

Praktikumsbericht Physik III

Stern-Gerlach

Modul:

PHY131

Assistent:

Ruth Bründler

Studenten:

Manuel Sommerhalder, Stefan Hochrein, Ruben Beynon

Datum des Versuchs:

22.01.2017

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalischer Hintergrund	3
2	Experimenteller Aufbau	5
2.1	PID-Regler	5
2.2	Thermoelement	5
2.3	Vierpunkt-Widerstandsmessung	6
3	Messdaten	7
3.1	Temperaturverlauf	7
3.2	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands	7
4	Auswertung	9
5	Appendix	11
5.1	Spannungstabelle Thermoelement	11

1 Physikalischer Hintergrund

Für das Experiment wird der Widerstand einer Siliziumprobe bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Bei reinem Silizium handelt es sich um einen intrinsischen Halbleiter. Somit besteht die Ladungsträgerdichte zu gleichen Teilen aus einem Elektronenanteil n und einem Lochanteil p . Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters ist gegeben durch die Formel¹

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h, \quad (1.1)$$

wobei μ_e und μ_h jeweils die Mobilität der Elektronen- bzw. Loch-Beiträge ist. Diese ist leicht temperaturabhängig. Die Elektronenladungsdichte n errechnet sich aus der Formel¹

$$n = \int_{E_c}^{\infty} D_e(E) f_e(E) dE \quad (1.2)$$

mit der Zustandsdichte¹

$$D_e(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad (1.3)$$

(m_e ist die effektive Masse, \hbar die reduzierte Planck-Konstante und E_c die niedrigste Energie des Leitungsbandes) und der Fermi-Dirac-Statistik¹

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\mu - E}{k_B T}\right) + 1} \quad (1.4)$$

(μ ist hier das chemische Potential), was sich mit der Näherung $\mu - E_c \gg k_B T$ integrieren lässt zu¹

$$n = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - E_c}{k_B T}\right). \quad (1.5)$$

Ganz analog errechnet sich die Lochdichte mit derselben Näherung zu¹

$$p = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_v - \mu}{k_B T}\right) \quad (1.6)$$

(E_v ist die höchste Energie des Valenzbandes). Das Produkt von n und p ist somit nur von der Temperatur abhängig:

$$np = 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e m_h)^{3/2} \exp\left(\frac{-E_g}{k_B T}\right) \quad (1.7)$$

¹Introduction to solid state physics / Charles Kittel.—8th ed.

Dabei ist $E_g = E_c \sim E_v$ die Energiebandlücke. Da die beiden Ladungsdichten im intrinsischen Fall gleich gross sind, lassen sie sich durch folgende Formel in Abhängigkeit der Bandlücke und der Temperatur beschreiben:

$$n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp \left(\frac{-E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.8)$$

Der spezifische Widerstand ist somit nach einsetzen in Formel 1.1

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{2(\mu_e + \mu_h)e} \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/2} (m_e m_h)^{-3/4} \exp \left(\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.9)$$

Da der elektrische Widerstand mit einem geometrischen Faktor direkt proportional zum spezifischen Widerstand ist, wird dieser somit

$$R = A(T) T^{-3/2} \exp \left(\frac{E_g}{2k_B T} \right) \quad (1.10)$$

mit $A(T)$ als leicht temperaturabhängigem Proportionalitätsfaktor.

2 Experimenteller Aufbau

Die Silizium-Probe ist auf einem isolierenden Probeträger aus Keramikmaterial angebracht. An diesem zylinderförmigen Träger sind die Kontakte für die Vierpunktmessung des Widerstandes angebracht, sowie ein Thermoelement, welches die Temperatur der Probe messen soll. Der Träger wird von der Heizung umschlossen. Im Innenraum der Heizung herrscht ein Vakuum um die Wärmekonvektion und Oxidation zu unterbinden. Dieser Unterdruck von 10^{-5} mBar wird mit einer Turbomolekularpumpe erzeugt. An der Heizung ist ein zweites Thermoelement für den Temperaturregler angebracht. Dieser Regler steuert die Heizleistung, seine Funktionsweise wird in Kapitel 2.1 genauer beschrieben. Die Messdaten und die Daten des Reglers können mit einem LabVIEW Programm überprüft und gespeichert werden.

