



**Universität
Zürich** ^{UZH}

Praktikumsbericht Festkörperphysik

Widerstandsmessung an einem Halbleiter

Modul:
PHY210

Assistent:
Kay Waltar

Studenten:
Nora Salgo, Manuel Sommerhalder, Fabian Stäger

Datum des Versuchs:
16.06.2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Zielsetzung	3
1.2	Physikalischer Hintergrund	3
1.3	Experimenteller Aufbau	4
1.3.1	PID-Regler	5
1.3.2	Thermoelement	6
1.3.3	Vierpunkt-Widerstandsmessung	6
2	Messdaten	7
2.1	Temperaturverlauf	7
2.2	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands	8
3	Auswertung	9
4	Diskussion	11
5	Appendix	12
5.1	Spannungstabelle Thermoelement	12

1 Einleitung

1.1 Zielsetzung

Das Ziel des Experimentes ist es, den elektrischen Widerstand einer Siliziumprobe bei verschiedenen Temperaturen zu messen. Aus den Messergebnissen soll dann die Energiebandlücke bestimmt werden.

1.2 Physikalischer Hintergrund

Bei reinem Silizium handelt es sich um einen intrinsischen Halbleiter. Somit besteht die Ladungsträgerdichte zu gleichen Teilen aus einem Elektronenanteil n und einem Lochanteil p . Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters ist gegeben durch die Formel ¹

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h, \quad (1.1)$$

wobei μ_e und μ_h jeweils die Mobilitäten der Elektronen- bzw. Loch-Beiträge sind. Diese ist leicht temperaturabhängig. Die Elektronenladungsdichte n errechnet sich aus der Formel¹

$$n = \int_{E_c}^{\infty} D_e(E) f_e(E) dE \quad (1.2)$$

mit der Zustandsdichte¹

$$D_e(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad (1.3)$$

(m_e ist die effektive Masse, \hbar die reduzierte Planck-Konstante und E_c die niedrigste Energie des Leitungsbandes) und der Fermi-Dirac-Statistik¹

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\mu - E}{k_B T}\right) + 1} \quad (1.4)$$

(μ ist hier das chemische Potential), was sich mit der Näherung $\mu - E \gg k_B T$ integrieren lässt zu¹

$$n = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - E_c}{k_B T}\right). \quad (1.5)$$

Ganz analog errechnet sich die Lochdichte mit derselben Näherung zu¹

$$p = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_v - \mu}{k_B T}\right) \quad (1.6)$$

¹Kittel, Charles (2005). Introduction to solid state physics. 8th ed.

(E_v ist die höchste Energie des Valenzbandes). Das Produkt von n und p ist somit nur von der Temperatur abhängig:

$$np = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e m_h)^{3/2} \exp \left(\frac{-E_g}{k_B T} \right) \quad (1.7)$$

Dabei ist $E_g = E_c - E_v$ die Energiebandlücke. Da die beiden Ladungsdichten im intrinsischen Fall gleich gross sind, lassen sie sich durch folgende Formel in Abhängigkeit der Bandlücke und der Temperatur beschreiben:

$$n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp \left(\frac{-E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.8)$$

Der spezifische Widerstand ist somit nach einsetzen in Formel 1.1:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{2(\mu_e + \mu_h)e} \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/2} (m_e m_h)^{-3/4} \exp \left(\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.9)$$

Da der elektrische Widerstand mit einem geometrischen Faktor direkt proportional zum spezifischen Widerstand ist, wird dieser zu

$$R = A(T) T^{-3/2} \exp \left(\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.10)$$

mit $A(T)$ als leicht temperaturabhängigem Proportionalitätsfaktor.

1.3 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experimentes ist in Abbildung 1 zu sehen. Die Silizium-Probe ist auf einem isolierenden Probenträger aus Keramikmaterial angebracht. An diesem zylinderförmigen Träger sind die Kontakte für die Vierpunktmessung des Widerstandes angebracht, sowie ein Thermoelement, welches die Temperatur des Probeträgers misst (diese Temperatur sollte der Probetemperatur entsprechen). Der Träger wird von der Heizung umschlossen. Im Innern des Ofens herrscht ein Vakuum, um die Wärmekonvektion und Oxidation zu unterbinden. Dieser Druck von 10^{-5} mbar wird mit einer Turbomolekularpumpe erzeugt. An der Heizung ist ein zweites Thermoelement für den Temperaturregler angebracht. Dieser Regler steuert die Heizleistung. Seine Funktionsweise wird in Abschnitt 1.3.1 genauer beschrieben. Die Messdaten und die Daten des Reglers können mit einem LabVIEW Programm überprüft und gespeichert werden.

