

Praktikum zu Physik III

Zeeman-Effekt

Assistent:

Josef Roos

Studenten:

Ruben Beynon, Manuel Sommerhalder, Stefan Hochrein

Abgabetermin:

10.02.2017



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung1.1 Grundlagen	3 3 5
2	Berechnungen2.1 Magnetfeld2.2 Frequenzunterschied2.3 Landé-Faktor	6
3	Fehlerrechnung3.1 Magnetfeld3.2 Frequenzunterschied3.3 Landé-Faktor	9
4	Resultate 4.1 Gelb 4.2 Blau-grün 4.3 Diskussion	11
5	Messdaten	13
6	Appendix	15



1 Einleitung

In diesem Praktikumsversuch wurde die Aufspaltung der Spektrallinien in einem externen Magnetfeld, auch Zeeman-Effekt genannt, untersucht. Der Zeeman-Effekt spaltet die ohne externes Magnetfeld entarteten Energiezustände in einzelne Energiezustände mit Energiedifferenz

$$\Delta E = g_i \mu_B \Delta m_i B \tag{1.1}$$

auf. Ziel des Experiments ist es, den dimensionslosen Landé-Faktor g_j für bestimmte Übergänge zu bestimmen.

1.1 Grundlagen

Das Experiment wurde anhand von zwei speziell ausgewählten Dipolübergängen im Neon Atom durchgeführt, die beide im sichtbaren Bereich liegen, wovon einer gelbes und der andere blau-grünes Licht emittiert. Beide untersuchten Übergänge führen von einem Zustand mit der Quantenzahl J=0 mit der Elektronenkonfiguration

$$(1s)^2(2s)^2(2p)^5(3p)^1$$

zu einem Zustand mit J=1 und einer Elektronenkonfiguration

$$(1s)^2(2s)^2(2p)^5(3s)^1$$
.

Allgemein gibt es zwei mögliche Arten von Spin-Bahn-Kopplung, die im Atom auftreten können:

L-S-Kopplung:

$$ec{L} = \sum_i ec{l}_i; \quad ec{S} = \sum_i ec{s}_i; \quad ec{J} = ec{L} + ec{S}$$

j-j-Kopplung:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i; \quad \vec{J} = \sum_i \vec{j}_i.$$

Im Appendix auf Seite 15 wurden anhand beider Kopplungsvarianten alle Kombinationen ermittelt, die bei der End-Elektronenkonfiguration auftreten können, mitsamt deren entsprechenden Landé-Faktoren g_J^{LS} (Gleichung 6.1) und g_J^{jj} (Gleichung 6.2). Dabei entspricht für J=1 unter L-S-Kopplung der Landé-Faktor $g_{J,gelb}^{LS}=1$ der gelben Spektrallinie und $g_{J,blau}^{LS}=3/2$ der blau-grünen, und unter j-j-Kopplung $g_{J,gelb}^{jj}=7/6$ der gelben und $g_{J,blau}^{jj}=4/3$ der blau-grünen.



Da nur der J=1 Zustand in drei Energiestufen aufgespalten wird, sind bei beiden Übergängen drei im Spektrum sehr nahe nebeneinander liegende Linien erkennbar. Die Aufspaltung wird in Abbildung 1 deutlich, die auch indiziert, dass es sich bei den unverschobenen Spektrallinien um linear polarisiertes Licht (π) und bei den Verschobenen um zirkular polarisiertes Licht (σ^+, σ^-) handelt.

