



University of  
Zurich<sup>UZH</sup>

# Praktikumsbericht Physik III

---

## Stern-Gerlach

**Modul:**

PHY131

**Assistent:**

Ruth Bründler

**Studenten:**

Manuel Sommerhalder, Stefan Hochrein, Ruben Beynon

**Datum des Versuchs:**

22.01.2017



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Überlegungen zum Versuch . . . . .	3
1.2	Versuchsaufbau und Methodik . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Messdaten</b>	<b>9</b>
3.1	Datentabelle . . . . .	9
3.2	Fehlerabschätzung . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Resultate</b>	<b>11</b>
4.1	Ergebnisse . . . . .	11
4.2	Diskussion . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Appendix</b>	<b>13</b>

# 1 Einleitung

Das Stern-Gerlach Experiment ist eine anschauliche Demonstration der Richtungsquantelung des magnetischen Moments aufgrund des Elektronenspins. Dazu wird ein einwertiges Metall (in unserem Fall Kalium) verdampft. Mit einer Blende entsteht ein Atomstrahl mit rechteckigem Querschnitt, der durch ein inhomogenes Magnetfeld senkrecht zu dessen Feldlinien verläuft.

Da Kalium im Grundzustand über abgeschlossenen inneren Schalen ein einzelnes AussenElektron in der S-Schale hat und das magnetische Bahnmoment daher null ist, ist das magnetische Moment des Atoms alleine auf das magnetische Spinmoment des AussenElektrons zurückzuführen. Die Richtungsquantelung des magnetischen Moments resultiert während der Durchquerung des inhomogenen Magnetfeldes in einer symmetrischen Aufspaltung des Atomstrahls in zwei gleich grosse Teilstrahlen. Ziel des Versuchs ist es, das magnetische Moment  $m_{s,z}$  anhand des Betrags der Aufspaltung, dem Gradienten des magnetischen Feldes senkrecht zur Strahlrichtung und der Geometriedaten zu bestimmen.

Da zum Zeitpunkt unserer Versuchsdurchführung der Detektor defekt war, konnten wir die Messung leider nicht selbst durchführen. Daher verwendeten wir die Messdaten einer anderen Gruppe. Die Bilder stammen alle aus der Versuchsanleitung.

## 1.1 Überlegungen zum Versuch

Vor der Versuchsdurchführung waren folgende Fragen zu beantworten:

*1. Stern und Gerlach haben 1921 in ihrem Experiment Silber verwendet. Warum funktioniert der Versuch auch mit Kalium?*

Sowohl Silber, als auch Kalium verfügen im Grundzustand über ein einzelnes AussenElektron in der S-Schale über abgeschlossenen inneren Schalen und haben daher kein magnetisches Bahnmoment, wodurch das magnetische Moment alleine durch das magnetische Spinmoment des AussenElektrons zustande kommt.

*2. Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Kalium gegenüber von Silber?*

Der Vorteil von Kalium gegenüber Silber liegt in der viel geringeren Temperatur, die zur Verdampfung nötig ist. Die Temperatur, die für Silber notwendig wäre, bedürfte einerseits einer aufwendigeren Beheizung und wäre andererseits entscheidend schwieriger konstant zu halten. Der Nachteil von Kalium liegt hingegen in der heftigen Reaktionsfreudigkeit. Wenn kein Hochvakuum in der Apparatur bestehen würde, würden sofort

stark exotherme Oxidationen stattfinden.

*3. Welche weiteren Elemente könnten theoretisch verwendet werden?*

Theoretisch sollte der Versuch mit allen Elementen der ersten und elften Gruppe des Periodensystems durchführbar sein, da diese die bei Frage 1 diskutierten Kriterien erfüllen. In der Praxis sind diese Elemente jedoch unterschiedlich gut geeignet, beispielsweise wäre von der Verwendung des radioaktiven Elements Roentgenium abzuraten.

*4. Warum funktioniert dieser Versuch nicht mit einem Elektronenstrahl?*

Im Gegensatz zu den verwendeten Atomen hat das Elektron eine negative Ladung, aufgrund derer es sogleich aufgrund der Lorentz-Kraft im magnetischen Feld abgelenkt werden würde.

