

Physik Institut

Das Stern-Gerlach Experiment

Anleitung zum VP-Versuch

Inhaltsverzeichnis 3

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuches	4
2	Theorie 2.1 Herleitung der Beziehung zur Bestimmung des magnetische Moments . 2.1.1 Das magnetische Moment	5 5 6 7 7 10 12
3	Experiment 3.1 Überlegungen zum Versuch	13 13 13
4	Messprogramm und Auswertung 4.1 Versuchsdurchführung	15 15 15 16 16
5	Der Stern-Gerlach Apparat	18
Li	iteraturverzeichnis	19

Ziel des Versuches

1 Ziel des Versuches

Im Rahmen dieses VP-Versuches wird das Stern-Gerlach Experiment nachvollzogen. Es ist eine der wichtigsten experimentellen Grundlagen der Quantentheorie.

Im Versuch wird die Richtungsquantelung des magnetischen Moments des freien Elektrons demonstriert und seine Grösse bestimmt. Dazu wird ein einwertiges Metall, im vorliegenden Fall Kalium, in einem Ofen verdampft, mit Hilfe einer Blende wird ein Atomstrahl mit rechteckigem Querschnitt durch ein inhomogenes Magnetfeld senkrecht zu dessen Feldlinien geschickt.

Kalium hat über abgeschlossenen inneren Schalen ein Aussenelektron. Im Grundzustand ist das magnetische Bahnmoment null, das magnetische Moment des Kaliumatoms wird somit allein durch das magnetische Spinmoment des Aussenelektrons bestimmt. Infolge der Richtungsquantelung des magnetischen Moments des Kaliumatoms spaltet sich der Strahl in zwei gleich intensive Teilstrahlen auf. Die Aufspaltung ist symmetrisch (siehe Abb. 1). Aus dem Betrag der Aufspaltung, dem Gradienten der magnetischen Induktion senkrecht zur Strahlrichtung und Geometriedaten kann das magnetische Moment berechnet werden.

2 Theorie

2.1 Herleitung der Beziehung zur Bestimmung des magnetische Moments

2.1.1 Das magnetische Moment

Das Kaliumatom hat ein einzelnes 4s Elektron und im Grundzustand ist sein Drehmoment Null. Das magnetische Moment $\vec{\mu}$ des Atoms kann daher nur vom Spin \vec{S} dieses Elektrons herrühren. Es gilt:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2 \cdot m_e} g_s \cdot \vec{S} \tag{1}$$

wobei m_e die Masse und g_s der Landé-Faktor des Elektrons ist. Wenn man bei einer gegebenen z-Richtung nur die S_z Komponente des Spins betrachtet kann das System zwei verschiedene Zustände bezüglich seiner Ausrichtung einnehmen. Diese werden mit der Quantenzahl m_s bezeichnet,

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \tag{2}$$

mit den möglichen Eigenwerten

$$S_z = m_s \cdot \hbar. \tag{3}$$

Das zugehörige magnetische Moment μ_z hat den Wert

$$\mu_z = -\mu_B \cdot m \tag{4}$$

mit

$$m = m_s \cdot g_s \tag{5}$$

und dem Bohrschen Magneton

$$\mu_B = -\frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e} = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2.$$
 (6)

Mit Hilfe der Aufbaugeometrie der Stern-Gerlach-Apparatur lässt sich die Berechnungsformel zur Bestimmung der Komponente des magnetischen Moments des Kaliumatoms senkrecht zur B-Feldrichtung $m_{s,z}$ herleiten [1]. Die Lage des Atomstrahls wird im folgenden Koordinatensystem (Abb.1) beschrieben: Er breitet sich in x-Richtung aus und die lange Seite seines rechteckigen Querschnitts liegt der y-Richtung (siehe auch Abb. 3).

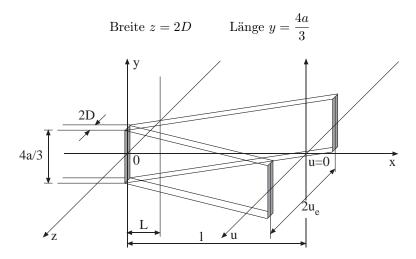


Abb. 1: Aufspaltung des Kalium-Atomstrahls im inhomogenen Magnetfeld.

Im inhomogenen Magnetfeld wirkt auf die z-Komponente des magnetischen Moments $m_{s,z}$ in der gegebenen experimentellen Anordnung in z-Richtung die Kraft

$$F_z(y,z) = m_{s,z} \frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z} \tag{7}$$

und der Strahl spaltet sich in der z-Richtung auf. L und l sind Apparatekonstanten und bezeichnen die Länge der Polschuhe beziehungsweise die Distanz der Detektorebene (y, u) zur Eintrittsebene in das Magnetfeld (y, z). In der Detektorebene treffen die beiden aufgespaltenen Atomstrahlen an den Orten $+u_e$ und $-u_e$ auf und erzeugen die Intensitätsmaxima, welche vermessen werden.