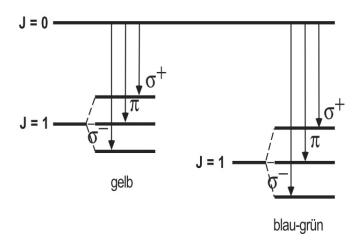


Abbildung 1: Energieniveau-Schema

Im Verlauf des Experiments wurden mittels Interferenz-Spektrometrie die Frequenzunterschiede $\Delta \nu$ dieser Linien ermittelt, und damit auch die Energieunterschiede $\Delta E = h \cdot \Delta \nu$. Durch zusätzliches Messen des Magnetfeldes kann so der Landé-Faktor bestimmt werden:

$$g_j = \frac{h \cdot \Delta \nu}{\mu_B \Delta m_j B} \tag{1.2}$$



1.2 Versuchsaufbau

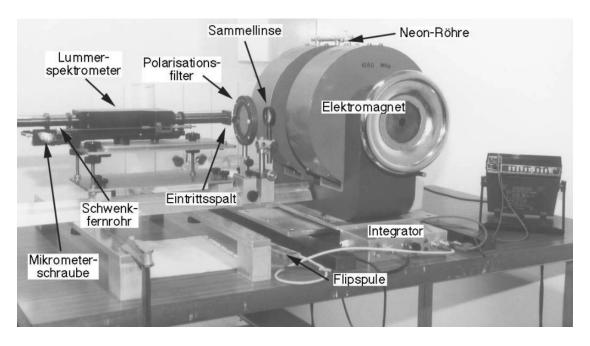


Abbildung 2: Versuchsanordnung

Abbildung 2 zeigt den Aufbau des Experimentes: eine Neon-Lampe ist in der Mitte der Polschuhe eines Elektromagneten positioniert und das emittierte Licht wird mit einem Lummer-Spektrometer in diskrete Spektrallinien aufgespalten. Anhand eines drehbaren Prismas im Spektrometer kann der gewünschte Frequenzbereich ausgesucht werden und durch das Schwenkfernrohr werden die Linien genau anvisiert und die Position x an der Mikrometerschraube abgelesen. Da die Aufspaltung eher klein relativ zur Linienbreite ist, kann mithilfe des Polarisationsfilters zwischen linear (π) und zirkular (σ^+, σ^-) polarisiertem Licht gewechselt werden, wodurch die verschobenen von den unverschobenen Linien klar auseinandergehalten werden können. Zur Bestimmung des Magnetfelds, in dem der Versuch stattgefunden hat, wurde mit einer Flipspule die Spannung U gemessen, die entsteht, wenn die Flipspule aus dem Magnetfeld gezogen wird. Zur Bestimmung des Frequenzunterschieds wurden die Positionen von drei jeweils selbst in drei Linien aufgespalteten Beugungsmaxima gemessen.



2 Berechnungen

Wie in der Einleitung schon erwähnt, sollen die Landé-Faktoren g_j für zwei Dipolübergänge bestimmt werden, die je aus drei nahe beieinander liegenden Linien bestehen. Da jeweils die innersten drei Maxima betrachtet wurden, konnten auch drei g_j pro Farbe berechnet werden. Die Formeln dazu stammen alle aus der Versuchsanleitung. Einzelne Zwischenresultate wurden gleich in diesem Abschnitt angegeben, grössere Datensätze hingegen sind Kapitel 4 tabelliert.

2.1 Magnetfeld

Da bei der Spannungsmessung mit der Flipspule das Messgerät die Spannung aufsummierte, und immer eine kleine Spannung gemessen wurde, driftete die Messung stark zu immer grösseren Spannungen. Deshalb wurde die Spannung je neun mal, mit der Flipspule aufrecht ins Magnetfeld gehalten (positive Spannung U_+) und umgekehrt ins Magnetfeld gehalten (negative Spannung U_-), gemessen. Der Betrag der Messgrössen driftete so also für eine Mess-Serie zu grösseren, für die andere zu kleineren Spannungen. Nach Abwägung unterschiedlicher Methoden zur besten Evaluation dieser Spannungsmessung (mehr dazu im Abschnitt 3.1) entschieden wir uns dazu, die positiven und negativen Spannungsmessungen jeweils zu diskreten Häufungspunkten \bar{U}_+ und \bar{U}_- zu mitteln und deren Mittwelwert \bar{U} wiederum zur Berechnung des Magnetfeldes zu verwenden. Diese Methode resultierte sodann in einer mittleren Spannung von $\bar{U}=4.372$ V. Das Magnetfeld berechnet sich dann durch die Formel

