

THESE de DOCTORAT de L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité:

Electronique

présentée par

Florence Cadène

pour obtenir le grade de DOCTEUR de L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de Thèse:

**Méthodologie
de mesure de conductivité
d'atmosphères planétaires**

Soutenance prévue le 7 novembre 1995 devant le jury composé de:

M. Berthelier (rapporteur)

M. Grard (rapporteur)

Mme Alquié (présidente du jury)

M. Béghin

M. Fulchignoni

M. Hamelin



*Cette étude a été réalisée avec le concours du Centre National d'Etudes
Spatiales et du Conseil Régional Centre*

CONSEIL REGIONAL

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement (LPCE) du CNRS à Orléans et co-financé par le CNES et la Région Centre.

J'exprime ma plus profonde reconnaissance à Messieurs Béghin et Lefèuvre, Directeurs successifs du LPCE pour m'avoir accueillie et offert les moyens techniques et informatiques nécessaires au bon déroulement de cette thèse.

Tous mes remerciements vont également à Michel Hamelin, Directeur de Thèse, pour la confiance qu'il a su m'accorder dans le choix des méthodes de calculs et dans l'orientation donnée à ce travail.

J'exprime ma plus profonde reconnaissance à Monsieur Grard pour ses conseils, sa patience, et le temps qu'il a passé à améliorer la qualité rédactionnelle et scientifique de ce document.

Par ses commentaires et ses critiques constructives, Monsieur Béghin m'a permis d'en améliorer, également, le contenu scientifique. Il a su me guider dans mes recherches grâce à la justesse de ces idées. Je le remercie pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de participer au jury.

Je suis très honorée que Monsieur Berthelier ait accepté d'être rapporteur malgré un emploi du temps très chargé.

Je remercie Madame Alquié et Monsieur Fulchignoni pour leur participation au jury.

Je remercie chaleureusement Alain Coulais sans qui je n'aurais jamais eu connaissance de ce sujet de thèse. Il ne m'a jamais ménagé son soutien et son amitié.

Merci à Michel Chartier du LPCE, Jean-Christophe Diaz et Fabrice Derrien de l'ENST de Bretagne qui ont su me faire partager un peu de leur savoir.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Michèle Schilleweart, Documentaliste au LPCE, pour sa disponibilité, ses conseils et sa diligence.

Je ne voudrais pas omettre de remercier tous ceux qui m'ont aidé dans le développement informatique de cette étude. Je pense notamment à Frédérique Girard et à Yannick Prud'Homme. Je remercie également Christine Koppreitter qui m'a guidée dans le choix du traitement de texte. Elle peut se féliciter du résultat (document sans photocopies ni découpages). Je remercie d'ailleurs les aimables personnes du CRMD qui se sont donné beaucoup de mal pour scanner mes documents papier.

Ce panorama serait incomplet si j'oubliais la fine équipe des russes et tous les membres du bureau d'études qui m'ont prêté main forte pour déplacer la maquette. Je les remercie tous et, en particulier, Vassili Kravtchenko-Berejnoi et Gilles Chalumeau.

Enfin, je remercie toute l'équipe du Laboratoire de m'avoir accueillie et soutenu dans mes démarches tout au long de ces trois années.

Qu'il me soit également permis de remercier tous ceux, Fiancé, Parents, Amis, dont l'aide et les encouragements m'ont été précieux.

Table des matières

<i>Remerciements</i>	1
<i>Table des matières</i>	2
<i>Liste des figures</i>	5
<i>Liste des tableaux</i>	8
<i>Liste des acronymes</i>	9
<i>Nomenclature</i>	11
<i>Introduction</i>	17
1. Contexte scientifique	19
1.1. Titan: satellite de Saturne	20
1.1.1. Saturne	20
1.1.2. La découverte de Titan et de ses caractéristiques	21
1.1.3. Modèle de l'atmosphère de Titan	22
1.1.4. Phénomènes électriques dans l'atmosphère de Titan	24
1.2. La mission CASSINI/HUYGENS	29
1.2.1. La trajectoire du vaisseau	29
1.2.2. En orbite autour de Saturne	29
1.2.3. La sonde Huygens	30
1.3. L'expérience PWA	34
1.3.1. Objectifs principaux	34
1.3.2. Description de l'instrument	35
2. Mesures de conductivité et de champ	37
2.1. Fonctionnement général	38
2.1.1. Mesure d'impédance mutuelle et de champ électromagnétique	38
2.1.2. Mesure de conductivité ionique et de champ électrique	42
2.2. Description des circuits électroniques	44
2.2.1. Sonde quadripolaire	44
2.2.2. Sonde à relaxation	47
2.2.3. Traitement des données	48
2.3. Les problèmes à résoudre	50
2.3.1. Contraintes géométriques	50
2.3.2. Contraintes liées à la chaîne de mesure	51
2.3.3. Conclusion	51
3. Effets de proximité du vaisseau	53
3.1. Positionnement du problème	54
3.1.1. Mise en équation du problème d'électrostatique	54
3.1.2. Problème d'équilibre	55
3.1.3. Forme intégrale	56
3.1.4. Choix des fonctions de pondération	57

3.2. Résolution par la méthode des éléments finis	58
3.2.1. Approximation de la solution	58
3.2.2. Construction du maillage	60
3.2.3. Méthodes numériques	64
3.2.4. Validité de la solution	67
3.3. Application aux mesures par sonde à impédance mutuelle	74
3.3.1. Les deux bras dépliés	74
3.3.2. Un seul bras déployé	80
3.4. Application aux mesures de champs électriques	84
3.4.1. Système d'équation global	84
3.4.2. Mesure du champ électrique continu	86
3.4.3. Mesure d'ondes électriques naturelles	92
4. Effets de la chaîne électronique	95
4.1. Modélisation des éléments de la chaîne de mesure	96
4.1.1. Signal de référence pour la sonde à impédance mutuelle	96
4.1.2. Convertisseurs	96
4.1.3. Filtres	98
4.1.4. Amplificateur de gain en puissance	99
4.1.5. Electrodes	102
4.1.6. Amplificateurs de gain en tension	107
4.1.7. Conclusion	108
4.2. Bruits de fond internes	109
4.2.1. Caractérisation du bruit de fond	109
4.2.2. Evaluation du bruit de fond généré par la chaîne électronique	111
4.3. Etude du régime transitoire de la sonde à relaxation	116
4.3.1. Réponse à un échelon	116
4.3.2. Courant de fuite et bruit dans les résistances	118
4.4. Variation de phase de la permittivité complexe mesurée	122
4.4.1. Déphasage introduit par les électrodes	122
4.4.2. Déphasage global	125
4.4.3. Choix des gains	129
4.4.4. Précision et limites	132
4.5. Champs électromagnétiques accessibles par l'instrument	136
4.5.1. Mesure d'onde électromagnétique	136
4.5.2. Mesure du champ continu	142
5. Mesures et validation de la méthode	143
5.1. Description de l'expérience	144
5.2. Mesure de déphasage	145
5.2.1. Déphasage apporté par la chaîne numérique	145
5.2.2. Filtre de la chaîne de réception et de la chaîne d'émission	146
5.2.3. Amplificateur de gain en tension de la chaîne de réception	147
5.2.4. Préamplificateurs	147
5.2.5. Etalonnage	148

<i>5.3. Mesure d'amplitude</i>	151
<i>5.3.1. Les deux bras déployés</i>	151
<i>5.3.2. Un seul bras déployé</i>	152
<i>Conclusion</i>	153
 Annexes	 155
<i>1: Technique d'évaluation de l'erreur d'approximation sur un élément</i>	156
<i>2: Résolution de l'équation de Laplace</i>	159
<i>3: Calcul de l'impédance d'entrée du préamplificateur de la chaîne de mesure par sonde à impédance mutuelle</i>	173
<i>4: Schémas de la carte analogique et des préamplificateurs</i>	176
<i>5: Plan de la sonde Huygens</i>	182
<i>Bibliographie</i>	184
<i>Résumé</i>	184
<i>Abstract</i>	187
	188

Liste des figures

1:	Composition et température de l'atmosphère de Titan [Lebreton, 1994]	23
2:	Concentration d'électrons dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al, 1987].	25
3:	Profil de la conductivité en fonction de l'altitude dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al,1987]	25
4:	Modèle de répartition des aérosols dans l'atmosphère de Titan [Toon et al, 1980]	26
5:	Diagramme de dispersion des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère de Titan	27
6:	Le vaisseau CASSINI et la sonde HUYGENS en route vers Titan	29
7:	Emplacement des instruments à l'intérieur de la sonde Huygens	32
8:	Principe de la sonde à impédance mutuelle	38
9:	Circuit équivalent	39
10:	Schéma équivalent du quadripôle	39
11:	Argument de la permittivité complexe du milieu en fonction de la conductivité	41
12:	Signal sinusoïdal de référence	44
13:	Synopsis de la chaîne de mesure par sonde à impédance mutuelle	45
14:	Synopsis de la chaîne de mesure par sonde à relaxation	48
15:	Courbes équipotentielles autour d'une sphère conductrice plongée dans un champ électrique constant	50
16:	Limites du domaine	55
17:	Définition du maillage autour de la sonde	61
18:	Transformation te	62
19:	Surface de référence	69
20:	Sphère entre deux charges ponctuelles	69
21:	Comparaison entre la méthode des éléments finis et la méthode des images, maillage de 1938 points	71
22:	Comparaison entre la méthode des images et la méthode des éléments finis, maillage de 15096 points	72
23:	Conditions aux limites	75
24:	Distribution de potentiel autour du vaisseau pour $V(Tx2)-V(Tx1)=20$ Volts	77
25:	Potentiel induit par l'influence du vaisseau pour $V(tx2)-V(Tx1)=20$ Volts	78
26:	Simulation de l'influence du vaisseau, un seul bras déployé	82
27:	Vaisseau placé dans un champ électrostatique quelconque	84
28:	Champ vertical continu	85
29:	Positions successives de l'antenne	87
30:	Potentiel relevé sur RLx1 et RLx2 pour un champ parallèle au sol	87
31:	Potentiel relevé sur RLx1 et RLx2 pour champ quelconque	89
32:	Orientation du champ	90
33:	Champ quelconque	91

34:	champ quasi-statique, horizontal	93
35:	Bruit de quantification	97
36:	Filtre passe-bas	98
37:	Filtre passe-bas associé au pont de résistances	99
38:	Coupe transversale du câble coaxial	99
39:	schéma de principe du préamplificateur.	100
40:	Schéma de principe de l'électromètre	101
41:	Modélisation des électrodes de la sonde quadripolaire.	103
42:	.fonction de transfert $V'r/Ve$ en fonction de la conductivité électrique du milieu	104
43:	Fonction de transfert des électrodes réceptrices de la sonde quadripolaire	105
44:	Modélisation des électrodes de relaxation.	106
45:	Fonction de transfert des électrodes de relaxation	106
46:	Schéma équivalent de l'amplificateur de la chaîne de réception de la sonde quadripolaire	107
47:	Fonction de transfert de l'amplificateur en tension de la sonde quadripolaire	107
48:	Courant et tension de bruit dans l'AD549SH	111
49:	Modélisation des sources de bruit dans le préamplificateur de la sonde quadripolaire	112
50:	Spectre du bruit en sortie du préamplificateur	113
51:	Modélisation des sources de bruit de l'électromètre de la sonde à relaxation	114
52:	Bruit généré par la sonde à relaxation lors des mesures de champ continu	115
53:	Schéma équivalent en régime transitoire	116
54:	Régime transitoire	117
55:	Relation entre courbe de relaxation et pente de la courbe	118
56:	Bruit généré par l'électromètre en régime transitoire	118
57:	Bruit de la sonde à relaxation pour une conductivité ionique(si) donnée	119
58:	Rapport signal sur bruit	120
59:	Déphasage introduit par les électrodes émettrices	123
60:	Déphasage introduit par les électrodes réceptrices	125
61:	Détermination de la permittivité du milieu à partir de la phase mesurée avec la sonde	127
62:	Détermination de la permittivité du milieu à partir de la phase mesurée avec la sonde	128
63:	Détermination de la permittivité du milieu en fonction du rapport d'impédance Z_0/Z	129
64:	Amplitude maximale du signal après le CAN, en fonction de la conductivité du milieu	130
65:	Rapport signal sur bruit en fin de chaîne de mesure, en fonction de la conductivité du milieu	131
66:	Ecart type de la phase en fonction de la conductivité du milieu et du gain de la chaîne électronique	133
67:	Fonction de transfert globale en fonction du gain de la chaîne de mesure	137
68:	Détermination des limites du domaine mesurable pour $GR= 0\text{dB}$	138
69:	Détermination des limites du domaine mesurable pour $GR=40 \text{ dB}$	139
70:	Domaine accessible par la sonde à relaxation fonctionnant en mode passif	141
71:	Résultats de mesure par sonde à impédance mutuelle (figure réalisée par V. Kravtchenko)	149
72:	Résultats de mesure par sonde à impédance mutuelle (figure réalisée par V. Kravtchenko)	150

73:	Repère en coordonnées sphériques	161
74:	Maillage autour du vaisseau	162
75:	Coordonnées sphériques des noeuds à la surface de la sonde Huygens (réalisé par G. Chalumeau)	163
76:	numérotation des noeuds de la première couche	164
77:	Détermination de l'épaisseur entre deux couches du maillage	165
78:	Première couronne de la couche de noeuds	166
79:	Correspondance entre le prisme du haut et l'élément de référence	167
80:	Correspondance entre le prisme du bas et l'élément de référence	168
81:	Orientation des prismes dans le maillage	168
82:	schéma équivalent du préamplificateur	174
83:	Schéma des préamplificateurs (réalisé par M. Chabassière)	178
84:	Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)	179
85:	Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)	180
86:	Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)	181
87:	Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)	182

Liste des tableaux

tableau: 1 Comparaison des taux de production dus aux éclairs et aux effets photochimiques dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al., 1987].	28
tableau: 2 Fonctions d'interpolation et leurs dérivées	63
tableau: 3 Valeur du courant et de la tension de bruit	111
tableau: 4 Déphasages introduit par chaque élément analogique	125
tableau: 5 Déphasages introduits par la chaîne de mesure de la sonde à impédance mutuelle	126
tableau: 6 Amplitude maximale du signal avant le CAN	132
tableau: 7 Limites imposées par la fréquence	134
tableau: 8 Limites du domaine de conductivité imposées par la fréquence et le gain	135
tableau: 9 Limites du domaine mesurable	136
tableau: 10 Limites imposées par le bruit	140
tableau: 11 Limites du domaine des ondes électromagnétiques mesurables	140
tableau: 12 Mesure du retard de phase introduit par les convertisseurs asynchrones	145
tableau: 13 Mesure du déphasage introduit par le filtre de la chaîne de réception	146
tableau: 14 Mesure du déphasage introduit par l'amplificateur de la chaîne de réception	147
tableau: 15 Mesure du déphasage introduit par les préamplificateurs	147
tableau: 16 Etalonnage de l'instrument	148
tableau: 17 Mesures d'impédance mutuelle dans l'air ambiant	151
tableau: 18 Mesure d'impédance mutuelle avec un seul bras déplié	152
tableau: 19 Performances de l'instrument	153
tableau: 20 Prisme du haut	168
tableau: 21 Prisme du bas	168
tableau: 22 Prisme de gauche	169
tableau: 23 Prisme de droite	169
tableau: 24 Coordonnées des points d'intégration	170

Liste des acronymes

C

CAN-Convertisseur Analogique Numérique
CNA-Convertisseur Numérique Analogique
CNES - Centre National d'Etudes Spatiales
CNRS - Centre National de Recherche Scientifique
CRMD - Centre de Recherche Marcel Delepine

D

DPU - Digital Process Unit

E

ENST de Bretagne - Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne
ESA - European Space Agency
ESTEC - European Space Research and Technology Center

H

HASI - Huygens Atmospheric Structure Instrument

I

IAA - Instituto de Astrofisica de Andalucia
IWF - Institut für WeltraumForschung

L

LPCE - Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement

N

NASA - National AeroSpace Administration

P

PWA - Permittivity, Waves and Altimetry

R

RAM - Read Active Memory

S

SSD - Space Science Department

Nomenclature

A - amplitude du signal

{a} - paramètre d'approximation

a_e - rayon de l'électrode Tx_1 ou Tx_2

a_{RL} - rayon de l'électrode RLx_1 ou RLx_2

{ δa } - paramètre d'approximation

[B] - gradient de la fonction d'interpolation N

$[B]^T$ - transposée de la matrice [B]

[C], [C_f] - matrices d'opérateurs différentiels

C_e - capacité de l'électrode émettrice

C[/] - capacité de couplage

C_{a1}, C_{a2} - capacités de l'amplificateur de gain en tension de la sonde à impédance mutuelle

C_{pa2}, C_{pa2b} - capacités du câble coaxiale

C_{e0} - capacité de l'électrode émettrice dans le vide

C_{mc} - capacité de mode commun de l'amplificateur AD549SH

C_p - Capacité des électrodes de relaxation RLx_1 et RLx_2

C_{pa1}, C_{pa2} - capacités du préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle

C_r - capacité de l'électrode réceptrice

C_{RL} - capacité de l'électrode RLx_1 ou RLx_2

C₁, C₂ - capacités du filtre passe-bas

det(J) - déterminant de [J]

ds - élément de surface

dv - élément de volume

e - rayon de l'épaisseur du fil qui constitue l'électrode Tx_1 ou Tx_2

- \vec{E}_0 - champ électrique créé par une distribution de sources
- E_h - composante horizontale du champ électrique \vec{E}_0
- E_p - champ électrique créé par la sonde à relaxation
- E_x - composante, suivant l'axe des X, du champ électrique \vec{E}_0
- E_y - composante, suivant l'axe des Y, du champ électrique \vec{E}_0
- E_z - composante, suivant l'axe des Z, du champ électrique \vec{E}_0
- E_v - ensemble des fonctions de pondération
- f - sollicitation de surface
- f_0 - fréquence de référence de la sonde à relaxation
- f_c - fréquence de coupure à -3 dB
- f_e - fréquence d'échantillonnage des données enregistrées par les sondes
- f_i - fréquences d'émission de la sonde à impédance mutuelle
- f_v - sollicitations de volume
- {F} - matrice globale des sollicitations
- {F'} - matrice des sollicitations restructurée pour tenir compte des conditions aux limites
- GE - gain de la chaîne d'émission de la sonde à impédance mutuelle
- GR - gain de la chaîne de réception de la sonde à impédance mutuelle
- H_f - fonction de transfert du filtre passe-bas
- i_e - courant injecté par les électrodes émettrices
- j - notation des nombres complexes, $j = \sqrt{-1}$
- [J] - matrice jacobienne de la transformation τ^e
- J_p - densité du courant ambiant créé par la sonde à relaxation
- [k] - matrice de rigidité
- [K] - matrice de rigidité globale
- [K'] - matrice [K] restructurée pour tenir compte des conditions aux limites

- L_f - longueur efficace de l'antenne (Rx_1, Rx_2)
- L_{fv} - longueur efficace de l'antenne RLx_1 ou RLx_2
- L_{fh} - longueur efficace de l'antenne (RLx_1, RLx_2)
- N - fonction d'interpolation
- $\langle P \rangle$ - base polynômiale
- P - un point quelconque de l'espace
- $[P_n]$ - matrice nodale
- Q - charge totale du vaisseau
- q - charge portée par l'électrode émettrice
- q_1 - charge ponctuelle
- q_2 - charge ponctuelle
- q_c - pas de quantification du convertisseur
- q_i - charge imposée par la $i^{\text{ème}}$ source
- Q_p - charge totale du vaisseau lorsque la sonde à relaxation fonctionne
- r_p - distance entre le point P et le centre O du repère orthonormé choisi
- R - résistances du filtre passe-bas
- R_{a1}, R_{a2} - résistances de l'amplificateur de gain en tension de la sonde à impédance mutuelle
- RLx_1 - électrode de la sonde à relaxation du premier bras
- Rx_1 - électrode réceptrice de la sonde à impédance mutuelle située sur le premier bras
- Rx_2 - électrode réceptrice de la sonde à impédance mutuelle située sur le deuxième bras
- RLx_2 - électrode de la sonde à relaxation du deuxième bras
- $R(U)$ - résidu
- R_1, R_2, R_3 - pont de résistances
- R_{mc} - résistance de mode commun de l'amplificateur AD549SH
- $R_{pa1}, R_{pa2}, R_{pa3}, R_{pa4}, R_{pa5}$ - résistances du préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle

S - un point quelconque à la surface du vaisseau

Tx_1 - électrode émettrice de la sonde à impédance mutuelle située sur le premier bras

Tx_2 - électrode émettrice de la sonde à impédance mutuelle située sur le deuxième bras

U - potentiel induit par la présence du vaisseau

u_i - variable nodale de l'approximation par éléments finis

$u_e(x,y,z)$ - fonction approchée de U sur l'élément Ω^e

$u_{ex}(x,y,z)$ - fonction exacte de U sur l'élément Ω^e

$\{U_n\}$ - vecteur globale de toutes les variables nodales

$\{\delta U_n\}$ - vecteur globale des variations des variables nodales

V - potentiel créé par un dipôle à proximité du vaisseau

V_e - différence de potentiel entre les électrodes émettrices

V_r - différence de potentiel entre les électrodes réceptrices

V_s - potentiel à la surface du vaisseau

V_{r0} - différence de potentiel entre les électrodes réceptrices dans le vide

V_{r1} - potentiel sur l'électrode réceptrice Rx_1

V_{r2} - potentiel sur l'électrode réceptrice Rx_2

V_0 - potentiel créé par un dipôle isolé

V_1 - potentiel créé dans l'espace Ω lorsqu'un seul bras est déployé

V_∞ - potentiel à l'infini

V_p - potentiel mesuré sur $RLx_{1,2}$

W - forme intégrale de l'équation de Laplace

W^e - forme intégrale élémentaire

Y_{e1}, Y_{e2}, Y_{e3} - admittances au niveau du préamplificateur

Z_e - impédance d'entrée du préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle

ϵ - permittivité complexe du milieu, $\epsilon = \frac{1}{36\pi 10^9} MKSA$

- ϵ_0 - permittivité du vide
- ϵ_r - permittivité relative du milieu
- ϵ_ϕ - différence relative entre le potentiel V et le potentiel ϕ en un point donné de l'espace Ω
- ϕ - potentiel créé par un dipôle isolé
- ϕ - potentiel dû aux sources q_1 et q_2 et aux charges induites à la surface de la sphère
- Φ_0 - potentiel dû aux sources q_1 et q_2
- Φ_1 - potentiel dû aux charges induites par q_1 et q_2 à la surface de la sphère
- Γ_s - frontière entre le vaisseau et Ω
- Γ_∞ - limite extérieure du domaine Ω
- \mathcal{L} - opérateur Laplacien
- v - fonction de pondération
- σ - écart type du bruit en sortie du préamplificateur
- σ_b - écart type du bruit de quantification
- σ_e - conductivité électrique du milieu
- σ_i - conductivité ionique du milieu
- Σ_f - surface sur laquelle on impose la condition de Neumann ou de Cauchy
- Σ_f^e - frontière de l'élément Ω^e qui correspond avec Σ_f
- Σ_u - surface sur laquelle la condition de Dirichlet est respectée
- τ^e - transformation de l'élément réelle Ω^e en l'élément de référence Ω^r
- ω - pulsation en rad/s
- ω_n - vitesse de rotation du vaisseau
- Ω - espace entourant le vaisseau
- Ω^e - sous domaine élémentaire de Ω (correspond à un élément du maillage)
- Ω^r - élément de référence
- [] - matrice

$<>$ - vecteur ligne

{ } - vecteur colonne

Introduction

Cette étude se situe dans le cadre du programme CASSINI-HUYGENS. La mission du vaisseau de la NASA, Cassini, consiste à étudier la planète Saturne, ses anneaux et ses satellites. Titan, le plus gros satellite de Saturne est l'objectif particulier de la sonde Huygens de l'ESA. Le lancement est prévu pour octobre 1997. Après sept ans de voyage interplanétaire, la sonde Huygens se sépare du vaisseau Cassini. Ce dernier est placé en orbite autour de Saturne tandis que Huygens se dirige vers Titan dans le but de mettre en action un ensemble d'instruments dédiés à l'étude de l'atmosphère et de la surface de ce satellite. Ces instruments doivent fonctionner pendant les deux heures et demie de descente et même, si possible, après l'impact sur le sol. Les données ainsi collectées sont envoyées par télémesure vers Cassini qui les relaie vers la Terre et qui les stocke à bord pour une retransmission différée.

L'expérience «Huygens Atmospheric Structure Instrument» (HASI) est l'un des instruments embarqués sur la sonde Huygens. En plus des mesures de densité, de température et de décélération, il est prévu de mesurer lors de la descente dans l'atmosphère de Titan, la conductivité du milieu, les ondes électromagnétiques et acoustiques naturelles, ainsi que l'effet du sol sur l'amplitude et le spectre de l'écho de l'altimètre radar. Ces dernières mesures sont effectuées avec le sous ensemble «Permittivity, Waves and Altimetry» (PWA) réalisé en coopération par quatre instituts européens: le LPCE d'Orléans (France), l'IWF de Graz (Autriche), l'IAA de Granada (Espagne) et l'ESTEC de Nordwijk (Pays Bas).

L'instrument «Permittivity, Waves and Altimetry» est constitué, entre autres, d'une sonde à impédance mutuelle et d'une sonde à relaxation dont les fonctions respectives sont la mesure de la conductivité due aux électrons pour l'une et la mesure de la conductivité due aux ions positifs et négatifs pour l'autre. Cet instrument mesure également les ondes électromagnétiques naturelles avec la sonde à impédance mutuelle fonctionnant en mode passif. Nous étudierons l'adéquation de l'instrument à ce type de mesures.

Dans ce contexte, l'objectif de la thèse intitulée «méthodologie de mesure de conductivité d'atmosphères planétaires», consiste en la validation des méthodes de mesure par sonde à impédance mutuelle et par sonde à relaxation appliquées à des modèles actuels de l'atmosphère de Titan en tenant compte de l'effet du corps de la sonde sur la mesure.

Les capteurs sont montés sur deux bras, positionnés symétriquement à la périphérie de la sonde, qui se déploient lors de l'entrée dans l'atmosphère de Titan. Or, à cause de contraintes technologiques imposées par le dispositif de freinage atmosphérique, les deux bras sont relativement courts (environ 45 cm) par rapport à l'envergure du vaisseau (environ 1 m). Se pose alors le problème de l'influence du corps du vaisseau sur les mesures d'impédance mutuelle, de champs électriques alternatifs et continus. D'autre part, les données ainsi obtenues sont collectées puis traitées par une chaîne électronique comportant une partie analogique et une partie numérique qui introduisent des bruits et des déphasages parasites sur les signaux. On a donc cherché à quantifier toutes ces perturbations pour mieux interpréter les résultats expérimentaux à venir.

La thèse s'articule selon les cinq points suivants:

- Le premier chapitre replace le sujet dans son contexte scientifique. Nous décrirons brièvement la planète Saturne et ses satellites, Titan en particulier. Notre connaissance actuelle sur l'atmosphère de Titan provient principalement des mesures effectuées lors de la mission Voyager; de nombreux aspects restent peu connus en matière d'électricité atmosphérique: mécanisme de création de charges, de transport, rôle des aérosols. Il existe différents modèles théoriques de l'atmosphère de Titan dont celui de D. Hunten et al. [1984] qui semble le mieux concorder avec les observations faites par Voyager. En ce qui concerne la prévision des phénomènes électriques dans la basse atmosphère de Titan, on retiendra le modèle de Borucki et al. [1982] qui donne, entre autres, une idée sur le profil de la conductivité en fonction de l'altitude.
- Le deuxième chapitre explique le principe de fonctionnement de la sonde à impédance mutuelle et de la sonde à relaxation. Il décrit les différentes chaînes de mesure électronique de l'instrument et met en évidence l'utilité d'une étude de faisabilité qui permettrait de prévoir les performances de l'instrument.
- Le troisième chapitre traite de la modélisation des équipotentielles autour du vaisseau et des bras porteurs d'électrodes; La géométrie du dispositif a nécessité l'emploi de la méthode des éléments finis à trois dimensions afin de quantifier l'importance des perturbations qu'elle entraîne. La mise en oeuvre de cette méthode s'est révélée particulièrement critique pour obtenir une solution stable avec un maillage assez serré, nécessaire pour obtenir une bonne précision au niveau de la carte des potentiels. Une paramétrisation judicieuse des données permet l'utilisation de ce programme quel que soit le type de problème posé: simulation d'un champ électrique continu, d'ondes électromagnétiques naturelles ou encore d'un dipôle émetteur. Les résultats obtenus avec le modèle numérique doivent permettre de justifier le choix du positionnement des électrodes par rapport au vaisseau et donner une bonne évaluation des perturbations occasionnées par leur proximité.
- La simulation de la chaîne électronique de mesure complète est exposée dans le quatrième chapitre. Cette simulation permet de connaître le niveau de bruit généré par l'électronique et de ce fait, la précision escomptée sur les résultats. Elle détermine les limites du domaine de mesure accessible à l'instrument, surtout au niveau des détecteurs et des préamplificateurs. Elle permet aussi de déterminer la précision des mesures et d'en déduire les performances de l'instrument dans ses différents modes de fonctionnement. Les résultats ainsi obtenus seront déterminants dans le choix des modes programmés lors de la descente sur Titan. L'utilisation de nombreuses variables et d'une structure modulaire, a permis de suivre pas à pas, les modifications subies par l'instrument au cours de la fabrication des modèles successifs.
- Le cinquième chapitre décrit les mesures effectuées au sol sur une maquette, grandeur réelle, de la sonde Huygens. Les résultats de cette expérimentation permettent de valider les modèles théoriques exposés précédemment et éventuellement de déterminer les effets de certains détails non pris en compte dans le modèle numérique. Ce premier étalonnage prépare les suivants qui seront faits en dernier ressort sur le modèle de vol.

En conclusion de cette étude de faisabilité, on regroupe dans un même tableau les caractéristiques théoriques et pratiques de l'instrument en cours de développement.

Contexte scientifique

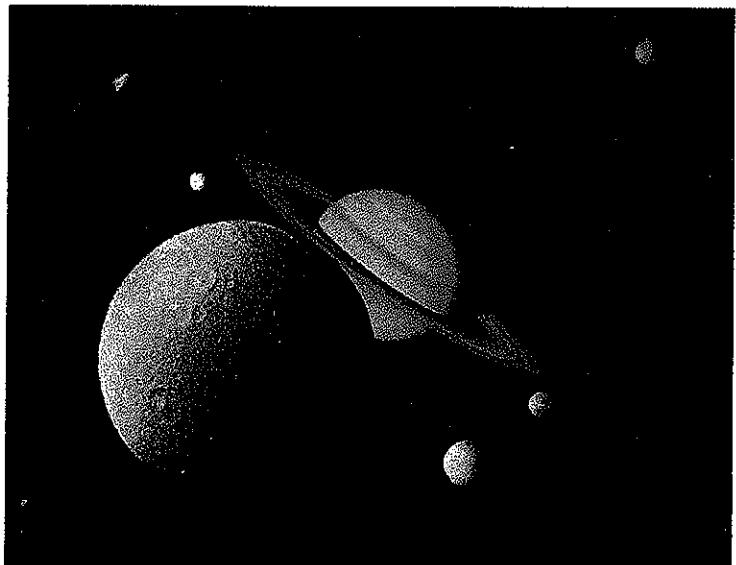


figure 1 :

”Saturne et ses satellites”

(document de la NASA)

Titan, l'un des satellites de Saturne, fut découvert par Christian Huygens en 1655. Sa principale caractéristique est de posséder, comme la Terre, une atmosphère. Même avec les informations recueillies par la mission Voyager(1982), on a actuellement peu de connaissances sur les propriétés électriques de cette atmosphère. Aucun champ magnétique n'a pu y être détecté; mais il semblerait qu'une couche ionosphérique assez dense empêche les ondes électromagnétiques de basse fréquence de la pénétrer. Ainsi, la compréhension des phénomènes électriques dans l'atmosphère de Titan n'est actuellement basée que sur des modèles théoriques.

L'un des objectifs de la future mission CASSINI/HUYGENS de l'ESA et de la NASA, est de déposer une sonde dans l'atmosphère de Titan. Ce vaisseau comprend plusieurs systèmes embarqués dont l'expérience "Huygens Atmospheric Structure Instrument" (HASI). Le sous-ensemble "Permittivity, Waves and Altimetry" (PWA) est un sous système de HASI. Il est principalement conçu pour l'étude des propriétés électriques de l'atmosphère et du sol de Titan et devrait, ainsi, nous apporter de précieuses informations sur ce sujet.

1.1. Titan: satellite de Saturne

Titan est le satellite le plus brillant de la planète Saturne. Il est aussi le plus large du système solaire après Ganymède. Son globe solide a un rayon de 2575 km. Il a une période orbitale de 16 jours autour de Saturne et de 30 jours autour du Soleil. Il est le seul satellite du système solaire à posséder une atmosphère notable; mais contrairement à l'atmosphère oxygénée de la Terre, l'atmosphère de Titan est une atmosphère réductrice présentant une prédominance en molécule d'azote et en méthane. Malgré la température très faible qui règne sur Titan (de l'ordre de 100 kelvins), il semblerait que son atmosphère très dense ressemble à celle qui existait sur Terre avant l'apparition de la vie.

1.1.1. Saturne

Saturne est l'une des quatre planètes géantes du système solaire. Elle est moins grande que Jupiter mais l'est beaucoup plus qu'Uranus et Neptune. Avec un diamètre de 120 660 km à l'équateur et de 108 350 km aux pôles, elle a une masse de 95,19 fois celle de la Terre mais une densité de seulement 0,70 (Terre = 1).

Contrairement aux planètes telluriques, Saturne possède une surface gazeuse et non rocheuse. Son atmosphère constituée essentiellement d'hydrogène et d'hélium est comparable à celle de Jupiter. Elle contient, cependant, moins d'hélium. Hydrogène et hélium prédominent, mais du méthane, de l'ammoniac, de l'acétylène et du propane ont aussi été détectés. Au centre, un noyau de 12 000 km environ, comporte un cœur rocheux enveloppé d'une couche liquide. On pense que l'hélium plus lourd que l'hydrogène se concentre progressivement au cœur de la planète; ce phénomène constitue une source de chaleur qui expliquerait pourquoi Saturne rayonne environ 3 fois plus d'énergie qu'il n'en reçoit du soleil. Le champ magnétique y est 1000 fois plus puissant que sur la Terre et la température d'environ -160 °C.