2.1.2 Die Bahn eines Kaliumatoms

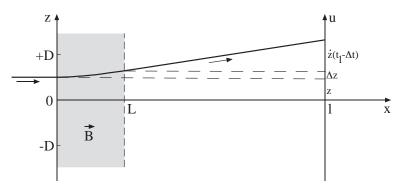


Abb. 2: Bahn eines Kaliumatoms.

Ein Atom verlässt den Ofen mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung. Es durchläuft die gesamte Strecke l von der Eintrittsebene in das Magnetfeld (y, z) bis zur Detektorebene (y, u) in der Zeit

$$t_l = l/v \tag{8}$$

und die Teilstrecke L im Magnetfeld in

$$\Delta t = L/v. \tag{9}$$

Im Bereich des inhomogenen Feldes kann die wirkende Kraft als konstant betrachtet werden und das Atom der Masse M erfährt den Kraftstoss

$$F_z \Delta t = M\dot{z}. \tag{10}$$

Die resultierende Ablenkung ist somit

$$\Delta z = \frac{1}{2}\ddot{z}(\Delta t)^2 = \frac{F_z}{2M}(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}\dot{z}\Delta t. \tag{11}$$

Nach dem parabelförmigen Bahnstück im Magnetfeld bewegt sich das Atom geradlinig gleichförmig bis zum Auftreffpunkt u in der Detektorebene:

$$u = z + \Delta z + \dot{z}(t_l - \Delta t) = z + (1 - \frac{L}{2l})\frac{l}{v}\dot{z}.$$
 (12)

Damit erhalten wir die Ablenkung (u-z), positiv oder negativ, in der Detektorebene als Funktion der Teilchengeschwindigkeit v und des Feldgradienten $\partial B/\partial z$.

$$u - z = \pm \frac{lL}{Mv^2} \left(1 - \frac{L}{2l}\right) m_{s,z} \frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z}$$
(13)

Langsame Atome werden also stärker abgelenkt als schnellere.

2.1.3 Geschwindigkeits- und Ortsverteilung im Strahl

Der Kalium-Atomstrahl wird mit Hilfe eines zylinderförmigen Ofens mit Schlitzblende erzeugt. Der Ofen hat eine bestimmte Temperatur T und durch die grosse Teilchenzahl weisen die Atome im Ofen sowohl in ihrer Geschwindigkeiten v, als auch in örtlich eine Verteilung auf. Bezüglich v folgen die Atome der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung. In jedem Element des Ofenvolumens ist die Anzahlt der Atome dn mit Geschwindigkeiten zwischen v und v + dv gegeben durch

$$dn \propto e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} \cdot v^2 dv. \tag{14}$$

Das Gleiche gilt natürlich für die Atome, die durch die Schlitzblende austreten, zusätzlich ist die Geschwindigkeitsverteilung aber auch davon abhängig aus welcher Tiefe im Ofen ein bestimmtes Atom kommt. Je tiefer der Ort im Ofen aus dem ein Atom herkommt, umso grösser muss seine Geschwindigkeit sein, damit es bei gleicher fixer Laufzeit mit den anderen Atomen zusammen auf der Detektorebene auftrifft. Es gibt also demnach neben der thermischen noch eine geometrisch begründete Geschwindigkeitsverteilung. Die Atome fliegen nahezu geradlinig gleichförmig und daher ist es plausibel für diese Geschwindigkeitsverteilung anzunehmen, dass zusätzlich gilt:

$$dn \propto v \, dv.$$
 (15)

Durch die Breite (2 D) der Schlitzblende ist in z-Richtung auch eine Ortsverteilung der Atome zu berücksichtigen. Die Teilchenzahl dn, welche zwischen $z + \mathrm{d}z$ bei x = 0 in das inhomogene Magnetfeld eintreten, kann durch eine Funktion $\Phi_m(z)$, das Ortsprofil der Teilchenzahlen, beschrieben werden. Der Index $m = \pm \frac{1}{2}$, bezieht sich auf die Orientierung des magnetischen Moments. Es soll also gelten:

$$dn \propto \Phi_m(z)dz \quad [m^{-1}], \qquad -D \le z \le D.$$
 (16)

Mit (14), (15) und (16) erhalten wir schliesslich die Verteilungsfunktion für einen Teilstrahl:

$$d^{2}n = \frac{\Phi_{m}(z)\exp(-\frac{Mv^{2}}{2kT})v^{3}dvdz}{2\int_{0}^{\infty}\exp(-\frac{Mv^{2}}{2kT})v^{3}dv}.$$
(17)

2.1.4 Teilchenstromdichte in der Detektorebene

Der gemessene Detektorstrom ist proportional zur Teilchenstromdichte J(u). Die Teilchenstromdichte J(u) wiederum ist abhängig vom Ort u in der Detektorebene, wir können sie mit den Beziehungen (13) und (17) berechnen.