$$B = \frac{U}{314.16 \cdot A_s \cdot N},\tag{2.1}$$

wobei A_s die Querschnittsfläche und N die Anzahl Windungen der Spule sind. Da aus den Angaben auf dem Spulenträger nicht eindeutig herauszulesen war, ob der Draht zum angegebenen Durchschnitt D_s der Querschnittsfläche gehört, wurde die Hälfte der Drahtdicke d_s zum Spulendurchmesser gezählt. Auf diese Weise errechneten wir ein Magnetfeld von $B = (0.347 \pm 0.009)$ T (Fehlerrechnung im Abschnitt 3.1).

2.2 Frequenzunterschied

Die Positionen der Beugungsmaxima x wurden einmal links und einmal rechts der Lummerplatte je vier mal abgelesen. Der Durchschnitt dieser vier Messungen \bar{x} , wurde dann als endgültige Position benutzt. Damit konnte der Abstand A zwischen den korrespondierenden Linien auf beiden Seiten der Platte durch Subtraktion der Positionen bestimmt werden. Zusätzlich wurde der Abstand S von der Positionsbestimmung (Mikrometerschraube) zum Drehpunkt des Fernrohrs ebenfalls durch mehrfaches Messen



mittels Lineal und anschliessendes Mitteln bestimmt. Damit konnte der Winkel θ durch die Formel

$$\theta = \arctan(\frac{A}{2S}) \tag{2.2}$$

berechnet werden und mit diesem dann weiter die Maximumsordnung

$$M = \frac{2d}{\lambda_0} \cdot \sqrt{n_0^2 - 1 + \sin^2 \theta_M}$$
 (2.3)

mit d der Dicke der Lummerplatte, λ_0 der Wellenlänge der beobachteten Linie und n_0 dem Brechungsindex für ebendiese Wellenlänge. Diese Angaben waren im Datenblatt der Versuchsanleitung gegeben. θ_M ist hier der Winkel für die Mittlere der drei nahe beieinander liegenden Linien. Nun konnte die Frequenzuaufspaltung $\Delta \nu$ berechnet werden:

$$\Delta \nu = \frac{-c}{\lambda_0^2} \cdot \frac{\sin^2 \theta_i - \sin^2 \theta_a}{\frac{\lambda_0 \cdot M^2}{d^2} - 4 \cdot n_0 \cdot \frac{\partial n}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}}$$
(2.4)

wobei $\frac{\partial n}{\partial \lambda}|_{\lambda_0}$ die instantane Änderung des Brechungsindex an der stelle λ_0 ist. Diese wurde als Steigung der $n(\lambda)$ -Kurve aus dem Plot in der Versuchsanleitung herausgelesen. θ_i sei hier der Winkel der nach innen verschobenen und θ_a der nach aussen verschobenen Linie.

2.3 Landé-Faktor

Mit den nun berechneten Frequenzunterschieden und der bekannten Magnetfeldstärke konnten durch die schon in der Einleitung erwähnte Formel (1.2) die jeweiligen Landé-Faktoren g_j bestimmt werden. Da pro Linienfarbe drei Maxima betrachtet wurden, wurden jeweils auch drei Werte für g_j berechnet, die sich leicht unterscheiden. Als Endresultat wurde dann deren gewichteter Mittelwert mit der dafür gebräuchlichen Formel berechnet:

$$\bar{g}_{j} = \frac{\sum_{i} \frac{g_{j,i}}{\sigma_{g_{j,i}}^{2}}}{\sum_{i} \frac{1}{\sigma_{g_{j,i}}^{2}}}$$
(2.5)