2.1 PID-Regler

Der Temperaturregler ist ein PID-Regler (Proportional Integral Differential Regler). Dieser Regler basiert auf Rückkopplung. Es wird ein IST-Wert, in unserem Fall die aktuelle Temperatur der Heizspirale und ein SOLL-Wert, die gewünschte Temperatur, verglichen. Der PID-Regler steuert den Heizstrom als Funktion der Differenz zwischen IST- und SOLL-Wert. Er wird eingesetzt um potentielle Störungen zu glätten und eine stabile Temperaturregelung zu erhalten. Die drei Teile des PID-Reglers haben verschiedene Funktionen.

Proportional-Teil reagiert sehr schnell auf Temperaturänderung da er proportional zur Differenz des IST- und SOLL-Wertes ist. Mit einem Proportional-Teil alleine wird die gewünschte Temperatur aber nie erreicht.

Der Integral-Teil reagiert als Funktion der Differenz des Mittelwerts und des SOLL-Wertes. Dieser Teil reguliert also langsamer als der Proportional-Teil. Störungen werden ausgeglichen und der SOLL-Wert wird tatsächlich erreicht.

Der Differential-Teil extrapoliert den Temperaturverlauf und reagiert als Funktion der Differenz zwischen dem extrapolierten IST-Wert und dem SOLL-Wert. Dieser Teil reguliert schneller als der Proportional-Teil und ist somit sehr instabil gegenüber Störungen, eine Übersteuerung ist möglich. In unserem Versuch bleibt der Differential-Teil darum ausgeschaltet.

2.2 Thermoelement

Ein Thermoelement besteht aus einem Stromkreis mit zwei verschiedenen Metallen A und B. Wenn zwischen den Kontaktstellen eine Temperaturdifferenz existiert, entsteht

gemäss dem Seebeck-Effekt eine elektrische Spannung

$$U = \int_{T_1}^{T_2} S_B(T) - S_A(T) dT$$

wobei die Seebeck-Koeffizienten S_A und S_B temperaturabhängige Materialeigenschaften mit der Einheit V/K sind. Mithilfe einer Spannungstabelle (siehe Anhang auf Seite 11) kann der gemessenen Spannung eine Temperatur zugeordnet werden. In diesem Experiment wurde ein NiCr-Ni-Thermoelement verwendet.

2.3 Vierpunkt-Widerstandsmessung

Um den Widerstand der Probe möglichst genau zu messen, wird die Vierpunkt-Methode verwendet. Dabei fliesst über zwei der Leitungen ein bekannter Strom durch den Widerstand. Der Spannungsabfall am Widerstand wird über zwei weitere Leitungen abgegriffen. Der Widerstand kann dann mithilfe des Ohmschen Gesetzes berechnet werden.

3 Messdaten

3.1 Temperaturverlauf

Während des Versuchs wurde die Temperatur in der Heizspule und an der Probe gemessen. In Figur 1 ist ersichtlich, dass die Proben­temperatur der Regler­temperatur im Aufwärmprozess hinterherhinkt. Für die Auswertung wird nur die Proben­temperatur berücksichtigt.