Die Geschwindigkeitsverteilung der Atome $\frac{d^2n}{dvdz}$ (vlg. Gleichung 17) beim Eintritt (x=0) in das inhomogene Magnetfeld führt zur Ortsverteilung $\frac{d^2n}{dudz}$ in der Detektorebene. Die Transformation von dv nach du ist gegeben durch

$$\frac{\mathrm{d}[v(u)]^4}{\mathrm{d}u} = 4[v(u)]^3 \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}u}.$$
(18)

$$[v(u)]^{3} dv = \frac{1}{4} \left| \frac{d[v(u)]^{4}}{du} \right| du.$$
 (19)

Gleichung (13) nach v^2 aufgelöst, quadriert und dann $\frac{\mathrm{d}[v(u)]^4}{\mathrm{d}u}$ berechnet ergibt

$$[v(u)]^3 dv = \frac{1}{2} \left[\frac{lL(1 - \frac{L}{2l})m_{s,z} \frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z}}{2M} \right]^2 \frac{du}{|u - z|^3}.$$
 (20)

Dabei erfolgt der Übergang zu Beträgen, da $[v(u)]^3 dv > 0$ sein muss.

Wiederum mit Hilfe der Gleichung (13) kann v^2 in $\exp(-\frac{Mv^2}{2kT})$ im Zähler der Gleichung (17) ersetzt werden, wobei auch hier zu |u-z| übergegangen wird, da $\frac{Mv^2}{2kT} > 0$.

Zur besseren Übersicht werden die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$\begin{split} q := -\frac{lL(1-\frac{L}{2l})m_{s,z}\frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z}}{2kT}, \\ A := \frac{\left[lL(1-\frac{L}{2l})m_{s,z}\frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z}\right]^2}{4M^2\int_0^\infty \exp(-\frac{Mv^2}{2kT})v^3\mathrm{d}v}. \end{split}$$

So bekommen wir nun aus Gleichung (17)

$$d^{2}n = A\Phi_{m}(z)\exp(-\frac{q}{|u-z|})\frac{1}{|u-z|^{3}}dudz.$$
 (21)

Die Teilchenstromdichte J_m für eine Orientierung m des magnetischen Moments erhalten wir durch Integration über den Atomstrahl in z-Richtung,

$$J_m(u) = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}u} = \int_{-D}^{D} \frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}u \mathrm{d}z} \mathrm{d}z,\tag{22}$$

und die gesamte Teilchenstromdichte als Summe über beide Orientierungen $(m=+\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$:

$$J(u) = A \int_{-D}^{D} \Phi_{+\frac{1}{2}}(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{1}{|u-z|^{3}} dz$$
$$+A \int_{-D}^{D} \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{1}{|u-z|^{3}} dz.$$

Da für beide Orientierungen das Teilchenzahlprofil gleich ist, folgt mit

$$J_0(z) := \Phi_{+1/2}(z) + \Phi_{-1/2}(z) \tag{23}$$

schliesslich

$$J(u) = A \int_{-D}^{D} J_0(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{1}{|u-z|^3} dz.$$
 (24)

Für B=0, bzw. $\frac{\partial B}{\partial z}=0$, wird u=z (unabhängig von v) und Gleichung (24) kann nicht verwendet werden. J(u) entspricht dann dem Teilchenzahlprofil $\Phi_m(z)$ und wir setzen in diesem Fall:

$$J(u)|_{B=\frac{\partial B_Z(y,z)}{\partial z}=0} = J_0(u) = J_0(z).$$
 (25)

Da aus praktischen Gründen das Teilchenzahlprofil $J_0(z)$ nicht gemessen werden kann, wird es unter Annahme eines beliebig dünnen Strahlquerschnitts angenähert durch

$$J_0(z) = 2Dj_0\delta(z),\tag{26}$$

wobei j_0 die Teilchenzahl pro Flächeneinheit im Strahlquerschnitt, 2D die Querschnittbreite und $\delta(z)$ die Delta-Distribution bezeichnen. $\delta(z)$ wird mit der Heavisideschen Sprungfunktion definiert als:

$$\delta(z_0) = \frac{dH(z)}{dz}, \qquad H(z) = \begin{cases} 0 & wenn \quad z < z_0 \\ 1 & wenn \quad z \ge z_0 \end{cases}$$
 (27)

Wir erhalten somit nach Einsetzten in Gleichung (24) und partieller Integration

$$J(u) = 2DAj_0 \left\{ \left[H(z) \exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{1}{|u-z|^3} dz \right]_{-D}^D - \int_{-D}^D H(z) \frac{d}{dz} \left[\exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right) \frac{1}{|u-z|^3} dz \right] \right\}. \tag{28}$$