3 Fehlerrechnung

Die gesamte Fehlerrechnung wurde mittels Gauss'schem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$m_f(x, y, z, ...) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot m_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot m_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot m_z\right)^2 + ...}$$
 (3.1)

durchgeführt. Mögliche Korrelationen zwischen Messungen wurden also der Einfachheit halber nicht beachtet. Ausserdem wurden die auftretenden Naturkonstanten wie die Lichtgeschwindigkeit c, die Planck'sche Konstante h und das Bohr'sche Magneton μ_B als exakt angenommen und ihre Fehler nicht in die Fehlerrechnung mit einbezogen. Analog zu den eigentlichen Berechnungen finden sich hier einzelne Zwischenresultate, während grössere Datensätze in Kapitel 4 zusammengefasst sind.

3.1 Magnetfeld

Für den Fehler auf das Magnetfeld m_B sind nur zwei Fehler verantwortlich - einerseits der Fehler auf die Spannungsmessung m_U und andererseits der Fehler auf die Querschnittsfläche der Flipspule m_{A_S} . Der Umrechnungsfaktor und die Anzahl Windungen der Flipspule wurden als exakt angenommen.

Für den Fehler auf die Spannung wurden verschiedene Ansätze diskutiert. Das Problem bestand darin, dass das Spannungsmessgerät einen starken Drift hatte, die Spannung also ständig zunahm, auch wenn die Flipspule keine Spannung messen sollte. Mehrfaches Messen mit zuerst aufrechter, dann umgekehrter Flipspule, ergaben zwei Messdatensätze, einmal mit positiven U_+ , einmal mit negativen Spannungen U_- . Durch den Drift wurden beide Datensätze in positive Richtung verschoben. Deshalb weist der Betrag aller Messdaten zwei Häufungspunkte auf (U_+ und U_-). Die einfachste Möglichkeit, den Fehler zu bestimmen, wäre, die Standardabweichung aller Messungen zu berechnen. Allerdings würde der Fehler so sehr gross. Die zweite Möglichkeit geht davon aus, dass der wahre Wert der Spannung sicher zwischen den beiden Häufungspunkten liegt. Als Fehler könnte dann die Hälfte des Abstandes zwischen den Häufungspunkten verstanden werden. Die letzte Möglichkeit wäre, die Messdaten so zurück zu verschieben, dass die Häufungspunkte wieder übereinander liegen, und dann die Standardabweichung zu berechnen. Der Fehler würde so allerdings sehr klein. Am plausibelsten ist uns daher die zweite Möglichkeit erschienen, was in diesem Fall bei den Häufungspunkten $ar{U}_+$ = 4.486 V der positiven Spannungsmessung und $ar{U}_-$ = 4.258 V der negativen Spannungsmessung einem Fehler von m_U = 0.114 V entspricht.

Der Fehler m_{A_s} auf die Querschnittsfläche der Flipspule rührt daher, dass aus den Angaben am Spulenträger nicht klar wird, ob die Drahtdicke d_s zum angegebenen Spulendurchmesser D_s zählt. Deshalb wurde als Radius der Querschnittsfläche A_s der



Innenradius der Fläche plus die Hälfte des Drahtdurchmessers verwendet. Der Fehler auf den Radius beträgt dann die Hälfte des Drahtdurchmessers. Mittels Gauss'scher Fehlerfortpflanzung folgt damit der Fehler auf die Querschnittsfläche m_{A_s} = 1.89 μ m.