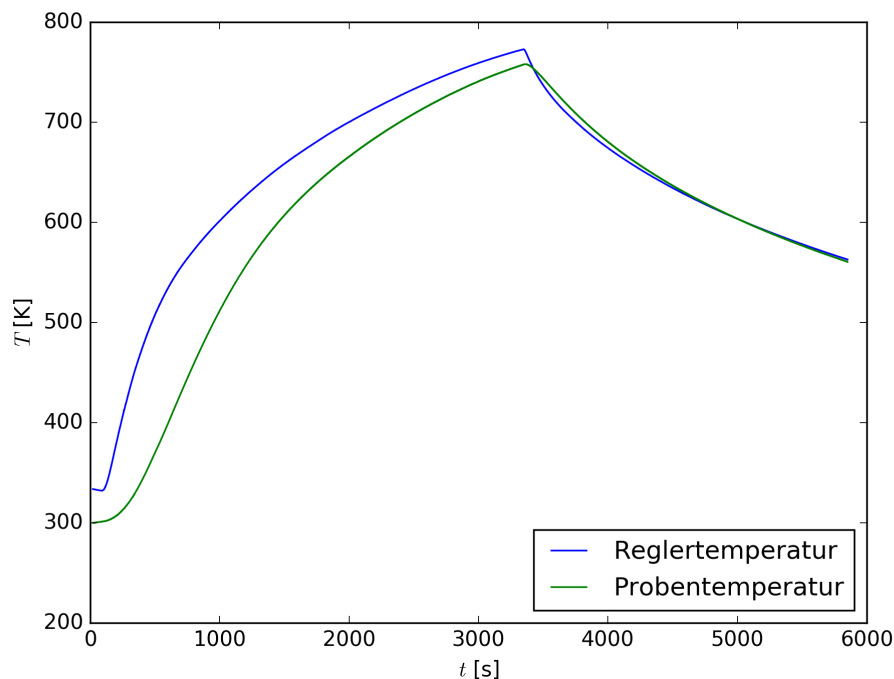


Abbildung 1: Temperaturverlauf über die Zeit

3.2 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

Die Siliziumprobe wurde zuerst auf 500°C erwärmt und dann wieder auf Raumtemperatur abgekühlt. Während des ganzen Prozesses wurde der elektrische Widerstand mit der Vierpunkt-Messmethode ermittelt. In der Skizze (Abbildung 2) ist ersichtlich, dass der Widerstandsverlauf bei Aufwärm- (blau) und Abkühlprozess (grün) leicht unterschiedlich ausfällt.

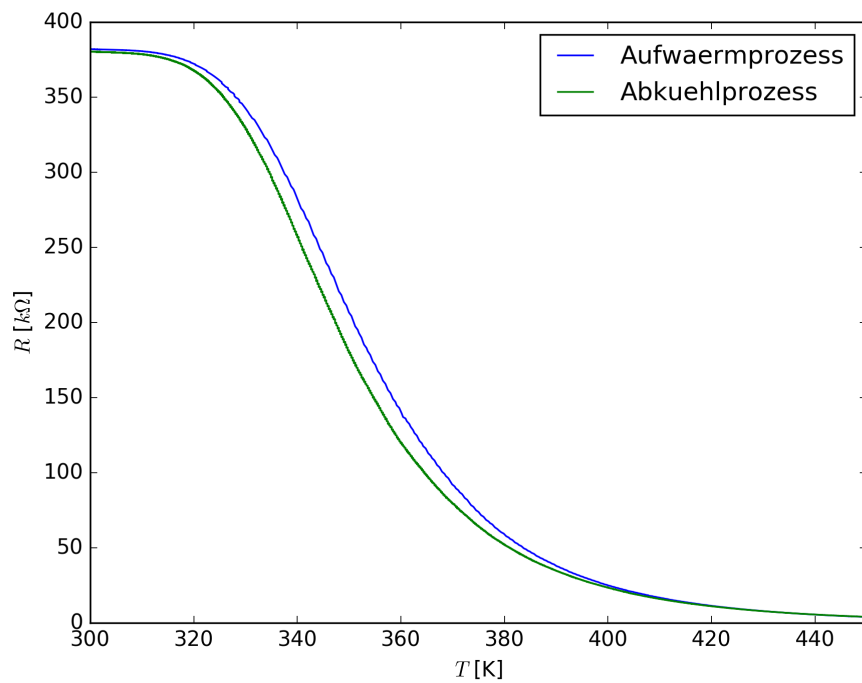


Abbildung 2: elektrischer Widerstand des Halbleiters

4 Auswertung

Formel 1.10 in Kapitel 1 vereinfacht sich im Temperaturbereich des Experiments näherungsweise zu:

$$R \approx B \exp\left(\frac{E_g}{2k_B T}\right) \quad (4.1)$$

mit einer thermostatischen Proportionalitätskonstante B , da die Temperaturabhängigkeit der Exponentialfunktion sehr gross gegenüber dem Beitrag von $T^{-3/2}$ und den Mobilitäten μ_e und μ_h ist.