Der erste Summand ist Null, weil per Definition $\exp\left(-\frac{q}{|u-z|}\right)\frac{1}{|u-z|^3}$ an den Grenzen -D und D verschwindet, und der zweite wird zerlegt und gliedweise integriert. Damit wird

$$J(u) = 2DAj_0 \exp\left(-\frac{q}{|u|}\right) \frac{1}{|u|^3}.$$
 (29)

Die Position der Intensitätsmaxima u_e erhalten wir durch Differentiation und Nullsetzen aus

$$\frac{dJ(u)}{du} = 2DAj_0 \frac{q - 3|u|}{|u|^5} \exp(-\frac{q}{|u|})$$
(30)

schliesslich

$$u_e = \pm \frac{q}{3} = \frac{lL(1 - \frac{L}{2l})m_{s,z}\frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z}}{6kT}.$$
(31)

Mit dem aus B bestimmten Gradienten $\frac{\partial B}{\partial z}$ (Absatz 2.3), der bekannten Ofentemperatur T und den Apparatekonstanten L und l ermitteln wir somit das Moment $m_{s,z}$ durch Ausmessen der Position der Intensitätsmaxima.

2.2 Berechnung von magnetischer Induktion B und Feldgradient $\frac{\partial B_z}{\partial z}$

Abb. 3 zeigt einen Schnitt senkrecht zur Atomstrahlrichtung durch den magnetischen Analysator. Die Polschuhe mit spezieller zylinderartiger Form sind derart angeordnet, dass sie genau in zwei Äquipotentialflächen eines fiktiven Zweidrahtsystems mit entgegengesetzter Stromrichtung liegen (Voraussetzung dafür ist jedoch, dass die Magnetisierung des Polschuhmaterials nicht in Sättigung kommt). Der Abstand 2a der Drähte entspricht dabei genau dem Durchmesser des konvexen Polschuhs.

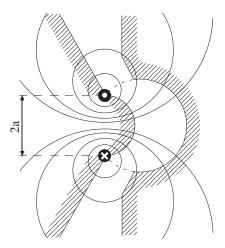


Abb. 3: Schnitt durch die Polschuhe.

Für das Experiment ist es notwendig, dass der Feldgradient $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ über die Ausdehnung des Atomstrahls in y-Richtung möglichst konstant ist. Im Feld unseres fiktiven Zweidrahtsystems gibt es eine Ebene, welche diese Bedingung für $|y| \leq \frac{2a}{3}$ erfüllt (Abb. 4). Sie ist Symmetrieebene des rechteckförmigen Atomstrahls, liege bei z=0 und ihr Abstand zur Zweidrahtebene sei z_0 . Um die Lage des Strahls zu justieren muss z_0 berechnet werden (s.u.). Damit die Strahlaufspaltung symmetrisch erfolgt, muss zudem $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ in der Nähe von z=0 linear abhängig von z sein.

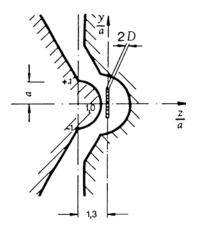


Abb. 4: Position des Atomstrahls.

Gemäss Abb. 5 ergibt sich für die magnetische Induktion B im Punkt P(y, z), mit Vakuumpermeabilität μ_0 und Stromstärke I,

$$B(y,z) = \frac{\mu_0 I a}{\pi r_1 r_2} = \frac{\mu_0 I a}{\pi} [(a^2 - y^2)^2 + 2(z + z_0)^2 (a^2 + y^2) + (z + z_0)^4]^{-1/2}$$
(32)

und für die Feldinhomogenität

$$\frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z} = -\frac{2\mu_0 Ia(z+z_0)}{\pi} \cdot \frac{a^2 + y^2 + (z+z_0)^2}{[(a^2 - y^2)^2 + 2(z+z_0)^2(a^2 + y^2) + (z+z_0)^4]^{3/2}}.$$
 (33)

Entwickelt man $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ in eine Reihe nach y^2 und bricht nach dem Glied 1. Ordnung ab, da

$$y^2 \ll (z + z_0)^2 \quad \text{und} \quad y^2 \ll a^2,$$

folgt

$$\left| \frac{\partial B_z(y,z)}{\partial z} \right| \approx \frac{2\mu_0 Ia(z+z_0)}{\pi} \cdot \frac{1 + 2y^2 \frac{2a^2 - (z+z_0)^2}{[a^2 + (z+z_0)^2]^2}}{[(a^2 + (z+z_0)^2]^2}.$$
 (34)

Die Abhängigkeit von y soll an der Stelle $z=z_1$ verschwinden. Also gilt

$$2a^2 - (z_0 + z_1)^2 = 0$$
, bzw. $z_0 + z_1 = \sqrt{2} a$, (35)

Damit beträgt der Abstand zwischen z_0 und z_1 etwa 1.41a

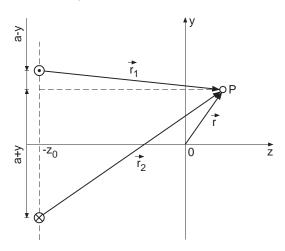


Abb. 5: Geometrie zur Berechnung des inhomogenen Magnetfeld.