Mit diesen Fehlern konnte nun wiederum mittels Fehlerfortpflanzungsgesetz der Fehler auf das Magnetfeld berechnet werden: $m_B = 9.29 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

3.2 Frequenzunterschied

Der Fehler des Frequenzunterschieds setzt sich aus vier Fehlern zusammen: Erstens dem Fehler auf den Abstand zwischen korrespondierenden Spektrallinien m_A , zweitens dem Fehler auf den Abstand von der Mikrometerschraube zum Drehpunkt des Fernrohrs m_S , drittens dem Fehler des Brechungsindex m_{n_0} der Lummerplatte und zuletzt dem Fehler auf die Steigung des Brechungsindex m_{dn} an der Stelle der entsprechenenden Wellenlängen. Die Fehler der anderen auftretenden Grössen, wie der Wellenlängen λ_0 der Spektrallinien, und der Dicke der Lummerplatte d wurden als Null, beziehungsweise so klein, dass sie keinen signifikanten Einfluss haben, eingestuft.

Der Abstand A entspricht der Differenz der beiden Positionen der entsprechenden Linien, links und rechts der Lummerplatte. Da für jede Position x nur vier Messungen vorliegen, wurde die Standardabweichung σ_x der Messungen als Fehler auf die Position benutzt. Mittels Fehlerfortpflanzung wurde dann der Fehler auf jeden Wert von A bestimmt.

Auch für die Länge S, von der Mikrometerschraube zum Drehpunkt des Fernrohrs, liegen nur wenige Messungen vor. Deshalb wurde auch hier die Standardabweichung als Fehler verwendet $m_S = \sigma_S = 0.861$ mm.

Um den Brechungsindex n_0 und seine Steigung zu bestimmen, wurde der Plot aus der Praktikumsanleitung benutzt. Der Fehler auf n_0 kommt durch die Skala und das ungenaue Ablesen zustande und wurde auf $m_{n_0}=0.2\cdot 10^{-3}$ abgeschätzt. Für die Steigung wurden von Hand neben einer besten, eine steilste und eine flachste Tangente an die Kurve gelegt und mit deren Hilfe der Fehler auf die Steigung abgeschätzt: $m_{dn,gelb}=3700~{\rm m}^{-1}$; $m_{dn,blau}=2870~{\rm m}^{-1}$. Mittels Fehlerfortpflanzung wurden damit die Fehler auf die Winkel m_{θ} , dann auf die Maximumsordnung m_M und schliesslich auf den Frequenzunterschied $m_{\Delta\nu}$ bestimmt.



3.3 Landé-Faktor

Mit den nun bekannten Unsicherheiten des Magnetfelds m_B und des Frequenzunterschieds $m_{\Delta\nu}$ lässt sich für beide Linienfarben für jedes der drei beobachteten Maxima neben dem Landé-Faktor g_j auch sein Fehler m_{g_j} bestimmen. Schlussendlich wurde g_j mit dem gewichteten Mittelwert ausgerechnet. Sein Fehler wurde deshalb mit der Fehlerformel für den gewichteten Mittelwert bestimmt.

$$m_{\bar{g}_j} = \sigma_{\bar{g}_j} = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\sigma_{g_i}^2}}}$$
 (3.2)



4 Resultate

Die Berechnungen in Kapitel 2 und die Fehlerrechnung in Kapitel 3 lieferten folgende Resultate, wobei M0 für die innerste Hauptlinie steht und nach aussen weitergezählt wurde. Wie zuvor steht θ_M für den Winkel der unverschobenen, θ_a und θ_i für den der nach aussen bzw. nach innen verschobenen Linie. M ist die Ordnung des entsprechenden Hauptmaximums.

4.1 Gelb

Linie	θ_a [10 ⁻³]	$ heta_M$ [10 $^{-3}$]	θ_i [10 $^{-3}$]	Δu [10 9 Hz]	М	g_j
M0	14.2±0.1	13.2±0.1	12.2±0.2	5.22±0.52	12492±5	1.07±0.11
M0+1	20.3±0.1	19.6±0.1	14.2±0.1	4.83±0.53	12493±5	0.99±0.11
M0+2	24.9±0.1	24.4±0.1	23.9±0.1	4.47±0.71	12494±5	0.92 ± 0.15