Seuls 6 anneaux étaient connus avant les découvertes faites par Voyager. Actuellement, on sait qu'il en existe des milliers situés dans le plan équatorial de Saturne et formés d'une multitude de petites particules solides. Ils sont en perpétuelle évolution. Ils présentent des divisions sombres. Ce sont des zones où les particules sont beaucoup moins nombreuses, leurs orbites étant rendues instables par des phénomènes de résonance gravitationnelle créés par les satellites de la planète. Par contre, on ne sait toujours pas comment se sont formés ces anneaux. Proviennent-ils de la destruction de satellites qui auraient gravité jadis autour de Saturne ou représentent-ils seulement des restes de matériaux qui ne se seraient pas condensés lors de la création de Saturne et de ses satellites.

A l'heure actuelle, on a recensé 23 satellites connus de Saturne. Notre connaissance de ces objets a été bouleversée par les observations des sondes Voyager. Ils nous apparaissent maintenant comme des mondes à part entière, le plus gros, Titan, ayant un diamètre une fois et demie supérieur à celui de la Lune. Tous ces satellites sont fortement caractérisés. Trois d'entre eux paraissent vraiment exceptionnels:

- Titan avec son atmosphère d'azote ressemble étrangement à la Terre primitive (comme elle était il y a 4,5 milliards d'années), à l'exception que Voyager n'y a enregistré aucun champ magnétique.
- Encelade présente une activité géologique étonnante. Il semblerait que ce satellite expulse de la matière qui se rassemble dans l'anneau E de Saturne.
- Japet, avec sa face brillante comme la glace et l'autre plus sombre que l'asphalte, est un des

objets les plus énigmatiques du système solaire. Mimas et Téthys présentent de profonds cratères, Téthys et Dioné sont sur la même orbite... Dans tous les cas, ces satellites forment un groupe intéressant à étudier. En plus de ses satellites et de ses anneaux, la magnétosphère interne de Saturne n'est pas dépourvue de matière. On a détecté autour de Saturne la présence d'hydrogène neutre dont la densité est de quelques particules par centimètre cube. Entre les orbites d'Encelade et de Dioné existe un tore formé principalement d'ions O^+ , probablement arrachés à la surface de Dioné et de Téthys. Au delà, s'étend jusqu'à l'orbite de Titan un autre tore, constitué d'hydrogène neutre et ionisé, et d'ions H_2^+ et H_3^+ plus énergiques qui proviennent de l'atmosphère de Titan et de l'ionosphère de Saturne.

1.1.2. La découverte de Titan et de ses caractéristiques

C'est en 1655 que Christian Huygens découvrit Titan. Ce n'est que deux siècles plus tard que Sir John Herschel le nomme Titan (géant de la mythologie grecque) à cause de sa très grande brillance. En 1908, l'astronome catalan José Cornas Solà déduit de ses observations que Titan possède une atmosphère. En 1916, les travaux de Sir James Jeans montrent que Titan a pu conserver une atmosphère en dépit de sa petite taille et de sa faible gravité (0,14 fois celle de la Terre) grâce à sa basse température (alors estimée entre 60 et 100 Kelvins). En effet, à cette température un gaz de poids moléculaire égal ou supérieur à 16 ne peut s'échapper de l'atmosphère de Titan. Les corps satisfaisant à cette limite sont l'argon, le néon, l'azote moléculaire et le méthane. Or seul le méthane présente de fortes bandes d'absorption dans l'infra-rouge et peut être détecté par spectroscopie. En 1944, Gérard Kuiper l'identifia dans le spectre de Titan, apportant ainsi la première preuve formelle de l'existence d'une atmosphère sur Titan. Dans les années 70, Laurence Trafton de l'université du Texas à Austin, découvre sur le spectre de Titan, à l'aide d'un intensificateur d'image infrarouge, une bande d'absorption du méthane d'une intensité imprévue. Suite aux travaux sur la pression atmosphérique de Titan effectués à l'université d'état de New York à Stony Brook, Barry Lutz, Robert Cess et Tobias Owen en déduisent la présence, en très grande quantité, d'un gaz autre que le méthane présent [Owen, 1982]. A cette époque des mesures faites aux longueurs d'ondes radiométriques donnent des résultats très contradictoires sur la température de ce satellite. Il en découle, alors, une divergence très nette dans l'élaboration des modèles de l'atmosphère de Titan. Deux modèles paraissent vraisemblables: celui de Robert Danielson et John Caldwell de l'université de Princeton et celui de Donald Hunten de l'université d'Arizona. Les deux modèles mettent en relief la présence d'une couche d'aérosols et du phénomène d'inversion correspondant. Ils divergent complètement en ce qui concerne la température et la pression de surface ainsi que la composition de l'atmosphère.

C'est alors que le passage de Voyager 1 près de Titan le 12 novembre 1982 vient éclaircir quelque peu ce dilemme. Le spectromètre ultraviolet embarqué à bord de la sonde révéla la présence d'azote (molécules, atomes ionisés et non ionisés). Une expérience d'occultation permet d'obtenir le profil de densité en fonction de l'altitude dont a été déduit le profil de T/μ (T étant la température et μ le poids moléculaire moyen de l'atmosphère). Finalement, l'expérience devait confirmer les prévisions du modèle de D.Hunten [Hunten et al, 1984], sauf pour la pression au sol qui semblait être nettement inférieure aux 20 bars annoncés. D'autre part, une étude plus poussée de ces résultats mit en évidence un poids moléculaire moyen de 28,6; par conséquent, l'atmosphère devrait contenir une quantité appréciable d'un autre gaz, plus

lourd que l'azote.

Par ailleurs, le spectromètre infrarouge de Voyager 1 permit d'identifier la présence de nouveaux composés. Il s'agissait d'hydrocarbures tels que le propane (C_3H_8) et de composés nitrilés (ou nitriles) comme le cyanoacétylène (HC_3N). En 1993, des astronomes du département de recherche spatiale, unité associée CNRS-Observatoire de Paris-Meudon, ont détecté dans l'atmosphère de Titan de l'acétonitrile (CH_3CN), grâce au télescope de 30 m de diamètre de l'Institut de Radioastronomie Millimétrique [Atmosphère..., 1993]. La présence de cette molécule dans l'atmosphère de Titan a une grande signification. En effet, les nitriles réagissent pour former des acides aminés. Ces derniers sont les principaux constituant de l'ADN. Ce qui pourrait laisser croire que Titan ressemble à la Terre avant que la vie ne s'y soit développée. Grâce à l'étude de la chimie organique de l'atmosphère de Titan, il sera ainsi possible de comprendre comment se sont formées les molécules dites prébiotiques, c'est à dire à l'origine de la vie sur Terre.

1.1.3. Modèle de l'atmosphère de Titan

C'est le modèle de D.Hunten et al. [1984] qui concorde le mieux avec toutes les observations faites par Voyager 1. Ce modèle prédit les différentes couches de l'atmosphère de Titan en fonction du profil de la température. Les phénomènes intervenant dans la formation de l'atmosphère de Titan sont identiques à ceux survenus dans celle de la Terre mais les composés et la température globale sont différents.

La haute atmosphère

Interaction avec la magnétosphère de Saturne

L'orbite de Titan est généralement comprise dans la magnétosphère de Saturne sauf en direction du soleil où le satellite baigne parfois dans le vent solaire. Lors du passage de Voyager 1, Titan était cependant bien situé en deçà de la magnétopause de Saturne. La magnétosphère de Titan est balayée par la rotation de Saturne et la magnétopause présente une "queue", mais aucun champ magnétique intrinsèque n'a été détecté. Hunten [1984] pense que le vent planétaire est probablement détourné par le champ dû aux courants induits dans l'ionosphère du satellite. Ce phénomène renforce l'hypothèse de la présence d'une couche ionosphérique non détectable par occultation aux longueurs d'ondes radiométriques. On sait cependant, d'après les résultats obtenus par Voyager 1, que l'azote est le composant principal de la magnétosphère de Titan et que la température y est d'environ 186 kelvins dans la région de l'exobase [Lindal et al., 1983]. A cette température, les gaz qui s'échappent sont probablement l'hélium et l'hydrogène, qui orbitent autour de Saturne en formant un tore.

Contribution des météorites

Ip [1990] émet l'hypothèse que, tout comme sur Terre, l'ablation de météorites peut modifier la composition chimique de l'atmosphère de Titan. Il établit un modèle du profil des densités des différents matériaux apportés par ces météorites, en fonction de l'altitude. En l'absence d'informations sur la composition des météorites en orbite autour de Saturne, il suppose que leur précipitation, introduit non seulement des molécules organiques et de l'eau, mais aussi des atomes et des ions métalliques. Les plus gros d'entre eux pourraient former des couches ionosphériques (entre 500 et 900 km) ne réagissant pas avec l'azote et le méthane déjà présents, tandis que les plus fines particules pourraient inter-agir chimiquement avec les polymères

d'hydrocarbure.

De cette manière les processus chimiques se déroulant dans l'atmosphère de Titan seraient étroitement liées avec le milieu interplanétaire [Ip, 1990].

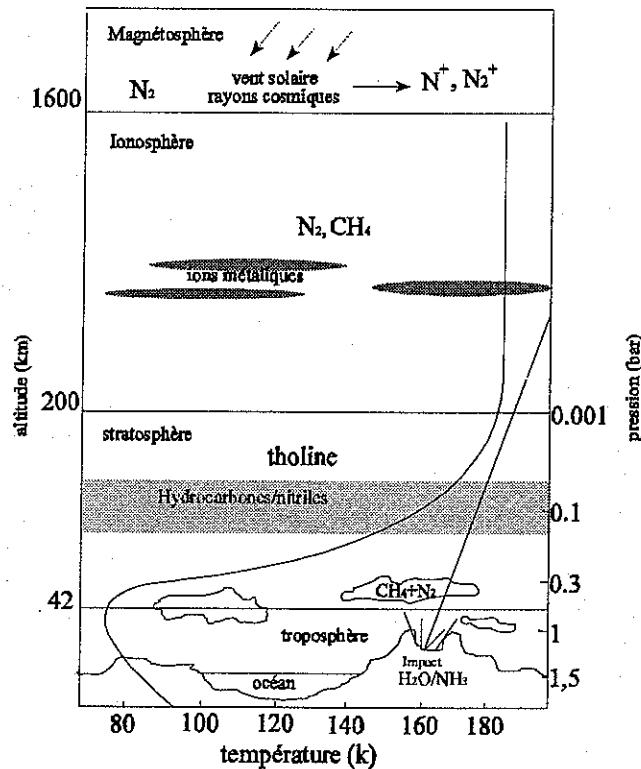


figure 2 Composition et température de l'atmosphère de Titan
[Lebreton, 1994]

L'ionosphère et la stratosphère

La stratosphère s'étend de 42 km à 200 km environ et présente une pression de 1 mbar au niveau de la stratopause. La présence de raies d'absorption dans le proche infrarouge révèle la présence d'une grande quantité de méthane. Les produits de la dissociation de ce gaz par le rayonnement solaire sont l'hydrogène et des radicaux libres tels que le CH₂. La condensation de ces produits et d'autres plus complexes, en particulier des polymères, provoque l'apparition d'aérosols responsables de l'épaisse couche brune de gaz qui entoure Titan. D'autre part, la présence de composés nitrilés, comme le HCN, induit la dissociation de molécules d'azote (N₂). Cette dissociation est principalement causée par l'impact d'électrons ou par d'autres processus ionosphériques tels que la recombinaison de charges. Les électrons peuvent provenir du vent solaire, de la magnétosphère de Saturne ou, être créés par photoionisation ou l'impact de particules de haute énergie. Ces dissociations provoquent un réchauffement de l'atmosphère et introduisent un phénomène d'inversion, c'est à dire que la température augmente avec l'altitude au lieu de décroître.

L'exobase se situe à environ 1600 km. Au-delà de cette limite s'étend l'exosphère, milieu très raréfié où les fréquences de collisions sont négligeables.

La troposphère

La troposphère est le siège des événements météorologiques (nuages, pluies, orages). La température passe d'environ 95 K à la surface de Titan à 70 K au niveau de la tropopause. Ce refroidissement est la conséquence directe de la présence d'aérosols dans l'atmosphère de Titan, qui réfléchissent les rayons solaires. Il semble, d'autre part, que ce refroidissement limite l'ascension des gaz vers la stratosphère.

On pense que les aérosols, et principalement les polymères formés dans l'ionosphère, descendent d'abord lentement, entrent en collision, forment des agrégats qui tombent encore plus rapidement et s'amassent finalement à la surface de Titan. D'après une étude plus approfondie d'Eshleman et al. [1983] ce profil de températures révèle la présence de méthane liquide de manière localisée. Lunine et ses collaborateurs [1983] ont même suggéré qu'un océan d'éthane de 1 km de profondeur se serait accumulé sur toute la surface de Titan depuis la création du système solaire. Hunten et ses collaborateurs [1984] prévoient la présence d'azote liquide; en effet, la température de condensation de l'azote et celle de la basse troposphère ne diffèrent que de 5 K à l'altitude à laquelle se forment les nuages d'azote. Dans le même ordre d'idée, W. Reid Thompson et al [1992], ont calculé l'équilibre thermodynamique liquide vapeur du mélange N_2+CH_4 et ont montré que les nuages de méthane contiennent une quantité non négligeable de molécules d'azote. Dernièrement, Carl Sagan, Reid Thompson et Bishun Khare [1994] ont reproduit expérimentalement l'atmosphère de Titan qu'ils ont irradié avec des particules chargées; ils ont observé la formation d'un solide organique sombre, qu'ils ont nommé tholine de Titan (du grec tholos, qui signifie «bourbe»). Les caractéristiques optiques de cette tholine ressemblent beaucoup à celles de la brume de Titan; aucun des autres matériaux proposés ne s'en approche. Cette tholine formée dans l'atmosphère s'amarre à la surface de Titan comme les autres produits organiques. Ils ont également calculé qu'au cours de l'histoire du système solaire, chaque endroit de la surface de Titan a une chance sur deux d'avoir été recouvert par l'eau liquéfiée lors d'impacts météorites. Or, ils se sont aperçus qu'en mélangeant de la 'tholine' de Titan avec l'eau liquide produite à partir de la glace lors de l'impact des météorites, ils obtenaient des acides aminés, des traces de bases nucléotiques et d'hydrocarbures aromatiques polycycliques ainsi qu'un cocktail de nombreux autres composés.

Devant l'affluence des théories et le manque d'éléments, on admet que seule une connaissance plus précise de la composition de l'atmosphère de Titan permettra de valider ou de réfuter ces hypothèses.

1.1.4. Phénomènes électriques dans l'atmosphère de Titan

Comme sur Terre, l'ionosphère est le siège de phénomènes d'ionisation et de recombinaison de charges. Une modélisation complète de la formation et de la dynamique de ces couches ionisées n'est possible que si l'on connaît tous les facteurs intervenant dans les processus de création, de perte et de transport d'ions. En plus de la densité et de la température des particules neutres, il est nécessaire de connaître la conductivité de l'atmosphère et la concentration des aérosols car ces derniers diminuent la conductivité. Avec cette information, il est alors possible d'étudier la propagation des ondes radioélectriques et de mieux comprendre les autres phénomènes électriques.

La conductivité

L'impact de rayons cosmiques et de particules chargées provenant du vent solaire et de la magnétosphère de Saturne, crée des électrons libres dans l'atmosphère de Titan, des ions de mobilité relativement grande et des aérosols ou agrégats de mobilité beaucoup plus faible. Sur Terre et sur Venus, la conductivité de la basse atmosphère dépend de la mobilité des aérosols chargés et des amas d'ions qui ont une grande longévité [Cole et al. 1965, Meyerott et al. 1980, Rosen et al. 1982, Borucki et al 1982]; la durée de vie de ces espèces de seconde génération est limitée par leur fréquence de recombinaison avec des ions ou agrégats de charge opposée ou par leur rattachement à des aérosols.

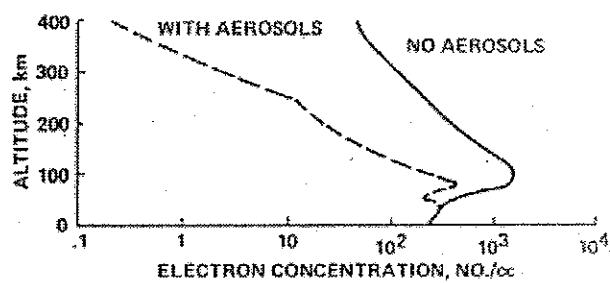


figure 3 Concentration d'électrons dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al, 1987].

La courbe en trait plein représente le cas où le milieu ne contient pas d'aérosols et la courbe en pointillés le cas où il en contient

Sur Vénus ou sur la Terre, les électrons libres peuvent se fixer sur des espèces électrophiles telle que l'oxygène (O_2) pour former des ions négatifs. Sur Titan, on n'a pas encore détecté la présence d'espèces permettant la formation d'ions négatifs. Les expériences et les calculs effectués par Borucki [1987] prédisent que la proportion d'ions négatifs est inférieure à 10%, alors que sur la Terre elle est de 80%.

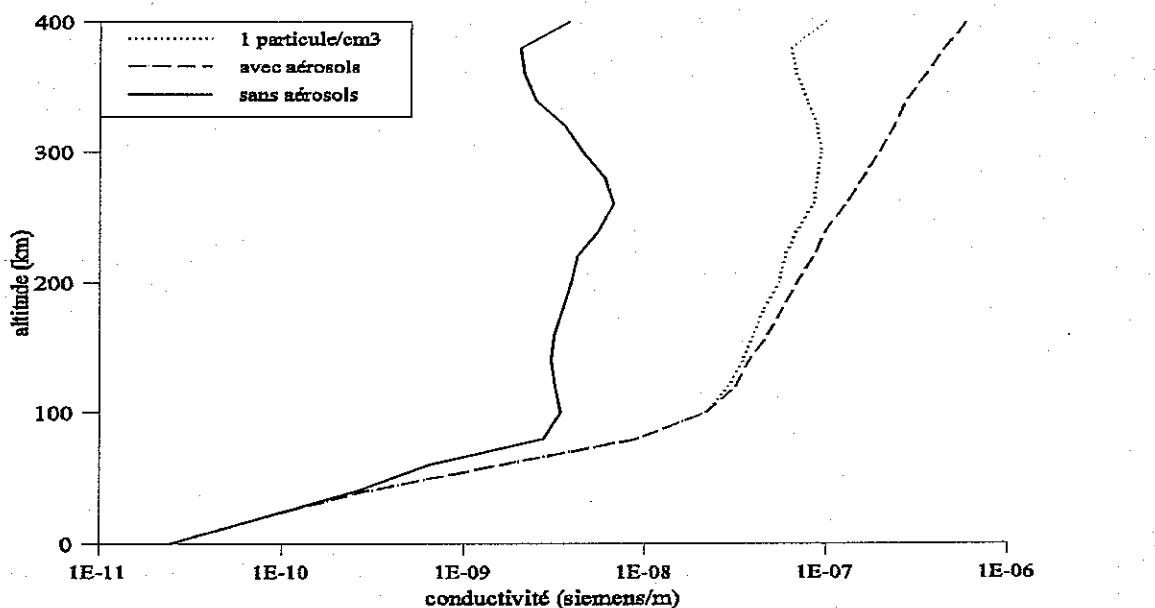


figure 4 Profil de la conductivité en fonction de l'altitude dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al,1987]

Les modèles de conductivité exposés figure 4, ne tiennent donc pas compte de la présence d'ions négatifs dans l'atmosphère. Borucki et al. [1987] admettent que le modèle devra être révisé à basse altitude s'il existe vraiment des espèces électrophiles comme on le propose actuellement. L'absence d'espèces électrophiles augmente le nombre d'électrons libres dans la basse atmosphère et accroît la conductivité. La conductivité augmente rapidement avec l'altitude du fait de l'ionisation plus intense par les rayons cosmiques; par contre, l'abondance d'aérosols, limite la durée de vie des ions et contribue à diminuer la conductivité. En effet les ions et les électrons ont tendance à se recombiner rapidement sur les aérosols et à former des agrégats. Les mesures faites par Voyager 1 n'ont pas donné d'informations sur les aérosols et les interprétations faites à partir de mesures optiques ne sont pas toujours concordantes. W. J. Borucki se base en partie sur les modèles théoriques de Toon et al, [1980] pour élaborer les courbes de la figure 4, qui donnent les variations de la conductivité en fonction de l'altitude avec et sans aérosols. La courbe en trait plein représente le cas sans aérosols; celle en pointillés prend en compte la présence d'un aérosol de concentration égale à 1 particule/cm³ et de rayon 0,3 mm; la dernière courbe représente le cas le plus réaliste où la concentration des aérosols est donnée par la figure 5 en fonction de la taille des particules.

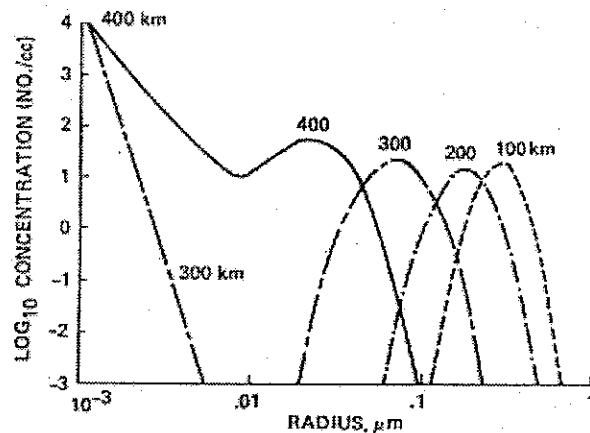


figure 5 Modèle de répartition des aérosols dans l'atmosphère de Titan [Toon et al, 1980]

Charges portées par les aérosols

Les aérosols se chargent négativement parce que la vitesse thermique des électrons est supérieure à celle des ions positifs et des amas d'ions, [Borucki et al, 1987]. La formation d'agrégrats est très restreinte pour les particules fortement chargées et dont le rayon est supérieur à 0,1 mm [Toon et al, 1980]. Ce phénomène empêche la formation de grosses particules et favorise ainsi la formation de fines particules qui absorbent ou réfléchissent les rayons solaires. Sans aérosols chargés, la profondeur optique serait peut-être suffisamment réduite pour que le sol de Titan soit visible [Toon et al, 1987].

Effet de l'ionosphère sur la propagation des éclairs

La présence de nuages et l'existence de mouvements de convection permettent de supposer que comme sur Terre des éclairs peuvent se produire dans la basse atmosphère de Titan. Or, lors du survol de Titan par Voyager 1 en 1980, aucune onde électromagnétique n'a pu être détectée. On en déduit que la puissance dissipée par d'éventuels éclairs devait être d'environ

10^3 fois moins importante que celle dissipée sur Terre, soit environ $4 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$ [Borucki et al, 1984].

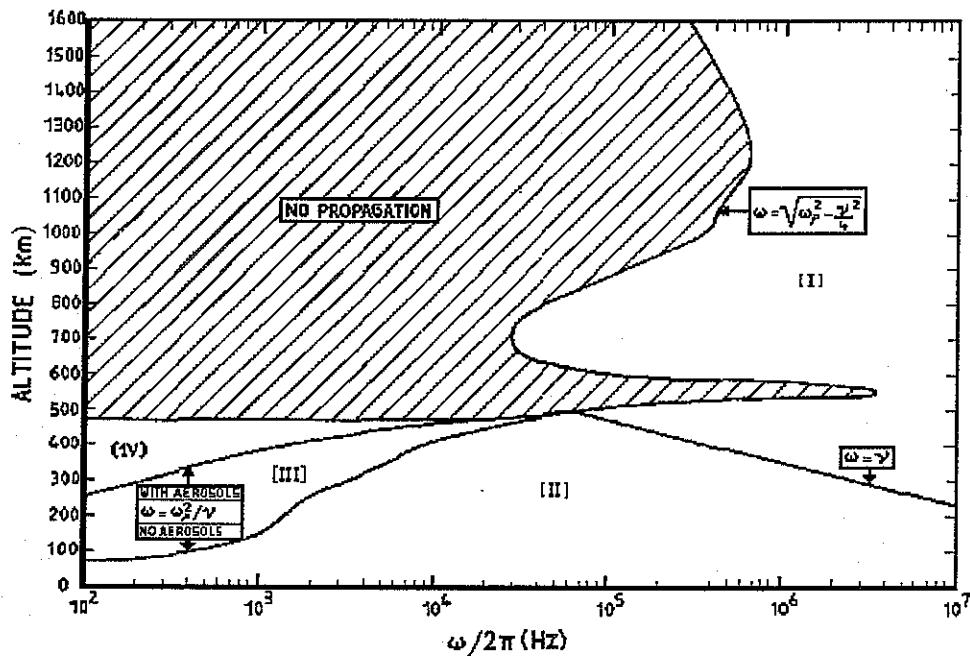


figure 6 Diagramme de dispersion des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère de Titan
 (Dans la zone hachurée les ondes ne se propagent pas, dans la zone I et II la propagation est particulièrement perturbée, dans le zone IV les ondes sont sévèrement atténuées, et la zone III fait partie de la zone II ou de la zone IV suivant que l'on tient compte de la présence des aérosols ou non)
 [Grard, 1991].

Une couche ionisée, provoquée par l'ablation de météorites dans l'atmosphère de Titan et opaque aux ondes radiométriques de fréquence inférieure à 3 Mhz pourrait expliquer le fait qu'aucun éclair n'ait été détectés par Voyager 1, bien que les mesures de densité électroniques effectuées lors de l'occultation de Voyager 1 ne semblent pas supporter cette hypothèse [Grard, 1991]. La figure 6 met en évidence les zones éventuelles où la propagation des ondes électromagnétiques est possible.

Cependant, aucune conclusion hâtive ne peut être formulée. Seule une preuve apportée par des mesures supplémentaires in-situ, lors d'une mission future pourrait attester de la présence d'éclairs sur Titan.

Production de cellules prébiotiques

La quantité d'hydrocarbone et de nitriles mesurée sur Titan n'est pas expliquée par la seule activité photochimique de l'atmosphère. Il semble que d'autres phénomènes interviennent dans la formation de ces molécules. Les éclairs pourraient être l'une des sources d'énergie à la base de ces réactions chimiques. En 1987, des mesures en laboratoire ont permis de mesurer la production de HCN, C₂H₂ et autres hydrocarbones en simulant des échanges électriques dans un mélange d'azote et de méthane gazeux. Le Tableau 1 montre que la production d'HCN et d'éthylène ainsi obtenues est comparable à celle induite par les effets photochimiques et les radiations dans l'atmosphère de Titan. L'éthylène est gazeux à la température de la tropopause et s'échappe vers la stratosphère après avoir été produit par les décharges électriques au niveau de la troposphère. Ce mécanisme peut expliquer la présence de trace d'éthylène observé au

niveau de la stratosphère [Borucki et al, 1987].

Tableau 1. Comparaison des taux de production dus aux éclairs et aux effets photochimiques dans l'atmosphère de Titan [Borucki et al., 1987].

Espèces	Produit par les éclairs (#cm ⁻² sec ⁻¹)	Produit par effets photochimiques (#cm ⁻² sec ⁻¹) (a)
acide cyanhydrique (HCN)	$1 \times 10^{7 \pm 1}$	2×10^8
Acétylène (C ₂ H ₂)	$1 \times 10^{7 \pm 1}$	$1,2 \times 10^9$
Ethylène (C ₂ H ₄)	$1 \times 10^{6 \pm 1}$	0 (b)
Ethane (C ₂ H ₆)	$1 \times 10^{6 \pm 1}$	$5,8 \times 10^9$
Propane (C ₃ H ₈)	$7 \times 10^{4 \pm 1}$	$1,4 \times 10^8$

(a) Ces valeurs proviennent de Yung et al, [1984]

(b) La destruction par effet photochimique est importante et intervient à la même altitude que la production, ce qui justifie un taux de production nul.

1.2. La mission CASSINI/HUYGENS

1.2.1. La trajectoire du vaisseau

Le lancement du vaisseau Cassini/Huygens est prévu pour le 6 octobre 1997. La durée de la fenêtre de tir n'est que de 3-4 semaines. Grâce à l'assistance de Venus, de la Terre et de Jupiter ce vaisseau devrait arriver près de Saturne en juin 2004. Sur son chemin, il croisera à deux reprises l'astéroïde Belt, et une fois l'astéroïde 66 Maja, survolera Venus (en avril 1998 et en juin 1999) et la Terre (en Août 1999) et se sera approché de Jupiter en décembre 2000 à une distance de $52,1 R_J$ (rayon de Jupiter). Le vaisseau doit traverser l'énorme magnétosphère de Jupiter en 130 jours. Par la suite, la mise à feu d'un moteur de réserve lui permettra de se placer en orbite autour de Saturne. C'est seulement cinq mois plus tard que la sonde Huygens sera séparée du vaisseau mère et dirigée vers Titan. Après avoir relayé les données transmises par la sonde Huygens, le vaisseau continuera à orbiter autour de Saturne pendant quatre ans. Il devrait croiser trente fois Titan, au moins quatre fois des satellites recouverts de glace tels que Encelade et Japet et observer de nombreux autres satellites à plus grande distance. L'orbite de Cassini pourra être modifiée par l'attraction de Titan, afin de mieux observer l'équateur et les zones polaires de Saturne ainsi que l'énorme magnétosphère [ESA, 1988].

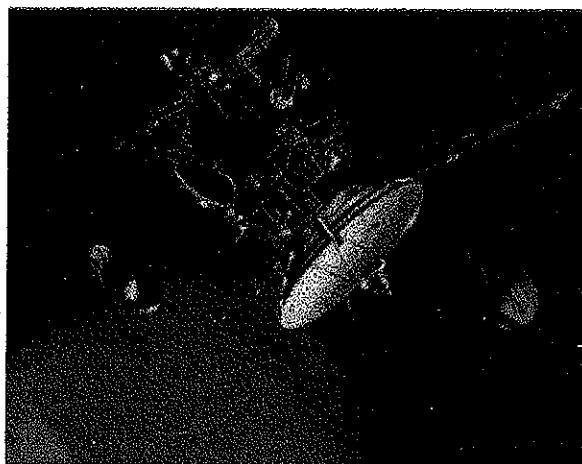


figure 7 Le vaisseau CASSINI et la sonde HUYGENS en route vers Titan

1.2.2. En orbite autour de Saturne

L'intérêt de la mission est accru par le fait que Cassini devrait arriver sur Saturne au cours d'une saison différente de celle pendant laquelle les sondes Voyager 1 et 2 ont effectué leur survol.

Les 15 instruments portés par Cassini, doivent apporter de nouvelles informations sur la planète (champ magnétique, rayon, température), la composition de l'atmosphère, la météorologie, l'ionosphère et la magnétosphère. Chaque rencontre avec l'un des satellites de Saturne permettra d'observer sa surface et d'étudier son interaction avec la magnétosphère de Saturne. La fonction des différents instruments est résumée dans le Tableau 2.

Tableau 2. Description des expériences à bord du vaisseau Cassini

Nom de l'expérience	Fonction
Imaging Science Subsystem	Prend des images dans le visible, le proche infrarouge et le proche ultraviolet
Radar	Dresse la carte de la surface de Titan à travers la couche de brume qui enveloppe ce satellite
Radio Science Subsystem	Recherche d'éventuelles ondes gravitationnelles Etudie l'atmosphère, les anneaux et le champ de gravitation de Saturne et de ses satellites
Ion and Neutral Mass Spectrometer	Examine les particules neutres et chargées au voisinage de Titan, Saturne et des autres satellites et caractérise leurs magnétosphères et leurs ionosphères
Visual and Infrared Mapping Spectrometer	Identifie la composition chimique de l'atmosphère et des anneaux de Saturne et des satellites en mesurant l'énergie rayonnée dans la bande du visible et de l'infrarouge
Composite Infrared spectrometer	Mesure le rayonnement thermique de la surface de l'atmosphère et des anneaux de Saturne et des satellites pour étudier leur températures et leur compositions
Cosmic Dust Analyzer	Etudie les grains de poussière et de glace à l'intérieur et à proximité du système saturnien
Radio and Plasma Wave Science	Examine les ondes plasma et la nature des émissions radio
Cassini Plasma spectrometer	Explore le plasma à l'intérieur et à proximité du champ magnétique de Saturne
Ultraviolet Imaging Spectrograph	Mesure les rayonnements ultraviolets en provenance de l'atmosphère et des anneaux de Saturne pour en étudier la structure, la chimie et la composition
Magnetospheric Imaging Instrument	Etudie la morphologie de la magnétosphère de Saturne et mesure les interactions de cette magnétosphère avec le vent solaire
Dual Technique Magnetospher	Décrit le champ magnétique de Saturne et son interaction avec le vent solaire, les anneaux et les satellites de Saturne

1.2.3. La sonde Huygens

La sonde Huygens se détachera du vaisseau Cassini le 27 novembre 2004. L'antenne très directive du vaisseau Cassini permettra d'acquérir les données recueillies par la sonde Huygens et de les retransmettre vers la Terre.

La descente sur Titan

Toutes les ressources du vaisseau (batteries et autres) sont prévues pour une mission d'une durée minimum de 153 mn. La sonde Huygens (1 m de diamètre) pénètre dans l'atmosphère avec une vitesse maximale de 7,12 km/s à une altitude de 1000 km. Un bouclier de protection et un système de décélération permettent de réduire la vitesse à 1,5 Mach (environ 400 m/s) marquant ainsi la fin de la phase d'entrée. Au cours de cette phase, l'accéléromètre est le seul instrument scientifique en fonctionnement. Les données enregistrées sont stockées jusqu'à

l'établissement de la liaison avec l'orbiteur. Peu après, un premier parachute de 8,5 m d'envergure est déployé à une altitude de 170 km. Une fois le bouclier de protection détaché, tous les instruments de mesures sont mis en marche. Les données sont envoyées en temps réel grâce à l'aide d'un système de télémétrie comprenant deux canaux redondants opérant chacun à 8 kbits/s. Vers 110 km, un petit parachute est déployé afin de stabiliser la descente et d'amortir la chute. Au moment de l'impact, la vitesse nominale est de 5 m/s. Si l'engin n'est pas endommagé, les expériences devraient se poursuivre jusqu'à ce que Cassini situé en orbite disparaîsse au delà de l'horizon et interrompe ainsi la réception des données.

Les instruments à bord

La sonde Huygens comprend six instruments, fournis par la communauté scientifique, permettant d'étudier l'atmosphère de Titan au cours de la descente.

Gas Chromatograph / Mass Spectrometer (GCMS)

Chromatographe en phase gazeuse/Spectromètre de masse

Le principal objectif du GCMS est de déterminer la composition chimique de l'atmosphère de Titan en fonction de l'altitude. L'instrument doit fournir le profil de la concentration verticale des gaz nobles, détecter les composés organiques déjà connus et aussi ceux qui n'ont pas encore été répertoriés. Il doit aussi donner des renseignements sur la quantité d'isotopes présents.