Durch den gedrängten Aufbau des Analysators ist es praktisch nicht möglich $\frac{\partial B}{\partial z}$ genau auszumessen (z.B. mit einer Hallsonde). B bei z=0 hingegen lässt sich mittels einer Hallsonde gut bestimmen. Im folgenden wird daher ein Zusammenhang hergeleitet, um $\partial B/\partial z$ bei z=0 direkt aus B zu berechnen, wobei z=0 noch zu bestimmen ist. Für kleine Ablenkungen z der Atome wird angenommen, dass $\frac{\partial B}{\partial z}$ proportional zu B ist. Man definiert den Proportinalitätsfaktor

$$\epsilon = \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right| \frac{a}{B} \tag{36}$$

und sucht eine Ebene bei z_2 in welcher ϵ in der Umgebung von z_2 nicht von y abhängt. Im Idealfall wäre $z_2 = z_1 = 0$, die Positionen wären also identisch mit der Lage des Stahls. $\epsilon(y, z)$ wird nun an der Stelle y = 0 in eine Reihe nach y^2 entwickelt, welche wiederum, wie oben, nach dem Glied 1. Ordnung abgebrochen wird, womit

$$\epsilon(y,z) \approx \frac{2a(z+z_0)}{a^2 + (z+z_0)^2} \left[1 + \frac{y^2}{[(a^2 + (z+z_0)^2)^2]^2} [3a^2 - (z+z_0)^2] \right]. \tag{37}$$

Bei $z=z_2$ soll nun die Abhängigkeit von y verschwinden, d.h. $3a^2-(z_2+z_0)^2=0$, und somit ist

$$z_2 + z_0 = \sqrt{3} \ a \approx 1.73 \ a \tag{38}$$

Es wurde $z_1=0$ gesetzt und damit die Lage des Atomstrahls im magnetischen Analysator festgelegt (beim justieren der Apparatur). Die Differenz zwischen Nullpunkt und z_2 beträgt also 0.32 a bzw. 0.8 mm. Das heisst, $\epsilon(y,z)$ ist im Bereich des Atomstrahls annähernd, aber nicht völlig unabhängig von y und z.

Mit

$$\epsilon(y,z) = \frac{2a(z+\sqrt{2} a)}{a^2 + (z+\sqrt{2} a)^2} \left[1 + \frac{y^2}{(a^2 + (z+\sqrt{2} a)^2)^2} [3a^2 - (z+\sqrt{2} a)^2] \right]$$
(39)

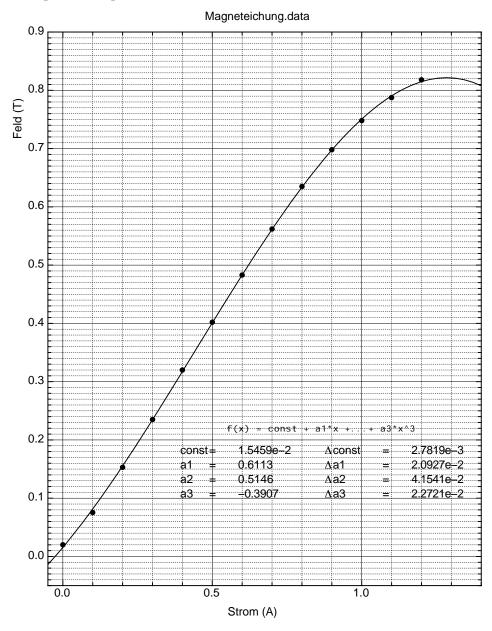
wird der Mittelwert von 25 Punkten innerhalb des Bereichs des Strahls berechnet ($-0.08 \le z \ge 0.08$ und $-1 \le y \ge 1$). Damit wird die Asymmetrie der Funktion berücksichtigt.

Für die Berechnung von $\frac{\partial B}{\partial z}$ nach Gleichung (36) ergibt sich der Wert:

$$\bar{\epsilon} = 0.953 \pm 0.0026$$
 (40)

B = B(0,0) wird aus dem Magnetspulenstrom gemäss der Eichung in Absatz 2.3 bestimmt.

2.3 Eichung der magnetischen Induktion B



 ${\bf Abb.} \ 6: \ Magnet feld\text{-}Eichkurve.$

Experiment 13

3 Experiment

3.1 Überlegungen zum Versuch

Die folgenden Fragen dienen der Vorbereitung und sollen vor der Versuchsdurchführung beantwortet werden, die Antworten sollen in den Praktikumsbericht eingebracht werden.

- 1. Stern und Gerlach haben 1921 in ihrem Experiment Silber verwendet. Warum funktioniert der Versuch auch mit Kalium?
- 2. Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Kalium gegenüber von Silber?
- 3. Welche weiteren Elemente könnten theoretisch verwendet werden?
- 4. Warum funktioniert dieser Versuch nicht mit einem Elektronenstrahl?
- 5. Warum funktioniert dieser Versuch nicht mit einem homogenen Magnetfeld?