Der Logarithmus der Gleichung 4.1 ist dann:

$$\ln(R) = \ln(B) + \frac{E_g}{2k_B} T^{-1} \quad (4.2)$$

Aufgrund der linearen Abhängigkeit von T^{-1} ist es sinnvoll, die Messwerte in einem Plot mit T^{-1} in der x-Achse und $\ln(R)$ in der y-Achse darzustellen. Der dadurch entstandene Graph ist grösstenteils näherungsweise linear. Bei kleinen Temperaturen beziehungsweise grossem T^{-1} scheitert die Näherung, die in Formel 4.1 gemacht wurde. Die Steigung a eines linearen Fits durch den näherungsweise linearen Bereich hängt aufgrund von Gleichung 4.2 direkt mit der Bandlücke zusammen:

$$a = \frac{E_g}{2k_B} \Rightarrow E_g = 2k_B a \quad (4.3)$$

Dies wurde einmal für die Messung während des Aufheizens der Probe und einmal für die Messung während des Abkühlens durch:

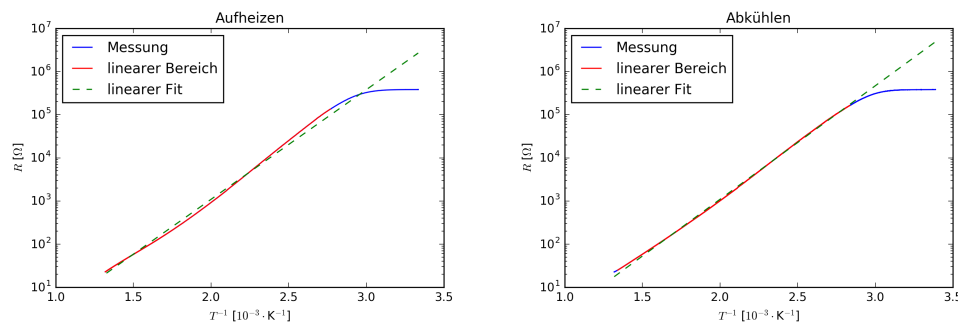


Abbildung 3: Linearer Fit durch den näherungsweise linearen Bereich der $\ln R(T^{-1})$ -Kurve für die Messung während des Aufheizens links und Abkühlens rechts

Der rot eingefärbte Bereich der Messkurve steht für denjenigen Bereich, den wir als näherungsweise linear angenommen haben. Der lineare Fit in der Messung während des Aufheizens hat eine Steigung von $a_1 = (5854 \pm 7)\text{K}$ und einen y-Achsenabschnitt von $b_1 = -4.716 \pm 0.012$. Beim Abkühlen beträgt die Steigung $a_2 = (6061 \pm 1)\text{K}$ und der y-Achsenabschnitt $b_2 = -5.130 \pm 0.003$.

Erstere Messung führt sodann nach Formel 4.3 zu einer Bandlücke von $E_{g,1} = (1.0089 \pm 0.0012)\text{eV}$ und letztere zu $E_{g,2} = (1.0446 \pm 0.0002)\text{eV}$. Hier muss berücksichtigt werden, dass die angegebene Unsicherheit direkt aus dem linearen Fit kommt und