*5. Warum funktioniert dieser Versuch nicht mit einem homogenen Magnetfeld?*

Bei Verwendung eines homogenen Magnetfeldes würde das magnetische Moment sich lediglich beim Eintritt in das Feld ausrichten und sich dann geradlinig weiterbewegen. Für eine konstante Kraft während des ganzen Aufenthalts im Feld ist ein konstanter Feldgradient vonnöten, der nur in einem inhomogenen Magnetfeld bestehen kann.

## 1.2 Versuchsaufbau und Methodik

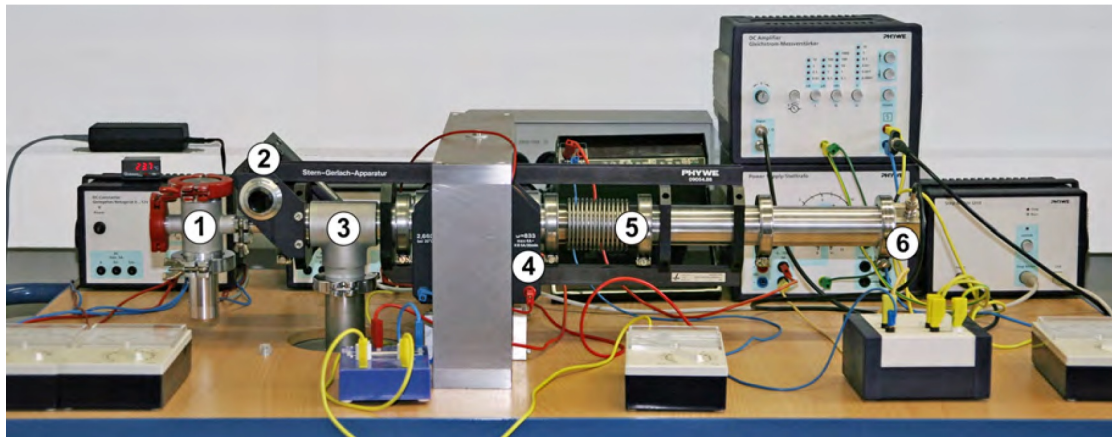


Abbildung 1: Versuchsanordnung

Abbildung 1 gibt einen Überblick über die wichtigsten Elemente des Versuchsaufbaus. Um eine Oxidierung des Kaliums zu verhindern, wird die Apparatur durch den Pumpenanschluss (3) evakuiert (unter  $5 \cdot 10^{-6}$  mbar). Der Ofen (1) wird auf ca 460 K aufgeheizt.



Da die Temperatur trotz Regelung Schwankungen unterliegt, wird diese bei jeder Messung an der Messanzeige abgelesen und notiert. Der Strom auf den magnetischen Analysator (4) wird bei jeder Messung aufwärts variiert, um den Einfluss verschiedener Feldstärken beobachten zu können. Das Atomstrahlrohr (5) ist an der lamellierten Stelle nach dem Analysator biegsam, wodurch der Langmuir-Taylor-Detektor (6) per Schrittmotor (2) bewegt werden kann. Dadurch kann der Detektor per Computerprogramm gesteuert innerhalb eines Intervalls bei gleichmässiger Geschwindigkeit alle Positionen  $u$  durchlaufen und die entsprechende Teilchenstromdichte  $J(u)$  messen.

Mit Hilfe des vorgegebenen Matlab-Tools wird dann mit dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus ein Fit durch die Messdaten gelegt, dessen Form einer Überlagerung der in der Versuchsanleitung hergeleiteten theoretischen Verteilung und der des Nullfeldes entspricht. Diese Kurve verfügt über zwei lokale Maxima, deren Position  $u_e$  für die Berechnung des magnetischen Moments  $m_{s,z}$  verwendet wird.