3.2 Der Aufbau

Die Versuchsanordnung lässt sich aus den folgenden Abbildungen ersehen.

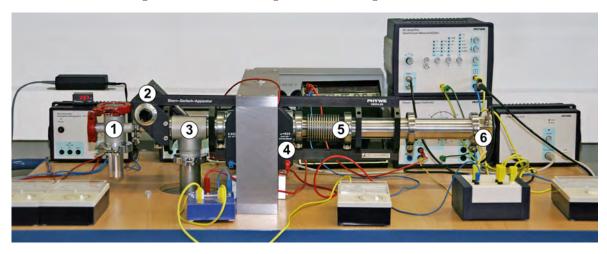


Abb. 7: Aufbauübersicht des Experiments.

Die PHYWE Stern-Gerlach-Apparatur, bestehend aus:

- 1 Atomstrahlquelle(Ofen mit Kaliummetall)
- 2 Schrittmotor (zum Bewegen des Detektors)
- 3 Anschluss zur Vakuumpumpe
- 4 magnetischem Analysator (Spulen, Polschuhe)
- 5 Atomstrahlrohr
- 6 Langmuir-Taylor-Detektor

14 Experiment

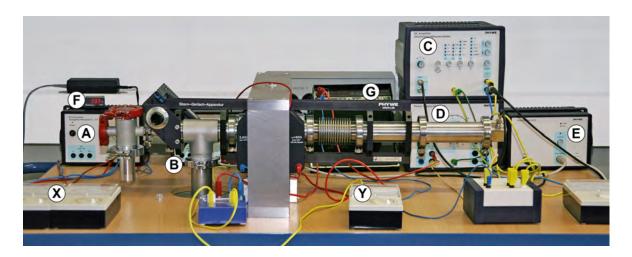


Abb. 8: Aufbauübersicht des Experiments.

Elektronische Geräte:

- A Netzgerät für Ofenheizung
- B Netzgerät für Magnetspulenstrom
- C Gleichstrom-Messverstärker
- D Netzgerät für Detektorspeisung über den Anpassungstrafo
- E Interface zur Datenerfassung und Schrittmotorsteuerung
- F Temperaturanzeige für Ofen
- G Stromanzeige für Detektor
- X Strom- und Spannungsanzeige Ofen
- Y Stromanzeige Magnetspule

Hochvakuumpumpstand bestehend aus:

- a Turbomolekularpumpe
- b Vorvakuum-Rotationspumpe
- c Druckmessgerät
- d Druckmesssonde

Der Aufbau und die Funktion der einzelnen Komponenten der Stern-Gerlach-Apparatur sind im Detail in der beim Versuch aufgelegten Brochure Stern-Gerlach-Apparatus, Druckschrift der PHYWE Systeme GmbH, Göttingen beschrieben.

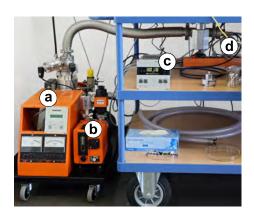


Abb. 9: Hochvakuumpumpstand.

4 Messprogramm und Auswertung

4.1 Versuchsdurchführung

Die Stern-Gerlach-Apparatur sollte dauernd unter Hochvakuum stehen da der Ofen mit Kalium gefüllt ist. Für die Messungen muss der Druck unter $5 \cdot 10^{-6}$ mbar sein. Da nach dem Einschalten der Pumpe mindestens 2-3 Tage dauert bis dieser Wert erreicht wird, ist die Apparatur in der Regel bereits weitestgehend einsatzbereit. Falls notwendig werden unter Anleitung des Betreuers zuerst die Stromkreise für Ofen, Elektromagnet, Detektor und Messkreis aufgebaut. Innerhalb des Messkreises werden die entsprechenden Anzeigeinstrumente platziert. Die Heizspannung und die Vorspannung des Detektor-Wolfram-Drahtes werden durch einen Anpassungstrafo erzeugt, der an ein Netzgerät mit variablem Wechselspannungsausgang angeschlossen ist. Die Versorgungsspannungen für den Ofen und den Elektromagneten liefern zwei weitere Netzgeräte. Schliesslich werden noch die elektrischen Verbindungen zur Schrittmotorsteuerung und Datenerfassungseinheit hergestellt.

Es soll in jedem Fall eine Skizze des elektrischen Aufbaus erstellt werden, die elektrischen Geräte dürfen erst nach erfolgter Kontrolle durch den Betreuer eingeschaltet werden.

Die für die Messungen erforderlichen Strom- und Spannungswerte für Ofen, Magnetspule und Anpassungstrafo werden gemäss Apparaturdatenblatt (Kapitel 5) eingestellt.