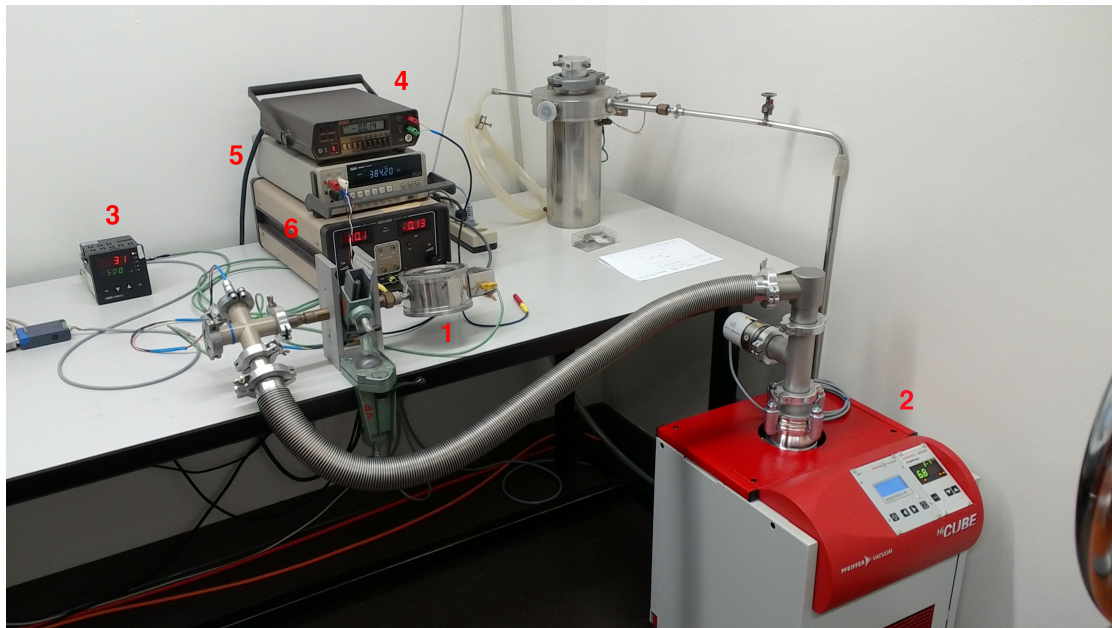


Abbildung 1: 1) Ofen und Probe 2) Turbomolekularpumpe 3) PID-Regler 4) Widerstandsmessegerät 5) Spannungsmessgerät der Thermoelemente 6) Stromquelle Heizstrom

1.3.1 PID-Regler

Der Temperaturregler ist ein PID-Regler (Proportional Integral Differential Regler). Dieser Regler basiert auf Rückkopplung. Es wird ein IST-Wert, in unserem Fall die aktuelle Temperatur der Heizspirale und ein SOLL-Wert, die gewünschte Temperatur, verglichen. Der PID-Regler steuert den Heizstrom als Funktion der Differenz zwischen IST- und SOLL-Wert. Er wird eingesetzt um potentielle Störungen zu glätten und eine stabile Temperaturregelung zu erhalten. Die drei Teile des PID-Reglers haben verschiedene Funktionen.

Der Proportional-Teil reagiert sehr schnell auf Temperaturänderungen, da der Heizstrom proportional zur Differenz des IST- und SOLL-Wertes ist.

Der Integral-Teil reagiert als Funktion der Differenz des zeitlichen Mittelwertes des IST-Wertes und des SOLL-Wertes. Er reguliert also langsamer als der Proportional-Teil. Der Integral-Teil sorgt dafür, dass Störungen ausgeglichen werden und er ist notwendig, um den SOLL-Wert tatsächlich zu erreichen.

Der Differential-Teil extrapoliert den Temperaturverlauf und reagiert als Funktion der Differenz zwischen dem extrapolierten IST-Wert und dem SOLL-Wert. Dieser Teil reguliert schneller als der Proportional-Teil und ist somit sehr instabil gegenüber Störungen, eine Übersteuerung ist möglich. In unserem Versuch bleibt der Differential-Teil darum ausgeschaltet.