Total: $g_{j,gelb} = 1.01 \pm 0.07$

4.2 Blau-grün

Linie	$\theta_a [10^{-3}]$	$ heta_M$ [10 $^{-3}$]	$ heta_i$ [10 $^{-3}$]	Δu [10 9 Hz]	М	g_j
M0	14.5±0.1	13.1±0.2	12.0±0.2	6.91±0.65	13577±5	1.42±0.14
M0+1	20.2±0.1	19.2±0.2	18.3±0.2	7.24 ± 0.75	13578±5	1.49±0.16
M0+2	24.5±0.1	23.8±0.2	23.1±0.2	7.19 ± 0.96	13579±5	1.48±0.20

Total: $g_{j,blau} = 1.46 \pm 0.09$



4.3 Diskussion

Beide Werte liegen sehr nahe an den Literaturwerten $g_{j,gelb} = 1.034$ und $g_{j,blau} = 1.464$, besonders der errechnete Landé-Faktor für die blau-grünen Linien deckt sich auffällig gut mit dem Literaturwert. Dies deutet darauf hin, dass die Fehler zum Teil eher zu hoch geschätzt wurden. Zudem ist es erfreulich, dass sich die Maximumsordnungen jeweils um 1 unterscheiden, was sich bestens mit der physikalischen Erwartung deckt. Auffällig ist bei den gelben Spektrallinien eine relativ grosse Dikrepanz zwischen den einzelnen Werten für g_j , die zum Teil nicht mehr in den gegenseitigen Fehlerschranken liegen. Bei den blau-grünen Spektrallinien weicht dafür der g_j -Wert der M0-Linie stärker von den anderen ab als jene untereinander, was sicher auch damit zusammenhängt, dass besonders bei den blau-grünen Linien die innersten Linien aufgrund der geringen Intensität sehr schwierig von Auge anzuvisieren waren.

Um eine genauere Messung zu erzielen, wäre es von Vorteil gewesen, den Abstand S von der Mikrometerschraube zum Drehpunkt des Fernrohrs mit einem Messschieber zu messen, statt des verwendeten Lineals, da kleine Änderungen auf den Wert bzw. den Fehler von S sich bereits sichtbar auf den Wert des Landé-Faktors g_j bzw. dessen Fehler m_{g_j} auswirken. Eine entscheidende Fehlerquelle ist aussderdem die Magnetfeldmessung per Flipspule. Auch hier wirken sich kleine Änderungen auf die Eingabevariablen signifikant auf das Endresultat aus, weshalb für eine genauere Messung der Einsatz eines präziseren Magnetometers unabdingbar wäre.

In beiden Fällen liegen die Werte deutlich näher beim Erwartungswert der L-S-Kopplung (Abschnitt 1.1), wobei auch eine leichte Tendenz in Richtung j-j-Kopplung noch mit den Fehlerschranken verträglich ist.

¹E. Condon, U. Edward: Handbook of physics, p.7 ff.



5 Messdaten

In diesem Kapitel befinden sich alle gemessenen Daten, mit denen die Auswertung durchgeführt wurde.

а	M0+2	i	а	M0+1	i	а	MO	i
9.155	9.270	9.390	10.215	10.350	10.535	11.580	11.860	12.300
9.190	9.285	9.405	10.245	10.405	10.505	11.655	11.890	12.115
9.185	9.275	9.405	10.265	10.440	10.530	11.655	11.940	12.130
9.200	9.310	9.405	10.260	10.420	10.560	11.705	11.975	12.145

Tabelle 1: Position x [mm] der gelben Linien, links der Lummerplatte

i	M0	а	i	M0+1	а	i	M0+2	а
17.800	18.000	18.245	19.275	19.425	19.610	20.430	20.535	20.580
17.785	17.975	18.210	19.340	19.455	19.610	20.460	20.530	20.555
17.755	17.970	18.200	19.305	19.420	19.595	20.425	20.515	20.555
17.790	17.990	18.185	19.255	19.415	19.585	20.410	20.515	20.555