Aerosol Collector and Pyrolyser (ACP)

Pyrolyseur et collecteur d'aérosols

Cet instrument collecte des échantillons d'aérosols et, par pyrolyse obtient des informations sur la composition chimique de l'atmosphère. Le collecteur d'échantillons doit faire deux prélevements: un à 40 km au niveau de la stratosphère et l'autre à 23 km dans la troposphère.

Descent Imager/Spectral Radiometer (DISR)

Analyseur de spectres/prise de vues

Cet instrument prend des images et fait des mesures spectrales en utilisant différents détecteurs dans une large bande d'émission allant de l'ultraviolet à l'infrarouge (0,35 à 1,7 microns).

Surface Science Package (SSP)

Analyseur de surface

Cet instrument étudie la composition et l'état du sol de Titan. Son bon fonctionnement dépend de l'état de la sonde.

Un télémètre détecte la présence de vagues si la surface est liquide et un autre système mesure l'indice de réfraction de ce liquide. Un sondeur détermine la profondeur de cette couche liquide si elle est inférieure à 1 km.

Doppler Wind Experiment (DWE)

Mesure du vent par effet Doppler

Le DWE mesure une composante de la vitesse du vent dans l'atmosphère de Titan, en fonction de l'altitude. Il semblerait que sur Titan le vent soit essentiellement azimutal et la composante est-ouest du vent offre un grand intérêt. Un oscillateur ultra stable placé à la fois sur l'orbiteur Cassini et sur la sonde Huygens permet d'obtenir la vitesse relative du vent. Il doit mesurer aussi les effets du vent sur la sonde elle-même.

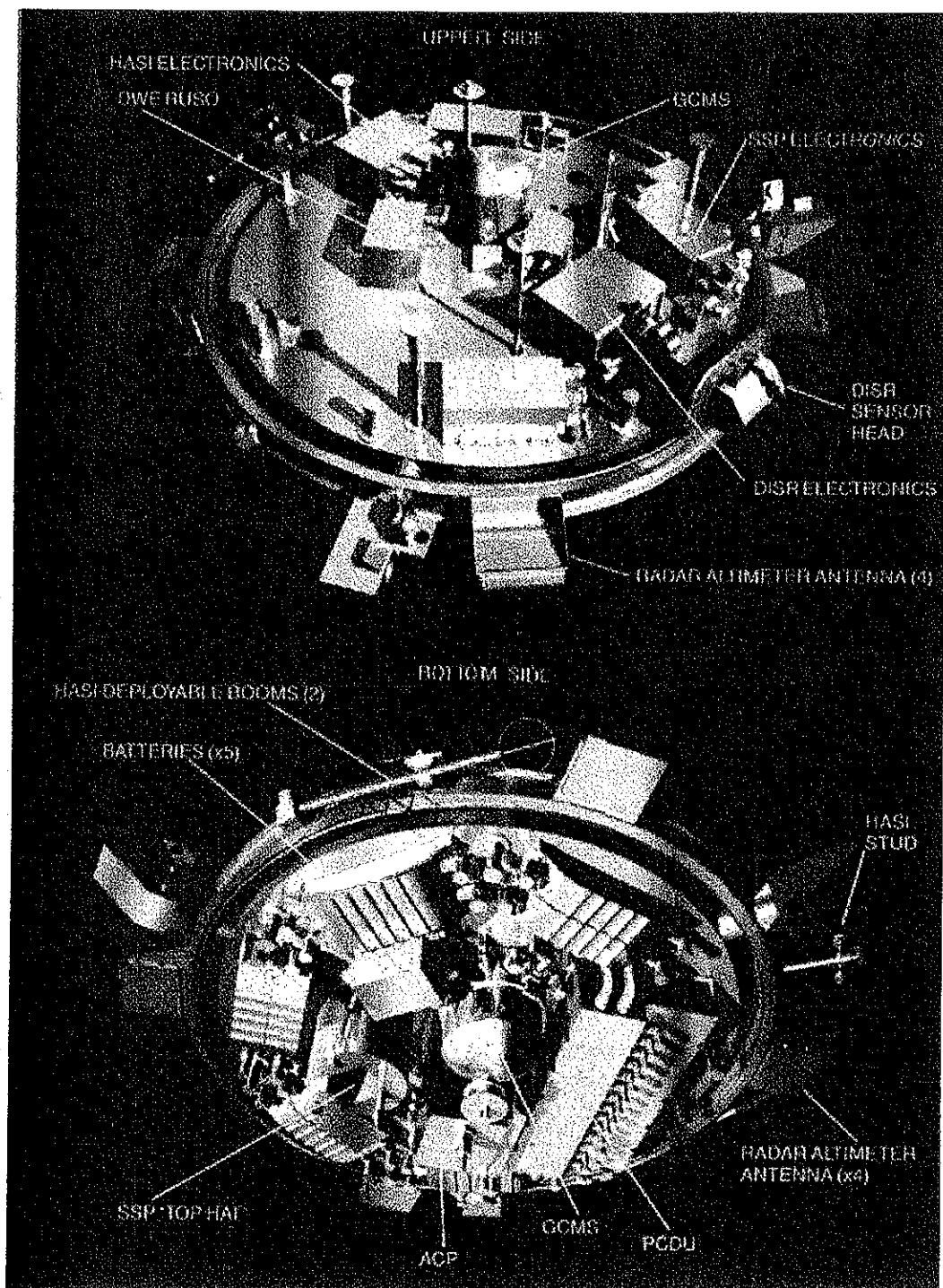


figure 8 Emplacement des instruments à l'intérieur de la sonde Huygens

Huygens Atmospheric Structure Instrument (HASI)

Détermination de la structure de l'atmosphère par la sonde Huygens

Cet instrument comprend des détecteurs de pression et de température, un accéléromètre et un sous-système appelé PWA (Permittivity, Waves and Altimetry).

Au cours de la phase d'entrée, l'accéléromètre situé près du centre de gravité de la sonde Huygens mesure la décélération de la sonde, ce qui permet d'en déduire la densité du milieu en fonction de l'altitude. Les détecteurs de température et de pression placés dans une zone non perturbée au dessus de la sonde Huygens sont actifs tout au long de la descente. Le sous système PWA est destiné à déterminer la conductivité et les caractéristiques des ondes électromagnétiques et des ondes acoustiques dans l'atmosphère et sur le sol de Titan. Il fonctionne à partir de 170 km et ce jusqu'à la fin de l'expérience. L'analyse de spectre de l'écho du radar altimètre fournit également des renseignements sur la topographie du sol de Titan.

1.3. L'expérience PWA

L'instrument "Permittivity, Waves and Altimetry" est un sous système de l'expérience "Huygens Atmospheric Structure Instrument" embarquée sur la sonde Huygens. L'objectif principal de l'expérience est de déterminer les propriétés électriques de l'atmosphère et du sol de Titan. L'instrument est mis au point par une équipe de scientifiques provenant de différents laboratoires Européens: le LPCE/CNRS en France, L'ESTEC-SSD en Hollande, l'IWF en Autriche et l'IAA en Espagne.

1.3.1. Objectifs principaux

Les connaissances actuelles de l'atmosphère et de l'environnement de Titan, quoique réduites, ont cependant permis d'élaborer des modèles théoriques de la conductivité atmosphérique. Ces modèles ont servi lors de la conception de l'instrument.

P.W.A est conçu pour mesurer:

- la conductivité ionique: dans la gamme de 10^{-15} à 10^{-11} (Ωm) $^{-1}$,
- la conductivité électronique entre 10^{-11} et 10^{-6} (Ωm) $^{-1}$ entre 170 km et le sol. Connaissant la densité des espèces neutres et la température de l'atmosphère, on peut en déduire la densité des électrons.
- les ondes électriques naturelles. Elles peuvent être générées par la présence d'une activité orageuse locale ou se propager par réflexions sur le sol et les couches ionosphériques dans le milieu (voir "Effet de l'ionosphère sur la propagation des éclairs", page 26).
- le champ électrique continu. Cette mesure n'est pas l'objectif principal de l'expérience. L'instrument n'est certes pas conçu pour déterminer avec précision l'orientation du champ électrostatique en fonction de l'altitude; mais il peut renseigner sur son ordre de grandeur dans le cas où la conductivité du milieu est assez grande. Par ailleurs, la conductivité du sol de Titan n'est pas connue, mais on la suppose très faible; il se peut donc qu'il n'existe pas de champ électrique vertical dans la basse atmosphère de Titan.
- la permittivité complexe du sol. Quel que soit l'état du sol (liquide ou solide), il est possible de mesurer sa conductivité et sa permittivité et de combiner des données avec celles d'autres expériences afin d'en déduire des informations sur sa composition (par exemple la proportion d'un mélange éthane/méthane).
- les ondes acoustiques. On peut mettre en évidence une activité orageuse, proche de la sonde, en faisant le rapprochement entre l'activité électromagnétique et les ondes acoustiques.
- les résonances de Schumann. L'activité orageuse peut aussi donner naissance, comme sur Terre, à des bruits électromagnétiques qui apparaissent aux fréquences de résonance de Schumann. Ces fréquences de résonnance sont inversement proportionnelles au rayon de la planète ou du satellite; elles seraient donc plus élevées que celles détectées sur Terre. Les trois premières fréquences devraient être 26, 47 et 64 Hertz dans le cas d'un sol et d'une couche ionosphérique parfaitement conducteurs [Grard, 1991].
- la structure de la surface. L'analyse fine des données de l'altimètre radar fournit des informations sur le relief.

1.3.2. Description de l'instrument

L'instrument traite les données provenant de quatre sortes de capteurs. Deux catégories de détecteurs sont localisés sur deux bras qui se déploient lors de la descente et permettent de mesurer les phénomènes électriques dans l'atmosphère de Titan. Un troisième capteur acoustique est fixé sur un bras fixe et détecte les ondes sonores. L'instrument traite aussi les signaux provenant de l'altimètre radar. Les circuits électroniques comportent deux parties: un ensemble analogiques qui amplifie les signaux issus des capteurs et un processeur digital qui traite les données.

Mesure par sonde à impédance mutuelle

La sonde quadripolaire fut utilisée pour la première fois par Wenner en 1915 puis par Schlumberger en 1920, pour mesurer la résistivité du sol. Le principe de mesure a été adapté au cas de la sonde Huygens.

Une électrode émettrice (Tx) et une électrode réceptive (Rx) sont placées sur chacun des deux bras déployables (annexe 5, page 183). Elles permettent de mesurer la conductivité du milieu due aux électrons. A proximité du sol, la même technique permet en plus de connaître la constante diélectrique du sol [R. Grard, 1990].

En mode passif, c'est à dire quand les électrodes émettrices ne fonctionnent pas, cet instrument permet, de mesurer des ondes électriques naturelles dont la fréquence est inférieure à 10kHz.

Mesure par sonde à relaxation

Les deux électrodes à relaxation (RLx) placées sur les bras (annexe 5, page 183) sont chargées simultanément à +5 volts et -5 volts, par rapport au potentiel du vaisseau. La mesure de leur décharge dans le milieu par un électromètre donne accès à la conductivité due aux ions positifs et négatifs du milieu traversé.

Pour mesurer le champ électrique continu régnant dans l'atmosphère, les électrodes sont préalablement déchargées et l'électromètre détermine le potentiel induit par le champ ambiant sur chacune des électrodes. Cette mesure n'est possible que si le milieu est suffisamment conducteur compte tenu de l'impédance de l'électromètre.

Microphone

Ce capteur mesure les différences de pression associées aux ondes acoustiques. Le microphone peut fonctionner à des températures comprises entre -200 °C et +50 °C. Il permet de détecter tous les phénomènes acoustiques naturels tels que le tonnerre, le crémitem de la pluie ou encore le bruit des vagues et de distinguer les ondes électromagnétiques pures de celles dues à des effets électroacoustiques.

Radar

La sonde est munie d'un radar qui fournit, des informations sur la distance au sol. L'analyse fine par transformée de Fourier des signaux réfléchis par la surface permettra de connaître l'ordre de grandeur des inégalités du terrain.

Partie analogique

Chaque capteur est connecté à un préamplificateur. Les signaux sont filtrés et acheminés vers un multiplexeur piloté par le processeur numérique.

Partie numérique

Un processeur de signaux (ADSP 2100) pilote l'instrument. Il commande le fonctionnement

des différentes prises de mesures et traite les signaux reçus au niveau du multiplexeur. La fréquence d'échantillonnage est de 46 075 kHz. Dans le cas de la mesure par sonde à impédance mutuelle, le processeur génère un signal sinusoïdal qui est envoyé sur les électrodes émettrices. Ce signal peut avoir 5 fréquences comprises entre 45 et 5504 Hz. Les signaux captés sur les électrodes de réception sont soumis à une transformée de Fourier. Les spectres obtenus sont compressés et stockés jusqu'à ce qu'ils soient transférés par paquets au DPU (processeur de signal propre à HASI qui transfère les données de PWA au système de télémesure de la sonde Huygens).

Mesures de conductivité et de champ

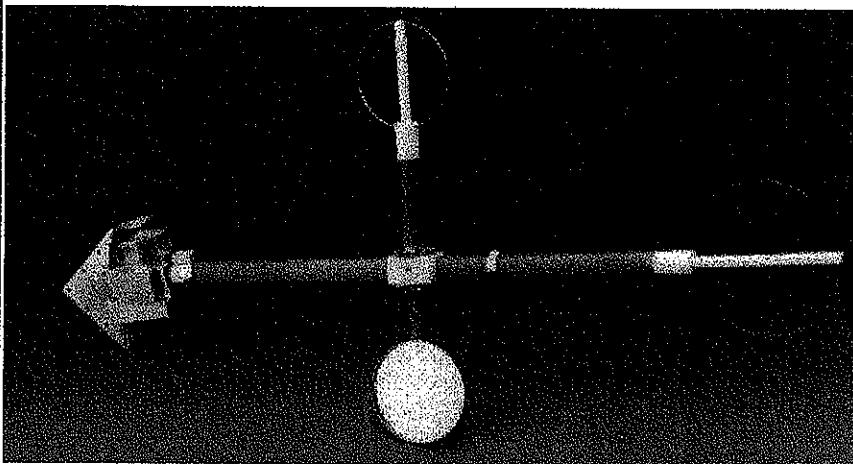


figure 9 :

”L’un des bras déployables porteur d’électrodes de la sonde Huygens”

(document ESA)

L’instrument PWA mesure les caractéristiques électriques du milieu dans lequel il est plongé. Il comporte deux sortes de détecteurs pour analyser les deux types de particules chargées qui forment un plasma (ions et électrons):
- la sonde à impédance mutuelle qui détermine la conductivité due aux électrons ainsi que la présence d’ondes électromagnétiques naturelles lorsqu’elle fonctionne en mode passif;
- la sonde à relaxation qui mesure la conductivité due aux ions positifs et négatifs ainsi que la grandeur du champ électrique statique régnant dans l’atmosphère.

Les conditions d’utilisation de cet instrument sont très délicates, en particulier à cause de contraintes liées à la géométrie du vaisseau. Le fonctionnement de ces sondes est donc étudié à l’aide de modèles théoriques qui tiennent compte des caractéristiques du milieu à explorer. Dans ce contexte, on démontre l’importance d’une étude de faisabilité dont l’objectif est de déterminer les performances de l’instrument et de prouver qu’il est tout à fait possible d’extraire des mesures, un ensemble de données homogènes et exploitables.

2.1. Fonctionnement général

Les sondes à impédance mutuelle et à relaxation sont conçues pour la caractérisation des propriétés électriques de l'atmosphère et du sol de Titan. Les gammes des paramètres à utiliser sont déterminées à l'aide de modèles théoriques. Toutefois les domaines de mesure sont pris suffisamment larges pour couvrir la majeure partie des phénomènes prévus.

2.1.1. Mesure d'impédance mutuelle et de champ électromagnétique

Une sonde à impédance mutuelle est une sonde quadripolaire. La mesure consiste à injecter un courant alternatif entre deux des quatre électrodes (T_{x1} et T_{x2}) placées dans le milieu à caractériser et à mesurer la différence de potentiel induite entre les deux autres électrodes (R_{x1} et R_{x2}). L'impédance mutuelle est égale au rapport de la tension mesurée V_r sur le courant injecté i_e (figure 10). L'impédance mutuelle donne accès à la permittivité relative complexe du milieu.

Si le courant injecté i_e est nul, la sonde permet alors de détecter la présence d'éventuelles ondes électromagnétiques dans le milieu.

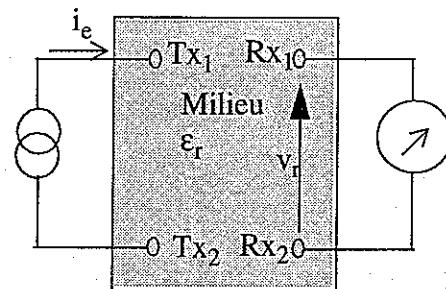


figure 10 Principe de la sonde à impédance mutuelle

2.1.1.1. Mesure de conductivité électrique

Les électrodes sont des fils fins en forme d'anneau. Un calcul précis de la capacité de l'anneau a été fait par Béghin [1992]. Pour effectuer le calcul, il considère la coupe d'un tore de rayon moyen (a) identique à celui de l'électrode et dont la section a un rayon (e) très petite devant (a). Le tore est isolé dans le vide. On obtient:

$$C_0 \approx \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot a}{\ln\left(\frac{8a}{e}\right)} \text{ où } \epsilon_0 \text{ est la permittivité du vide} \quad (1)$$

Dans un milieu isotrope, de permittivité relative complexe ϵ , cette capacité devient:

$$C = C_0 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2)$$

(3)

Si la permittivité relative est complexe, elle s'écrit sous la forme:

$$\epsilon = \epsilon_0 (\epsilon_r - j\epsilon_{g_m}) \text{ avec } \epsilon_{g_m} = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0 \omega} \quad (4)$$

où ϵ_r est la constante diélectrique du milieu

σ_e est la conductivité électrique du milieu (en siemens/m)

ω est la pulsation (en rad/s)

et $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ MKSA est la permittivité du vide.

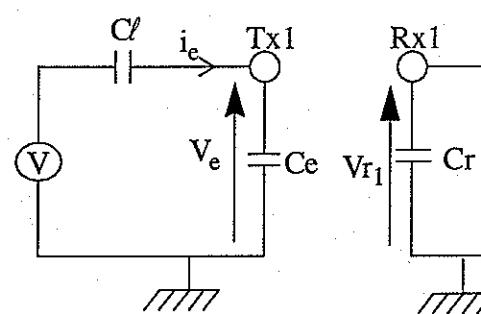


figure 11 Circuit équivalent

Le schéma équivalent de la sonde à impédance mutuelle est donné par la figure 11, où C_e est la capacité de l'électrode émettrice et C_r celle de l'électrode réceptrice. Les deux électrodes n'ont pas le même diamètre ($a_e=35$ mm, $a_r=50$ mm). On note V_r le potentiel induit dans le milieu et i_e le courant injecté par l'électrode émettrice. Les électrodes émettrices peuvent être assimilées à des charges ponctuelles $+q$ et $-q$ (respectivement sur Tx_1 et Tx_2). En effet, il a été démontré [Béghin et al, 1992] qu'à partir d'une distance d'environ deux fois le rayon de l'anneau les équipotentialles sont pratiquement sphériques. En négligeant les effets de gaine et en supposant une configuration symétrique, les potentiels sur Rx_1 et Rx_2 s'écrivent respectivement (figure 12):

$$V_{r1} = \frac{q}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

et:

$$V_{r2} = \frac{q}{4\pi\epsilon r_2} - \frac{q}{4\pi\epsilon r_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

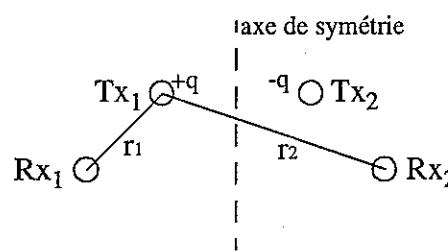


figure 12 Schéma équivalent du quadripôle

La différence de potentiel mesurée entre les deux électrodes vaut alors:

$$V_r = V_{r2} - V_{r1} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (5)$$

où q est la valeur absolue de la charge portée par chacune des électrodes et s'écrit: $q = C_e V_e$

L'impédance mutuelle du quadripôle ainsi formé est donnée par:

$$Z = \frac{V_r}{i_e} \quad (6)$$

qui est fonction de la permittivité complexe du milieu. Il faut également connaître la valeur du courant injecté i_e .

$$i_e = j\omega C_e V_e \quad (7)$$

Le courant i_e dépend de la capacité C_e des électrodes et varie en fonction des propriétés électriques du milieu. Le courant i_e est à peu près indépendant des variations de la permittivité relative du milieu, si on introduit dans le circuit une capacité de couplage C_t très faible devant C_{e0} (la capacité dans le vide de l'électrode émettrice) d'environ 4 pF. On choisit donc C_t égale à 0,4 pF.

Détermination du rapport d'impédance mutuelle

$$\text{Dans le vide, le potentiel émis par l'électrode } Tx_1 \text{ ou } Tx_2 \text{ est: } V_0 = V \cdot \frac{C_t}{C_t + C_{e0}} \quad (8)$$

$$\text{Dans un milieu de permittivité } \epsilon, \text{ elle est égale à: } V_e = V \cdot \frac{C_t}{C_t + C_e} \quad (9)$$

Dans le vide, le potentiel reçu sur les électrodes réceptrices est donnée par:

$$V_{r0} = C_{e0} V_0 \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \right) \quad (10)$$

$$\text{Dans un milieu de permittivité } \epsilon, \text{ elle est donnée par: } V_r = C_e V_e \left(\frac{1}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \right) \quad (11)$$

En combinant les équations, on a:

$$\frac{V_{r0}}{V_r} = \frac{C_{e0}}{C_e} \cdot \frac{C_t + C_e}{C_t + C_{e0}} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \quad (12)$$

$$\text{Si } C_t \text{ est négligeable devant } C_e \text{ et } C_{e0}, \text{ on obtient bien: } \frac{V_{r0}}{V_r} \approx \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Nous avons vu au chapitre précédent que l'atmosphère de Titan est constituée en grande partie d'hydrocarbures gazeux. La constante diélectrique relative des gaz est très proche de 1. Cette caractéristique du milieu va simplifier l'interprétation des mesures. En effet, dans ce cas, on a:

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - j \frac{\sigma_e}{\epsilon_0 \omega} \right) \quad (13)$$

On voit, d'après la formule (13), qu'il existe une fréquence de transition: $f_0 = \frac{\sigma_e}{2\pi\epsilon_0}$ pour

laquelle la partie réelle et la partie imaginaire de ϵ sont égales. Au dessous de cette fréquence le milieu se comporte comme un conducteur et au dessus comme un diélectrique [Grard, 1990]. La mesure de conductivité s'effectue avec la meilleure précision lorsque la fréquence de travail est la plus faible possible. Par contre, le temps de la mesure à basse fréquence diminue la résolution temporelle. Lorsque $\epsilon = \epsilon_0(1 - j)$, l'argument vaut $\pi/4$. et on mesure la conductivité et la constante diélectrique avec la même précision. Comme il est difficile d'ajuster la valeur de la fréquence au cours de la descente, on effectue une série de mesures à différentes fréquences f_i telles que:

$$\frac{\sigma_{\min}}{2\pi\epsilon_0} < f_i < \frac{\sigma_{\max}}{2\pi\epsilon_0} \quad \text{soit } 0,18 \text{ Hz} < f_i < 18 \text{ kHz}$$

où $\sigma_{\min} = 10^{-12}$ Siemens/m et $\sigma_{\max} = 10^{-6}$ Siemens/m sont les valeurs respectivement minimale et maximale de la conductivité prédictes par le modèle de Borucki [1988]. A chaque fréquence f_i correspond une courbe reliant l'argument de la mesure à la conductivité du milieu.

En ce qui concerne le choix des fréquences f_i du signal émis, 50 et 60 Hz sont exclues pour éviter des interférences dues au secteur électrique lors des essais sur Terre, en Europe et aux Etats Unis. D'autre part, le vaisseau Huygens est mobile, les propriétés du milieu varient lentement et on doit pouvoir négliger ces variations pendant le temps nécessaire à chaque mesure. Il ne faut donc pas utiliser des fréquences trop basses. La fréquence de base retenue est donc $f_0=45$ Hz et les quatre autres fréquences sont des multiples de f_0 , soient:

$$f_1 = 2 \times f_0 = 90 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 8 \times f_0 = 360 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 32 \times f_0 = 1440 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 128 \times f_0 = 5760 \text{ Hz}$$

Toutes ces fréquences seront utilisées de manière séquentielle et régulière.

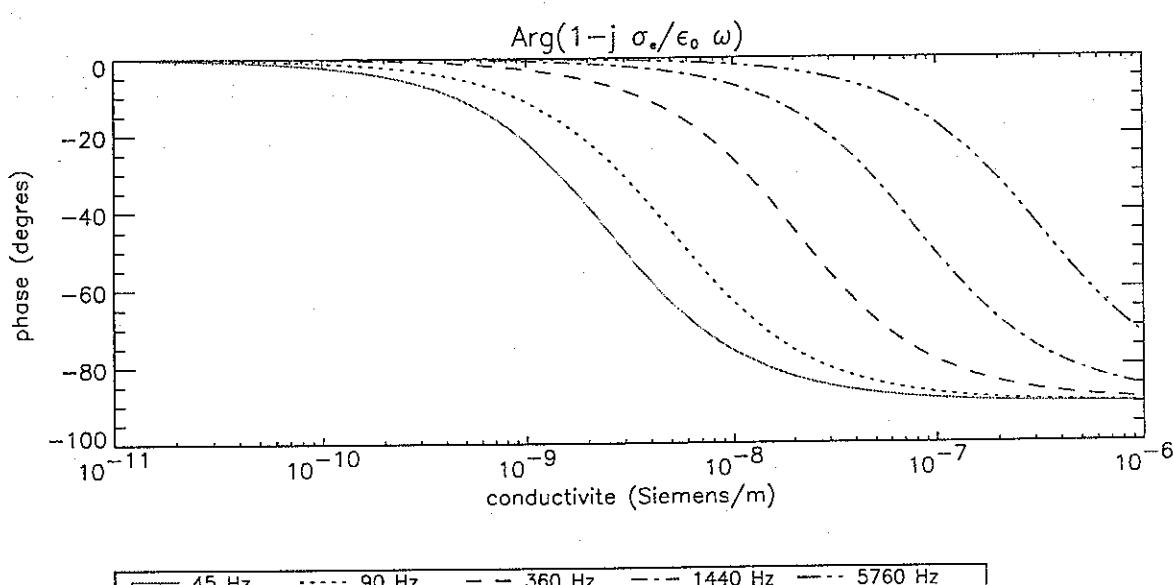


figure 13 Argument de la permittivité complexe du milieu en fonction de la conductivité

2.1.1.2. Mesure d'ondes électromagnétiques

La région de l'atmosphère comprise entre la couche ionosphérique et la surface de Titan constitue une cavité (guide d'onde). Les ondes piégées dans cette cavité sont susceptibles de s'y propager par réflexions successives sur le sol et sur l'ionosphère. Les ondes de fréquence inférieure à 1 kHz sont considérablement affaiblies au bout de quelques longueurs d'onde lorsqu'elles se propagent au delà de 100 km d'altitude [Grard, 1991].

Les ondes piégées dans cette cavité peuvent, entre autres, provenir des décharges orageuses. Sur Terre leur spectre en fréquence s'étalent de quelques hertz à une vingtaine de mégahertz, avec une décroissance à peu près régulière en fonction de la fréquence [Boithias, 1983]. L'intensité des ondes dépend aussi de l'absorption ionosphérique que subissent les signaux en provenance d'orages très lointains. L'activité orageuse peut aussi donner naissance, comme sur Terre, à des bruits électromagnétiques qui apparaissent aux fréquences de résonance de Schumann. Ces fréquences de résonance sont inversement proportionnelles au rayon du satellite. Elles sont donc plus élevées sur Titan que sur Terre. Les trois premières fréquences devraient être 26, 47 et 64 Hertz dans le cas d'un sol et d'une couche ionosphérique parfaitement conducteurs [Grard, 1991].

Pour détecter ces ondes, la sonde à impédance mutuelle est utilisée en mode passif. C'est à dire que les électrodes émettrices ne fonctionnent pas. Les signaux reçus directement sur les électrodes réceptrices sont traités par la chaîne de réception. Cette chaîne contient un filtre passe bas de fréquence de coupure 10 kHz et un spectre fréquence-temps est élaboré à partir des données compressées. Ainsi, les ondes naturelles de fréquences inférieures à 10 kHz seront détectées si elles ont une amplitude supérieure au bruit généré par l'appareil.

2.1.2. Mesure de conductivité ionique et de champ électrique

La sonde à relaxation fonctionnant en mode actif, donne accès à la conductivité ionique de l'atmosphère de Titan. En mode passif, elle permet de déterminer la présence de champs électriques continus.

2.1.2.1. Conductivité ionique

Pour déterminer la conductivité ionique de l'atmosphère, on utilise une sonde à relaxation basée sur la méthode de la réponse transitoire [Ogawa et al., 1968; Bragin et al., 1973]. L'instrument comprend deux électrodes métalliques (RLx_1 et RLx_2) en forme de disque plat de rayon r_p , fonctionnant indépendamment l'une de l'autre (figure 9).

Le milieu atmosphérique est considéré comme un plasma peu dense. On suppose le libre parcours moyen des ions (positifs ou négatifs) inférieur au rayon de la sonde, lui-même inférieur à la longueur d'écran de Debye. Soit E_p le champ électrique autour de la sonde RLx et Q_p la charge totale portée par la surface de cette sonde. La loi de Gauss s'écrit:

$$\iint E_p \cdot ds = \frac{Q_p}{\epsilon_0} \quad (14)$$

Utilisant la relation $Q_p = C_p V_p$, l'équation (14) devient:

$$\sigma_i \iint E_p \cdot ds = \frac{\sigma_i C_p}{\epsilon_0} V_p \quad (15)$$

où C_p et V_p sont la capacité et le potentiel de la sonde RLx et σ_i est la conductivité ionique du milieu.

D'après la loi d'Ohm, le courant I_p émis par la sonde est donné par:

$$-I_p = \iint J_p \cdot ds = \sigma_i \iint E_p \cdot ds \quad (16)$$

où J_p est la densité du courant ambiant.

On obtient alors une expression du courant, relativement simple:

$$I_p = -\left(\frac{\sigma_i C_p}{\epsilon_0}\right) V_p \quad (17)$$

Le courant I_p dépendant aussi de la charge Q_p , on obtient:

$$I_p = \frac{dQ_p}{dt} = C_p \frac{dV_p}{dt} = -\left(\frac{\sigma_i C_p}{\epsilon_0}\right) V_p \quad (18)$$

Ainsi, le potentiel de la sonde à l'instant t est donné par:

$$V_p(t) = V_p(t_0) \exp\left(-\frac{\sigma_i t}{\epsilon_0}\right) \quad (19)$$

ou $V_p(t_0)$ est le potentiel à l'instant $t=0$.

La conductivité du milieu peut donc être obtenue à partir de la mesure de la constante de temps de la courbe de relaxation [J. S. Chang, 1985].

Les deux électrodes RLx_1 et RLx_2 sont chargées respectivement à +5V et -5V. La charge se dissipe alors dans le milieu. Un électromètre mesure la tension sur chacune des électrodes. Après un temps τ (environ 1 minute) la polarité des électrodes est inversée et la mesure refaite. On s'affranchit, ainsi, du cas où l'une des électrodes tomberait en panne. Connaissant la courbe de variation du potentiel V_p en fonction du temps, on peut déduire de l'équation (19) la conductivité des ions positifs et négatifs du milieu sondé.

2.1.2.2. Champ électrique statique

En mode passif, les électrodes RLx_1 et RLx_2 ne sont pas chargées initialement. L'électromètre mesure le potentiel sur chacune des électrodes pendant environ une seconde, plusieurs fois tout au long de la descente. La fréquence des mesures est plus grande dans la partie la plus basse de l'atmosphère, là où l'activité orageuse est la plus faible.

Le seuil de détection et la précision de la mesure dépendent de la chaîne de réception et de la chaîne de traitement qui gère les signaux provenant de l'électromètre.

2.2. Description des circuits électroniques

Un processeur de signaux (ADSP 2100) exécute les commandes contenues dans un logiciel de vol qui effectue en séquence une série de mesures. Chacun des signaux de mesure est amplifié, filtré et numérisé afin de former un ensemble de données homogènes et exploitables. Les informations, ainsi obtenues, sont soumises à une transformée de Fourier ou un algorithme de compression de données. Ces opérations visent à extraire le maximum d'information et à réduire le flot des données.

2.2.1. Sonde quadripolaire

La sonde quadripolaire est constituée de deux chaînes électroniques:

- une chaîne d'émission qui crée et applique le signal sinusoïdal sur les électrodes émettrices Tx_1 et Tx_2
- une chaîne de réception qui relève la différence de potentiel entre les bornes des électrodes réceptrices (Rx_1 et Rx_2) et amplifie le signal analogique avant qu'il ne soit numérisé.

2.2.1.1. Chaîne d'émission

Le signal de référence est préalablement enregistré, sous forme numérique, dans la mémoire ROM de l'ADSP puis est converti en signal analogique. Il passe ensuite dans un pont de résistances qui modifie le niveau en fonction de la demande. Après filtrage, le signal est appliqué entre les électrodes émettrices Tx_1 et Tx_2 .