1.3.2 Thermoelement

Ein Thermoelement besteht aus einem Stromkreis mit zwei verschiedenen Metallen A und B. Wenn zwischen den Kontaktstellen eine Temperaturdifferenz existiert, entsteht gemäss dem Seebeck-Effekt eine elektrische Spannung²

$$U = \int_{T_1}^{T_2} S_B(T) - S_A(T) dT \quad (1.11)$$

wobei die Seebeck-Koeffizienten S_A und S_B temperaturabhängige Materialeigenschaften mit der Einheit V/K sind. Mithilfe einer Spannungstabelle (siehe Anhang auf Seite 12) kann der gemessenen Spannung eine Temperatur zugeordnet werden. In diesem Experiment wurde ein NiCr-Ni-Thermoelement verwendet.

1.3.3 Vierpunkt-Widerstandsmessung

Um den Widerstand der Probe möglichst genau zu messen, wird die Vierpunkt-Methode verwendet. Dabei fliesst ein bekannter Strom durch den Widerstand und parallel geschaltet wird der Spannungsabfall über dem Widerstand gemessen. Da der Eingangswiderstand des Voltmeters hochohmig ist, fliesst ein vernachlässigbar kleiner Strom durch das Messgerät. So verfälschen die Widerstände von Kabeln und Kontakten die Messung nur minimal.

²Gross, Rudolf; Marx, Achim (2014). Festkörperphysik, 2nd ed.

2 Messdaten

2.1 Temperaturverlauf

Während des Versuchs wurde die Temperatur in der Heizspule und an der Probe gemessen. In Abbildung 2 ist ersichtlich, dass die Probentemperatur der Reglertemperatur im Aufwärmprozess hinterherhinkt. Für die Auswertung wird nur die Probentemperatur berücksichtigt.

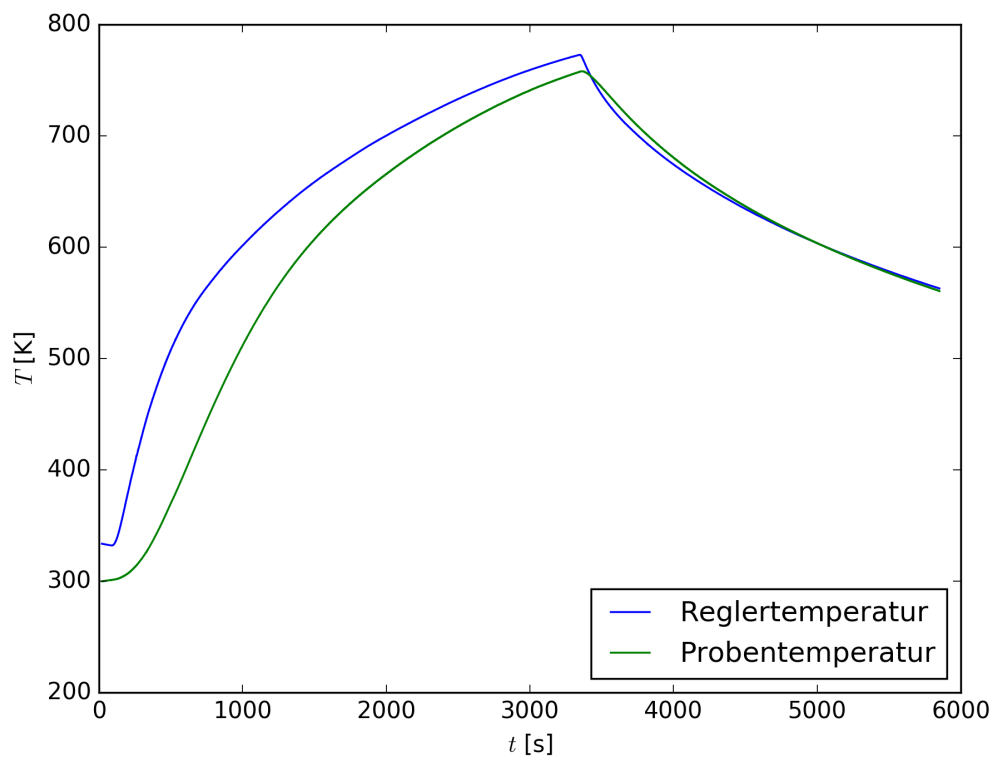


Abbildung 2: : Temperaturverlauf über die Zeit

2.2 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

Die Siliziumprobe wurde zuerst auf 500°C erwärmt und dann wieder auf Raumtemperatur abgekühlt. Während des ganzen Prozesses wurde der elektrische Widerstand mithilfe der Vierpunkt-Messmethode ermittelt. In der Abbildung 3 ist ersichtlich, dass der Widerstandsverlauf bei Aufwärm- (blau) und Abkühlprozess (grün) leicht unterschiedlich ausfällt.