## 2 Theorie

Aus Überlegungen zum geometrischen Aufbau der Versuchsanlage und der Kraft eines räumlich variierenden Magnetfeldes auf ein magnetisches Moment  $\vec{\mu}$  ergibt sich Formel 2.1, welche wir aus der Versuchsanleitung übernommen haben. Dabei ist  $u_e$  die Position der beiden wahrscheinlichsten Aufprallpunkte der Atome, die sich aus den zwei Spineinstellungen ergeben,  $q$  eine mathematische Substitution ( $q = 3u_e$ ), die vom Fit-Algorithmus direkt ausgegeben wird,  $L$  ist die Länge der Pole,  $l$  die Distanz zwischen Magnetfeldeintritt und Detektor,  $a$  der Radius des konvexen Pols,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante und  $T$  die Temperatur.

$$u_e = \pm \frac{q}{3} = \frac{lL(1 - \frac{L}{2l})m_{s,z} \frac{\partial B}{\partial z}}{6k_B T} \quad (2.1)$$

Die Veränderung des Magnetfeld in  $z$ -Richtung ergibt sich aus der Geometrie der Polschuhe (Abbildung 2). Dabei ist der Aufbau des Magneten so gewählt, dass sich ein möglichst konstanter Gradient in  $z$ -Richtung entlang des Atomstrahls ergibt.

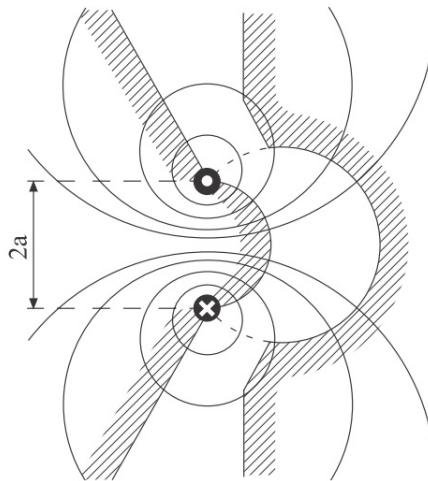


Abbildung 2: Geometrie der Polschuhe

Aufgrund der Tatsache, dass der Gradient eines Magnetfeld schwer zu messen ist, wurde die Annahme getroffen, dass  $\frac{\partial B}{\partial z}$  proportional zu  $B$  ist für kleine Auslenkungen in  $z$ . Daraus ergibt sich der Proportionalitätsfaktor  $\epsilon$ .

$$\epsilon = \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right| \frac{a}{B} \quad (2.2)$$

Die Magnetische Feldstärke haben wir anhand der Magnetfeld-Eichkurve (Abbildung 4 im Appendix) bestimmt. Die Formel

$$B(I) = a_0 + a_1 I + a_2 I^2 + a_3 I^3 \quad (2.3)$$

$$a_0 = 0.025459 \pm 0.002781 \quad a_1 = 0.6113 \pm 0.0209$$

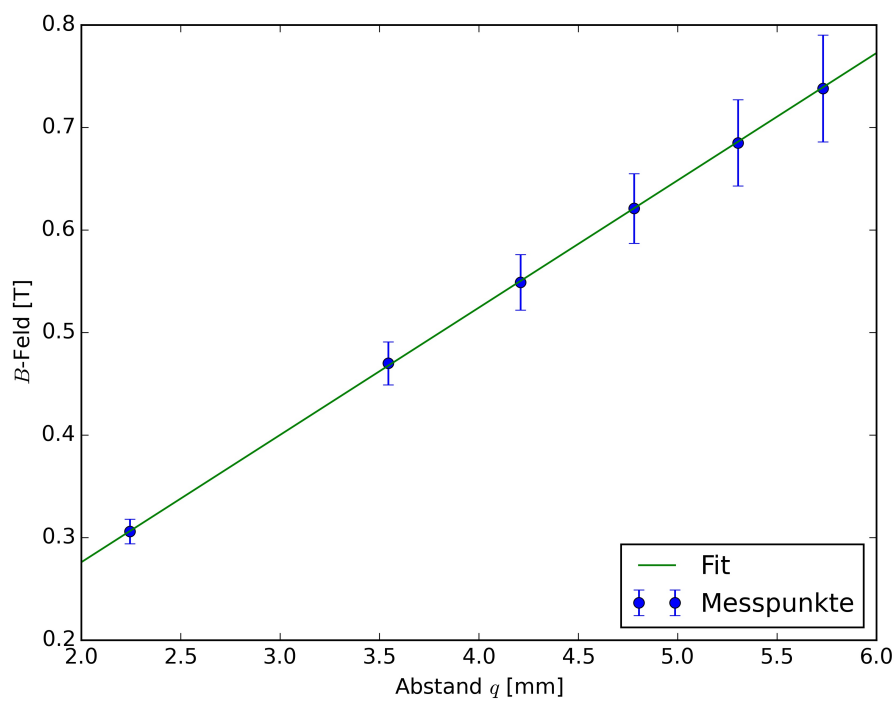
$$a_2 = 0.5146 \pm 0.0415 \quad a_3 = -0.3907 \pm 0.0227$$