Tabelle 2: Position x [mm] der gelben Linien, rechts der Lummerplatte

а	M0+2	i	а	M0+1	i	а	M0	i
					10.635			
					10.705			
			1		10.695			
9.240	9.450	9.660	10.300	10.565	10.745	11.600	11.970	12.230

Tabelle 3: Position x [mm] der blaugrünen Linien, links der Lummerplatte

i	M0	а	i	M0+1	а	i	M0+2	а
1			19.210		l I			
1			19.165		l I			
			19.140		l			
17.595	17.885	18.225	19.085	19.280	19.530	20.170	20.320	20.555

Tabelle 4: Position x [mm] der blaugrünen Linien, rechts der Lummerplatte



Praktikumsbericht Zeeman-Effekt

Messdaten

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6
S [mm]	230.5	231.0	229.0	230.5	231.5	230.0

Tabelle 5: Messung der Länge S

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U [V] vorwärts	4.53	4.48	4.46	4.35	4.52	4.53	4.47	4.53	4.51	4.48
U [V] rückwärts	-4.28	-4.25	-4.21	-4.28	-4.32	-4.25	-4.23	-4.26	-4.26	-4.24

Tabelle 6: Messung der Spannung V an der Flipspule

Aus den Angaben auf dem Spulenträger:

Windungszahl N = 127

Spulendurchmesser D_s = 19.98 mm

Drahtdicke d_s = 0.06 mm

Aus dem Datenblatt der Versuchsanleitung:

Wellenlängen λ_{gelb} = 585.249 nm und λ_{blau} = 540.056 nm

Dicke der Lummerplatte d = 3.213 mm

Brechungsindex $n_{0,gelb}$ = 1.5147 und $n_{0,blau}$ = 1.5172

Steigung der $n(\lambda)$ -Kurve $\left. \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0, gelb}$ = -49.0 km $^{-1}$ und $\left. \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0, blau}$ = -60.5 km $^{-1}$



6 Appendix

Im Rahmen der Vorbereitung auf das Experiment sollten für die Elektronenkonfiguration

$$(1s)^2(2s)^2(2p)^5(3s)^1$$
.

sowohl für den Fall von L-S-Kopplung, als auch für j-j-Kopplung alle möglichen Quantenzahlkombinationen und die zugehörigen Landé-Faktoren ermittelt werden.

L-S-Kopplung:

S	L	J	g_J^{LS}	Farbe
0	1	1	1	gelb
1	1	2	3/2	
1	1	1	3/2	blau-grün
1	1	0		

Tabelle 7: Mögliche Quantenzahlkombinationen bei L-S-Kopplung

Landé-Faktor:

$$g_J^{LS} = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$
(6.1)

j-j-Kopplung:

l_1	s_1	j_1	l_2	s_2	j_2	J	g_J^{LS}	Farbe
1	1/2	3/2	0	1/2	1/2	2	3/2	
1	1/2	3/2	0	1/2	1/2	1	7/6	gelb
1	1/2	1/2	0	1/2	1/2	1	4/3	blau-grün
1	1/2	1/2	0	1/2	1/2	0		

Tabelle 8: Mögliche Quantenzahlkombinationen bei j-j-Kopplung

Landé-Faktor:

$$g_J^{jj} = \left(1 + \frac{j_1(j_1+1) + s_1(s_1+1) - l_1(l_1+1)}{2j_1(j_1+1)}\right) \frac{J(J+1) + j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)}{2J(J+1)} + \left(1 + \frac{j_2(j_2+1) + s_2(s_2+1) - l_2(l_2+1)}{2j_2(j_2+1)}\right) \frac{J(J+1) + j_2(j_2+1) - j_1(j_1+1)}{2J(J+1)}$$
(6.2)