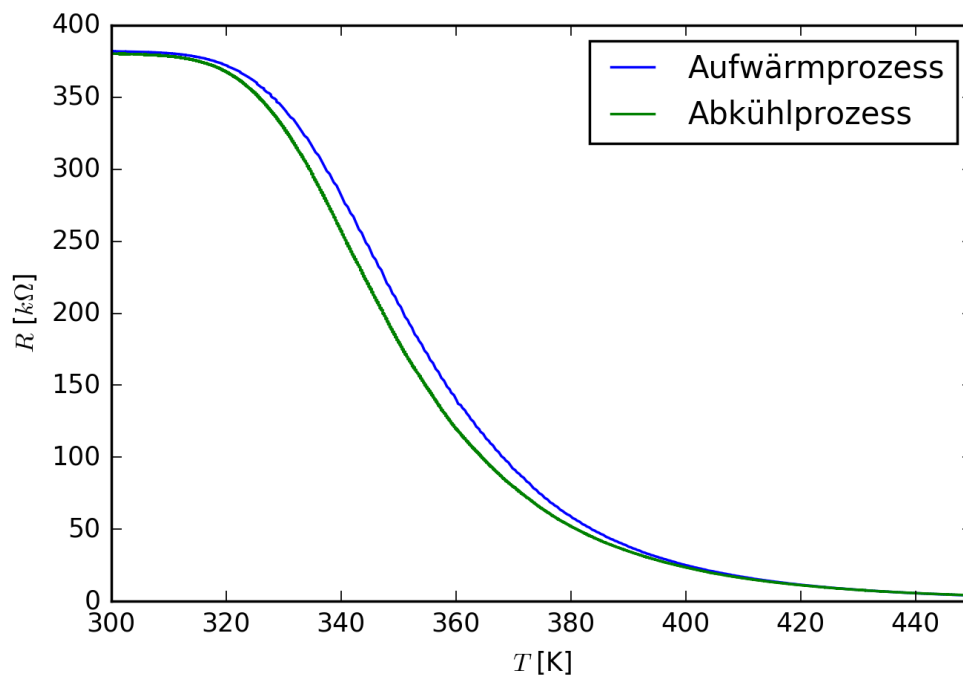


Abbildung 3: : elektrischer Widerstand des Halbleiters

3 Auswertung

Formel 1.10 in Kapitel 1.2 vereinfacht sich näherungsweise zu

$$R \approx B \exp \left(\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (3.1)$$

mit einer temperaturunabhängigen Proportionalitätskonstante B , da die Temperaturabhängigkeit der Exponentialfunktion aufgrund des grossen Vorfaktors im Exponenten sehr gross gegenüber dem Beitrag von $T^{-3/2}$ und den Mobilitäten μ_e und μ_h ist.

Der Logarithmus der Gleichung 3.1 ist dann:

$$\ln(R) = \ln(B) + \frac{E_g}{2k_B} T^{-1} \quad (3.2)$$

Aufgrund der linearen Abhängigkeit von T^{-1} ist es sinnvoll, die Messwerte in einem Plot mit T^{-1} in der x-Achse und $\ln(R)$ in der y-Achse darzustellen. Der dadurch entstandene Graph ist grösstenteils näherungsweise linear. Bei kleinen Temperaturen beziehungsweise grossem T^{-1} scheitert die Näherung, die für Formel 3.1 gemacht wurde. Verantwortlich dafür sind temperaturabhängige Beiträge, die vernachlässigt wurden. Diese entstammen beispielsweise aus der Temperaturabhängigkeit der Mobilität und der Annahme in Formel 1.8, dass es sich um einen rein intrinsischen Halbleiter handle. Die Steigung a eines linearen Fits durch den näherungsweise linearen Bereich hängt aufgrund von Gleichung 3.2 direkt mit der Bandlücke zusammen:

$$a = \frac{E_g}{2k_B} \quad \Rightarrow \quad E_g = 2k_B a \quad (3.3)$$

Für beide Teile der Messung, Aufwärm- (Abbildung 4) und Abkühlprozess (Abbildung 5), wurde ein solcher linearer Fit durchgeführt. Dies führte zu den folgenden Resultaten:

	Aufwärmen	Abkühlen
Steigung	$a_1 = (5854 \pm 7)\text{K}$	$a_2 = (6061 \pm 1)\text{K}$
Bandlücke	$E_g = (1.0089 \pm 0.0012)\text{eV}$	$E_g = (1.0446 \pm 0.0002)\text{eV}$

Hier gilt es zu beachten, dass die angegebenen Unsicherheiten der Bandlücke nur dem Fehler entsprechen, der vom χ^2 -Fit-Algorithmus ausgegeben wurde. Die effektive Messunsicherheit muss deutlich grösser eingeschätzt werden (siehe Kapitel 4).

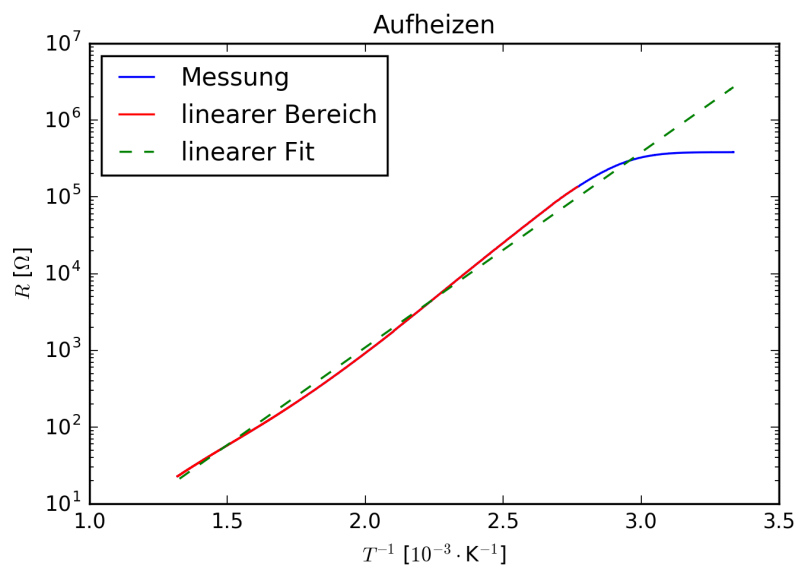


Abbildung 4: Widerstand als Funktion von T^{-1} während des Aufwärmprozesses

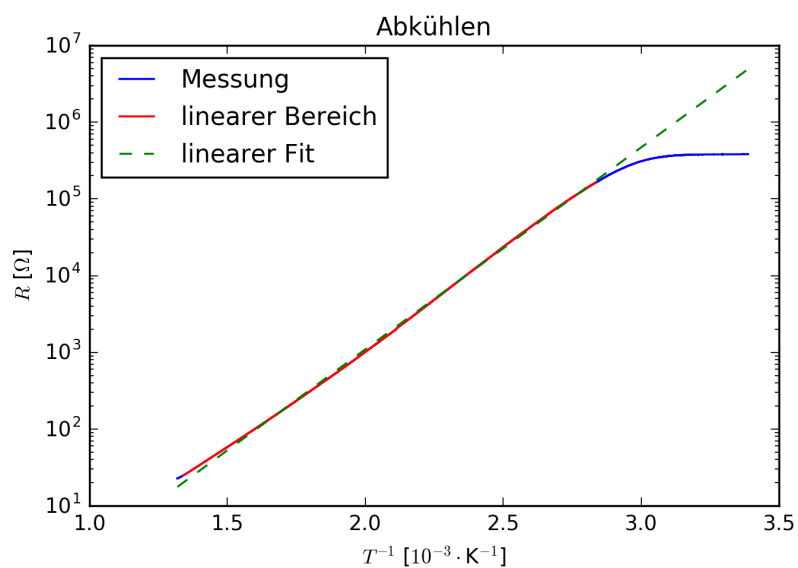


Abbildung 5: Widerstand als Funktion von T^{-1} während des Abkühlprozesses

4 Diskussion

Da der Abkühlprozess sich über längere Zeit hinzog, ist anzunehmen, dass die Temperaturverteilung der Probe näher an einem thermodynamischen Gleichgewicht war als im Falle des Aufwärmens. Die dadurch entstandene Abweichung in der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes wird in Abbildung 3 deutlich. Daraus lässt sich schliessen, dass die Messung während des Abkühlens die Präzision von beiden ist. Die aus dieser Messung resultierende Bandlücke ist