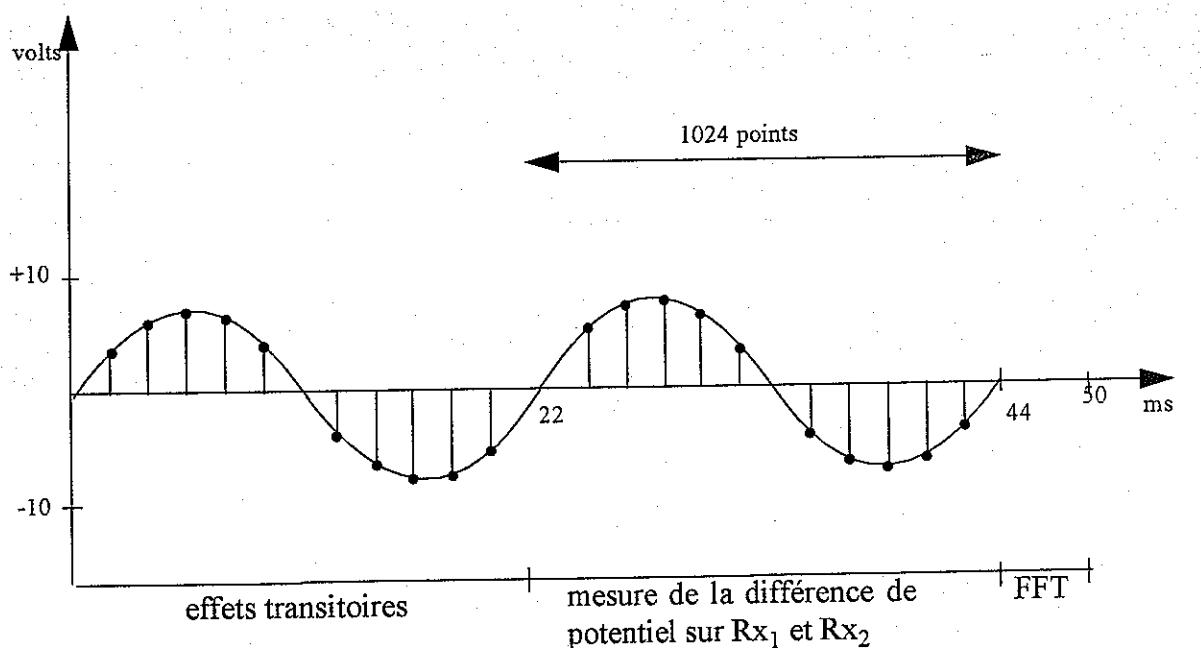


figure 14 Signal sinusoïdal de référence

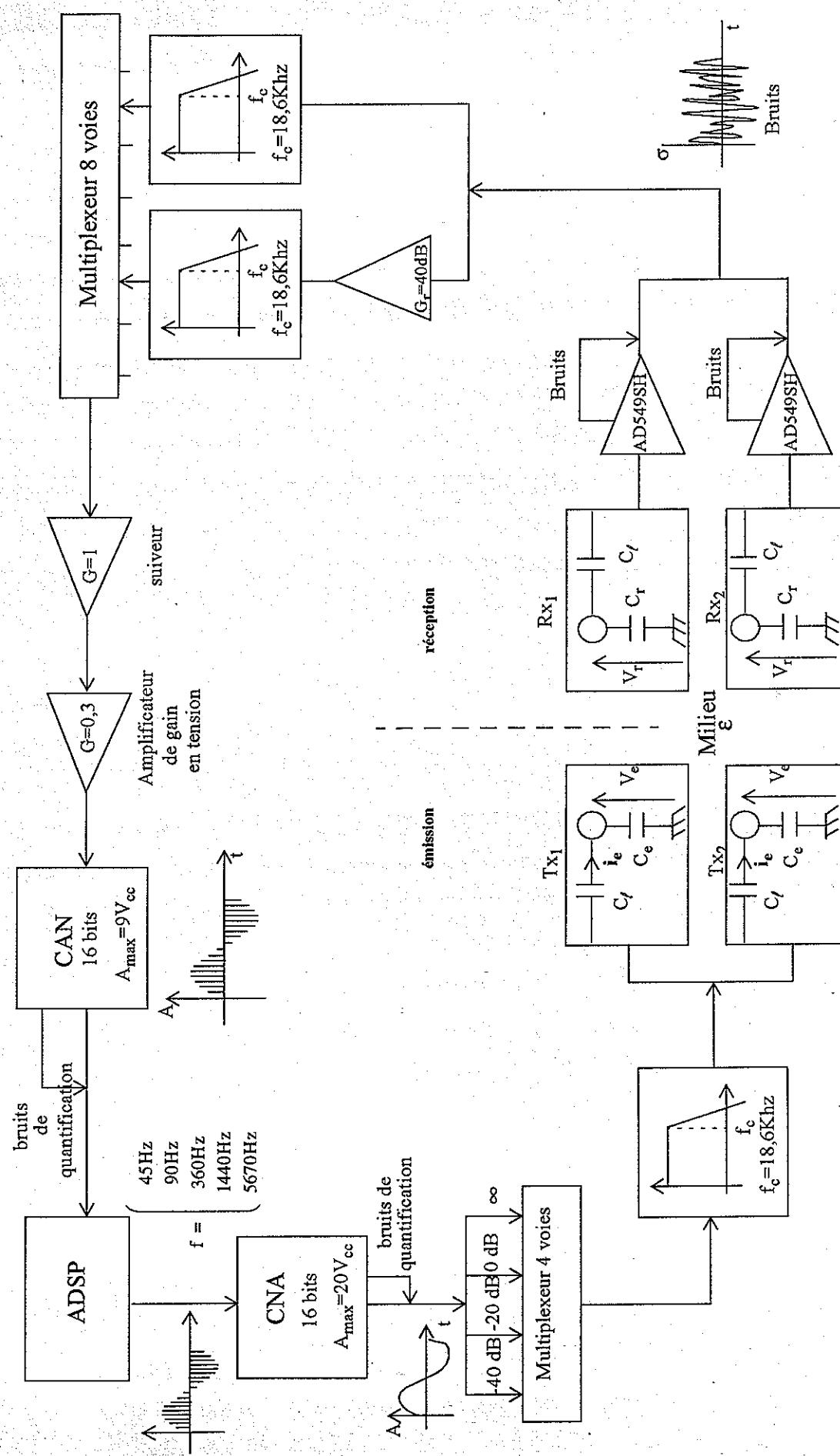


figure 1.5 Synopsis de la chaîne de mesure par sonde à impédance mutuelle

Signal de référence

Le signal de référence est un signal sinusoïdal de fréquence 45 Hz, échantillonné à 46075 Hz. Le signal est émis pendant un temps fini de 44 ms qui correspond à l'émission de deux périodes du signal. La première période permet de s'affranchir des effets transitoires en ne mesurant le signal reçu sur Rx_1 et Rx_2 que sur la période suivante (figure 14).

L'objectif est d'envoyer 50 signaux identiques et de faire la moyenne des transformées de Fourier des signaux reçus sur Rx_1 et sur Rx_2 . Plus on augmente le nombre de signaux, meilleure est la résolution spectrale. Le spectre ainsi obtenu est équivalent au spectre d'un signal bruité de plus longue durée dans le cas où le bruit est un bruit blanc.

Convertisseur analogique-numérique

Le signal numérique est converti en signal analogique de 20 volts crête-crête. On espère obtenir une résolution de 14 bits sur les 16 bits disponibles.

Pont de résistances

Comme on ne connaît pas la permittivité relative du milieu à caractériser, le signal émis peut avoir soit un gain trop faible et dans ce cas les récepteurs n'enregistrent que du bruit, soit un gain trop élevé et le signal reçu est écrêté. Un pont de résistance permet de modifier le niveau du signal de référence en le divisant soit par 100 (-40 dB), soit par 10 (-20 dB), ou en le conservant tel que (0 dB). La variation de l'amplitude est commandée par le logiciel de vol en amont du multiplexeur. Le courant émis est nul lorsque la sonde fonctionne en mode passif.

Filtre passe-bas

Le convertisseur numérique-analogique peut introduire dans le signal des fréquences générant des recouvrements de spectre et fausser l'analyse. Un filtre actif passe-bas coupe les fréquences au delà de 18,4 kHz et lisse le signal.

Générateur de courant parfait

Des câbles coaxiaux gardés assurent le transfert du signal, vers les électrodes. Il sont reliés à des circuits imprimés qui contiennent la capacité de couplage (C_i). Ces capacités limitent les variations du courant en fonction de la permittivité du milieu.

2.2.1.2. Chaîne de réception

La chaîne de réception extrait le signal de la différence de potentiel mesurée entre les électrodes réceptrices Rx_1 et Rx_2 . Elle filtre les hautes fréquences et amplifie le signal avant qu'il ne soit numérisé.

Préamplificateur

Les électrodes sont chacune reliées à un préamplificateur par l'intermédiaire d'une capacité de couplage et d'un câble triaxial gardé. Le câble triaxial permet d'utiliser une ligne de transmission à haute impédance tout en évitant au maximum l'addition de signaux dûs aux interférences.

ces avec le milieu extérieur. Avec ce système, la charge vue par le préamplificateur est constante quelque soit le milieu dans lequel l'électrode réceptrice est plongée.

Le potentiel de sortie est ramené sur l'entrée par l'intermédiaire de la garde du câble triaxial. Ce montage abaisse l'impédance d'entrée du circuit pour la rendre presque nulle tout en conservant le gain du signal reçu. Ce procédé évite d'affaiblir le signal reçu et isole les étages entre eux. L'amplificateur opérationnel utilisé est l'AD549SH; son impédance d'entrée en mode commun est très grande (10^{15} ohms).

Le câble triaxial possède une résistance et une capacité qui dépendent de sa longueur et qui s'ajoutent en parallèle sur l'entrée du préamplificateur opérationnel. Cet effet capacitif n'est pas négligeable. D'autre part, le signal de sortie est ramené sur la garde du câble coaxial et il se peut que l'ensemble oscille. Un pont de résistance convenablement ajusté est donc ajouté en parallèle sur la sortie pour éviter ce phénomène. L'enrobage final du circuit évite que les capacités très faibles changent de valeur en fonction de l'humidité du milieu, par exemple.

Amplificateur de gain en tension

Le niveau du signal dépend de la permittivité du milieu. On amplifie une partie des mesures au cas où le signal serait inférieur à la résolution de l'instrument. Le gain de l'amplificateur est de 40 dB.

Filtre actif passe-bas

Un filtre actif passe-bas est placé avant le multiplexeur et élimine les signaux de fréquences supérieures à 18,4 kHz. Ce filtre est identique à celui de la chaîne d'émission.

2.2.2. Sonde à relaxation

Le processeur commande l'application d'une tension de ± 5 volts sur chacune des électrodes RLx_1 et RLx_2 par l'intermédiaire de multiplexeur et de relais. Le courant résultant de la décharge des électrodes est alors mesuré par un électromètre, puis filtré. Le signal récupéré est ensuite acheminé vers la chaîne de traitement.

Electromètre

Les électromètres sont implantés dans la boîte HASI-I (voir schéma en annexe) ainsi que les préamplificateurs de la sonde à impédance mutuelle. L'amplificateur opérationnel utilisé est également l'AD549SH. Il est caractérisé par un courant de fuite très faible et a donc une influence minimale sur la mesure. Un câble coaxial achemine les signaux de l'électrode vers l'électromètre minimisant ainsi les interactions avec le milieu extérieur. La sortie filtrée de l'électromètre est ramenée sur la garde du câble coaxial à l'entrée de l'électromètre. Le circuit est soumis à une tropicalisation afin de minimiser le courant de fuite qui détermine la précision de la mesure.

Filtre passe-bas

Un filtre passe-bas du second ordre élimine les fréquences supérieures à 500 Hz. Son principe est semblable à celui du filtre utilisé dans la chaîne de la sonde à impédance mutuelle, mais les

composants ont des valeurs différentes.

Chaque chaîne de mesure (une pour chaque électrode) est directement connectée au multiplexeur à 8 voies de la chaîne de traitement.

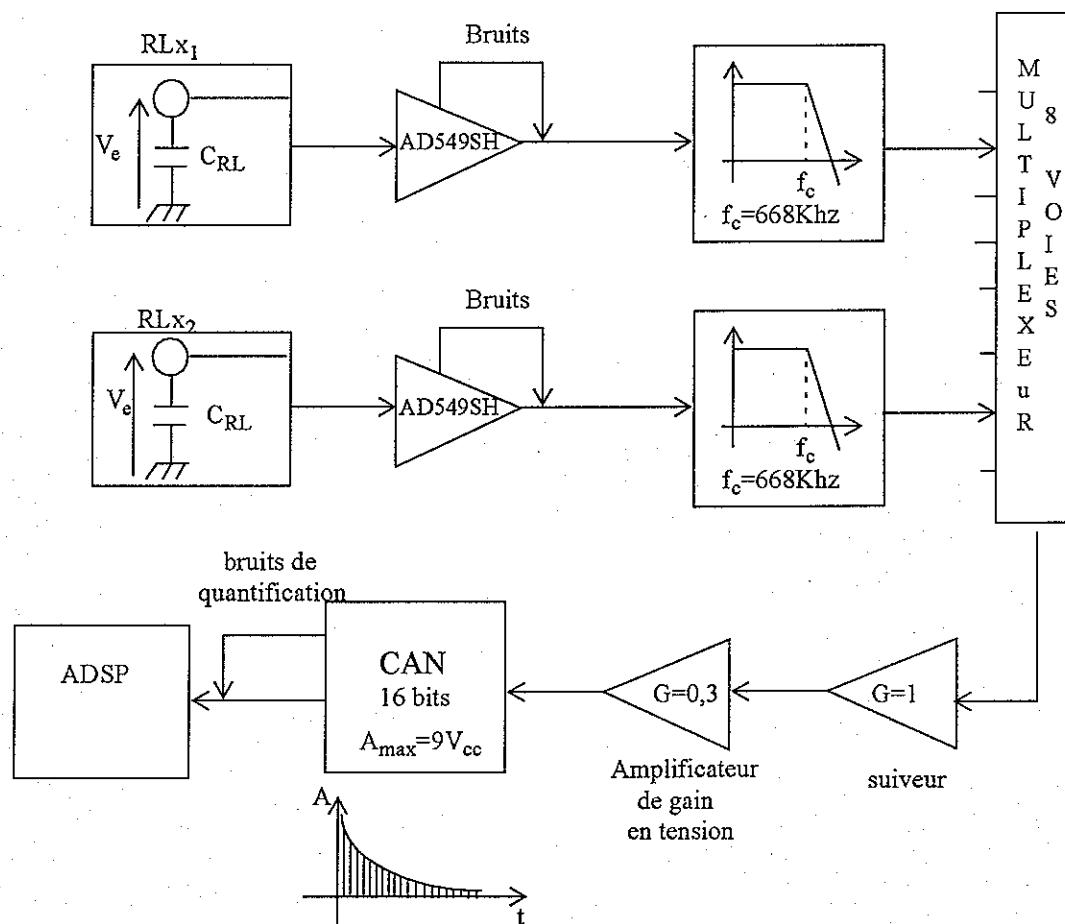


figure 16 Synopsis de la chaîne de mesure par sonde à relaxation

2.2.3. Traitement des données

Les signaux sont échantillonnés en séquence par le multiplexeur à 8 voies; ils sont ensuite amplifiés puis numérisés et stockés dans la mémoire RAM. L'ADSP assure ensuite le traitement des données avant de les mettre en paquets (figure 15 et figure 16).

Amplificateur

Les signaux transmis par le multiplexeur ont une amplitude assez forte. Pour éviter qu'ils ne soient écrêtés par le convertisseur analogique-numérique, leur niveau est réduit par un amplificateur de gain 1/3.

Convertisseur analogique-numérique

Le convertisseur analogique-numérique choisi est un Chrystal CS5016. Il consomme peu d'énergie (120 mW) et possède une sortie en série compatible avec les micro-processeurs. Ce convertisseur 16 bits génère des signaux bipolaires d'amplitude maximale 4,5 volts. Un dispositif limite la tension à l'entrée du convertisseur.

Processeur de signal

Un processeur de signal (ADSP 2100) analyse les données numériques, les compresse, leur applique une transformée de Fourier (FFT) et les transfère au DPU de l'instrument HASI. Il contrôle aussi les séquences de mesure tout au long de la descente. Il consomme peu d'énergie et possède de bons logiciels de développement. Il est commandé par un signal d'horloge à 24 MHz et peut effectuer jusqu'à 6 millions d'instructions par seconde (6 MIPS). Il comprend deux ports, l'un permettant d'emmageriser les données dans une mémoire RAM et l'autre ayant accès à une mémoire ROM contenant l'ensemble des instructions et des données initiales.

2.3. Les problèmes à résoudre

De nombreuses précautions ont été prises pour réaliser l'instrument PWA, surtout en ce qui concerne le choix des composants et la conception des circuits électroniques. Il existe cependant des effets, liés aux contraintes imposées par le projet, qui détériorent les signaux ou compliquent leur interprétation. Dans le cas des sondes à impédance mutuelle et à relaxation, il existe deux sortes de contraintes. D'une part, les contraintes liées à la géométrie du système et d'autre part, les contraintes liées à l'électronique de la chaîne de mesure.

2.3.1. Contraintes géométriques

Des restrictions en poids et en volume inhérentes à tout projet spatial font que le nombre de bras déployables est réduit à deux et que leur longueur est limitée par l'envergure du vaisseau. De même, le nombre de détecteurs est restreint au strict minimum. Ces contraintes ont nécessairement des conséquences sur l'interprétation des données et la précision des mesures.

2.3.1.1. Proximité du vaisseau

Les électrodes sont montées sur deux bras symétriques accrochés à la périphérie de la sonde Huygens et qui ne se déplient qu'au cours de la descente sur Titan, à environ 170 km du sol. Le diamètre du vaisseau est d'environ 1,3 m alors que la longueur des bras n'est que de 45 cm.

Comme le montre la figure 17, si un corps est plongé dans un champ électrique uniforme E_0 , on constate que la forme des courbes équipotentielles est modifiée par la présence du corps (au centre de la figure). Si on place maintenant une antenne proche de ce corps, on s'aperçoit que la longueur efficace L_{eff} est différente de la longueur réelle L_r de l'antenne. Cette différence est telle que l'influence du vaisseau ne peut être négligée. Une modélisation des effets de proximité du vaisseau permet de mieux comprendre ces phénomènes perturbateurs et d'en tenir compte dans l'interprétation des grandeurs mesurées.

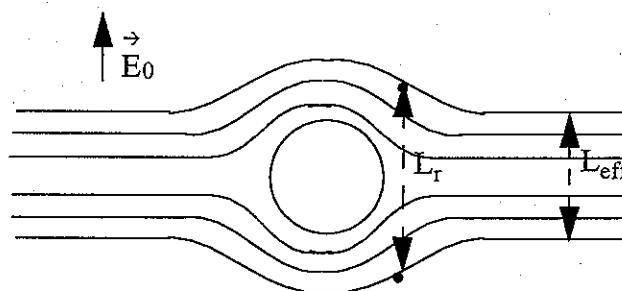


figure 17 Courbes équipotentielles autour d'une sphère conductrice plongée dans un champ électrique constant

2.3.1.2. Les antennes

Les sondes à impédance mutuelle et à relaxation ne comportent chacune que deux électrodes réceptrices. Or, trois antennes sont nécessaires pour mesurer un champ électrique. Par principe, il est donc impossible de connaître l'orientation du champs continu et celle des ondes électromagnétiques. En pratique, il est fort probable que, comme sur Terre, le champ électrique continu soit vertical. Dans ce cas, la valeur du champ se déduit immédiatement des mesures effectuées indépendamment avec RLx_1 et RLx_2 . Par contre, si la sonde entre dans une région orageuse, l'analyse des résultats sera plus compliquée car un champ horizontal viendra s'ajouter au champ vertical initial. Quant à la sonde à impédance mutuelle, elle doit surtout fournir des renseignements sur les ondes qui se propagent dans le milieu.

Cette étude est exposée au chapitre 3, page 53 de ce document.

2.3.2. Contraintes liées à la chaîne de mesure

L'instrument a été conçu pour couvrir une certaine gamme de conductivité électrique et ionique propre à l'atmosphère de Titan et ses performances dépendent des composants électroniques utilisés et de la configuration des circuits. Or ces éléments ne sont pas parfaits. Ils génèrent des bruits et des déphasages qui jouent un rôle dans la sensibilité globale de l'instrument.

2.3.2.1. Les Bruits

Dans une chaîne de mesure électronique, les phénomènes gênants les plus connus sont les bruits générés par les composants. Si le signal à détecter devient très faible, le bruit peut recouvrir le signal et le rend illisible. Il faut donc trouver quel est l'élément de la chaîne qui génère les bruits les plus forts et évaluer son effet sur la sensibilité de l'instrument.

2.3.2.2. Les Déphasages

Le rapport Z/Z_0 de l'impédance mutuelle du milieu sur celle du vide est proportionnel à la permittivité relative complexe du milieu (chapitre 2.1.1.1, page 38) et la phase de ce rapport donne directement accès à la valeur de la conductivité électrique du milieu (figure 13). Si l'un des éléments de la chaîne électronique introduit un déphasage dans le signal, on doit en tenir compte, à moins que ce déphasage ne s'annule dans le rapport Z/Z_0 .

On va démontrer qu'en simulant la chaîne de mesure et en effectuant des étalonnages, il est possible d'extraire du signal reçu le déphasage dû au milieu, et d'en évaluer la précision.

2.3.3. Conclusion

L'objectif d'une telle étude est de quantifier toutes les perturbations susceptibles de venir modifier les mesures. Une modélisation de toutes les parties de l'instrument mais aussi des phénomènes à mesurer devrait permettre de quantifier toutes les perturbations subies par les

signaux. Les résultats de cette simulation permettront de déterminer le domaine sur lequel l'instrument est capable de mesurer les propriétés électriques de l'atmosphère de Titan avec une précision donnée.

Des étalonnages seront réalisés sur une maquette de la sonde Huygens. Le but de cette opération est de valider les résultats obtenus avec la modélisation numérique et de préparer l'étalonnage final sur le modèle de vol pour lequel on ne disposera que d'un temps extrêmement réduit.

Effets de proximité du vaisseau

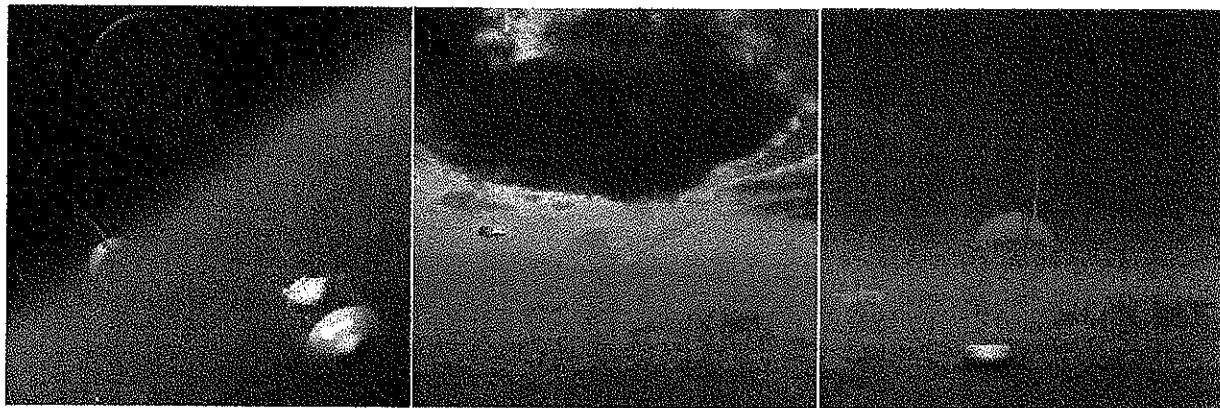


figure 18 :

"Simulation de la descente de la sonde Huygens sur Titan"

(image de l'ESA)

Nous avons vu au chapitre 2, page 38 que le fonctionnement des sondes à impédance mutuelle et à relaxation était basé sur des principes qui ne prennent pas en compte les contraintes technologiques liées à l'instrument. En particulier, la théorie de base ne tient compte ni de la longueur des bras, ni de la forme du vaisseau. Nous allons voir dans ce chapitre que ces contraintes sont telles qu'il est vraiment nécessaire de prendre en considération l'influence de la proximité du vaisseau par rapport aux capteurs. La mise en équation de ce problème nous amène à résoudre l'équation de Laplace dans l'espace entourant le vaisseau. Or la difficulté fondamentale dans la résolution d'un problème d'électrostatique réside dans la détermination d'une solution de l'équation de Laplace sous une forme qui permette de satisfaire les conditions aux limites, en calculant des constantes arbitraires. Il existe un certain nombre de méthodes particulières, telles que la méthode des images, ou celle de la séparation des variables, qui peuvent être appliquées avec succès lorsque l'on peut mettre en équation les conditions initiales. Ceci n'est pas possible, dans le cas présent, car la forme du vaisseau est complexe et ne peut-être assimilée à aucune forme géométrique connue, à moins de faire d'importantes approximations. Nous avons donc choisi de traiter ce problème en utilisant la théorie des équations intégrales puis la méthode d'approximation par éléments finis. Cette dernière permet de quantifier l'ensemble des phénomènes provoqués par la présence du corps du vaisseau sur les mesures par sonde à impédance mutuelle et par sonde à relaxation.

3.1. Positionnement du problème

Des sondes à impédances mutuelle et à relaxation sont utilisées pour effectuer des mesures de champ électrostatique dans l'atmosphère de Titan. Emetteurs et récepteurs sont disposés sur deux bras rattachés au vaisseau. Nous avons vu au chapitre 2.3.1., page 50 que la longueur des bras (45 cm) est courte comparée au diamètre du vaisseau qui est de un mètre. Nous allons donc chercher à quantifier l'influence du vaisseau sur la carte des potentiels. A partir des équations de comportement du système physique, nous allons établir la formulation intégrale du problème posé. Pour cela nous nous inspirons de la méthode proposée par Dhatt et Touzot [1984].

3.1.1. Mise en équation du problème d'électrostatique

Le vaisseau est placé dans un champ \vec{E}_0 créé par une distribution donnée de sources. Dans le cas de la mesure par sonde à impédance mutuelle, les électrodes émettrices représentent deux sources proches que l'on peut assimiler à des charges ponctuelles. Dans le cas où les deux sondes fonctionnent en mode passif, l'instrument est sensible au champ électrostatique régnant dans le milieu. Les sources sont alors supposées lointaines et le champ est uniforme à grande distance. Dans tous les cas, il apparaît des charges par influence à la surface du vaisseau, de manière à neutraliser le champ \vec{E}_0 à l'intérieur du vaisseau [Durand, 1961]. Le problème consiste à trouver le nouveau champ qui diffère de \vec{E}_0 . On détermine le potentiel V_0 correspondant à \vec{E}_0 ; puis le potentiel U dû aux charges induites. Le nouveau potentiel en tout point de l'espace est alors la somme du potentiel dû aux sources et du potentiel dû aux charges induites à la surface du vaisseau, tel que:

$$V(P) = U(P) + V_0(P) \quad (20)$$

En tout point extérieur aux surfaces limites et aux sources, le potentiel U , fonction de trois variables x, y, z , doit satisfaire l'équation de Poisson. Comme il n'existe pas de charges d'espace, cette équation se réduit à l'équation de Laplace $\Delta U = 0$. U est continu partout excepté en des points extérieurs où se trouvent des sources primaires. Soit V_S le potentiel à la surface du vaisseau, on cherche à résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} \Delta U = 0 & \text{sur } \Omega \\ U(P) = 0 & \text{sur } \Gamma_\infty \\ U(S) = V_S - V_0(S) & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (21)$$

où Ω représente l'espace entourant la sonde,

Γ_∞ la limite de ce domaine à l'infini, P étant un point pris sur Γ_∞

et Γ_s la surface du vaisseau, S étant un point pris sur Γ_s

3.1.2. Problème d'équilibre

Résoudre le problème d'électrostatique exposé ci-dessus revient à résoudre l'équation de Laplace à trois dimensions:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \text{ sur le domaine } \Omega \text{ borné à la frontière } \Gamma \text{ régulière}$$

Cette équation régit la distribution de potentiel U dans le milieu Ω supposé homogène et isotrope qui entoure le vaisseau.

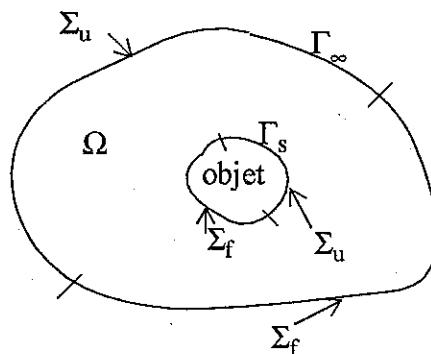


figure 19 Limites du domaine

Cette équation admet une solution unique, lorsqu'on impose les conditions aux limites suivantes, en chaque point de la frontière Γ du domaine Ω :

- condition sur U (dite condition de Dirichlet)

$$U = U_0 \text{ sur } \Sigma_u$$

- condition sur $\frac{\partial U}{\partial n}$ ou condition de flux

$$\frac{\partial U}{\partial n} + \alpha U = f \text{ sur } \Sigma_f$$

où Σ_f représente la partie de Γ sur laquelle est imposée cette condition.

Si $\alpha \neq 0$ cette condition est dite de Cauchy.

Si $\alpha = 0$ cette condition est dite de Neumann.

f est une fonction connue dite de sollicitation.

→
 n est la normale à Σ_f

Nous pouvons écrire l'équation et les conditions aux limites sous forme opérationnelle:

$$\Delta U = 0 \text{ soit } [\mathcal{L}] \{U\} = 0 \text{ dans } \Omega \quad (22)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial n} + \alpha \right] \cdot U = f \text{ soit } [\mathcal{C}_f] \{U\} = \{f\} \text{ sur } \Sigma_f \quad (23)$$

$$[1].U = U_s \text{ soit } [\mathcal{C}] \{U\} = \{f_u\} \text{ sur } \Sigma_u \quad (24)$$

où $[\mathcal{C}]$, $[\mathcal{C}_f]$ et $[\mathcal{L}]$ sont des matrices d'opérateurs différentiels indépendant de U , et $\{f\}$ et $\{f_u\}$ sont des vecteurs indépendants de U et de ses dérivées.

Résoudre le problème d'équilibre consiste à trouver la fonction U qui satisfait les trois relations ci-dessus.

Ici l'opérateur \mathcal{L} est le Laplacien. C'est un opérateur auto-adjoint. Le système est alors défini positif si les conditions aux limites sont homogènes.

3.1.3. Forme intégrale

Les fonctions U constituent une solution du problème d'équilibre si elles satisfont à la fois (22) et (23). Nous appelons résidu la quantité $R(U)$ définie par:

$$R(U) = \mathcal{L}(U)$$

qui s'annule quand U est solution de (22).

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions U qui annulent la forme intégrale:

$$W(U) = \int_{\Omega} v(x, y, z) R(U) dv = \int_{\Omega} v(x, y, z) \mathcal{L}(U) dv = 0 \text{ où } dv = dx dy dz \quad (25)$$

pour toute fonction de pondération v appartenant à un ensemble de fonctions E_v où U est dérivable deux fois et doit satisfaire toutes les conditions aux limites sur Σ_u et Σ_f . Si l'ensemble E_v est fini, la solution U qui satisfait (25) est une solution approximative du problème: $W(u)$ n'est pas totalement nulle. Il faut donc chercher un ensemble de fonctions v tel que $W(u)$ soit le plus proche de zéro, pour obtenir une solution U la plus proche de la solution exacte.

Forme intégrale faible

L'intégration par partie de l'équation (25) fournit la forme intégrale faible de l'équation de Laplace:

$$W = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} \right) dv + \int_{\Sigma_f} v \frac{\partial U}{\partial n} ds + \int_{\Sigma_u} v \frac{\partial U}{\partial n} ds = 0 \quad (26)$$

Les fonctions v et U doivent être dérivables une fois. Nous avons maintenant des intégrales de contour sur Σ_f et sur Σ_u . Ceci permet d'utiliser la condition imposée à U sur Σ_f :

$$\frac{\partial U}{\partial n} = f - \alpha U \quad \text{sur } \Sigma_f \quad (27)$$

$$(28)$$

pour remplacer: $\int_{\Sigma_f} v \frac{\partial U}{\partial n} ds$ par: $\int_{\Sigma_f} v (f - \alpha U) ds$

De plus, nous pouvons faire disparaître le terme de contour sur Σ_u en imposant $v=0$ sur Σ_u .

La forme intégrale faible s'écrit alors:

$$W = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} \right) dv + \int_{\Sigma_f} v (f - \alpha U) ds = 0 \quad (29)$$

où U et v doivent satisfaire les conditions aux limites suivantes: $U = U_0$ sur Σ_u et $v = 0$ sur Σ_u .

3.1.4. Choix des fonctions de pondération

Dans le chapitre 3, page 56, nous avons remplacé la résolution des équations aux dérivées partielles par la recherche de fonctions U qui annulent la forme intégrale (25):

$$W(U) = \int_{\Omega} v(x, y, z) R(U) dv = \int_{\Omega} v(x, y, z) \mathcal{L}(U) dv = 0$$

pour toutes fonctions v .

Pour construire une solution approchée U , nous discrétisons (25) en deux étapes:

- nous choisissons une approximation à n paramètres des fonctions inconnues U . Dans tous les cas, U peut s'écrire:

$$U = U(a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (30)$$

- nous choisissons un ensemble de fonctions de pondération indépendantes v_1, v_2, \dots, v_n .

On obtient alors le système:

$$\begin{aligned} W_1 &= \int_{\Omega} v_1(x, y, z) \mathcal{L}(U(a_1, a_2, \dots, a_n)) dv = 0 \\ W_2 &= \int_{\Omega} v_2(x, y, z) \mathcal{L}(U(a_1, a_2, \dots, a_n)) dv = 0 \\ &\dots \\ W_n &= \int_{\Omega} v_n(x, y, z) \mathcal{L}(U(a_1, a_2, \dots, a_n)) dv = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Le choix du type de fonctions de pondération nous a conduit à prendre des formes intégrales de type Galerkine [Dhatt et Touzot, 1984] pour lesquelles:

$$v = \delta U = \langle P \rangle \{ \delta a \} \quad (32)$$

où $\{ \delta a \}$ sont les variations des paramètres d'approximation $\{ a \}$ et $\langle P \rangle$ est une base polynomiale.

Comme W doit s'annuler pour tout $\{ \delta a \}$, la système précédent est équivalent aux n équations algébriques suivantes:

$$\begin{aligned} W_1(a) &= \langle \delta a \rangle \int_{\Omega} \{ P_1 \} (\mathcal{L}(P) \{ a \}) dv = 0 \\ W_2(a) &= \langle \delta a \rangle \int_{\Omega} \{ P_2 \} (\mathcal{L}(P) \{ a \}) dv = 0 \\ &\dots \\ W_n(a) &= \langle \delta a \rangle \int_{\Omega} \{ P_n \} (\mathcal{L}(P) \{ a \}) dv = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

L'intégration par parties permet de transformer (33) comme cela a été exposé chapitre 3.1.3., page 56:

$$\begin{aligned} W_1(a) &= \int_{\Omega} \mathcal{L}_1(P_1) (\mathcal{L}_2(P) \{ a \}) dV + \int_{\Sigma_f} P_1(f - \alpha U) ds = 0 \\ W_n(a) &= \int_{\Omega} \mathcal{L}_1(P_n) (\mathcal{L}_2(P) \{ a \}) dV + \int_{\Sigma_f} P_n(f - \alpha U) ds = 0 \end{aligned}$$

3.2. Résolution par la méthode des éléments finis

La méthode d'approximation par éléments finis est une méthode particulière d'approximation par sous domaines. Cette particularité permet de reproduire avec une plus ou moins grande exactitude des domaines de forme géométrique complexe. Dans le cas du vaisseau Huygens, elle va nous permettre d'approcher la forme des courbes équipotentielles autour du corps du vaisseau dans les différents cas de mesures.