Nun wird bei konstanter Ofentemperatur der Detektorstrom in Funktion vom Ort des Detektors in der Messebene aufgezeichnet. Dies erfolgt mittels Steuerung des Schrittmotors und Messdatenerfassung durch den Computer, kann aber auch manuell durchgeführt werden. Die erste Messung wird ohne Magnetfeld vorgenommen, um die Auflösungsfunktion der Apparatur (Abschnitt 2.1) zu erhalten.

4.1.1 Das Wichtigste zum Ablauf:

- 1. Einrichten der Apparatur (siehe oben)
- 2. Ofen und Detektor einschalten, bzw. die Einstellungen anpassen.
 - a) Der Detektorstrom sollte auf ungefähr 500 mA eingestellt sein. Falls er eingeschaltet werden muss, dauert es ungefähr 60 Minuten bis der Strom stabil bleibt. In dieser Zeit muss er mehrmals nachgestellt werden.
 - b) Ofen auf volle Leistung stellen bis die Temperaturanzeige ungefähr 20° unterhalb der Zieltemperatur liegt.
 - Dauer: ungefähr 25 Minuten. Raum in dieser Zeit nicht verlassen! Bei Ofentemperaturen über 200° C kann es zu Beschädigungen kommen.
 - c) Ofen mit Hilfe der Strom-Spannungstabelle, auf die "Wunschtemperatur" einstellen. Danach dauert es ungefähr 60 Minuten bis die Temperatur stabil bleibt.
- 3. Gerätedaten notieren (bei jeder Messung)
 - a) Allgemein: Zeit, Druck
 - b) Ofen: Temperatur, Strom und Spannung
 - c) Detektor: Stromd) Magnetfeld: Strom
 - e) Messverstärker: Empfindlichkeit (0.01, 0.1, 1, 10 nA)
- 4. Erste Messung ohne Magnetfeld durchführen, Dateinamen der Messungen notieren. Während der Messungen Apparatur nicht berühren! Der Messtrom liegt im pA-Bereich, dh. kleinste Kapazitätsänderungen führen zu Störungen.
- 5. Evtl. Geräteeinstellungen anpassen. Immer warten bis Ofentemperatur und Detektorstrom stabil sind (einige Minuten) um brauchbare Ergebnisse zu erhalten.
- 6. Bei grossen Schwankungen oder starkem Rauschen im Detektorsignal eventuell Draht reinigen ("flashen", Kapitel 5)
- 7. Messungen bei verschiedenen Magnetfeldwerten machen. Um den Einfluss der magnetischen Hysterese zu minimieren soll dies mit **langsam** steigendem Spulenstrom (0.2 A bis 1A) erfolgen. Der Spulenstrom ist bereits nach einigen Sekunden stabil.

- 8. Nach Abschluss der Messungen:
 - a) Magnetspule entgaussen
 - b) **Pumpe nicht ausschalten!** Alle andern Geräte ausschalten.

4.2 Versuchsauswertung

Die erhaltenen Messdaten werden mit MATLAB ausgewertet. Es sind MATLAB-Skripte vorhanden (www.physik.unizh.ch/data/peter/PhysikIII/InfoPraktPhysikIII.shtml). Diese sollen nicht einfach "blind" verwendet werden, sondern ihr Ablauf soll studiert und nachvollzogen werden.

4.2.1 MATLAB programs guide

SGfit2.m

This is the main program, used for fitting the data. It yields good results mostly for fields corresponding to electromagnet currents higher than 400 mA. The fit is made with least-squares Levenberg-Marquardt algorithm. The program shows the data and the fit in real time during the calculation. The programs are meant to take as input data files files with two columns (x and y), and three header lines. If your data does not look like this, you will have to modify the program or the data files. Never modify the raw data, always work with a copy, to prevent data loss. To convert a text file to spreadsheet format, where it is easier to manipulate entire columns, open your text file and save it with a ".csv" extension. You can then open it with Excel or in OpenOffice, do your modifications, and export back to text file. The fit is quite sensitive to initial parameters, so try to guess the right order of magnitude from a simple plot of the data.

IdealFun 2.m

This returns the value of the theoretical function describing the signal seen on the detector (J(u)) from 2.1.4) at point(s) x, with the parameters being the center C, amplitude A, separation of the peaks q, and background D. q is the value that is used for the calculation of the moment.

RealFunc2.m

This is the function to which the data is fitted. It is a convolution between IdealFun2.m and the zero-field response. You can check that the fit is better with this addition than with the theoretical IdealFun2.m. The zero-field response can be loaded in two ways (Abb. 10): - You can fit your 0 mA data with a double gaussian (TwoGaussFit.m), and put the parameters thus found into $zf_Func.m$. You then create a vector simulating the x axis ([-5; -4.9; -4.8 ... 4.9; 5] (in mm) and apply $zf_Func.m$ to it to get y. You have now two vectors x,y close to the 0 mA data, but with less points. (There is typically more than 1000 points in a measurement; using the raw data would make the convolution calculation very long.) - You can read the data and make your x and y vectors by copying in 2 empty vectors only one data point every N points (with loadAmpliFromData.m). You now have an undersampled version of your 0 mA data. For speed optimization, the convolution is not calculated in the most straightforward way: the background D and amplitude A are added at the end, and the product of $zf_Func.m$ and IdealFun2.m is replaced by the evaluation of IdealFun2.m with $zf_Func.m$ as amplitude. This reduces the number of multiplication and additions to make, while keeping the physical meaning of A and D.