5 Appendix

5.1 Spannungstabelle Thermoelement

NiCr-Ni							NiCrSi-NiSi						
Typ K DINIEC							Typ N DIN43722						
Tol. KI1	Tol. KI2	mV	Tol. KI1	Tol. KI2	mV	Diff. Typ N in K zu Typ K	Tol. KI1	Tol. KI2	mV	Tol. KI1	Tol. KI2	mV	Diff. Typ N in K zu Typ K
1.5 K o. 0.004t +/-K	2.5 K o. 0.0075t +/-K		1.5 K o. 0.004t +/-K	2.5 K o. 0.0075t +/-K			1.5 K o. 0.004t +/-K	2.5 K o. 0.0075t +/-K		1.5 K o. 0.004t +/-K	2.5 K o. 0.0075t +/-K		
1.5	2.5	-6.458	1.5	2.5			1.5	2.5	6.137	1.5	2.5	4.301	44.78
-100	1.5	2.5	-3.553	1.5	2.5	-2.407	1.5	2.5	6.539	1.5	2.5		150
-50	1.5	2.5	-1.889	1.5	2.5	-1.268	1.5	2.5	7.338	1.5	2.5		160
-40	1.5	2.5	-1.527	1.5	2.5		1.5	2.5	8.137	1.5	2.5	5.912	180
-30	1.5	2.5	-1.156	1.5	2.5		1.5	2.5	8.938	1.5	2.5		200
-25	1.5	2.5	-0.968	1.5	2.5		1.5	2.5	9.745	1.5	2.5		220
-20	1.5	2.5	-0.777	1.5	2.5		1.5	2.5	10.151	1.5	2.5	7.596	240
-15	1.5	2.5	-0.585	1.5	2.5		1.5	2.5	10.560	1.5	2.5		250
-10	1.5	2.5	-0.392	1.5	2.5		1.5	2.5	11.381	1.5	2.5		260
-5	1.5	2.5	-0.197	1.5	2.5		1.5	2.5	12.207	1.5	2.5	9.340	280
0°	1.5	2.5	0.000	1.5	2.5	0.000	1.5	2.5	13.247	1.5	2.5		300
5	1.5	2.5	0.198	1.5	2.5		1.5	2.5	14.292	1.5	2.5	11.135	325
10	1.5	2.5	0.397	1.5	2.5		1.5	2.5	15.342	1.5	2.5		350
15	1.5	2.5	0.597	1.5	2.5		1.6	3.0	16.395	1.6	3.0	12.972	375
20	1.5	2.5	0.798	1.5	2.5		1.8	3.4	18.513	1.8	3.4	14.844	400
25	1.5	2.5	1.000	1.5	2.5		2.0	3.8	20.640	2.0	3.8	16.744	450
30	1.5	2.5	1.203	1.5	2.5		2.2	4.1	22.772	2.2	4.1	18.668	500
35	1.5	2.5	1.407	1.5	2.5		2.4	4.5	24.902	2.4	4.5	20.609	550
40	1.5	2.5	1.611	1.5	2.5		2.6	4.9	27.022	2.6	4.9	22.564	600
45	1.5	2.5	1.817	1.5	2.5		2.8	5.3	29.128	2.8	5.3	24.526	650
50	1.5	2.5	2.022	1.5	2.5	1.339	3.0	5.6	31.214	3.0	5.6	26.491	700
60	1.5	2.5	2.436	1.5	2.5		3.2	6.0	33.277	3.2	6.0	28.456	750
70	1.5	2.5	2.850	1.5	2.5		3.4	6.4	35.314	3.4	6.4	30.417	800
75	1.5	2.5	3.058	1.5	2.5		3.6	6.8	37.325	3.6	6.8	32.370	850
80	1.5	2.5	3.266	1.5	2.5		3.8	7.1	39.310	3.8	7.1	34.315	900
90	1.5	2.5	3.681	1.5	2.5		4.0	7.5	41.269	4.0	7.5	36.248	950
95	1.5	2.5	3.888	1.5	2.5		4.4	8.3	45.108	4.4	8.3	40.076	1000
100	1.5	2.5	4.095	1.5	2.5	2.774	4.8	9.0	48.828	4.8	9.0	43.836	1100
120	1.5	2.5	4.919	1.5	2.5		5.2	9.8	52.398	5.2	9.8	47.502	1200
140	1.5	2.5	5.733	1.5	2.5		5.5	10.3	54.807	5.5	10.3		1300
													1370

Als Bezugspunkt wird in dieser Tabelle die Vergleichsstellentemperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$ verwendet. Für die Messung bei Raumtemperatur $T_R \approx 26^\circ\text{C}$ muss dies entsprechend kompensiert werden:

$$U_{th} = U_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_R}\right)$$