3.2.1. Approximation de la solution

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation par éléments finis des fonctions inconnues U pour discréteriser la forme intégrale W , puis à résoudre le système d'équations algébriques ainsi obtenu.

Discrétisation de la forme intégrale

On discrétise l'espace Ω en éléments relativement simples Ω^e . On remplace l'intégrale (25) par une somme intégrale sur chaque élément Ω^e .

$$W = \sum_{e=1}^n W^e = \sum_{e=1}^n \left(\int_{\Omega^e} \delta U^e (\Delta U^e) dv \right) = 0 \quad (34)$$

Approximation nodale

Pour calculer chaque forme intégrale élémentaire W^e , on utilise une approximation par éléments finis de U et de δU sur chaque élément Ω^e . Cette méthode est dite «méthode d'approximation nodale par sous domaines». Elle consiste à définir une fonction approchée $u^e(x,y,z)$ différente sur chaque sous-domaine Ω^e par la méthode d'approximation nodale. L'approximation nodale de u^e sur l'élément e s'écrit alors:

$$u_e(x, y, z) = \langle N \rangle \{ u_n \} \quad (35)$$

où les fonctions $N_i(x,y,z)$ sont les fonctions d'interpolation et les paramètres u_i sont les variables nodales de l'approximation.

Par définition, les sous domaines Ω^e sont appelés des éléments. Il faut tout d'abord définir analytiquement la géométrie de ces éléments pour ensuite pouvoir construire les fonctions d'interpolation $N_i(x,y,z)$ correspondant à chacun d'eux.

Les points en lesquels la fonction approchée $u_e(x,y,z)$ coïncide avec la fonction exacte $u_{ex}(x,y,z)$ sont les noeuds d'interpolation. Ils ont pour valeur $u_i = u_e(x_i, y_i, z_i) = u_{ex}(x_i, y_i, z_i)$

$$\delta u^e = \langle N \rangle \{ \delta u_n \} \quad (36)$$

où δu_n est le vecteur élémentaire des variations des variables nodales

Comme $\langle N \rangle$ est nul en tout point extérieur à Ω^e , et comme $\langle u_n \rangle$ ne fait intervenir que les variables nodales de l'élément Ω^e , chaque terme W^e se calcule à partir des seules variables

liées à l'élément Ω^e . En remplaçant la fonction de pondération δa dans l'équation (33) par la fonction de pondération δu^e , on obtient la forme intégrale discrétisée suivante:

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle \left(\int_{\Omega} \{N\} (\mathcal{L}(\langle N \rangle)) dv \right) = 0 \quad (37)$$

Expression matricielle

On effectue une intégration par partie pour diminuer l'ordre des dérivées qui interviennent. L'expression fait alors apparaître des dérivées de δU et des intégrales de contour. A partir de l'équation, les termes W^e s'écrivent sous forme matricielle:

$$W = \sum_{e=1}^n W^e = \sum_{e=1}^n \left(- \int_{\Omega^e} \left(\langle \delta(\nabla u^e) \rangle [D] \{ \nabla u^e \} \right) dv + \int_{\Sigma_f^e} \delta u^e (f_s - \alpha u^e) ds \right) = 0 \quad (38)$$

$$\langle \delta(\partial u^e) \rangle = \langle \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \rangle \quad (39)$$

$$\langle \nabla u^e \rangle = \langle \frac{\partial u^e}{\partial x} \frac{\partial u^e}{\partial y} \frac{\partial u^e}{\partial z} \rangle \quad (40)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Σ_f^e est la portion de frontière de l'élément Ω^e (si elle existe) qui coïncide avec les frontières Σ_f de Ω sur laquelle l'intégration par partie fait apparaître une intégration de contour.

Pour obtenir l'expression discrétisée de la forme intégrale W^e (38) introduisons les approximations nodales sur l'élément Ω^e de u , de δu et de leurs dérivées.

$$\{ \nabla u \} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \langle \frac{\partial N}{\partial x} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial y} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial z} \rangle \end{Bmatrix} \{ u_n \} = [B] \{ u_n \} \quad (42)$$

$$\{ \delta(\nabla u) \} = \begin{Bmatrix} \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \delta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \delta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \langle \frac{\partial N}{\partial x} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial y} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial z} \rangle \end{Bmatrix} \{ \delta u_n \} = [B] \{ \delta u_n \} \quad (43)$$

Le Laplacien est un opérateur auto-adjoint. On a:

$$\{\delta(\partial u)\} = \delta(\{\partial u\})$$

Dans le cas où $\alpha = 0$, la forme intégrale W^e (38), sous forme discrétisée, s'écrit comme suit:

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle \left(- \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] dv \{u_n\} + \int_{\Sigma_f^e} \{N\} f ds \right) \quad (44)$$

Par simplification, on pose:

$$[k] = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] dv \quad (45)$$

$$\{f\} = \int_{\Sigma_f^e} \{N\} f ds \quad (46)$$

La forme intégrale s'écrit sous forme matricielle:

$$W = \sum_e W^e = \sum_e \langle \delta u_n \rangle \left([k] \{u_n\} - \{f\} \right) \quad (47)$$

$$W = \langle \delta U_n \rangle \left([K] \{U_n\} - \{F\} \right) = 0 \quad (48)$$

où $[K]$ est la matrice globale

$\{F\}$ est le vecteur global des sollicitations

$\{U_n\}$ est le vecteur global de toutes les variables nodales du problème

$\{\delta U_n\}$ est le vecteur global des variations des variables nodales

Le passage de (47) à (48) constitue l'assemblage des éléments.

Comme la forme intégrale W doit être nulle pour tout $\langle \delta U_n \rangle$, nous obtenons le système d'équations en $\{U_n\}$ suivant:

$[K] \{U_n\} = \{F\}$

(49)

3.2.2. Construction du maillage

Pour connaître la distribution du potentiel autour de la sonde Huygens, avec une grande précision, il nous faut maintenant trouver un maillage de l'espace entourant la sonde, qui épouse au mieux les formes du vaisseau.

3.2.2.1. Dimensions du problème

Le vaisseau a une forme assez complexe qu'on ne peut assimiler à aucune forme géométrique simple. On peut, dans un premier temps, faire quelques approximations qui ne devraient pas

trop modifier les résultats:

- on néglige les ailettes se trouvant tout autour de l'anneau central (Schéma du vaisseau en annexe 5, page 183)
- on néglige la présence des bras porteurs d'électrodes
- on assimile les électrodes à des points.

Compte tenue de ces approximations, le vaisseau (bras déployés) présente une symétrie par rapport au plan (Oz, Ox) (voir plan du vaisseau en annexe 5, page 183). En théorie, il serait avantageux (gain de place mémoire et de temps de calcul) de ne mailler qu'un demi-espace. En pratique, mailler l'espace entier est plus intéressant dans la mesure où l'on souhaite simuler différents cas et en particulier celui où l'une des électrodes n'émettrait pas.

3.2.2.2. Forme du maillage

Seul l'espace autour du vaisseau est maillé (c'est à dire qu'on ne maille pas l'intérieur du vaisseau). Cet espace est infini. Le système (49) permet de résoudre le problème d'électrostatique dans le cas où l'on définit un domaine Ω autour du vaisseau. Ce domaine doit être pris assez grand pour que la condition à l'infini $U = U_{\infty}$ soit respectée. La limite intérieure du domaine Ω est donnée par la forme du vaisseau, que le maillage doit reproduire le plus exactement possible.

Nous avons choisi d'utiliser des éléments ayant la forme d'un prisme pour constituer ce maillage. Le prisme semble l'élément le mieux adapté à notre cas. La figure 20 représente le domaine Ω autour du vaisseau qui est découpé en éléments prismatiques.

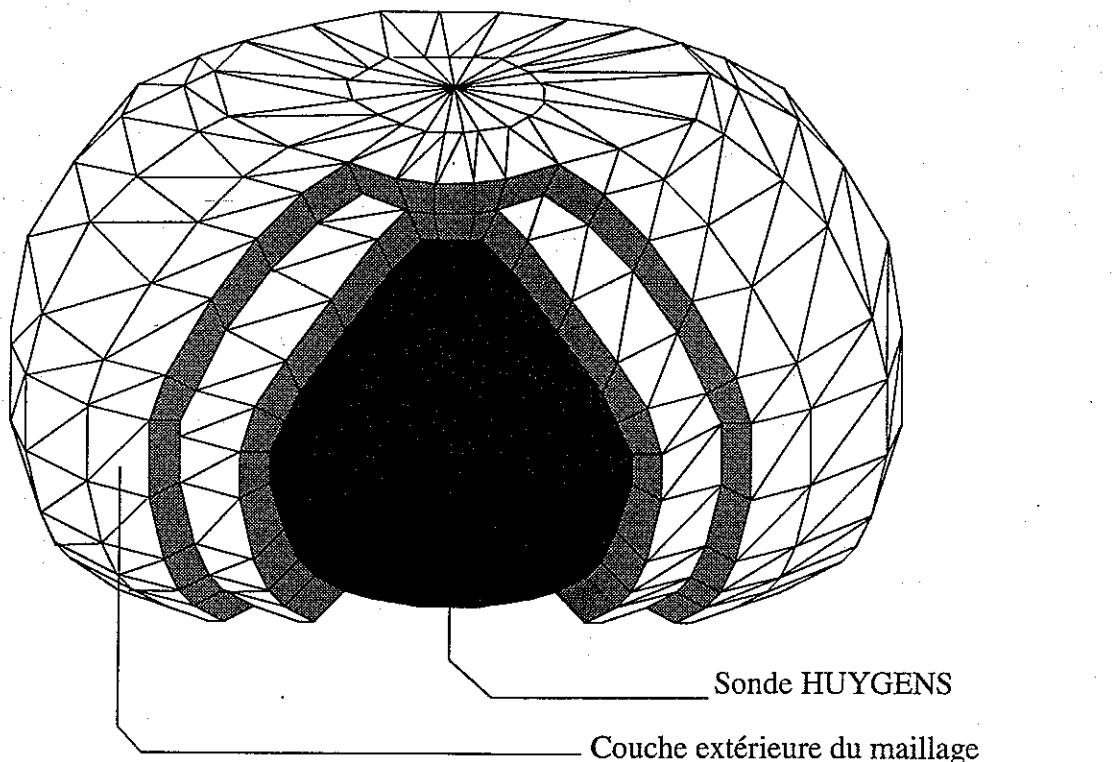


figure 20 Définition du maillage autour de la sonde

Le maillage est constitué de couches successives. La première de ces couches reproduit la forme du vaisseau (annexe 2, page 160). C'est cette couche qui servira de base à la construction du reste du maillage. Chacune des couches successives est constituée de prismes adjacents comme le montre la figure 20. La forme de la dernière couche du domaine matérialise la frontière de l'espace qui entoure la sonde.

3.2.2.3. Eléments de référence

On introduit la notion d'élément de référence Ω^e , de manière à simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe. Cet élément de référence est un élément de forme très simple, repéré dans un espace de référence Ω^e , qui peut être transformé en chaque élément réel par une transformation géométrique que l'on note τ^e .

Dans le cas du prisme à 6 noeuds que nous avons choisi, la transformation τ^e s'illustre de la manière suivante:

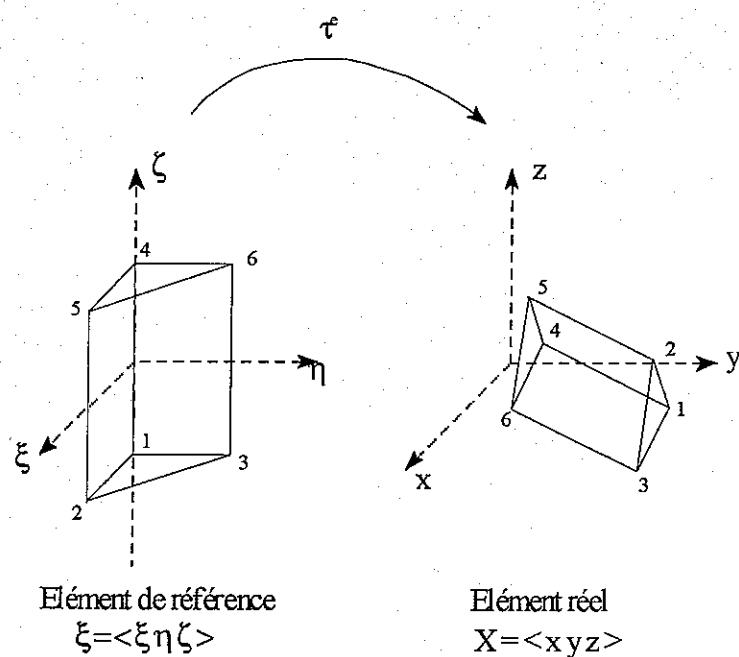


figure 21 Transformation τ^e

La transformation définit les coordonnées de chaque point de l'élément réel X_i à partir des coordonnées du point correspondant de l'élément de référence ξ_i . La transformation dépend de la forme et de la position de l'élément réel, donc des coordonnées des noeuds géométriques qui le définissent. Il y a ainsi une transformation différente τ^e pour chaque élément réel Ω^e .

$$\tau^e : (\xi \rightarrow X(\xi)) = [N(\xi)] \{X_n\} \quad (50)$$

Définition analytique du prisme

Le prisme de référence est défini analytiquement par:

$$\begin{cases} 1 - \xi - \eta \geq 0 \\ \xi \geq 0 \\ \eta \geq 0 \\ -1 \leq \zeta \leq 1 \end{cases}$$

Le meilleur choix qui respecte à la fois la symétrie et la continuité du potentiel u entre les éléments est une base tri-linéaire en ξ , η et ζ :

$\langle P \rangle = \langle 1 \ \xi \ \eta \ \zeta \ \xi\zeta \ \eta\zeta \rangle$ sur l'élément de référence s'exprime alors comme une combinaison linéaire: $u(\xi) = \langle P \rangle \{a\}$. Cette relation définit l'approximation généralisée par opposition à l'approximation nodale: $u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\}$.

Les coefficients $\{a\}$ sont appelés variables généralisées de l'élément par rapport aux variables nodales $\{u_n\}$.

Sachant qu'en chaque noeud d'interpolation (ξ_i), la fonction $u(\xi)$ prend la valeur nodale $u_i = u_{ex}(\xi_i)$. La relation entre variables généralisées $\{a\}$ et variables nodales $\{u_n\}$ est la suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c} 1 \ \xi_1 \ \eta_1 \ \zeta_1 \ \xi_1 \zeta_1 \ \eta_1 \zeta_1 \\ 1 \ \xi_2 \ \eta_2 \ \zeta_2 \ \xi_2 \zeta_2 \ \eta_2 \zeta_2 \\ 1 \ \xi_3 \ \eta_3 \ \zeta_3 \ \xi_3 \zeta_3 \ \eta_3 \zeta_3 \\ 1 \ \xi_4 \ \eta_4 \ \zeta_4 \ \xi_4 \zeta_4 \ \eta_4 \zeta_4 \\ 1 \ \xi_5 \ \eta_5 \ \zeta_5 \ \xi_5 \zeta_5 \ \eta_5 \zeta_5 \\ 1 \ \xi_6 \ \eta_6 \ \zeta_6 \ \xi_6 \zeta_6 \ \eta_6 \zeta_6 \end{array} \right] \{a\} \quad (51)$$

Soit en inversant la matrice nodale $[P_n]$: $\{a\} = [P_n]^{-1} \{u_n\}$

En remplaçant dans $u(\xi)$, on a: $u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1} \{u_n\}$

Il s'en suit l'expression de $\langle N \rangle$: $\langle N(\xi) \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1}$ (52)

L'expression des fonctions d'interpolation $\langle N \rangle$ sur un prisme de référence ainsi que leurs dérivées sont répertoriées pour chaque noeud dans le Tableau 3.

Tableau 3. Fonctions d'interpolation et leurs dérivées

noeuds	[N]	$\left[\frac{\partial N}{\partial \xi} \right]$	$\left[\frac{\partial N}{\partial \eta} \right]$	$\left[\frac{\partial N}{\partial \zeta} \right]$
0	λa	- a	- a	$-\lambda/2$
1	ξa	a	0	$-\xi/2$
2	ηa	0	a	$-\eta/2$
3	λb	- b	- b	$\lambda/2$
4	ξb	b	0	$\xi/2$
5	ηb	0	b	$\eta/2$

Avec: $\lambda = 1 - \xi - \eta$
 $a = (1 - \zeta)/2$
 $b = (1 + \zeta)/2$

3.2.2.4. Forme intégrale W^e sur l'élément de référence

Toutes les expressions qui impliquent des dérivées de u en x, y et z sont transformées en ξ, η et ζ grâce à la matrice de transformation dite matrice jacobienne $[J]$.

$[J]$ est obtenue par dérivation par rapport à ξ de la relation:

$$\langle X Y Z \rangle = \langle N(\xi) \rangle \begin{bmatrix} \{x_n\} & \{y_n\} & \{z_n\} \end{bmatrix}$$

d'où: $[J] = \begin{bmatrix} \langle N, \xi \rangle \\ \langle N, \eta \rangle \\ \langle N, \zeta \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{x_n\} & \{y_n\} & \{z_n\} \end{bmatrix}$ (53)

Ainsi, l'expression de la matrice $[B]$ peut être réorganisée: $[B] = [J]^{-1} [B_\xi]$

D'autre part, l'intégrale de volume sur Ω^e est remplacée par l'intégrale de volume sur Ω^r (prisme à 6 noeuds).

$$\text{d'où: } [k] = \int_{\xi=0}^{\xi=1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} [B_\xi]^T [J^{-1}]^T [D] [J^{-1}] [B_\xi] \det(J) d\xi d\eta d\zeta \quad (54)$$

où $\det(J)$ est le déterminant de la matrice jacobienne J .

$$\text{En ce qui concerne les sollicitations: } \{f\} = \int_{\Sigma'_f} f \cdot J_s ds_1 ds_2 \quad (55)$$

où S_1 et S_2 sont les coordonnées de surface qui permettent de repérer la face sur laquelle est exercée la sollicitation et où J_s contribue à la transformation de l'élément différentiel ds de l'intégrale de contour.

3.2.3. Méthodes numériques

La mise en oeuvre effective de la méthode des éléments finis décrite dans les chapitres précédents nécessite l'utilisation de méthodes numériques pour construire les matrices élémentaires et résoudre les systèmes d'équations algébriques qui en résultent.

3.2.3.1. Intégration numérique

Les méthodes d'intégration numérique permettent de construire les matrices et vecteurs élémentaires par intégration sur l'élément de référence.

Dans la méthode des éléments finis décrite précédemment, la matrice élémentaire $[k]$ et le vecteur des sollicitations élémentaires $\{f\}$ s'expriment sous forme d'intégrales à trois dimen-

sions, définies sur l'élément de référence par (54) et (55):

$$\text{d'où: } [k] = \int_{\xi=0}^{\xi=1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} [B_\zeta]^T [J^{-1}]^T [D] [J^{-1}] [B_\zeta] \det(J) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\text{En ce qui concerne les sollicitations: } \{f\} = \int_{S_f^r} f \cdot J_s ds_1 ds_2$$

où $[J]$ est la matrice jacobienne de la transformation géométrique τ^e
 $\det(J)$ est le déterminant de la matrice jacobienne J

soit encore:

$$[k] = \int_{\xi=0}^{\xi=1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} [k^*] d\xi d\eta d\zeta$$

$$\{f\} = \int_{S_f^r} \{f^*\} ds_1 ds_2$$

Les termes $[k^*]$ et $\{f^*\}$ sont des polynômes ou des fractions rationnelles compliquées. Leur intégration explicite n'est facile que s'ils sont constitués de termes polynomiaux.

Méthode produit

La méthode produit consiste à utiliser une intégration numérique différente dans chaque direction.

Pour le prisme de référence à 6 noeuds choisi, on utilise une intégration numérique à une dimension dans la direction ζ et une intégration numérique à deux dimensions pour les deux autres directions ξ et η . Si nous utilisons r_i points dans la direction des ξ, η et r_j points dans la direction ζ , la méthode produit s'exprime alors comme suit:

$$\int_{S_f^r} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} Y(\xi, \eta, \zeta) (ds_r) d\zeta = \sum_{i=1}^{r_i} \sum_{j=1}^{r_j} Y(\xi_i, \eta_i, \zeta_j) \quad (56)$$

où s_r représente la section triangulaire du prisme de référence
 ξ_i, η_i, ζ_j sont les coordonnées des points d'intégration sur l'élément de référence

Formule d'intégration directe sur un triangle

Les formules de "Hammer" intègrent exactement des monômes $\xi_k \eta_l$ pour lesquels $k+1 \leq m$

$$\int_{\xi=0}^{\xi=1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} Y(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{r_i} Y(\xi_i, \eta_i) \quad (57)$$

Intégration numérique de Newton-Cotes à une dimension

La méthode de Newton - Cotes à r_j points intègre exactement un polynôme d'ordre $r_j - 1$.

$$\int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} Y(\zeta) d\zeta = \sum_{j=1}^{r_j} Y(\zeta_j) \quad (58)$$

Choix du nombre de points d'intégration

Le choix du nombre de points d'intégration dépend du type d'élément utilisé et de la matrice élémentaire que l'on construit.

Dans le cas de l'élément prismatique à 6 noeuds, nous avons à faire à des polynômes d'ordre élevé. A l'aide des méthodes précédentes, nous obtenons alors une intégration approximative d'autant plus précise que le nombre de points d'intégration est élevé. Nous avons choisi $r_i=12$ pour l'intégration sur le triangle et $r_j = 9$ pour l'intégration numérique de Newton-Cotes dans le sens des ζ [Dhatt et Touzot, 1984].

3.2.3.2. Résolution du système linéaire

La résolution du système d'équations (49):

$$[k] \{U_n\} = \{F\}$$

est une étape importante de la méthode des éléments finis. Le nombre d'inconnues U_n est proportionnel au nombre total de noeuds d'interpolation et aux degrés de liberté par noeud. La précision et le champ d'application de la méthode des éléments finis sont limités par la dimension des systèmes d'équations que nous pouvons résoudre économiquement sur les ordinateurs disponibles.

Le laplacien étant un opérateur auto-adjoint, la matrice $[K]$ est une matrice bande, symétrique, définie positive. La méthode de résolution la plus adaptée à notre cas est la méthode de résolution du système par décomposition de la matrice $[K]$ sous la forme de Cholesky:

$$[K] = [R]^T [R]$$

où R est une matrice triangulaire supérieure [Dhatt et Touzot, 1984].

Pour que cette méthode fonctionne, il faut veiller à ce que la matrice $[K]$ ne soit pas singulière et qu'elle soit bien conditionnée. Le cas échéant, on risquerait de trouver une solution complètement différente de celle escomptée.

Pour que la matrice soit bien conditionnée, il faut que le rapport de la valeur propre la plus grande sur la valeur propre la plus petite tende vers 1, soit:

$$\frac{\text{Max}|\lambda_i(A)|}{\text{Min}|\lambda_i(A)|} \rightarrow 1$$

où les λ_i sont les valeurs propres de la matrice $[K]$.

Le conditionnement de la matrice $[K]$, dépend donc du taux de déformation des éléments par rapport à l'élément de référence.

3.2.3.3. Conclusion

Les techniques de programmation associées à ces méthodes numériques sont décrites en annexe 2, page 160. Elles permettent une mise en oeuvre optimisée de la méthode des éléments finis adaptée au matériel disponible au laboratoire.

3.2.4. Validité de la solution

3.2.4.1. Erreur d'approximation sur un élément

L'erreur d'approximation en tout point X de l'élément réel Ω^e est défini par:

$$e(X) = u^e(X) - u_{ex}^e(X)$$

L'erreur au point ξ de l'élément de référence est:

$$e(\xi) = u^e(\xi) - u_{ex}^e(\xi)$$

En deux points X et ξ qui se correspondent dans la transformation τ^e , les erreurs $e(X)$ et $e(\xi)$ prennent la même valeur.

La norme du maximum de la transformation $e(X)$ caractérise l'erreur maximale sur l'élément. Elle est donnée par Strang et Hall [1973]:

$$|e|_s < c \cdot \ell^{n-s} |u_{ex}(X)|_n \quad (59)$$

où:

- c dépend du type d'élément et de l'approximation utilisée
- la base polynomiale de l'approximation est complète jusqu'à l'ordre $n-1$
- ℓ est lié à la dimension maximale de l'élément
- les dérivées de l'approximation $u(X)$ jusqu'à l'ordre s sont bornées
- $|u_{ex}(X)|_n$ est la norme de la dérivée $n^{\text{ième}}$ de $u(X)$
- si $s > 0$, il s'agit de l'erreur d'approximation sur la dérivée $s^{\text{ième}}$.

Le calcul de cette norme dans le cas d'un élément prismatique à 6 noeuds est fourni en annexe 1, page 157. Elle est donnée par l'expression suivante:

$$|e|_0 \leq 4\ell^2 \operatorname{Max} |D_x^2 u_{ex}|_{\Omega^e} \quad (60)$$

où

$$\operatorname{Max} |D_x^2 u_{ex}|_{\Omega^e} = \operatorname{Max} \left(\left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial y^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial z^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x \partial y} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x \partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial y \partial z} \right| \right)_{\Omega^e}$$

et où ℓ est la plus grande arête du prisme.

3.2.4.2. Condition de convergence de la solution

La méthode des éléments finis fournit une solution approchée qui converge vers la solution exacte lorsque l'on diminue la taille des éléments, si l'approximation de u satisfait aux deux conditions suivantes:

- Base polynomiale complète

On constate que tous les termes de l'erreur d'approximation $|e|_0$ sont d'ordre ℓ^n . Il s'en suit que la solution approchée tend bien vers la solution exacte lorsque la taille des éléments tend vers zéro et que la base polynomiale est bien complète.

- Continuité

Par définition, le prisme est un élément conforme qui satisfait la continuité de U sur ses frontières.

Le «patch test» est une méthode [Dhatt et Touzot, 1984] qui permet de tester si cette continuité reste satisfaites sur les frontières entre éléments.

L'équation (34) nous donne:

$$W = \sum_e W^e = 0 \quad (61)$$

La forme intégrale de W^e est:

$$W^e = - \int_{\Omega^e} \delta u \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dV + \int_{S^e} \delta u \frac{\partial u}{\partial n} ds \quad (62)$$

Si l'on remplace u par un polynôme P_m tel que:

$$\left(\frac{\partial^2 P_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_m}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P_m}{\partial z^2} \right) = 0 \text{ et } \frac{\partial P_m}{\partial n} = b \quad (63)$$

où b est le cosinus directeur de la normale extérieure de l'élément

On a alors:

$$W^e = \int_{S^e} \delta u b ds$$

Considérons un élément du maillage:

$$\delta u = \langle N \rangle \{ u_n \}$$

Calculons la valeur de W^e sur le côté Γ_1 ($\zeta=1$) figure 22:

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle \int_{S^e} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 - \xi - \eta \\ \xi \\ \eta \end{Bmatrix} b ds \quad (64)$$

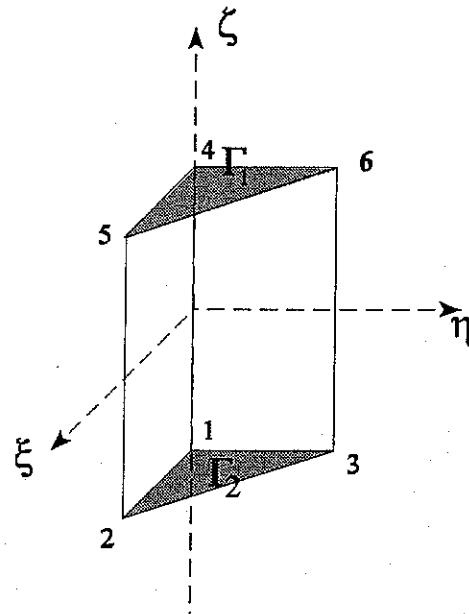


figure 22 Surface de référence

On constate que cette expression ne fait intervenir que les variables nodales du côté considéré. Ce sont des termes conformes qui s'annulent avec les termes correspondant de l'élément voisin. On peut montrer de la même manière que cette propriété est vérifiée sur tous les cotés du prisme. Ainsi le «patch test» est vérifié. La continuité est assurée sur la frontière entre les éléments.

3.2.4.3. Vérification sur un modèle simple

La méthode de résolution numérique de l'équation algébrique (49) est assez lourde à mettre en oeuvre, en particulier au niveau de la numérotation des noeuds du maillage. Il est donc indispensable de s'assurer de l'exactitude de l'algorithme utilisé en appliquant le programme à un système particulier dont on connaît la solution analytique.

La méthode des images permet de connaître la distribution exacte du potentiel autour d'une sphère conductrice placée au centre d'un dipôle émetteur. Considérons, par exemple, une sphère de un mètre de diamètre. On place de part et d'autre sur l'axe des X, dont l'origine est au centre de la sphère, deux charges ponctuelles q_1 et q_2 à 30 cm de sa surface. On considère, ensuite, un dipôle dont les éléments R_1 et R_2 , sont situés aux points d'abscisse ± 60 cm (figure 23). Cet exemple est choisi très simple afin de déterminer la précision de la méthode des éléments finis.

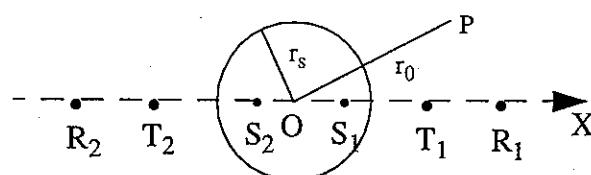


figure 23 Sphère entre deux charges ponctuelles

Méthode des images

Soit ϕ_0 le potentiel dû aux sources q_1 et q_2 et ϕ_1 le potentiel dû aux charges induites sur la sphère. Le potentiel résultant, en tout point P extérieur de la sphère [Durand, 1964], est:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$$

Le potentiel induit Φ_1 peut être calculé en appliquant la méthode des images. A l'extérieur de la sphère le potentiel induit est celui dû à une charge image q'_1 :

$$q'_1 = -q_1 \frac{r_s}{d_1} \text{ avec } d_1 = \overline{OT}_1$$

situé au point inverse S_1 , et à une charge q'_2 :

$$q'_2 = -q_2 \frac{r_s}{d_2} \text{ avec } d_2 = \overline{OT}_2$$

située au point inverse S_2 , tel que:

$$\overline{OS}_1 = \frac{r_s^2}{d_1} = r'_1 \text{ et } \overrightarrow{OS}_1 = \overrightarrow{r}'_1$$

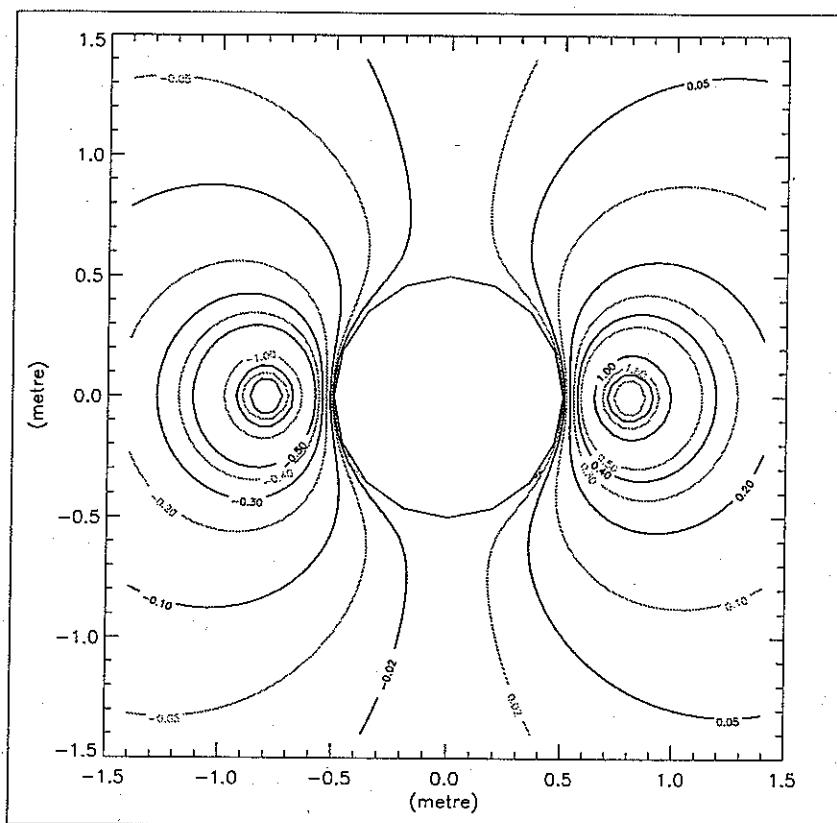
$$\overline{OS}_2 = \frac{r_s^2}{d_2} = r'_2 \text{ et } \overrightarrow{OS}_2 = \overrightarrow{r}'_2$$

Si $q_1=q$, $q_2=-q$ et $d_1=d_2=d$, alors:

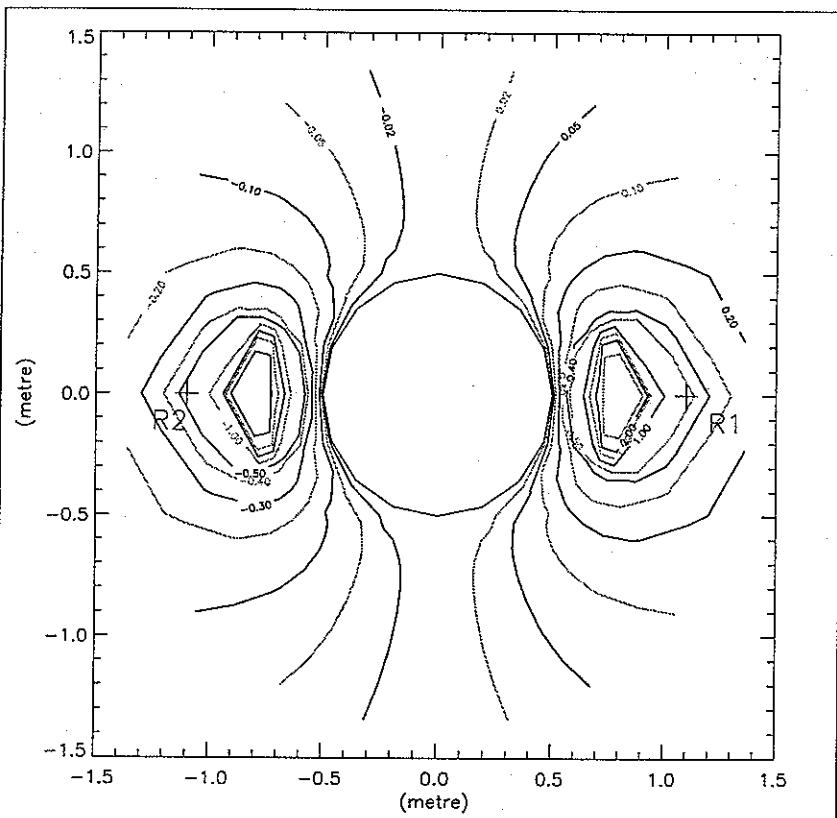
$$\Phi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} \frac{r_s}{\left| \overrightarrow{r}_0 - \overrightarrow{r}'_1 \right|} \left(\frac{1}{\left| \overrightarrow{r}_0 - \overrightarrow{r}'_1 \right|} - \frac{1}{\left| \overrightarrow{r}_0 - \overrightarrow{r}'_2 \right|} \right)$$