wurde aus der entsprechenden Abbildung aus der Praktikumsanleitung übernommen.

Aus der Formel 2.1 und 2.2 leiteten wir folgende Gleichung zur Berechnung des magnetischen Moments des Elektrons  $m_{s,z}$  her:

$$m_{s,z} = \frac{2k_B T q a}{lL(1 - \frac{L}{2l})\epsilon B} = \frac{2k_B T a}{lL(1 - \frac{L}{2l})\epsilon} \cdot \left( \frac{B}{q} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

Für die Temperatur  $T$  in der Formel 2.4 wurde der Mittelwert  $\bar{T}$  verwendet. Um einen sinnvollen Wert für  $\frac{B}{q}$  zu erzielen, wurden die jeweiligen  $B$ - und  $q$ -Werte in einem Plot (Abbildung 3) aufgetragen und die Steigung des linearen Fits ( $\chi^2$ -Methode) als Wert von  $\frac{B}{q}$  eingesetzt. Diese Methode ist daher notwendig, da die Magnetfeld-Eichkurve nur im gemessenen Bereich näherungsweise linear ist.

Abbildung 3: Linearer Fit durch  $B(q)$ -Kurve



## 3 Messdaten

### 3.1 Datentabelle

In Tabelle 1 sind die wichtigsten Resultate der Messungen zusammengefasst, und zwar der Strom  $I$  durch die Magnetspulen, die Magnetfeldstärke  $B$ , die der jeweiligen Stromstärke  $I$  entspricht (bestimmt anhand der Magnetfeld-Eichkurve in der Versuchsanleitung), die abgelesene Temperatur  $T$  des Ofens und der Grösse  $q$ . Wir beschränken uns an dieser Stelle auf diese zusammengefasste Darstellung der Daten, da die Originalmessdaten pro Messung mehrere tausend Messpunkte umfassen.

$I$ [mA]	$B$ [T]	$T$ [K]	$q$ [mm]
$402 \pm 5$	$0.306 \pm 0.012$	$457.3 \pm 0.1$	$2.2452 \pm 0.0015$
$600 \pm 5$	$0.470 \pm 0.021$	$459.5 \pm 0.1$	$3.5437 \pm 0.0025$
$700 \pm 5$	$0.549 \pm 0.027$	$459.7 \pm 0.1$	$4.2096 \pm 0.0029$
$800 \pm 5$	$0.621 \pm 0.034$	$459.7 \pm 0.1$	$4.7810 \pm 0.0032$
$900 \pm 5$	$0.685 \pm 0.042$	$459.9 \pm 0.1$	$5.3034 \pm 0.0032$
$1000 \pm 5$	$0.738 \pm 0.052$	$460.7 \pm 0.1$	$5.7311 \pm 0.0041$

Tabelle 1: Zusammenfassung der Daten

Der Mittelwert der Temperatur  $\bar{T}$  ergibt sich bereits bei einfacher Mittlung der Temperaturwerte in Tabelle 1:  $\bar{T} = (459.4 \pm 1.0)\text{K}$

Für die Berechnung des magnetischen Moments des Elektrons haben wir ausserdem die folgenden im Datenblatt der Versuchsanleitung gegebenen Konstanten verwendet:

Länge der Pole:  $L = (70.0 \pm 0.5)\text{ mm}$

Radius des konvexen Pols:  $a = (2.5 \pm 0.2)\text{ mm}$

Distanz Magnetfeldeintritt-Detektor:  $l = (0.455 \pm 0.001)\text{ m}$

Proportionalitätsfaktor zwischen dem Magnetfeld und seiner Änderung in z-Richtung:  
 $\epsilon = 0.9530 \pm 0.0026$