TwoGaussFit.m

This is the exact analog of SGfit2, but it fits a file to a double gaussian, not to RealFunc2.

zf Func.m and Double Gaussian.m

This functions return the value of a double gaussian a point(s) x (x can be a vector), the parameters are the centers, widths, amplitudes and vertical shift of the gaussians.

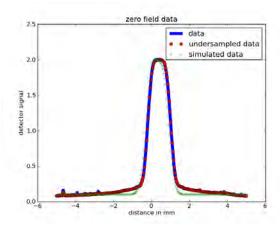


Abb. 10: Zero field data

Used functions

load Ampli From Data.m

This functions undersamples the zero field data. It takes as arguments the bound, absolute value of the limits of the x vector you want as output, and ConvPrecision, the separation between two points.

leasqr.m and associated functions

This is the function that actually makes the fitting: the input arguments are the X and Y of the data to fit, plus your initial guess of the parameters, and the function to which it will fit. The outputs are the Y-fitted, the final parameters, and covariance/correlations values to estimate the quality of the fit.

PlotChi2.m

This plots the chi2 for values of q around the ones you found, to check that you actually have found the best one. You have to put the final values of the parameters in the function.

Remarks

Here can you find the latest version of Matlab: www.id.uzh.ch/dl/sw/angebote/statmath/matlab.html (online version free). Some features of the programs won't work with previous versions. It is recommended to keep all data and programs related to a Praktikum in their own folder in your home directory. Do not forget to read the comments in the programs, and avoid using a program that you don't understand! The programs will work only if you modify them to suit your needs.

5 Der Stern-Gerlach Apparat

Apparatur

Modell Stern-Gerlach-Versuch mit Schrittmotor und PC-Interface

Inbetriebnahme 2005

Geometrie Daten

Länge der Pole	L	$7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Radius des konvexen Pols	a	$2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Distanz Magnetfeldeintritt-Detektor	l	0.455 m
Distanz Magnetfeldzentrum-Detektor		$0.420~\mathrm{m}$

Detektor

Minimal Vakuum 10^{-5} mbar für Detektorbetrieb

Bei schlechterem Vakuum kann der Detektordraht durchbrennen!

Strahl ohne Magnetfeld verursacht Detektorstrom von $\approx 100~\mathrm{pA}$

Eine Spindelumdrehung (1 mm) entspricht 1.8 mm Detektor Verschiebung

Einspeisung Transformer (≈ 60 Min. bis stabil)

 $\approx 11 \text{ V}$ 500 mA

Flashing (Reinigung Detektordraht), 30 Sekunden

max. 18 V 700 mA

Vakuum

Für gute Messergebnisse: Besser als $4 \cdot 10^{-6}$ mbar

Ofen

Aufheizen (≈ 60 Min. bis stabil)	max. 12 V, ≈ 1 A	Leistung von	erringern bei $\approx 150^{\circ}$ C
Heizen (stabil, beste Ergebnisse): Amplifier = 1, kein Magnetfeld Amplifier = 10, kein Magnetfeld Amplifier = 1, Magnetfeld $> 400 \text{ mA}$	Temperatur Temperatur Temperature	max. 175° C 195° C 195° C	630 mA ($\approx 8.5 \text{ V}$) 685 mA ($\approx 9.3 \text{ V}$) 685 mA ($\approx 9.3 \text{ V}$)
Thermoelement			$+27.5 \text{ mA} \cong +10^{\circ} \text{ C}$

Achtung!	Die angegebenen Werte sind nur zur Orientierung gedacht. In der Regel ist des
	notwendig Anpassungen vorzunehmen um optimale Ergebnisse zu erhalten

Literaturverzeichnis 19

Literaturverzeichnis

- [1] Stern-Gerlach-Apparatur, Manual der PHYWE Systeme GmbH, Göttingen.
- [2] P. Huber, H. H. Staub: Einführung in die Physik, Band 3/Teil 1:Atomphysik, 1970.
- [3] O. Stern, Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld, Zeitschrift für Physik Bd. 7 (1921), S. 249.
- [4] W. Gerlach, O. Stern: Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms, Zeitschrift für Physik, Bd. 8 (1921), S. 110.
- [5] W. Gerlach, O. Stern, Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld, Zeitschrift für Physik, Bd. 9 (1922), S. 349.
- [6] W. Gerlach, O. Stern, Das magnetische Moment des Silberatoms, Zeitschrift für Physik, Bd. 9 (1922), S. 353.