$$E_g = 1.04 \text{ eV}.$$

Dies weicht um 6.3% vom Literaturwert¹ $E_g = 1.11 \text{ eV}$ (bei 302 K) ab, ist also erwartungsgemäss näher an jenem als der beim Aufwärmprozess errechnete Wert ($E_g = 1.01 \text{ eV}$).

Fehlerquellen, die für die Abweichung vom Literaturwert verantwortlich sind, sind einerseits die Vernachlässigung der weiteren temperaturabhängigen Beiträge in Formel 1.10, andererseits auch die Annahme, dass es sich bei der verwendeten Siliziumprobe um einen rein intrinsischen Halbleiter handelt. Zusätzlich zu möglichen Verunreinigungen bei der Herstellung des Präparats wurde diese durch unzählige Praktikumsversuche wahrscheinlich leicht beschädigt, schliesslich können Oxidationsprozesse auch beim angelegten Vakuum nicht vollständig ausgeschlossen werden. Auch beim langsamen Abkühlen ist die Temperaturverteilung der Siliziumprobe nie ganz konstant, was die Widerstandsmessung zusätzlich verfälscht. Aufgrund der inhomogenen Temperaturverteilung und der Tatsache, dass die Messung der Probentemperatur am Probenträger durchgeführt wurde, ist auch bei der Temperaturmessung eine Messunsicherheit zu erwarten. Hinzu kommt, dass beim Errechnen der Temperaturwerte aus der elektrischen Spannung am Thermoelement (siehe 5.1) die Raumtemperatur mangels Thermometer abgeschätzt wurde. Letztlich ist die Grösse der Bandlücke selbst nicht gänzlich unabhängig von der Temperatur und ist folglich anhand der Beobachtung der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes nur mit begrenzter Genauigkeit messbar.

Um diese Fehler zu minimieren, könnte das Experiment an einem neu hergestellten, monokristallinen Siliziumpräparat durchgeführt werden. Die Temperaturverteilung der Probe wäre zudem umso näher an einem thermodynamischen Gleichgewicht, wenn die Ofentemperatur während des Abkühlens sehr langsam nach unten geregelt werden würde. Ein Thermometer im Praktikumsraum würde ebenfalls zur Fehlerreduktion beitragen. Um die Bandlücke noch genauer zu messen, könnte man anstatt der Widerstandsmessung die optische Absorption bei verschiedenen Temperaturwerten messen. Diese Messmethode hätte den Vorteil, die Temperaturabhängigkeit der Bandlücke korrekt wiedergeben zu können.

¹Streetman, Ben G.; Sanjay Banerjee (2000). Solid State electronic Devices. 5th ed.