## 3.2 Fehlerabschätzung

Der Fehler auf den Strom  $m_I$  ist anhand der Anzeigegenauigkeit des Messgerätes abgeschätzt und fließt nur indirekt in die Fehlerrechnung. Der Fehler auf der Temperatur wurde als höher abgeschätzt als die Ungenauigkeit des Messgerätes, da die Temperatur trotz aller Bemühungen zur Konstanthaltung während einer Messung dennoch leicht variieren konnte. Der Fehler  $m_q$  ergibt sich aus dem Algorithmus der Fit-Methode.

Die Fehler auf den Längen  $L$ ,  $l$  und  $a$  haben wir anhand ihrer Grösse und der Schwierigkeit der Durchführung der Messung abgeschätzt. Der Fehler auf  $\epsilon$  ist aus den Praktikumsunterlagen bekannt.

## 4 Resultate

### 4.1 Ergebnisse

Aus dem linearen  $\chi^2$ -Fit ergibt sich eine Steigung von:

$$\frac{B}{q} = (124.15 \pm 8.18) \text{T} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Daraus errechnet sich mit Formel 2.4 und Fehlerrechnung in Formel 5.1 das magnetische Moment des Elektrons:

$$m_{s,z} = -(9.12 \pm 0.92) \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$$

### 4.2 Diskussion

Wenn wir dies mit dem Literaturwert<sup>1</sup>  $m_{s,z} = -9.28 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$  vergleichen, so sehen wir, dass dieser relativ nahe am errechneten Wert liegt und sich deutlich innerhalb der Fehlerschranken befindet. Dies und die Grösse des Fehlers relativ zur Grössenordnung des errechneten Werts lassen vermuten, dass der Fehler entscheidend zu hoch geschätzt worden ist. Der zu grosse Fehler kommt einerseits wohl dadurch zustande, dass der Fehler auf  $B$  zu hoch geschätzt wurde. In Abbildung 3 sieht man nämlich bereits deutlich, dass die Fehlerbalken zu gross sind, verglichen mit der Genauigkeit des linearen Fits. Andererseits hat auch der Fehler auf den Radius des konvexen Pols  $a$  einen entscheidenden Einfluss auf die Grösse des Fehlers und scheint ebenfalls zu hoch geschätzt worden zu sein.

---

<sup>1</sup>National Institute of Standards and Technology, <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?muem>, abgerufen am 9.2.17

## 5 Fehlerrechnung

Die Fehlerfortpflanzung wurde nach dem Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz (Formel 5.1) durchgeführt. Dabei haben wir nur die Fehler auf  $q$ ,  $a$ ,  $\epsilon$  und  $B$  in unsere Berechnung einbezogen. Die Fehler auf der Temperatur  $T$  (ergibt sich durch die Standardabweichung  $\sigma_T$ ) und den Aufbaukonstanten  $L$  und  $l$  haben wir vernachlässigt, weil eine Verdoppelung des jeweiligen Fehlers nur eine Veränderung in der dritten Nachkommastelle des Gesamtfehlers zur Folge hatte.

$$m_{m_{s,z}} = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial a} \cdot m_a\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial \epsilon} \cdot m_\epsilon\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial B/q} \cdot m_{B/q}\right)^2} \quad (5.1)$$

Die folgenden vier Gleichungen (5.2 bis 5.4) sind die Partiellen Ableitungen der Formel 2.4, welche wir zur Berechnung des Gesamtfehlers auf  $m_{s,z}$  benötigt haben.

$$\frac{\partial m}{\partial a} = \frac{2k_B T q}{lL(1 - \frac{L}{2l})\epsilon B} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial \epsilon} = \frac{-2k_B T a q}{lL(1 - \frac{L}{2l})\epsilon^2 B} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial m}{\partial \epsilon} = \frac{-2k_B T a}{lL(1 - \frac{L}{2l})\epsilon} \left(\frac{B}{q}\right)^{-2} \quad (5.4)$$

Der Fehler auf die Steigung  $\frac{B}{q}$  ergibt sich aus der  $\chi^2$ -Fit-Methode.