Le potentiel résultant s'écrit:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\left(\frac{1}{\left| \overrightarrow{r}_0 - \overrightarrow{r}_1 \right|} - \frac{1}{\left| \overrightarrow{r}_0 - \overrightarrow{r}_2 \right|} \right) + \frac{r_s}{d} \left(\frac{1}{\left| \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'_1 \right|} - \frac{1}{\left| \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'_2 \right|} \right) \right) \quad (65)$$



a. Methode des images



b. Methode des elements finis

HASI/PWA

VALIDATION
DE LA
METHODE

$$V(T_2) - V(T_1) = 20 \text{ Volts}$$

MAILLAGE

1938 noeuds
Domaine maille
rayon: 2.92554 m

MESURES

METHODE DES IMAGES
sur R_1 : 0.5472 volts
sur R_2 : -0.5472 volts

METHODE DES ELEMENTS FINIS

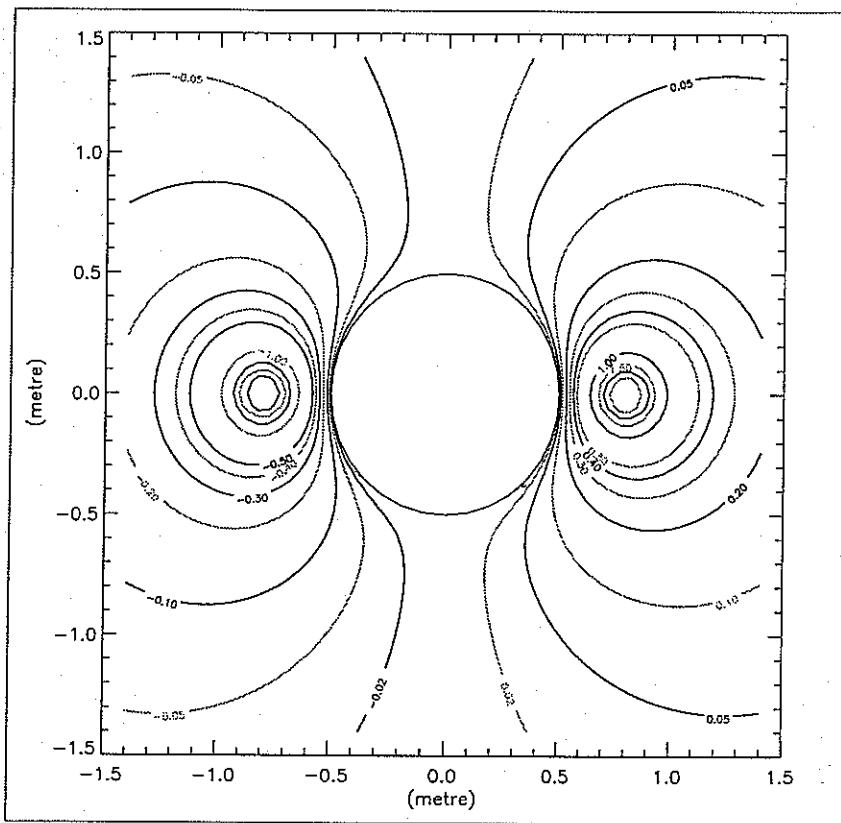
sur R_1 : 0.5518 volts
sur R_2 : -0.5518 volts

COMPARAISON

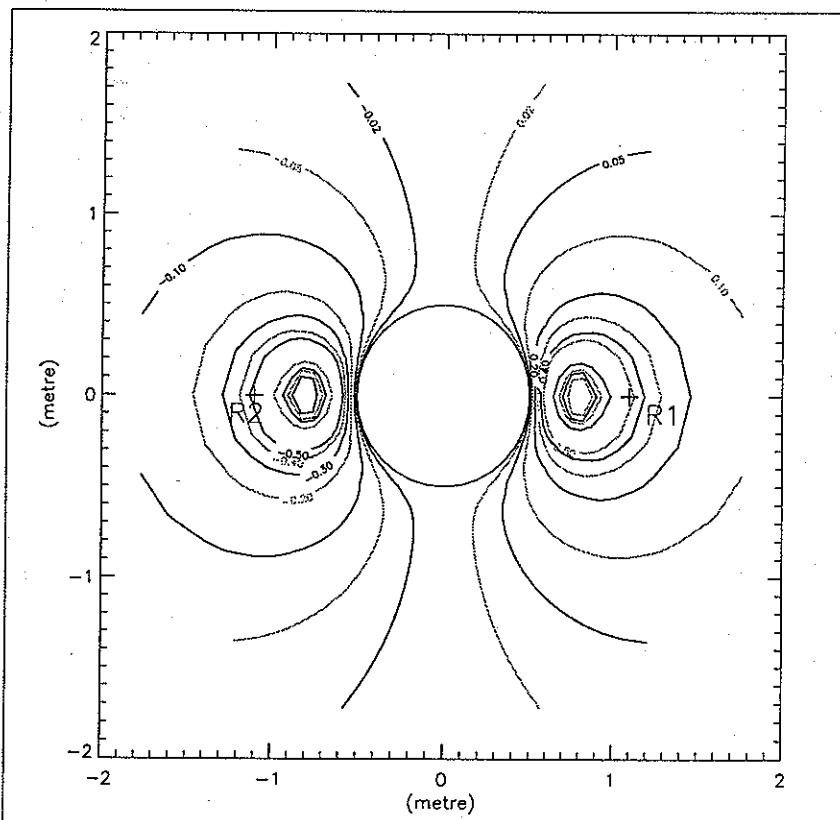
DIFFERENCE ENTRE LES DEUX METHODES:

0.8363 % sur R_1
0.8363 % sur R_2

figure 24 Comparaison entre la méthode des éléments finis et la méthode des images, maillage de 1938 points



a. Methode des images



b. Methode des elements finis

HASI/PWA

VALIDATION DE LA METHODE

$$V(T_2) - V(T_1) = 20 \text{ Volts}$$

MAILLAGE

15906 noeuds
Domaine maille
rayon: 3.66190 m

MESURES

METHODE DES IMAGES
sur R_1 : 0.5472 volts
sur R_2 : -0.5472 volts

METHODE DES ELEMENTS FINIS

sur R_1 : 0.5493 volts
sur R_2 : -0.5493 volts

COMPARAISON

DIFFERENCE ENTRE LES DEUX METHODES:

0.3894	%	sur R_1
0.3894	%	sur R_2

figure 25 Comparaison entre la méthode des images et la méthode des éléments finis, maillage de 15096 points

Comparaison des résultats

On adapte le domaine Ω à la forme sphérique du modèle. La limite du domaine est prise à environ trois fois le diamètre de la sphère. On résout le nouveau système grâce à la méthode d'approximation par éléments finis décrite dans ce chapitre. On impose q_1 et q_2 de telle sorte que la différence de potentiel entre les deux électrodes T_1 et T_2 soit de 20 volts. On relève la valeur du potentiel V , calculé avec la méthode approchée, en chaque point du maillage. On compare ensuite ces valeurs à celles obtenues pour chaque noeud grâce à l'équation (65). La différence de potentiel en chaque point du maillage est donnée par:

$$\lambda_i = \varphi_i - V_i \quad (66)$$

où λ_i représente l'erreur spécifique entre la valeur exacte (φ_i) au point i et la valeur approchée V_i .

L'erreur relative est donnée par:

$$\varepsilon_{ri} = \frac{|\varphi_i - V_i|}{|\varphi_i|} \times 100 \text{ en\%} \quad (67)$$

Cette erreur relative varie en fonction de l'emplacement du noeud i considéré. Par mesure de simplification, on identifie l'erreur relative uniquement aux points R_1 et R_2 .

La figure 24 donne la distribution du potentiel autour de la sphère. Cette figure permet de comparer la forme des courbes équipotentielles obtenues avec chacune des méthodes: en haut la méthode des images (valeur exacte) et en bas la méthode des éléments finis (valeurs approchées).

La figure 25 représente le même cas, mais le maillage utilisé pour l'application de la méthode des éléments finis comprend plus de points. Les éléments sont à peu près deux fois plus petits. L'erreur relative au point R_1 est moins importante. On constate donc que plus on réduit la taille des éléments plus l'erreur relative diminue. La solution converge bien vers la solution exacte.

En diminuant d'avantage la taille des éléments et en augmentant l'espace maillé, on pourrait diminuer d'avantage l'erreur relative. Mais la quantité de mémoire vive nécessaire ainsi que le temps de calcul augmente très rapidement avec la quantité d'éléments et cette augmentation serait démesurée par rapport à la précision supplémentaire obtenue.

3.3. Application aux mesures par sonde à impédance mutuelle

L'expérience PWA utilise une sonde à impédance mutuelle pour mesurer la permittivité complexe de l'atmosphère et du sol de Titan. L'instrument de mesure est constitué de quatre électrodes qui se trouvent relativement près du corps du vaisseau [voir chapitre 2.3.1., page 50]. On cherche à connaître la carte des potentiels dans l'espace qui l'entoure. Le problème est donc à trois dimensions.

3.3.1. Les deux bras dépliés

3.3.1.1. Système d'équations global

Le vaisseau est placé dans le vide de permittivité ϵ_0 . On assimile les électrodes émettrices (T_{x1} et T_{x2}) à des systèmes électriques suffisamment petits pour être considérés comme deux charges ponctuelles q_1 et q_2 . Le potentiel V_0 dû à ces charges, en un point P de l'espace, dans un milieu homogène et à une distance r_{pi} très grande par rapport à la dimension de la source, prend la valeur:

$$V_0(P) = \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{pi}} \text{ où } r_{pi} \text{ est la distance entre } P \text{ et la } i^{\text{ème}} \text{ source} \quad (68)$$

d'après la théorie de l'électrostatique.

On assimile la surface du vaisseau à une surface conductrice placée à proximité des deux charges ponctuelles (T_{x1} et T_{x2}), le potentiel V_0 extérieur au conducteur, se trouve modifié. Soit U le potentiel dû aux charges induites sur la surface du vaisseau, le potentiel résultant en tout point extérieur est: $V = V_0 + U$.

On suppose le système isolé. On fixe une limite au domaine Ω , assez loin du vaisseau, sur lequel on prend $V_\infty = 0$.

Comme le vaisseau est conducteur, le potentiel résultant sur sa surface et en tout point intérieur, est une constante V_s , telle que:

$$V_s = \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{si}} + U(S) \quad (69)$$

où S est un point quelconque à la surface du vaisseau et r_{si} est la distance entre S et la $i^{\text{ème}}$ source

Comme la configuration des sources est symétrique par rapport au vaisseau et que les charges sont opposées, on peut supposer V_s nul. On a alors:

$$U(S) = -\sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{si}} \text{ sur } \Gamma_s$$

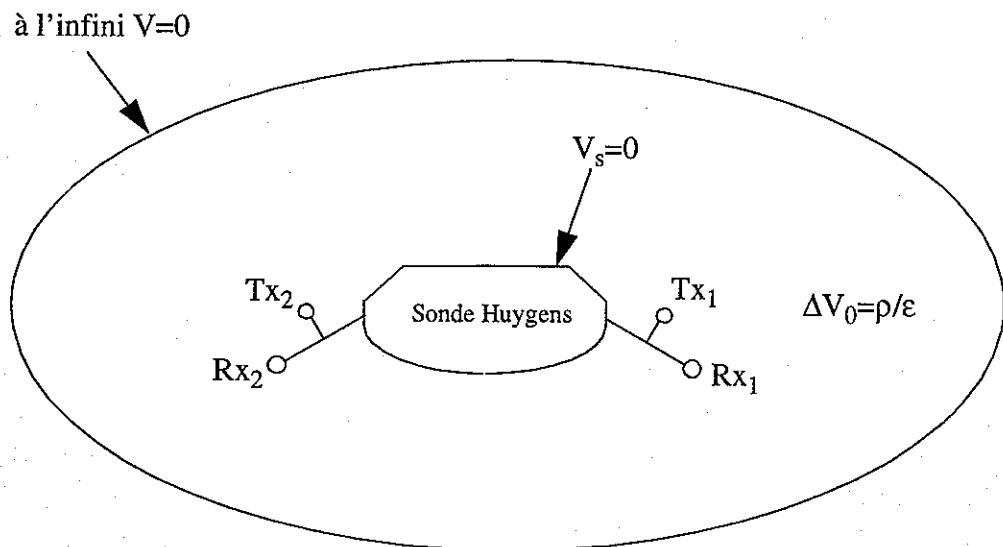


figure 26 Conditions aux limites

En tout point extérieur au conducteur, le potentiel U doit satisfaire l'équation de Laplace et doit s'annuler à l'infini. Pour connaître le potentiel U dû aux charges superficielles induites sur le vaisseau, en tout point du domaine Ω , il faut donc résoudre le système suivant:

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta U &= 0 && \text{sur } \Omega \\ U(S) &= -\sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{si}} && S \text{ sur } \Gamma_s \\ U(P) &= 0 && P \text{ sur } \Gamma_\infty \end{aligned}} \quad (70)$$

(71)

Le système (70) est équivalent au système (21). On peut, donc, utiliser la méthode de résolution exposée au chapitre 3.1., page 54 et au chapitre 3.2., page 58.

3.3.1.2. Résolution par la méthode des éléments finis à trois dimensions

Système discréteisé

La forme intégrale de l'équation de Laplace adaptée au système d'équation (70) s'écrit:

$$W = \sum_e W^e = \sum_e \langle \delta u_n \rangle \left([k] \{u_n^e\} \right) \quad (72)$$

(73)

Les sollicitations de volume et de surface sont nulles. On est dans le cas d'un problème de Dirichlet pur. Le problème consiste à trouver $\{u_n\}$ qui annule W pour tout $\langle \delta u_n \rangle$ en satisfaisant les conditions aux limites sur Γ_s et Γ_∞ :

$$\left. \begin{aligned} U &= -\sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} \\ \delta U &= 0 \end{aligned} \right\} \text{sur } \Gamma_s \quad (74)$$

$U=0$ sur Γ_∞

Sous formes discrétisées ces conditions s'écrivent:
$$\left. \begin{array}{l} U_i = \bar{U}_i \\ \delta U_i = 0 \end{array} \right\} i \in \Gamma_s \quad (75)$$

et: $U_i = \bar{U}_i = 0 \quad i \in \Gamma_\infty \quad (76)$

pour tous les degrés de liberté U_i imposés dont la valeur est \bar{U}_i

Le système algébrique:

$$[K] \{U_n\} = \{F\}$$

ne peut être résolu qu'après modification des matrices $[K]$ et $\{F\}$, pour tenir compte des conditions (75) et (76).

Introduction des conditions aux limites

La forme du maillage permet d'utiliser facilement la méthode de suppression des équations [Dhatt et Touzot, 1984] pour introduire les conditions aux limites dans le système algébrique. Cette méthode consiste à restructurer la matrice $[K]$ de manière à supprimer les équations correspondant aux degrés de liberté imposés par U_i . Elle a l'avantage de réduire le nombre d'inconnues du système et donc la quantité de mémoire nécessaire à la résolution du problème.

La restructuration de $[K]$ correspondant à $U_i = \bar{U}_i$ conduit à supprimer les lignes et les colonnes i, j de la matrice $[K]$. Ici, il s'agit de supprimer tous les noeuds se trouvant sur la première et la dernière couche du maillage.

La restructuration de $\{F\}$ correspondant à $U_i = \bar{U}_i$ conduit à transformer $\{F\}$ comme suit:

$$F'_j = F_j - K_{ji} \bar{U}_i \text{ pour } j=1,2,\dots,nd \text{ et } j \neq i$$

où nd est le nombre total de noeuds du maillage.

Il s'agit donc de résoudre le nouveau système:

$$[K'] \{U_n\} = \{F'\} \quad (77)$$

1. METHODE DES ELEMENTS FINIS

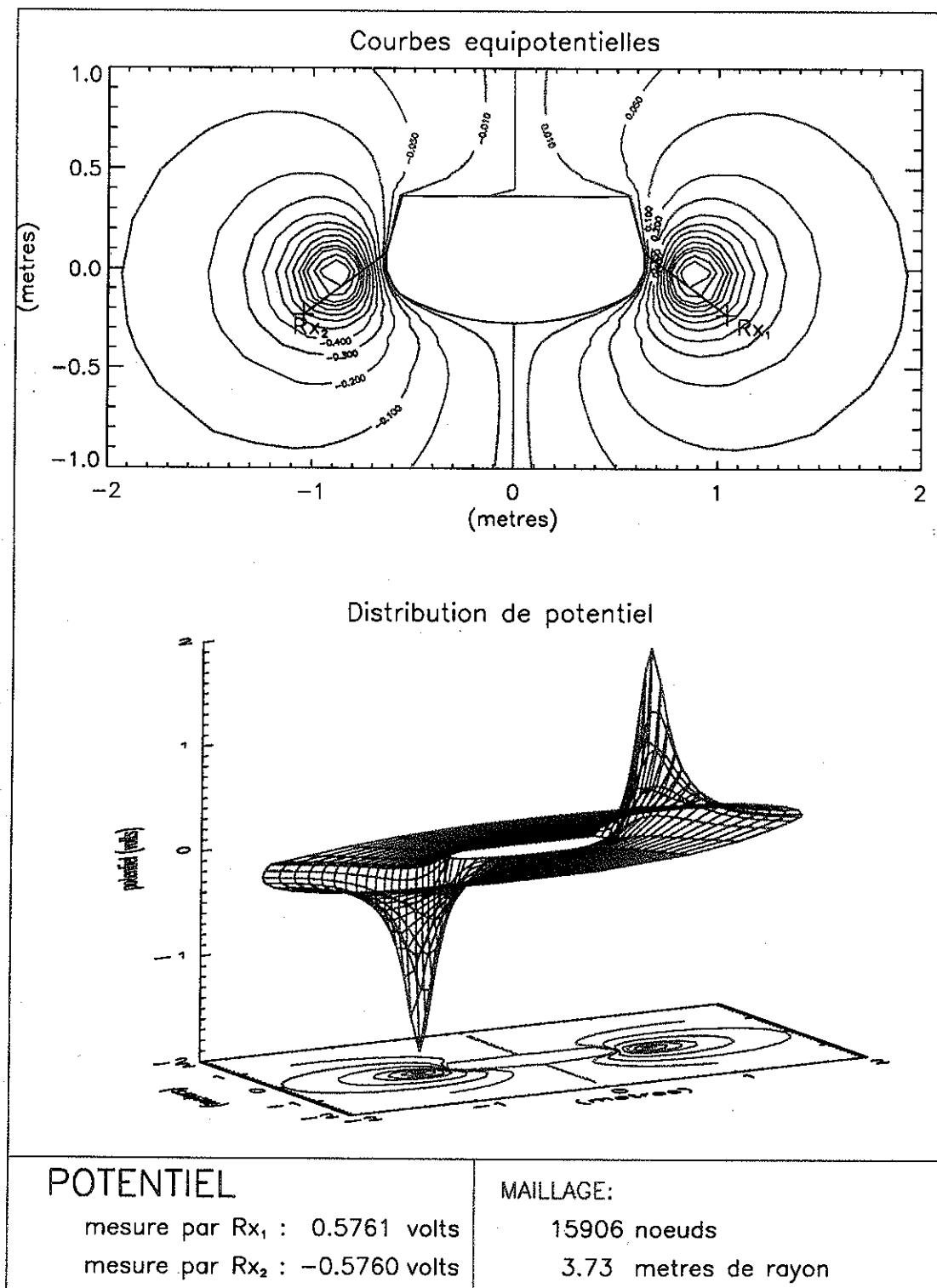
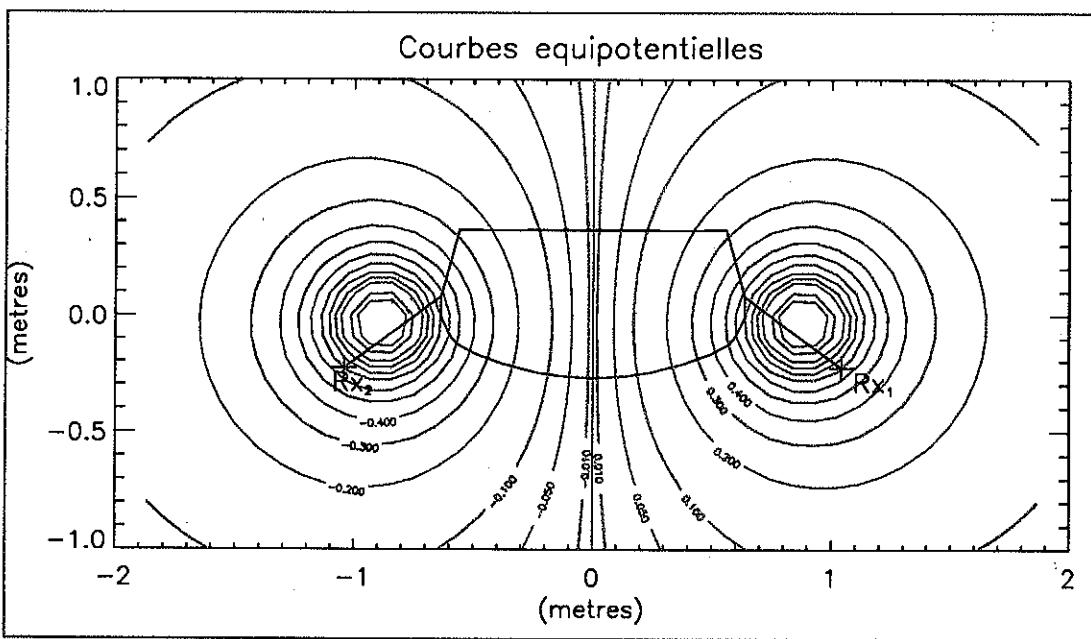


figure 27 Distribution de potentiel autour du vaisseau pour $V(Tx_2)-V(Tx_1)=20$ Volts

2. DIPOLE



3. INFLUENCE DU VAISSEAU

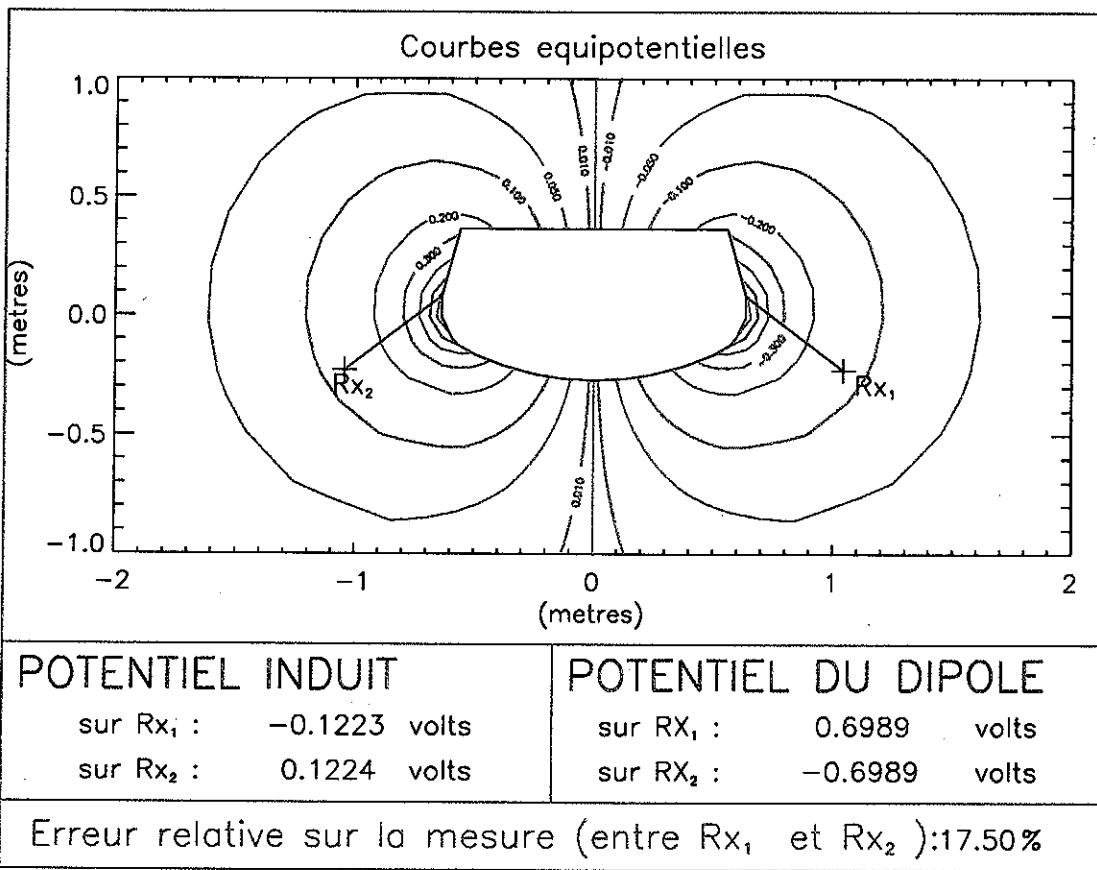


figure 28 Potentiel induit par l'influence du vaisseau pour $V(tx_2)-V(Tx_1)=20$ Volts

Retour au système initial

La carte des potentiels autour de la sonde Huygens lors de mesure par sonde à impédance mutuelle est donnée par:

$$\{V_n\} = \begin{Bmatrix} \bar{U}_i \\ \dots \\ u_j \\ \dots \\ u_{nd} \end{Bmatrix} + \{V_{0n}\} \text{ où } \{V_{0n}\} = \begin{Bmatrix} v_0 \\ \dots \\ v_j \\ \dots \\ v_{nd} \end{Bmatrix} \text{ et } v_j = \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \quad (78)$$

Calcul de la charge

La charge q imposée par chacune des électrodes est telle que:

$$q = C_{e0} \cdot V_e \quad (79)$$

où C_{e0} est la capacité de l'anneau de l'électrode émettrice et V_e est le potentiel mesuré sur l'électrode émettrice

On se place dans le cas où V_e est de 10 volts. L'expression de C_{e0} est donnée au chapitre 2.1., page 38:

$$C_{e0} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot a_e}{\ln\left(\frac{8 \cdot a_e}{e}\right)} \quad \text{dans le vide}$$

où a_e est le rayon de l'électrode et e l'épaisseur du fil

Les charges respectives q_1 et q_2 imposées par les électrodes Tx_1 et Tx_2 sont opposées, soit:

$$q_1 = -q_2 = q$$

3.3.1.3. Interprétation des résultats

Le maillage reproduit le plus fidèlement possible la forme du vaisseau. La limite extérieure du maillage est prise à une distance à peu près égale à huit fois le rayon le plus grand du vaisseau. Ce choix est guidé par la simulation précédente où le corps du vaisseau est remplacé par une sphère de rayon identique. En effet, on a constaté au paragraphe précédent que ce maillage apportait une assez grande précision sans nécessiter trop de place mémoire et de temps de calcul.

On cherche à quantifier l'erreur introduite par la présence du vaisseau, dans le vide. On compare la différence de potentiel (v_i) mesurée sur les électrodes réceptrices à celle obtenue (ϕ_i) en négligeant l'influence d'un corps proche. On évalue la différence relative de potentiel entre ces deux cas:

$$\varepsilon_\phi = \frac{|\phi_i - v_i|}{|\phi_i|} \times 100 \quad \text{en \%} \quad (80)$$

La figure 27 et la figure 28 mettent en évidence le phénomène d'influence dû au corps du vaisseau. Tous les graphes sont représentés dans un plan qui contient les électrodes réceptrices et

l'axe de symétrie de la sonde. Les trois cas suivants sont représentés:

- 1) **méthode des éléments finis:** on prend en compte la forme exacte du vaisseau pour calculer la valeur du potentiel autour de la sonde. La figure 27 donne en haut la forme des courbes équipotentielles autour du vaisseau et en bas la distribution de potentiel en trois dimensions.
- 2) **dipôle simple:** le corps du vaisseau n'a pas d'influence sur la mesure. La forme des courbes équipotentielles dépend uniquement des points sources (T_{x1} et T_{x2}) (figure 28 en haut)
- 3) **influence du vaisseau:** les courbes équipotentielles représentent la différence entre les deux cas précédents. Il s'agit, en fait, du potentiel induit (U) par la surface conductrice du vaisseau (figure 28 en bas).

Lors de l'application, on trouve une différence relative de potentiel (ε_ϕ) de 17,5%.

Remarque:

Il est entendu que cette différence de potentiel dépend de la forme du vaisseau et de l'emplacement des électrodes émettrices et réceptrices. Si on change la configuration du système, ε_ϕ change. Par contre, si on change la valeur du potentiel émis, ε_ϕ ne va pas changer et les proportions entre le potentiel émis et le potentiel reçu seront conservées.

Nous avons vu au chapitre 2.1.1., page 38 que le rapport entre le potentiel mesuré dans le vide V_{r0} et celui V_r mesuré dans un milieu de permittivité ε était tel que:

$$\frac{V_{r0}}{V_r} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

La seule connaissance des potentiels mesurés dans le vide et dans un milieu isotrope suffit donc pour connaître la permittivité ε_r de ce milieu.

3.3.2. Un seul bras déployé

Avant d'entrer dans l'atmosphère de Titan, les bras porteurs d'électrodes sont repliés le long du corps du vaisseau. On envisage, ici, le cas où l'un des bras ne se déploierait pas lors de la descente sur Titan.

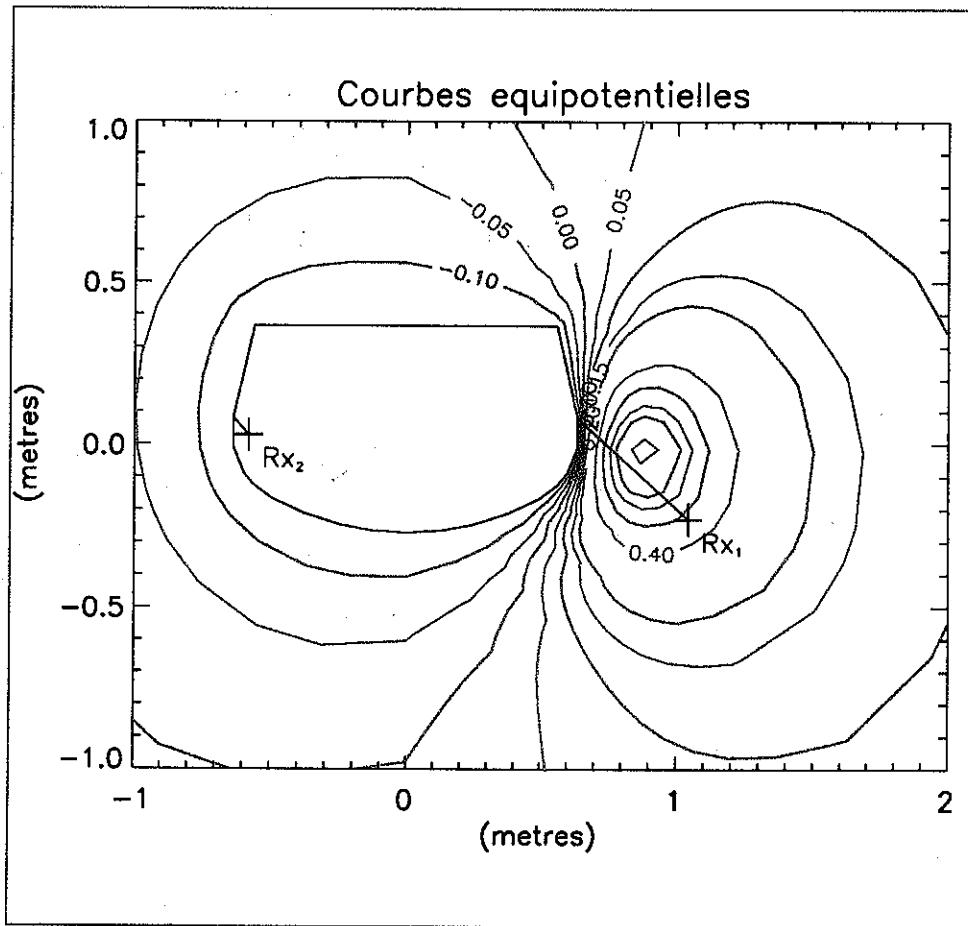
L'électrode émettrice se trouvant sur le bras non déplié, est extrêmement proche de la surface du vaisseau. On peut considérer qu'il se produit un court circuit entre l'électrode et le vaisseau et que le courant injecté dans le milieu, par cette électrode, est nul. Pour résoudre ce nouveau problème, on considère que les charges induites à la surface du vaisseau proviennent uniquement du bras déplié.

3.3.2.1. Système d'équations global

Par rapport au cas où les deux bras sont dépliés, le système change car il n'y a plus symétrie des sources par rapport au vaisseau. Pour que la neutralité globale des charges soit respectée, il faut considérer qu'il y a autant de charges réparties à la surface du vaisseau que celles imposées par l'électrode émettrice:

$$Q+q=0$$

où Q est la charge totale du vaisseau et q est la charge imposée par la source
d'où $Q=-q$



METHODE DES ELEMENTS FINIS

POTENTIEL:

sur Rx_1 : 0.536 volts

sur Γ_e : -0.148volts

INFLUENCE DU VAISSEAU:

21.47 %

MAILLAGE:

15906 noeuds

Rayon du domaine maille: 4.02 m

figure 29 Simulation de l'influence du vaisseau, un seul bras déployé

On s'aperçoit alors qu'il est plus commode de décomposer le problème en deux autres [Durand, 1961]:

a) On cherche l'influence des sources sur le conducteur Γ_s maintenu au potentiel $V_s=0$.