5 Appendix

5.1 Spannungstabelle Thermoelement

NiCr-Ni Typ K DINIEC							NiCroSi-NiSi Typ N DIN43722							Diff. Typ N in K zu Typ K	
Tol. KI1 1.5 K o. 0.004t +/-K	Tol. KI2 2.5 K o. 0.0075t +/-K	mV		Tol. KI1 1.5 K o. 0.004t +/-K	Tol. KI2 2.5 K o. 0.0075t +/-K	mV		Tol. KI1 1.5 K o. 0.004t +/-K	Tol. KI2 2.5 K o. 0.0075t +/-K	mV		Tol. KI1 1.5 K o. 0.004t +/-K	Tol. KI2 2.5 K o. 0.0075t +/-K	mV	
-270	1.5	2.5	-6.458	1.5	2.5	-2.407	38.20	1.5	2.5	6.137	1.5	2.5	4.301	44.78	150
-100	1.5	2.5	-3.553	1.5	2.5	-1.268	17.25	1.5	2.5	6.539	1.5	2.5			160
-50	1.5	2.5	-1.889	1.5	2.5			1.5	2.5	7.338	1.5	2.5			180
-40	1.5	2.5	-1.527	1.5	2.5			1.5	2.5	8.137	1.5	2.5	5.912	54.27	200
-30	1.5	2.5	-1.156	1.5	2.5			1.5	2.5	8.938	1.5	2.5			220
-25	1.5	2.5	-0.968	1.5	2.5			1.5	2.5	9.745	1.5	2.5			240
-20	1.5	2.5	-0.777	1.5	2.5			1.5	2.5	10.151	1.5	2.5	7.596	62.32	250
-15	1.5	2.5	-0.585	1.5	2.5			1.5	2.5	10.560	1.5	2.5			260
-10	1.5	2.5	-0.392	1.5	2.5			1.5	2.5	11.381	1.5	2.5			280
-5	1.5	2.5	-0.197	1.5	2.5			1.5	2.5	12.207	1.5	2.5	9.340	69.93	300
0°	1.5	2.5	0.000	1.5	2.5	0.000	0.00	1.5	2.5	13.247	1.5	2.5			325
5	1.5	2.5	0.198	1.5	2.5			1.5	2.5	14.292	1.5	2.5	11.135	75.17	350
10	1.5	2.5	0.397	1.5	2.5			1.5	2.8	15.342	1.5	2.5			375
15	1.5	2.5	0.597	1.5	2.5			1.6	3.0	16.395	1.6	3.0	12.972	81.50	400
20	1.5	2.5	0.798	1.5	2.5			1.8	3.4	18.513	1.8	3.4	14.844	85.33	450
25	1.5	2.5	1.000	1.5	2.5			2.0	3.8	20.640	2.0	3.8	16.744	90.60	500
30	1.5	2.5	1.203	1.5	2.5			2.2	4.1	22.772	2.2	4.1	18.668	95.44	550
35	1.5	2.5	1.407	1.5	2.5			2.4	4.5	24.902	2.4	4.5	20.609	99.84	600
40	1.5	2.5	1.611	1.5	2.5			2.6	4.9	27.022	2.6	4.9	22.564	106.14	650
45	1.5	2.5	1.817	1.5	2.5			2.8	5.3	29.128	2.8	5.3	24.526	109.57	700
50	1.5	2.5	2.022	1.5	2.5	1.339	16.66	3.0	5.6	31.214	3.0	5.6	26.491	112.45	750
60	1.5	2.5	2.436	1.5	2.5			3.2	6.0	33.277	3.2	6.0	28.456	117.59	800
70	1.5	2.5	2.850	1.5	2.5			3.4	6.4	35.314	3.4	6.4	30.417	122.43	850
75	1.5	2.5	3.058	1.5	2.5			3.6	6.8	37.325	3.6	6.8	32.370	123.88	900
80	1.5	2.5	3.266	1.5	2.5			3.8	7.1	39.310	3.8	7.1	34.315	128.08	950
90	1.5	2.5	3.681	1.5	2.5			4.0	7.5	41.269	4.0	7.5	36.248	128.74	1000
95	1.5	2.5	3.888	1.5	2.5			4.4	8.3	45.108	4.4	8.3	40.076	132.42	1100
100	1.5	2.5	4.095	1.5	2.5	2.774	32.22	4.8	9.0	48.828	4.8	9.0	43.836	138.67	1200
120	1.5	2.5	4.919	1.5	2.5			5.2	9.8	52.398	5.2	9.8	47.502	139.89	1300
140	1.5	2.5	5.733	1.5	2.5			5.5	10.3	54.807	5.5	10.3			1370

Aus der obigen Tabelle¹ ist ersichtlich, dass der Zusammenhang zwischen Temperatur T und der Thermospannung V linear ist. Ein linearer Fit der Form

$$T(V) = c_1 V + c_2 \quad (5.1)$$

führte für das NiCr-Ni Thermoelement zu den Konstanten

$$c_1 = 24.3$$

$$c_2 = 1.06$$

Es gilt zu beachten, dass die Spannungstabelle für die Umgebungstemperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$ erstellt wurde. Für eine abweichende Umgebungstemperatur T_1 (in unserem Fall 26°C) muss die Thermopannung um einen Korrekturterm ergänzt werden:

$$V \rightarrow V + \frac{T_1 - c_2}{c_1} \quad (5.2)$$

Es gilt also:

$$T(V) = c_1 \left(V + \frac{T_1 - c_2}{c_1} \right) + c_2 = c_1 V + T_1 \quad (5.3)$$

¹Praktikumsanleitung (2012)