Analog zur Formel 5.1 wurde der Fehler auf die magnetische Feldstärke  $m_B$ , welcher für den linearen Fit verwendet wurde, anhand dem Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz errechnet. Dabei wurden die Fehler auf  $I$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  beachtet, deren partiellen Ableitungen trivial sind.

## 6 Appendix

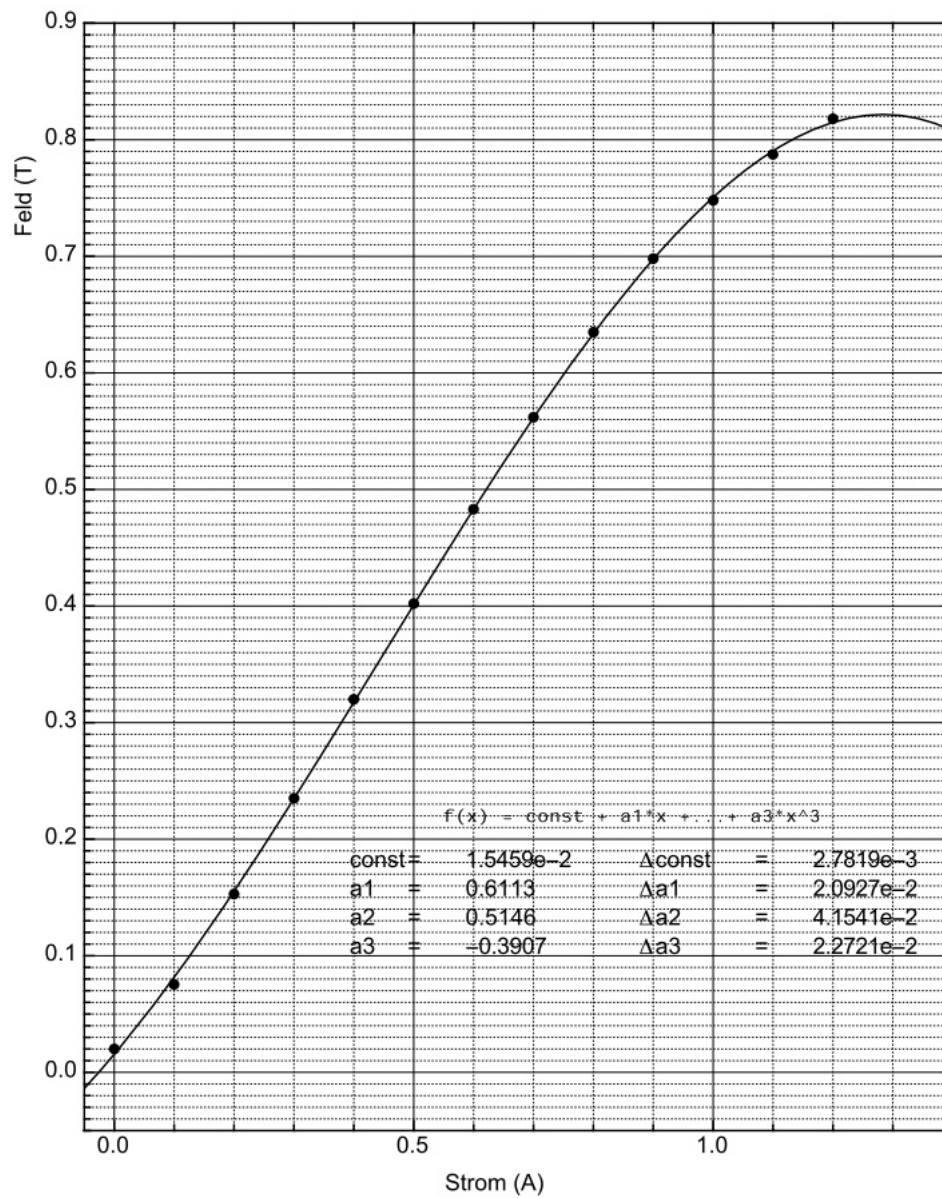


Abbildung 4: Magnetfeld-Eichkurve