen, könnte man anstatt der Widerstandsmessung die optische Absorption bei verschiedenen Temperaturwerten messen. Diese Messmethode hätte den Vorteil, die Temperaturabhängigkeit der Bandlücke korrekt wiedergeben zu können.

<sup>1</sup>Streetman, Ben G.; Sanjay Banerjee (2000). Solid State electronic Devices. 5th ed.

## 5 Appendix

### 5.1 Spannungstabelle Thermoelement

NiCr-Ni						NiCrSi-NiSi							
Typ K DINIEC						Typ N DIN43722							
Tol. KI1		Tol. KI2		mV		Tol. KI1		Tol. KI2		mV		Diff. Typ N in K zuTyp K	
1.5 K o.		2.5 K o.		0.004t		1.5 K o.		2.5 K o.		0.004t			
+/-K		+/-K		+/-K		+/-K		+/-K		+/-K			
-270	1.5	2.5	6.458	1.5	2.5								
-100	1.5	2.5	-3.553	1.5	2.5	-2.407						38.20	
-50	1.5	2.5	-1.889	1.5	2.5	-1.268						17.25	
-40	1.5	2.5	-1.527	1.5	2.5								
-30	1.5	2.5	-1.156	1.5	2.5								
-25	1.5	2.5	-0.968	1.5	2.5								
-20	1.5	2.5	-0.777	1.5	2.5								
-15	1.5	2.5	-0.585	1.5	2.5								
-10	1.5	2.5	-0.392	1.5	2.5								
-5	1.5	2.5	-0.197	1.5	2.5								
0°	1.5	2.5	0.000	1.5	2.5	0.000						0.00	
5	1.5	2.5	0.198	1.5	2.5								
10	1.5	2.5	0.397	1.5	2.5								
15	1.5	2.5	0.597	1.5	2.5								
20	1.5	2.5	0.798	1.5	2.5								
25	1.5	2.5	1.000	1.5	2.5								
30	1.5	2.5	1.203	1.5	2.5								
35	1.5	2.5	1.407	1.5	2.5								
40	1.5	2.5	1.611	1.5	2.5								
45	1.5	2.5	1.817	1.5	2.5								
50	1.5	2.5	2.022	1.5	2.5	1.339						16.66	
60	1.5	2.5	2.436	1.5	2.5								
70	1.5	2.5	2.850	1.5	2.5								
75	1.5	2.5	3.058	1.5	2.5								
80	1.5	2.5	3.266	1.5	2.5								
90	1.5	2.5	3.681	1.5	2.5								
95	1.5	2.5	3.888	1.5	2.5								
100	1.5	2.5	4.095	1.5	2.5	2.774						32.22	
120	1.5	2.5	4.919	1.5	2.5								
140	1.5	2.5	5.733	1.5	2.5								

NiCr-Ni						NiCrSi-NiSi							
Typ K DINIEC						Typ N DIN43722							
Tol. KI1		Tol. KI2		mV		Tol. KI1		Tol. KI2		mV		Diff. Typ N in K zuTyp K	
1.5 K o.		2.5 K o.		0.004t		1.5 K o.		2.5 K o.		0.004t			
+/-K		+/-K		+/-K		+/-K		+/-K		+/-K			
150	1.5	2.5	6.137	1.5	2.5	4.301							
160	1.5	2.5	6.539	1.5	2.5								
180	1.5	2.5	7.338	1.5	2.5								
200	1.5	2.5	8.137	1.5	2.5	5.912						54.27	
220	1.5	2.5	8.938	1.5	2.5								
240	1.5	2.5	9.745	1.5	2.5								
250	1.5	2.5	10.151	1.5	2.5	7.596						62.32	
260	1.5	2.5	10.560	1.5	2.5								
280	1.5	2.5	11.381	1.5	2.5								
300	1.5	2.5	12.207	1.5	2.5	9.340						69.93	
325	1.5	2.5	13.247	1.5	2.5								
350	1.5	2.5	14.292	1.5	2.5	11.135						75.17	
375	1.5	2.8	15.342	1.5	2.5								
400	1.6	3.0	16.395	1.6	3.0	12.972						81.50	
450	1.8	3.4	18.513	1.8	3.4	14.844						85.33	
500	2.0	3.8	20.640	2.0	3.8	16.744						90.60	
550	2.2	4.1	22.772	2.2	4.1	18.668						95.44	
600	2.4	4.5	24.902	2.4	4.5	20.609						99.84	
650	2.6	4.9	27.022	2.6	4.9	22.564						106.14	
700	2.8	5.3	29.128	2.8	5.3	24.526						109.57	
750	3.0	5.6	31.214	3.0	5.6	26.491						112.45	
800	3.2	6.0	33.277	3.2	6.0	28.456						117.59	
850	3.4	6.4	35.314	3.4	6.4	30.417						122.43	
900	3.6	6.8	37.325	3.6	6.8	32.370						123.88	
950	3.8	7.1	39.310	3.8	7.1	34.315						128.08	
1000	4.0	7.5	41.269	4.0	7.5	36.248						128.74	
1100	4.4	8.3	45.108	4.4	8.3	40.076						132.42	
1200	4.8	9.0	48.828	4.8	9.0	43.836						138.67	
1300	5.2	9.8	52.398	5.2	9.8	47.502						139.89	
1370	5.5	10.3	54.807	5.5	10.3								

Aus der obigen Tabelle ist ersichtlich, dass der Zusammenhang zwischen Temperatur  $T$  und der Thermospannung  $V$  linear ist. Ein linearer Fit der Form

$$T(V) = c_1 V + c_2 \quad (5.1)$$

fürte für das NiCr-Ni Thermoelement zu

$$c_1 = 24.3$$

$$c_2 = 1.06$$

Es gilt zu beachten, dass die Spannungstabelle für die Umgebungstemperatur  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  erstellt wurde. Für eine abweichende Umgebungstemperatur  $T_1$  (in unserem Fall  $26^\circ\text{C}$ ) muss die Thermopannung um einen Korrekturterm ergänzt werden:

$$V \rightarrow V + \frac{T_1 - c_2}{c_1} \quad (5.2)$$

Es gilt also:

$$T(V) = c_1 \left( V + \frac{T_1 - c_2}{c_1} \right) + c_2 = c_1 V + T_1 \quad (5.3)$$