Comme précédemment, on trouve une première solution $V(P)$ en résolvant le système (70) puis en lui ajoutant le potentiel $V_0(P)$ obtenu sans considérer l'influence du vaisseau.

b) On supprime la source et on impose $V_s=1$ sur le conducteur Γ_s . On est alors amené à résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} \Delta U_1 = 0 & \text{sur } \Omega \\ U_1(S) = 1 & S \text{ sur } \Gamma_s \\ U_1(P) = 0 & P \text{ sur } \Gamma_\infty \end{cases} \quad (81)$$

Ce système se résout de la même manière que le système (70) en changeant la valeur prise par le potentiel sur Γ_s .

Par le théorème de Gauss, on peut déterminer les charges Q_0 et Q_1 portées par le conducteur Γ_s dans les deux cas précédents (a et b). La solution est alors donnée par:

$$V_1(P) = V(P) + \frac{(Q - Q_0)}{Q_1} U_1(P) \quad (82)$$

3.3.2.2. Détermination de la charge portée par le conducteur

Quand on connaît le potentiel U_1 , on peut avoir le champ \vec{E}_1 et ainsi la distribution de charges sur le conducteur Γ_s .

La surface Γ_s est une surface fermée sur laquelle on applique le théorème de Gauss. On en déduit la charge totale Q_i portée par Γ_s .

$$\begin{aligned} Q_i &= \epsilon_0 \int \int_{\Gamma_s} \vec{E}_1 ds \\ \text{et } E_1 &= -\nabla U_1 \\ \text{soit } Q_i &= -\epsilon_0 \int \int_{\Gamma_s} \nabla U_1 ds \end{aligned} \quad (83)$$

Expression matricielle

On considère de nouveau l'espace Ω entourant le vaisseau comme un ensemble de sous domaines Ω^e . L'approximation nodale de u sur l'élément Ω^e de référence, dont on se sert dans la méthode des éléments finis, nous donne:

$$u = \langle N \rangle \{ u_n \}$$

$$\nabla u = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \langle \frac{\partial N}{\partial x} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial y} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial z} \rangle \end{Bmatrix} \{u_n\} = [B] \{u_n\}$$

La charge portée par chaque élément e , ayant un coté en contact avec la surface Γ_s , est donnée par:

$$Q_i^e = -\epsilon_0 \iint_{\Gamma_s^e} [B] \{u_n\} ds \quad (84)$$

où Γ_s^e est la surface de contact de l'élément Ω^e avec Γ_s .

La charge totale portée par le conducteur est la somme des charge portées par chaque élément Ω^e . Elle est donnée par:

$$Q_i = \sum_e Q_i^e = -\epsilon_0 \sum_e \iint_{\Gamma_s^e} [B] \{u_n\} ds \quad (85)$$

Remarque

Comme l'intégration se limite à la surface conductrice Γ_s , la seule connaissance du potentiel sur cette surface suffit pour calculer la charge totale Q_i qu'elle porte.

3.3.2.3. Interprétation des résultats

La figure 29 montre le cas d'un vaisseau placé dans le vide et dont l'un des bras est resté replié (Tx_2). On impose la même charge que dans le cas précédent sur Tx_1 . On mesure le potentiel sur l'électrode réceptrice Rx_1 soit 0,54 volts environ et à la surface du vaisseau Γ_s soit -0.15 volts.

Comme dans le cas où les deux bras sont dépliés, on détermine la différence relative de potentiel ϵ_ϕ entre le potentiel V_i mesuré avec l'électrode réceptrice Rx_1 et le potentiel ϕ_i obtenu dans le cas où le vaisseau n'a aucune influence sur la mesure. En considérant qu'un seul émetteur fonctionne, on trouve une erreur relative de 21.5%. L'influence du corps se fait davantage sentir dans ce deuxième cas que dans le cas où les deux bras sont déployés.

3.4. Application aux mesures de champs électriques

En mode passif, l'instrument PWA effectue des mesures du champ électrique. Deux types de détecteurs fonctionnent en alternance: d'une part, les électrodes de relaxation RLx_1 et RLx_2 qui enregistrent l'intensité d'un éventuel champ électrique quasi-statique et d'autre part les électrodes de réception Rx_1 et Rx_2 qui détectent la présence d'ondes électriques naturelles dans l'atmosphère de Titan.

On suppose que dans la région sondée, le champ est homogène et à lignes de forces parallèles. Le problème reste identique à celui traité précédemment, à savoir que les détecteurs sont très proches du vaisseau dont la présence modifie les lignes de champ.

3.4.1. Système d'équation global

Nous allons considérer le cas d'un vaisseau plongé dans le vide (permittivité ϵ_0) et placé dans un champ extérieur E_0 , uniforme, à lignes de force parallèles et dirigé le long d'un axe ($0, t$) quelconque.

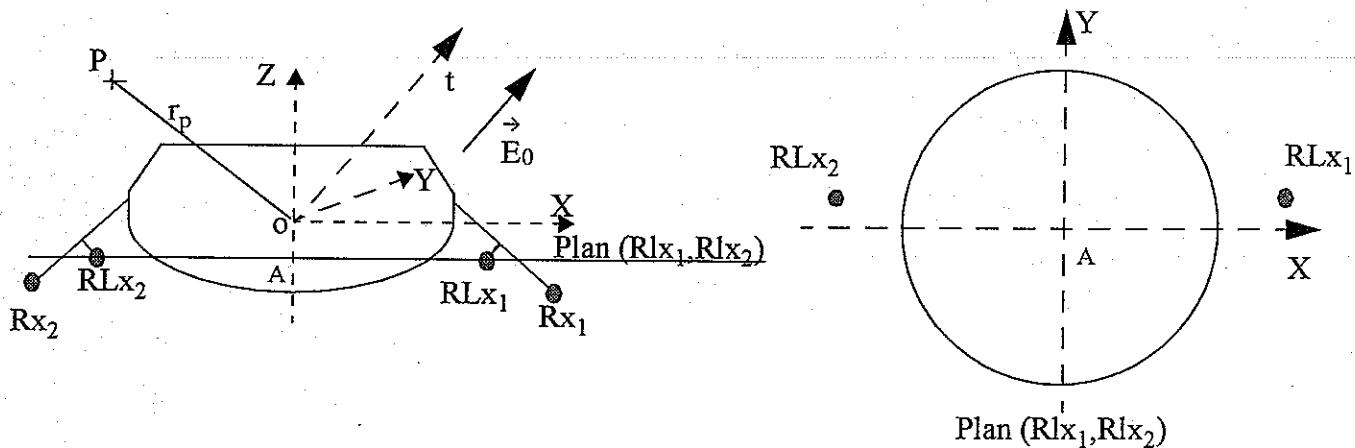


figure 30 Vaisseau placé dans un champ électrostatique quelconque

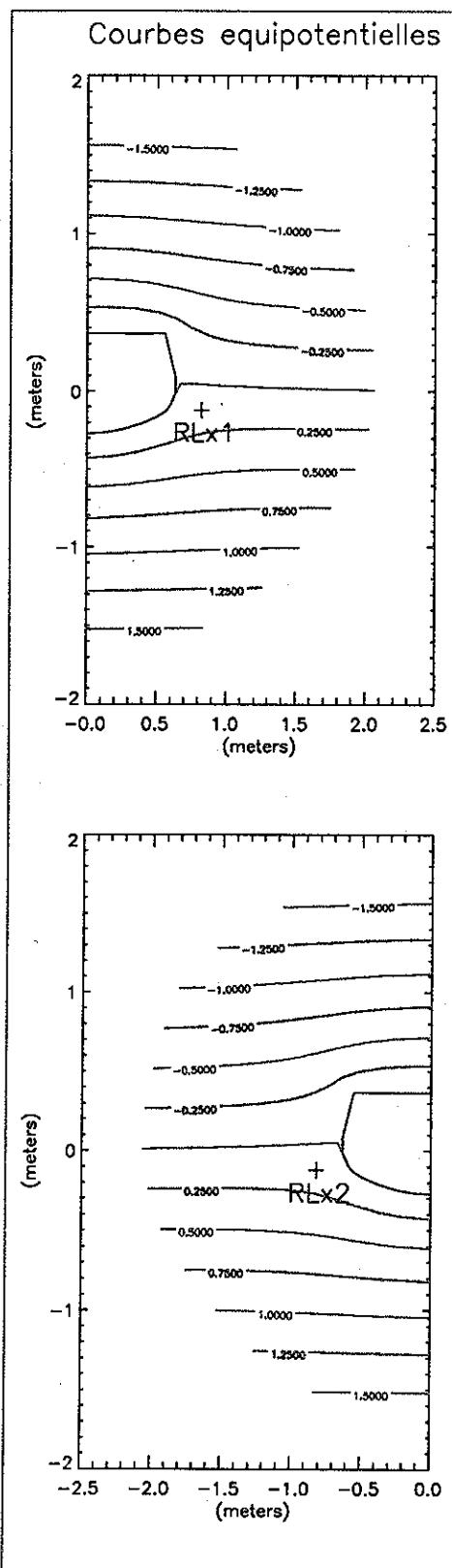
Le potentiel primaire est alors:

$$V_0 = -(\vec{E}_0 \cdot \vec{r}_p) \text{ où } \vec{r}_p \text{ est le vecteur reliant l'origine au point } P \text{ où l'on mesure le potentiel.}$$

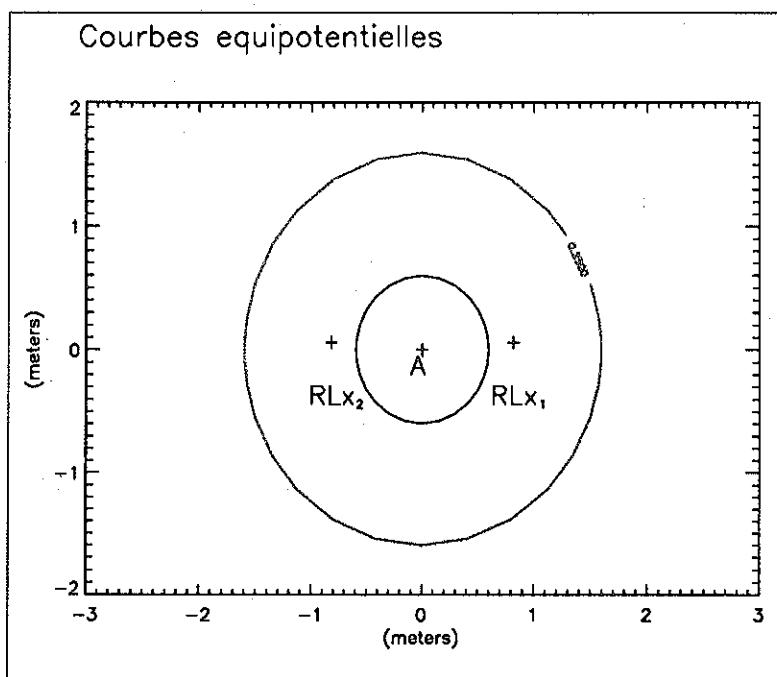
On remarque que V_0 n'est plus nul à l'infini car la source est elle-même infiniment éloignée.

Le potentiel dû aux charges superficielles induites est noté U (chapitre 3.1.1., page 54). Comme le vaisseau est conducteur, le potentiel résultant, sur sa surface et en tout point intérieurs, est une constante V_s , telle que:

$$V_s = -(\vec{E}_0 \cdot \vec{r}_p) + U(S)$$



1. COUPE VERTICALE



2. COUPE HORIZONTALE

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \text{ Volts/m} \\ E_y &= 0 \text{ Volts/m} \\ E_z &= 1 \text{ Volts/m} \end{aligned}$$

CHAMP ELECTRIQUE

POTENTIEL
sur RLx_1 : 0.1221 Volts
sur RLx_2 : 0.1221 Volts

MESURES

MAILLAGE : Rayon du domaine : 3.82 mètres
Nombre de noeuds : 15906

METHODE D'APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS

Determination du champ vertical

Pour RLx_1 : longueur efficace = 0.122 mPour RLx_2 : longueur efficace = 0.122 m

DIMENSION DES ANTENNES

POTENTIEL INDUIT:

sur RLx_1 : 0.0003 volts

soit : 0.28 % de la mesure

sur RLx_2 : 0.0003 volts

soit : 0.28 % de la mesure

CHAMPS INDUIT PAR LA PRESENCE DU VAISSEAU

figure 31 Champ vertical continu

\vec{V}_s est indépendante de l'angle entre \vec{E}_0 et \vec{r}_p , d'où il s'en suit que:

$$U(S) = (\vec{E}_0 \cdot \vec{r}_p) \text{ si l'on choisi } V_s=0.$$

En tout point extérieur au conducteur, le potentiel U dû aux charges superficielles induites sur le vaisseau, doit satisfaire l'équation de Laplace et doit s'annuler à l'infini [A.Stratton, 1961]. Pour connaître le potentiel en tout point du domaine Ω , il faut donc résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} \Delta U = 0 & \text{sur } \Omega \\ U(S) = (\vec{E}_0 \cdot \vec{r}_p) & \text{sur } \Gamma_s \\ U(P) = 0 & \text{sur } \Gamma_\infty \end{cases} \quad (86)$$

qui est identique au système (21) du chapitre 3.1.1., page 54. On peut donc utiliser la méthode de résolution exposée dans ce même chapitre.

3.4.2. Mesure du champ électrique continu

La mesure du champ électrique continu régnant dans l'atmosphère de Titan est réalisée par la sonde à relaxation fonctionnant en mode passif (voir chapitre 2, page 38). Cette expérience fournit à des intervalles de temps réguliers, les tensions relevées simultanément sur les électrodes RLx_1 et RLx_2 . On cherche à déterminer l'amplitude, la direction et le sens du champ à partir de ces mesures. La méthode de résolution de l'équation de Laplace (citée précédemment) est mise en oeuvre afin de connaître le potentiel mesuré sur RLx_1 et RLx_2 , en tenant

compte de la proximité du vaisseau et du champ E_0 . On étudie séparément le cas d'un champ vertical, d'un champ horizontal par rapport au sol et d'un champ d'orientation quelconque.

3.4.2.1. Champ vertical

Tout d'abord, on considère le cas où E_0 est orienté perpendiculairement au sol. Les composantes E_x et E_y sont nulles. On prend $E_z=1$ v/m. RLx_1 et RLx_2 forment deux antennes distinctes. Théoriquement, les tensions relevées sur chacune des électrodes sont identiques. La figure 31 présente le cas de la sonde Huygens placée dans un champ vertical uniforme. L'emplacement de l'équipotentielle zéro dépend de la forme du vaisseau et est complètement indépendant de l'amplitude du champ vertical. On prend donc cette surface équipotentielle comme référence, pour définir la longueur effective entre RLx_1 et l'équipotentielle zéro. Connaissant la norme du champ ainsi que la tension U relevée sur RLx_1 , on en déduit la longueur efficace L_{fv} :

$$L_{fv} = \frac{U}{E_z}$$

Dans le cas illustré par la figure 31, la longueur efficace L_{fv} de l'antenne est 0.122 mètres.

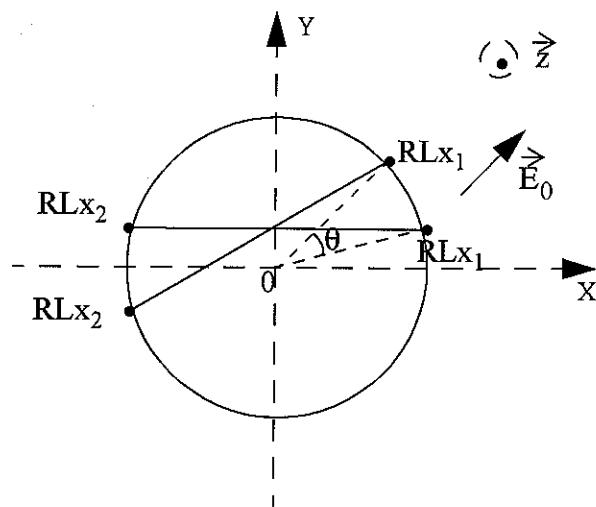
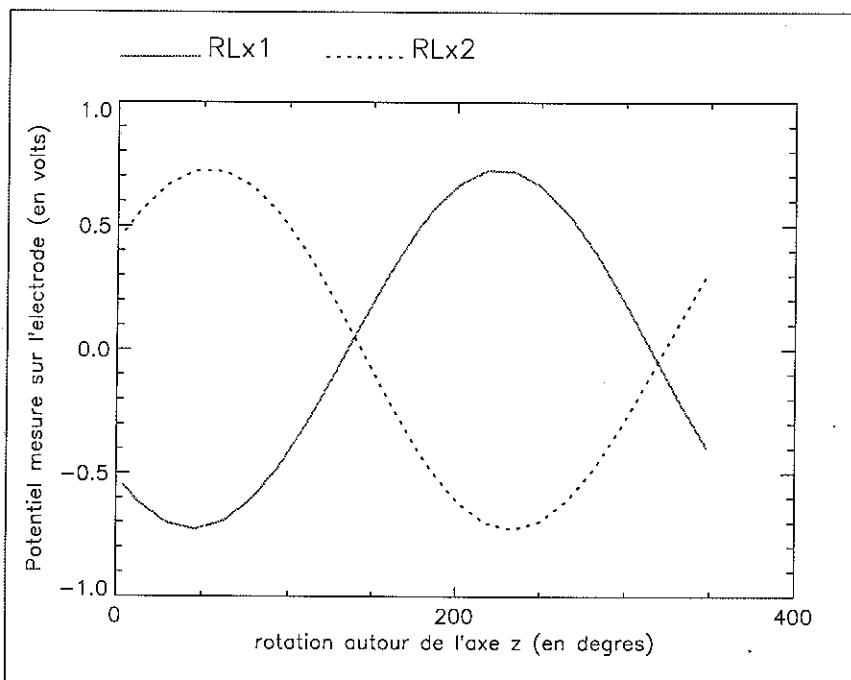


figure 32 Positions successives de l'antenne



POTENTIEL D'ESPACE SUR RLx₁ ET RLx₂

CHAMP ELECTRIQUE	Potentiel mesure $V_1 - V_2 = 1.450$ volts $\delta V = 0.00$ volts
------------------	--

figure 33 Potentiel relevé sur RLx₁ et RLx₂ pour un champ parallèle au sol

3.4.2.2. Champ horizontal

On étudie maintenant le cas d'un champ \vec{E}_0 parallèle au sol. On considère que RLx_1 et que RLx_2 forment une seule et même antenne de longueur réelle 1,64 mètre. Le vaisseau tourne autour de l'axe z au cours de la descente sur Titan. Les électrodes RLx_1 et RLx_2 sont symétriques par rapport au plan (Oy, Oz) mais ne sont pas symétriques par rapport à l'axe z. Ainsi, l'amplitude du champ est mesurable, uniquement lorsque la direction de l'antenne (RLx_1, RLx_2) est parallèle au champ. Pour cette configuration, les tensions (U_1 et U_2) relevées par RLx_1 et RLx_2 respectivement ont même valeur absolue et la différence de potentiel aux bornes des antennes est maximale.

Détermination de la longueur efficace de l'antenne (RLx_1, RLx_2)

L'antenne (RLx_1, RLx_2) est parallèle à l'axe Ox . On choisit \vec{E}_0 tel que sa composante E_x soit égale à 1 V/m. A l'aide du programme de simulation de l'influence du corps du vaisseau sur les équipotentielles, on détermine la longueur efficace L_{fh} de l'antenne (RLx_1, RLx_2)

$$L_{fh} = \frac{|V_2 - V_1|}{E_x} \quad (87)$$

La longueur efficace de l'antenne (RLx_1, RLx_2) est de 1 m environ. La proximité du vaisseau se traduit par une réduction apparente de la longueur réelle de l'antenne.

Détermination du champ horizontal à partir de la mesure

On considère maintenant un champ électrique \vec{E}_0 horizontal, quelconque. On choisit de manière arbitraire E_x et E_y identiques et égaux à 1 V/m. On fait tourner le vaisseau avec une vitesse angulaire ω_n , de manière à faire varier la direction de l'antenne (RLx_1, RLx_2) dans le plan (Ax, Ay) (figure 30). Les mesures sont relevées sur RLx_1 et RLx_2 avec une fréquence

d'échantillonnage que l'on note f_e . Le vaisseau tourne d'un angle $\theta = \frac{\omega_n}{f_e} [2\pi]$ entre chaque

mesure (figure 32). Si on relève n mesures successives, telles que $n\theta = 2\pi$, on obtient une courbe donnant les variations de la tension aux bornes de RLx_1 et de RLx_2 en fonction de $n\theta$. A partir de cette courbe, on détermine la différence de potentiel maximale aux bornes de l'antenne et on en déduit l'amplitude du champ horizontal tel que:

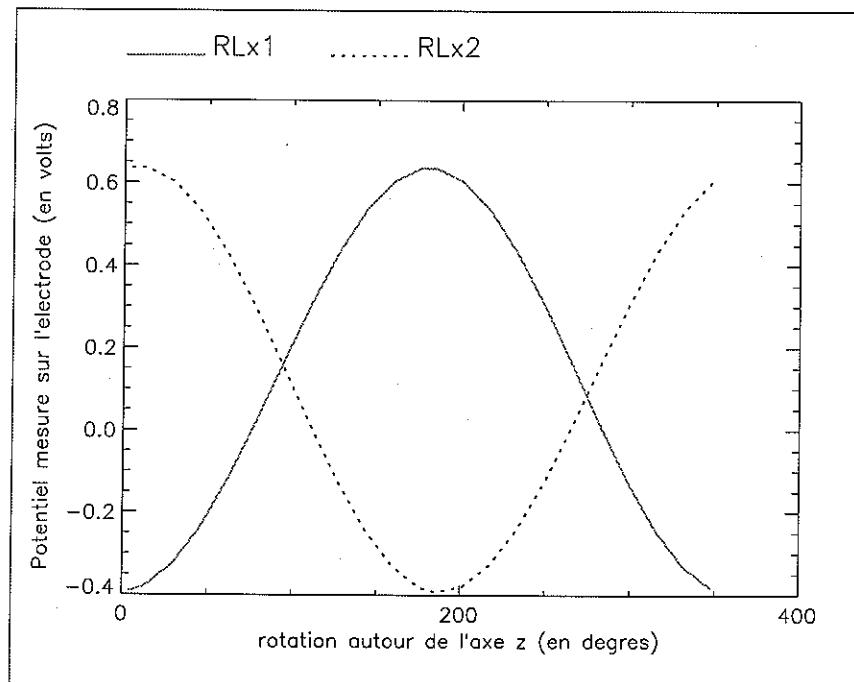
$$E_h = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{|V_2 - V_1|}{L_{fh}} \quad (88)$$

Remarque:

Les expressions analytiques des deux courbes de la figure 32 sont données par:

$$U_1 = A \sin(\omega_n t) \text{ et } U_2 = A \sin(\omega_n t + \beta) \quad (89)$$

où β représente l'angle entre RLx_1 et RLx_2 et A est l'amplitude maximale du potentiel mesuré par chacune des deux électrodes.

POTENTIEL D'ESPACE SUR RLx₁ ET RLx₂

$E_x = 1$ Volts/m
$E_y = 0$ Volts/m
$E_z = 1$ Volts/m

CHAMP ELECTRIQUE

Potentiel mesure	
$V_1 - V_2 = 1.027$	volts
$\delta V = 0.12$	volts

MESURES

figure 34 Potentiel relevé sur RLx₁ et RLx₂ pour champ quelconque

3.4.2.3. Champ quelconque

On s'intéresse maintenant au cas d'un champ ayant une composante en x (E_x) en y (E_y) et en z (E_z) quelconques.

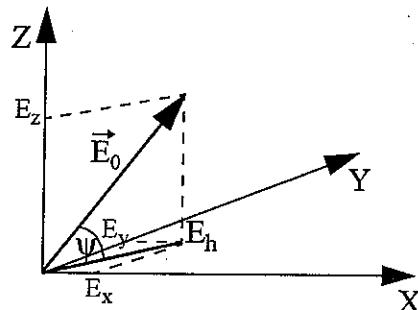


figure 35 Orientation du champ

En appliquant la méthode explicitée ci-dessus pour un champ purement horizontal par rapport au sol, on détermine la composante horizontale E_h du champ.

$$E_h = \frac{|V_1 - V_2|_{\max}}{L_{fh}} \quad (90)$$

En faisant varier E_z et en gardant E_h constante, on s'aperçoit que la différence de potentiel mesurée entre RLx_1 et RLx_2 reste constante, mais que par contre, les signaux enregistrés en fonction de $n\theta$ se décalent par rapport à zéro (Comparaison entre la figure 33 et la figure 34). Pour déterminer la composante verticale E_z du champ, on se sert de l'amplitude du décalage observé (δV), tel que:

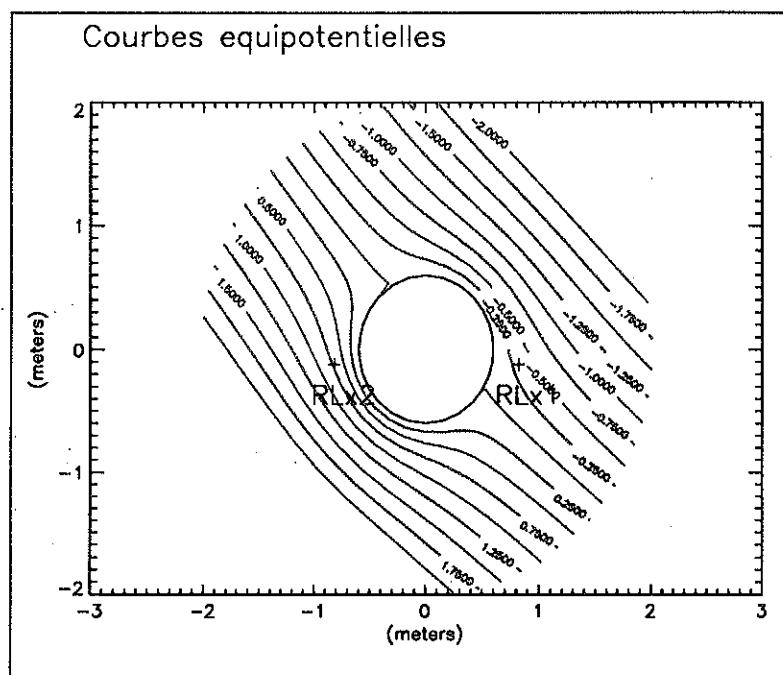
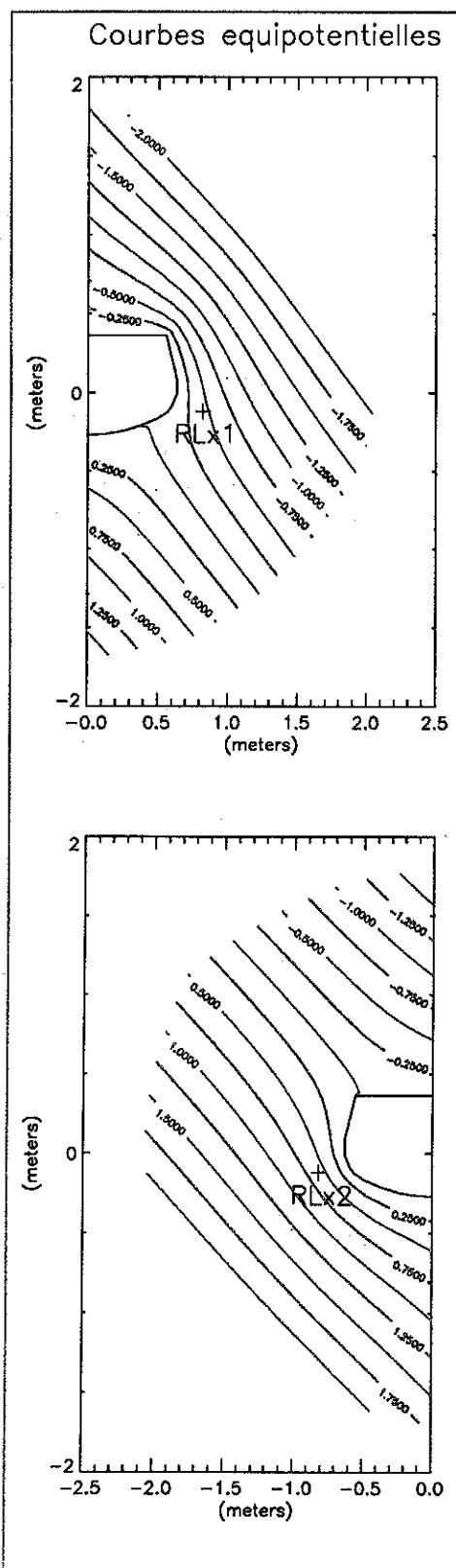
$$\delta V = \frac{V_1 + V_2}{2} \text{ en volts} \quad (91)$$

où V_1 et V_2 sont les tensions relevées sur RLx_1 et RLx_2 au point de mesure où la différence $|V_1 - V_2|$ est maximale.

On déduit de δV la composante verticale du champ, telle que: $E_z = \frac{\delta V}{L_{fv}}$

3.4.2.4. Conclusion

Le dispositif de sonde à relaxation, fonctionnant en mode passif, permet en principe de détecter la présence d'un champ électrique continu dans l'atmosphère de Titan. Pour un milieu suffisamment conducteur, on pourra déduire l'amplitude et l'orientation du champ avec une précision qui va dépendre de la vitesse de rotation de la sonde Huygens, de sa vitesse de descente et aussi de la fréquence des mesures. Si le champ varie trop vite d'une mesure à l'autre, ces mesures seront incohérentes et inexploitables. Dans ce cas précis, on ne pourra extraire des données de l'expérience qu'un ordre de grandeur sur l'intensité du champ régnant dans l'atmosphère de Titan. Il faut savoir qu'à ces conditions de mesure s'ajoute une incertitude due à la différence de potentiel de contact avec le milieu.



2. COUPE HORIZONTALE

$$E_x = -1 \text{ Volts/m}$$

$$E_x = 1 \text{ Volts/m}$$

$$E_z = 1 \text{ Volts/m}$$

CHAMP ELECTRIQUE

POTENTIEL

sur RLx₁ : -0,4278 Volts

sur RLx₂ : 0.5991 Volts

MAILLAGE : Rayon du domaine : 3.82 metres
Nombre de noeuds :15906

METHODE D'APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS

Determination du champ horizontal :

distance(RLx1, RLx2) = 1.64 m

longueur efficace = 1.027 m

DIMENSION DES ANTENNES

POTENTIEL INDUIT:

sur RLx1 : 0.32798 volts

soit : 76,67 % de la mesure

$R_1 \times 2 = 0.28396$ volts

1. COUPE VERTICALE

CHAMPS INDUIT PAR LA PRESENCE DU VAISSEAU

figure 36 Champ quelconque

3.4.3. Mesure d'ondes électriques naturelles

Les ondes qui se propagent dans les plasmas peuvent être de plusieurs types: des ondes transversales analogues aux ondes électromagnétiques usuelles, des ondes longitudinales analogues aux ondes acoustiques, mais aussi des ondes hybrides. Les formes d'ondes peuvent être très variées, mais on se limitera ici aux ondes planes, c'est à dire à celles qui se traduisent par des oscillations de toutes les grandeurs physiques de la forme:

$$\vec{A}(r, t) = \operatorname{Re} \{ \vec{A} \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] \}$$

La fréquence angulaire ω et le vecteur d'onde \vec{k} sont reliés par l'équation de dispersion:

$$D(\omega, \vec{k}) = 0.$$

Si le champ magnétique est nul, les propriétés de propagation sont les mêmes dans toutes les directions. L'équation de dispersion ne dépend que du module de \vec{k} et non de son orientation. Les propriétés des ondes dans l'atmosphère de Titan sont représentées sur le diagramme de dispersion de la figure 6 du chapitre 1, page 27. On voit sur ce schéma que les ondes électromagnétiques qui peuvent se propager dans le plasma sont limitées à la bande [Grard, 1991]:

$$\omega > \left(\omega_p^2 - \frac{v^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

où ω_p est la fréquence plasma et v la fréquence de collision.

La sonde à impédance mutuelle fonctionnant en mode passif, ne détecte que des signaux de fréquence inférieure à 10 khz. Les mesures commencent à partir de 170 km et se terminent après l'impact avec le sol. Cette région de l'atmosphère de Titan correspond aux zones II et III du diagramme de dispersion (figure 6 du chapitre 1, page 27). Dans ces régions, la vitesse de phase ω/k_r (où k_r est la partie réelle du vecteur d'onde k) est la même que dans le vide (c) et l'atténuation des ondes est négligeable. Le champ est à polarisation rectiligne. L'amplitude de l'onde s'écrit sous la forme:

$$A(r, t) = A_0 \cos(\omega t - k_r r) \text{ avec } k_r = \frac{\omega}{c}$$

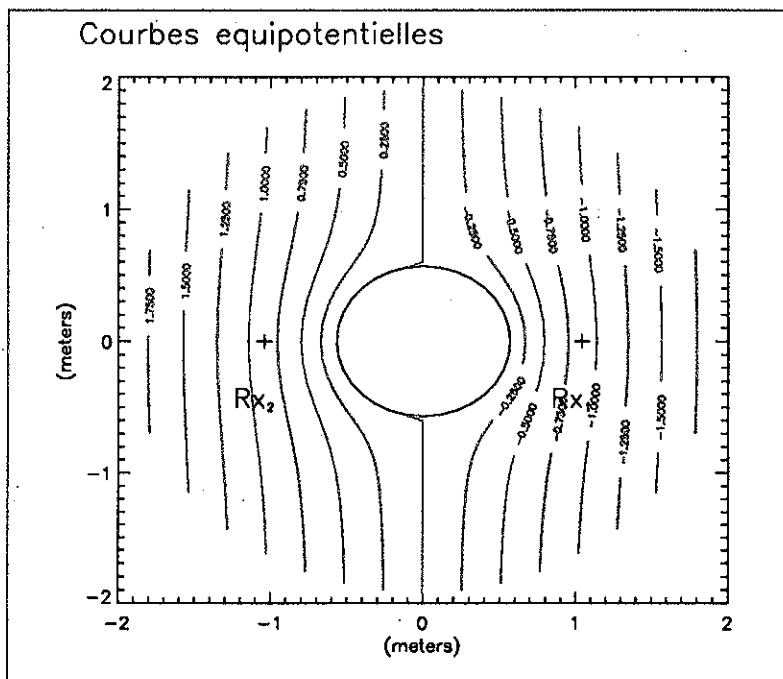
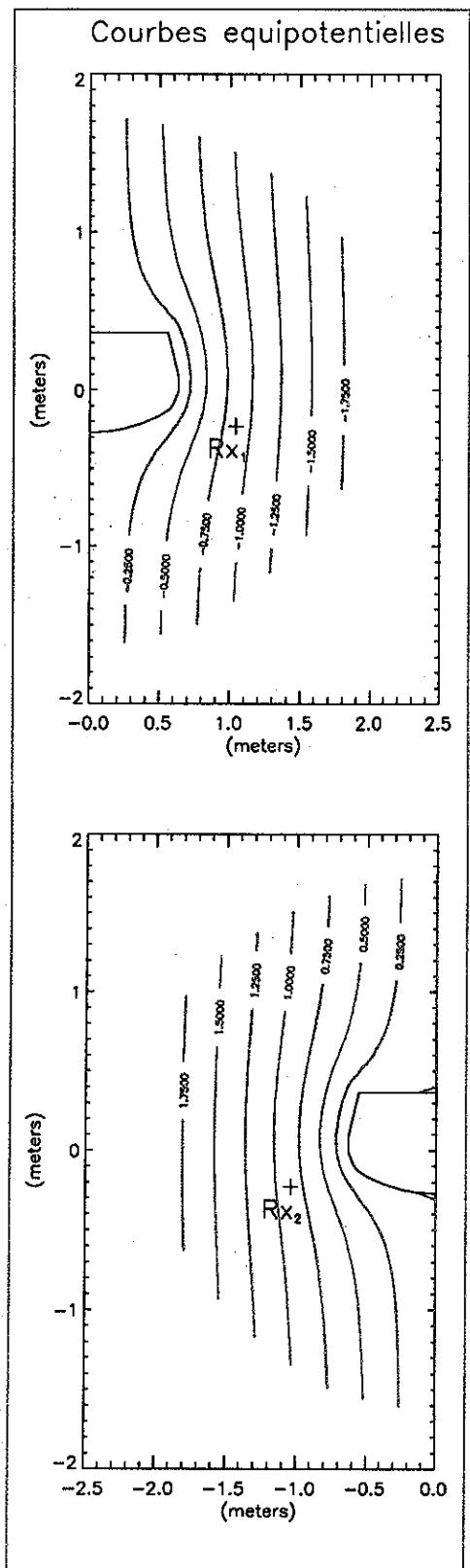
Soit λ la longueur d'onde de l'onde d'amplitude $A(r, t)$, on a:

$$A(r, t) = A_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

Pour les fréquences inférieures à 10kHz, les longueurs d'ondes deviennent très grandes ($\lambda \geq 3 \cdot 10^4$ m) devant la longueur de l'antenne qui est de 2,1 mètre (distance entre les récepteurs Rx₁ et Rx₂). On peut donc négliger les variations des ondes électromagnétiques dans l'espace et ne considérer que les variations des ondes dans le temps. L'amplitude du signal reçu est donc modélisée par l'équation suivante:

$$A(t) = A_0 \cos(\omega t)$$

Le champ électrique correspondant est un champ quasi-statique. La modélisation utilisée dans le cas d'un champ électrique statique reste valable si on considère que la mesure est réalisée à un instant donné noté t_0 .



2. COUPE HORIZONTALE

$$\begin{aligned} E_x &= 1 \text{ Volts/m} \\ E_y &= 0 \text{ Volts/m} \\ E_z &= 0 \text{ Volts/m} \end{aligned}$$

POTENTIEL
sur RLx_1 : -0.8689 Volts
sur RLx_2 : 0.8689 Volts

CHAMP ELECTRIQUE

MESURES

MAILLAGE : Rayon du domaine : 3.73 metres
Nombre de noeuds : 15906

METHODE D'APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS

POTENTIEL sur Rx_1 : 0.1737 volts
soit 19.99 % de la mesure
sur Rx_2 : -0.1737 volts
soit 19.99 % de la mesure

CHAMPS INDUIT PAR LA PRESENCE DU VAISSEAU

Longueur réelle :
distance(Rx_1, Rx_2) = 2.09 metres
longueur efficace :
distance(Rx_1, Rx_2) = 1.74 metres

1. COUPE VERTICALE

DIMENSIONS DE L'ANTENNE

figure 37 champ quasi-statique, horizontal

Longueur efficace de l'antenne

L'antenne formée par les deux récepteurs Rx_1 et Rx_2 est horizontale. Pour déterminer la longueur efficace de l'antenne, on considère la composante du champ qui est parallèle à l'antenne. Pour cela, on place la sonde dans un champ horizontal par rapport au sol et d'amplitude 1V/m. La longueur efficace est alors obtenue à partir des tensions V_1 et V_2 calculées au points Rx_1 et Rx_2 , telles que:

$$L_f = \frac{|V_1 - V_2|}{|E|}$$

La longueur efficace est de 1,73 mètres soit 15% inférieure à la longueur réelle (figure 37).

Discussion

A bord du vaisseau, un spectre temps-fréquence est élaboré à partir des données compressées. En supposant les ondes électromagnétiques à polarisation rectiligne et variant peu au cours d'une période de rotation de la sonde, nous avons accès à la composante horizontale du champ alternatif. Sur le spectre, on peut assimiler chaque raie à une onde monochromatique. On ne peut pas parler de mesures précises mais d'ordres de grandeur qui auront surtout un sens statistique.

4

Effets de la chaîne électronique

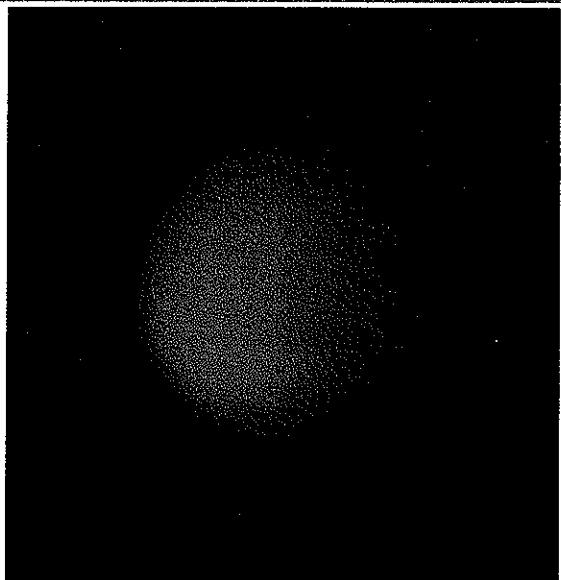


figure 38

”Vue de Titan prise par Voyager”

(image de l'ESA)

L’objectif de l’expérience PWA est de déterminer les caractéristiques électriques de l’atmosphère et du sol de Titan. Lors de la mesure, on considère que le milieu traversé par la sonde est un plasma collisionnel sans champ magnétique. Pour analyser les différents types de particules (électrons, ions positifs et négatifs) contenues dans le plasma, l’instrument comporte deux sortes de détecteurs: la sonde à impédance mutuelle et la sonde à relaxation. Les deux chaînes de mesure correspondantes sont constituées d’éléments analogiques et numériques qui introduisent des bruits et des déphasages sur les signaux. On peut parfois s’affranchir de ces transformations lors du dépouillement des résultats; mais très souvent, il est réellement nécessaire de connaître l’origine des modifications subies par le signal pour en extraire les résultats escomptés. C’est dans cette optique que la simulation des sondes à impédance mutuelle et à relaxation a été réalisée. Elle prend en compte toutes les modifications subies par le signal de sa création à sa mise en paquets de données numériques.

Les courbes résultant de cette modélisation vont nous permettre d’identifier les sources de bruits et de déphasages qui s’ajoutent au signal lors de son passage dans la chaîne électronique de mesure et d’en déduire leur importance dans l’exploitation des résultats.

4.1. Modélisation des éléments de la chaîne de mesure

Les éléments de la chaîne électronique sont modélisés séparément. Ils forment des modules indépendants que l'on pourra associer pour simuler l'apparition de déphasages, de bruits ou encore de variation de gain au niveau du signal.

4.1.1. Signal de référence pour la sonde à impédance mutuelle

Le signal de référence est généré par une table contenue dans la mémoire ROM. La durée de ce signal est égale à deux périodes d'une sinusoïde de fréquence f_0 égale à 45 Hz et sa fréquence peut être de 45 Hz, 90 Hz, 360 Hz, 1440 Hz ou 5670 Hz. Les quatre dernières fréquences sont toutes des multiples de la première (notée f_0). La première période permet d'atteindre le régime permanent. Ainsi l'échantillonnage des signaux reçus s'effectue sans aucune ambiguïté.

Soit $V_e(t)$ la valeur du signal au temps t , la forme analytique de la première sinusoïde de fréquence f_0 est donnée par:

$$V_e(t) = \sin(2\pi f_0 t) - i \cos(2\pi f_0 t) \quad (92)$$

La durée des signaux émis est égale à une période et demie du signal $V_e(t)$ à la fréquence f_0 . La fréquence d'échantillonnage (f_e) est de 44 kHz. Une période du signal est donc représentée par:

$$n_e = \frac{f_e}{f_0} = 1024 \text{ échantillons}$$

et l'intervalle de temps entre chaque échantillon est:

$$\delta t = \frac{1}{f_e}$$

L'expression du signal échantillonné est donc:

$$V_e(n \cdot \delta t) = -\sin\left(2\pi \frac{n}{n_e}\right) + i \cos\left(2\pi \frac{n}{n_e}\right) \quad \text{où } n \in \left[0, \frac{3}{2}n_e\right]$$

Si la fréquence du signal émis est un multiple de f_0 , telle que:

$$f = k \cdot f_0$$

alors l'expression devient:

$$V_e(kn \cdot \delta t) = -\sin\left(2\pi \frac{kn}{n_e}\right) + i \cos\left(2\pi \frac{kn}{n_e}\right) \quad (93)$$

4.1.2. Convertisseurs

Les convertisseurs transforment les signaux numériques en signaux analogiques (CNA) ou vice versa (CAN). Au cours de cette conversion, des bruits dits de quantification viennent s'ajouter au signal idéal. Ces bruits sont inversement proportionnels au nombre de bits disponibles dans le convertisseur pour numériser le signal, et aussi à l'amplitude du signal. Pour un

convertisseur 16 bits transformant un signal d'amplitude crête-crête A, l'écart type du bruit généré est:

$$\sigma_b = \frac{q_c}{2\sqrt{3}} \text{ avec } q_c = \frac{A}{2^{16}} \text{ où } q_c \text{ est le pas de quantification du convertisseur}$$

On considère dans notre simulation que le bruit est un signal aléatoire, d'écart type σ_b et de valeur moyenne nulle. On crée ce signal et on l'ajoute au signal source en sortie du convertisseur.

Convertisseur numérique-analogique (CNA)

Le signal converti a une amplitude maximale de 10 volts. L'écart type du bruit correspondant au passage de ce signal dans le convertisseur est de $88\mu V$ pour un pas de quantification de $305\mu V$.

Convertisseur analogique-numérique (CAN)

Le convertisseur utilisé est un CS5016. Il encode des signaux bipolaires et est programmé pour écrire les signaux d'amplitude extrême égale à $\pm 5V$. Le type de bruit qu'il génère est similaire à celui généré par le convertisseur analogique-numérique, à l'exception de l'amplitude crête-crête (A) qui est de 10 volts et non de 20 volts (figure 39). Le pas de quantification est de $152\mu V$ et l'écart type du bruit en sortie du convertisseur est de $44\mu V$.

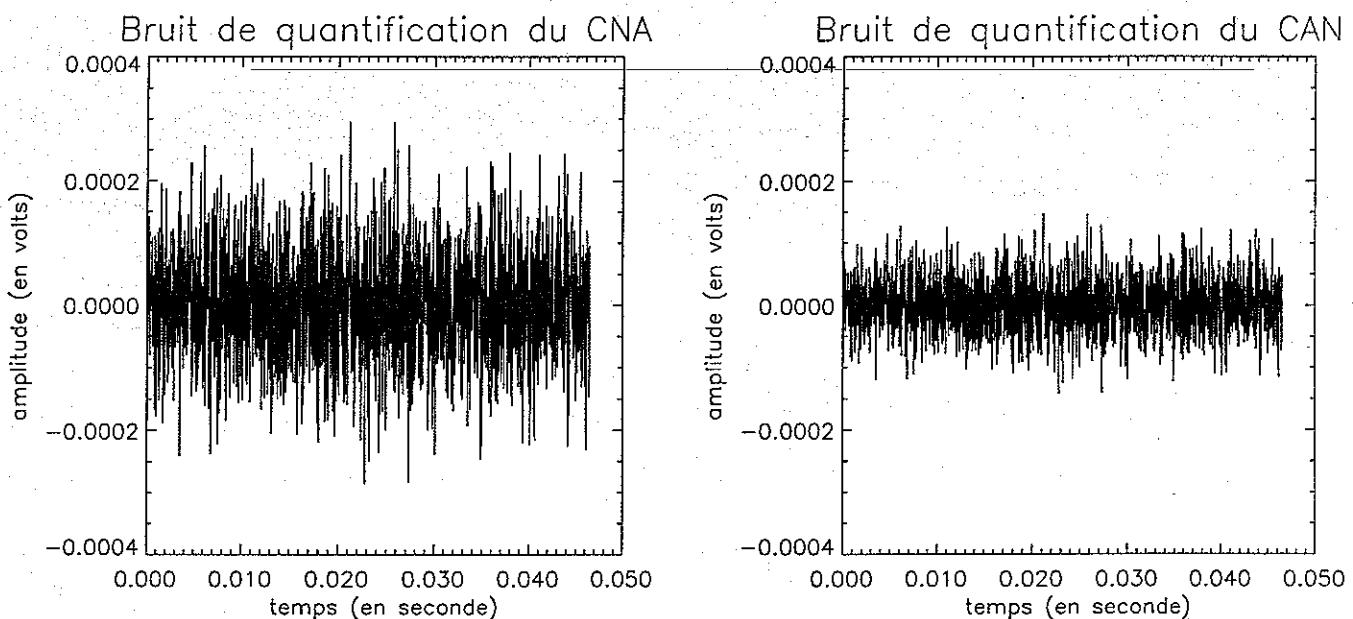


figure 39 Bruit de quantification

4.1.3. Filtres

Les différentes chaînes de mesure utilisent le même filtre passe-bas mais avec des composants de valeurs différentes suivant le type de signal que l'on cherche à mesurer.

Le schéma du filtre électronique est donné figure 40.

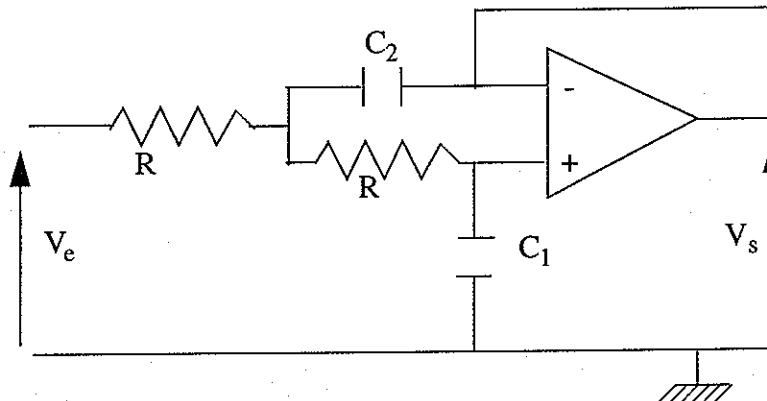


figure 40 Filtre passe-bas

La fonction de transfert du circuit est donnée par:

$$H_f = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 - R^2 C_1 C_2 \omega^2 + 2jRC_1\omega} \quad \text{où } \omega \text{ est la pulsation en rad/s} \quad (94)$$

La fréquence de coupure à -3dB est:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \quad \text{avec } \omega_c = \sqrt{\frac{1}{R^2 C_1 C_2}}$$

Pour la sonde à impédance mutuelle les valeurs prises par les composants sont:

$R=22 \text{ k}\Omega$, $C_1=330 \text{ pF}$, $C_2=470 \text{ pF}$.

La fréquence de coupure correspondante est de 18,4 kHz.

Pour la sonde à relaxation, on a:

$R=22 \text{ k}\Omega$, $C_1=C_2=68 \text{ nF}$.

La fréquence de coupure correspondante est de 668 Hz.

Cas particuliers

La chaîne d'émission de la sonde à impédance mutuelle fonctionne avec trois gains différents (0 dB, -20 dB, -40 dB). La fonction de transfert du filtre est liée au pont de résistances pour les deux plus faibles gains.

G=-20 dB (position 1 figure 41)

$$H_{f_1} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3} \cdot (1 - R^2 C_1 C_2 \omega^2 + 2jRC_1\omega) + R_1 (1 + jC_2 R \omega)} \quad (95)$$

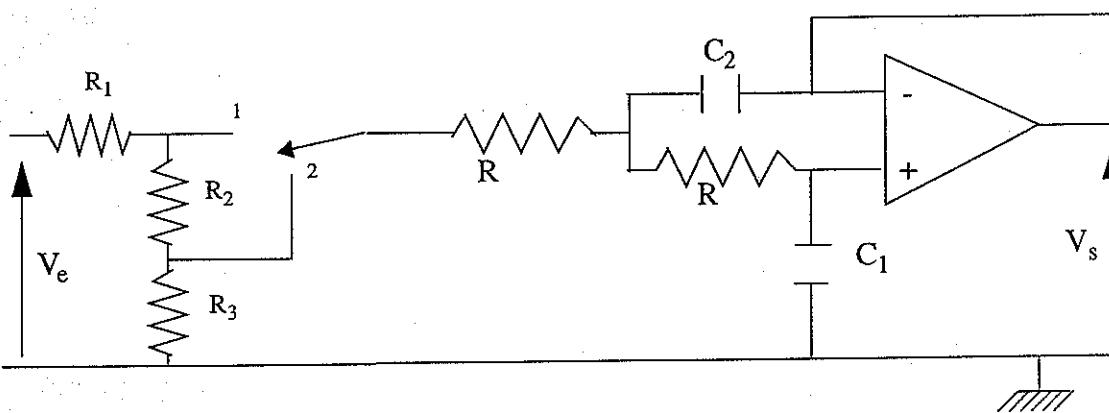


figure 41 Filtre passe-bas associé au pont de résistances

G=-40 dB (position 2 figure 41)

$$H_{f_2} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} \cdot (1 - R^2 C_1 C_2 \omega^2 + 2jRC_1\omega) + R_1(1 + jC_2 R\omega)} \quad (96)$$

avec $R_1=180 \text{ k}\Omega$, $R_2=18 \text{ k}\Omega$, $R_3=2 \text{ k}\Omega$

4.1.4. Amplificateur de gain en puissance

Le préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle et l'électromètre de la sonde à relaxation sont tous deux constitués d'un amplificateur opérationnel AD549SH à faible courant de fuite en entrée. Son impédance d'entrée (Z_{mc} en mode commun) est très élevée.

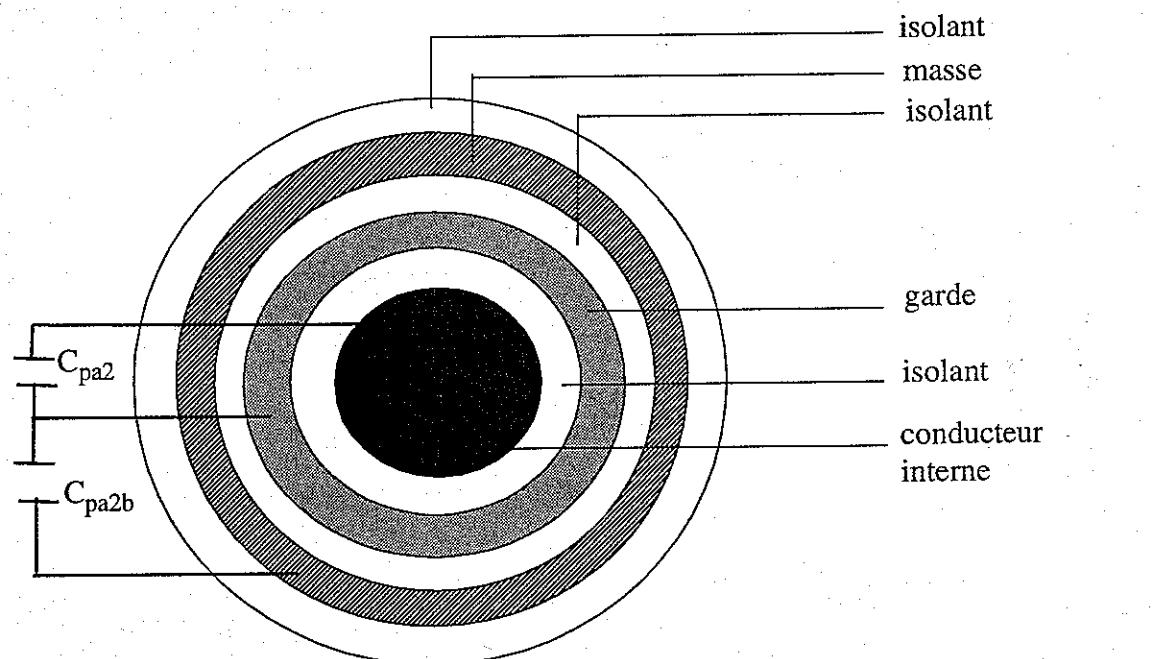


figure 42 Coupe transversale du câble coaxial

On modélise le préamplificateur (figure 43) et l'électromètre (figure 44) avec le câble coaxial. Ils forment un tout indissociable. Dans les deux cas, la gaine intérieure du câble est gardée par la sortie de l'amplificateur opérationnel, tandis que la gaine extérieure est reliée à la masse. Le montage minimise les signaux perturbateurs créés par la faible capacité C_{pa2} qui existe entre le conducteur intérieur du câble coaxial et la garde, ainsi qu'entre la garde et la masse, soit C_{pa2b} (voir schéma du câble).

On utilise un mètre de câble, dont les caractéristiques données par le constructeur sont:

$$C_{pa2} = 88 \text{ pF/m}; C_{pa2b} = 289 \text{ pF/m}$$

4.1.4.1. Préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle.

L'impédance du milieu est très grande, de l'ordre de 10^6 à 10^{11} . Par contre, les signaux récupérés sont très faibles (inférieurs au mV). Le montage utilisé est donc un montage «boots-traps» dont l'impédance d'entrée est très grande et en pratique très supérieure à celle du milieu. Ce montage amplifie le signal récupéré tout en conservant la tension d'entrée (gain en puissance). La rétroaction de la sortie sur l'entrée est contrôlée par un pont de résistances qui, bien ajusté, empêche le système d'osciller (cf annexe). La figure 43 donne le schéma de principe du préamplificateur.

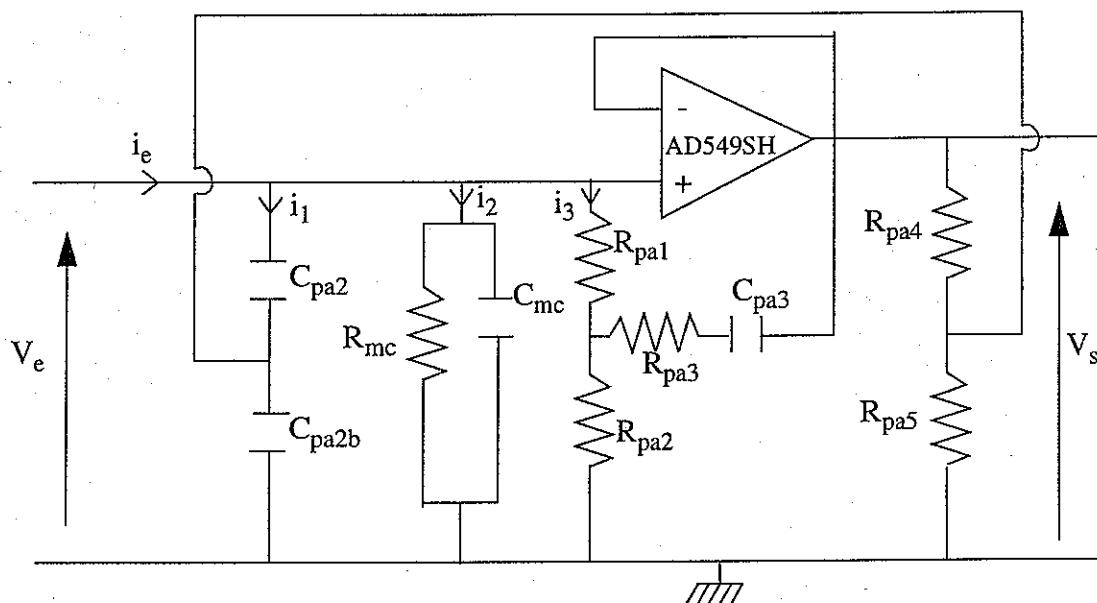


figure 43 schéma de principe du préamplificateur.

Le circuit interne est enrobé pour éviter le dépôt d'humidité sur le préamplificateur, ce qui diminuerait son impédance d'entrée. La résine utilisée est du Solithane C113 et le catalyseur correspondant est du C113 300. La permittivité de ce produit est de 3.3. Seule la variation de la capacité en mode commun de l'amplificateur opérationnel va affecter les caractéristiques du circuit, car cette capacité est très faible et elle est montée en parallèle sur l'entrée. La capacité est multipliée par la constante diélectrique de la colle, soit:

$$C_{mc} = 3,3 C_{mc}$$

Lors de la construction de l'instrument, on teste d'abord le circuit sans enrobage puis seulement ensuite, le circuit tropicalisé.

Calcul de l'impédance d'entrée.

On détermine l'impédance d'entrée pour ensuite la comparer à celle des électrodes plongées dans le milieu et en déduire la fonction de transfert de l'instrument.

$$Z_e = \frac{V_e}{i_e}$$

$$i_e = i_1 + i_2 + i_3 = Y_{e1} V_e + Y_{e2} V_e + Y_{e3} V_e$$

$$Z_e = \frac{1}{Y_{e1} + Y_{e2} + Y_{e3}} \quad (97)$$

$$\text{avec } Y_{e1} = \frac{j\omega R_{pa4} C_{pa2} (j\omega R_{pa5} C_{pa2b} + 1)}{R_{pa4} + R_{pa5} + R_{pa4} R_{pa5} (C_{pa2} + C_{pa2b}) j\omega}$$

où ω est la fréquence angulaire du signal reçu (en rad/s)

$$Y_{e3} = \frac{j\omega R_{pa3} C_{pa3} + 1}{R_{pa1} + R_{pa2} + C_{pa3} (R_{pa1} R_{pa2} + R_{pa1} R_{pa3} + R_{pa2} R_{pa3}) j\omega}$$

$$Y_{e2} = \frac{1}{R_{mc}} + jC_{mc}\omega$$

Le détail des calculs est donné en Annexe 3.

Les valeurs des composants sont les suivantes: $C_{pa3}=5 \mu F$; $R_{pa1}=10 M\Omega$; $R_{pa2}=10 M\Omega$; $R_{pa3}=3 k\Omega$; $R_{pa4}=51 \Omega$; $R_{pa5}=51 k\Omega$

4.1.4.2. Electromètre de la sonde à relaxation.

C'est un montage suiveur qui est utilisé. La sortie de l'amplificateur opérationnel est ramenée sur la broche négative et on a une résistance R_L entre la broche positive et le câble coaxial. La sortie est filtrée avant d'être ramenée sur la garde du câble. Le filtre est celui décrit précédemment. Sa fréquence de coupure est de 668 Hz. Le schéma de principe de l'électromètre est donné par la figure 44.

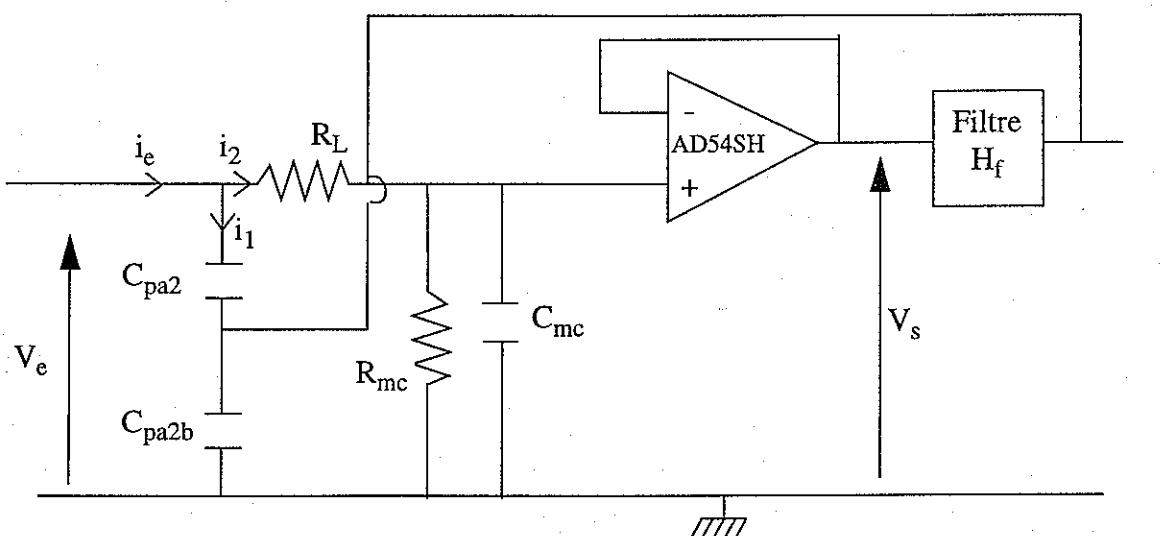


figure 44 Schéma de principe de l'électromètre

Calcul de la fonction de transfert

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_{mc}}{Z_{mc} + R_L} \quad \text{avec} \quad Z_{mc} = \frac{R_{mc}}{1 + j\omega R_{mc} C_{mc}} \quad \text{où } \omega \text{ est la fréquence angulaire (en rad/s)}$$

Calcul de l'impédance d'entrée

$$Z_{eL} = \frac{V_e}{i_e}$$

$$i_e = i_1 + i_2 \quad \text{avec} \quad i_1 = \frac{V_e - H_f V_s}{Z_{c2}} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{V_s}{Z_{mc}}$$

$$\text{où} \quad Z_{c2} = \frac{1}{j\omega C_{pa2}}$$

soit

$$Z_{eL} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_p + R_1} \left(1 - \frac{Z_p H_f}{Z_{c2}} \right)} \quad (98)$$

4.1.5. Electrodes

La capacité des électrodes varie en fonction du milieu dans lequel elles sont plongées.

$$C = C_0 \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{avec} \quad \epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{j\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right)$$

L'impédance équivalente est:

$$Z = \frac{1}{jC\omega} = \frac{1}{j\omega C_0 + \frac{C_0 \sigma}{\epsilon_0 \omega}} \quad (99)$$

Une électrode de capacité C_0 dans le vide, lorsqu'elle est plongée dans un milieu de permittivité relative ϵ , peut être modélisée par une capacité C_0 en parallèle avec une résistance R_0 telle que:

$$R_0 = \frac{\epsilon_0 \omega}{\sigma C_0}$$

La capacité à vide de l'électrode est une constante qui dépend de la forme de l'électrode, par contre la résistance R_0 dépend à la fois de la forme de l'électrode et de la conductivité σ du milieu traversé. L'impédance d'entrée des sondes est prise assez grande pour que la gamme de mesures réalisables soit la plus large possible.

4.1.5.1. Electrodes de la sonde quadripolaire.

La modélisation des électrodes du quadripôle se fait en fonction des caractéristiques du milieu dans lequel elles sont plongées. Le courant i injecté dans le milieu dépend essentiellement de la capacité de couplage rajoutée en série sur chacune des électrodes émettrices. Il est supposé constant. On note V_e le potentiel aux bornes de chacune des électrodes émettrices. On considère que le milieu est un générateur de tension et on note V_r le potentiel qui se propage jusqu'à l'une des électrodes réceptrices. Le potentiel V_r est donné par l'équation (5) du chapitre 2.1.1., page 38.

$$V_r = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad \text{avec } q = V_e C_e \quad (100)$$

Le potentiel V_r est donc assimilé à une source de tension dont la résistance interne est celle de l'électrode plongée dans le milieu. L'impédance d'entrée Z_e du préamplificateur s'ajoute en parallèle sur chacune des électrodes réceptrices. On obtient alors le schéma équivalent de la figure 45. Pour bien différencier les spécifications des émetteurs de celles des récepteurs, on détermine les fonctions de transfert respectives.

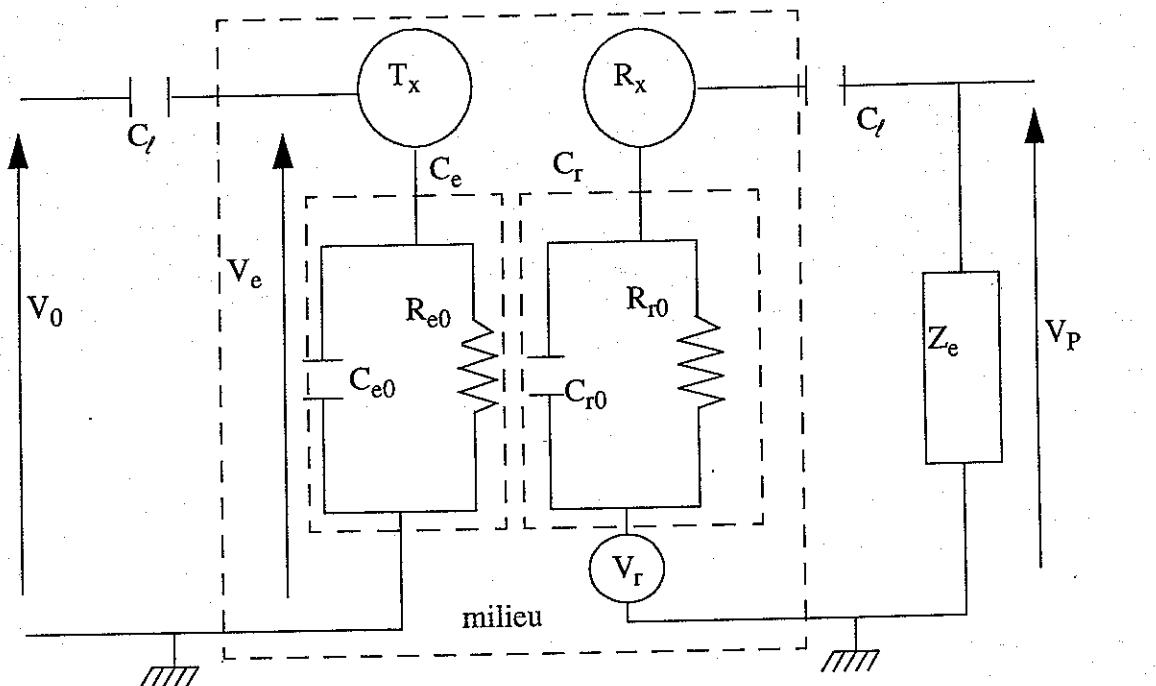


figure 45 Modélisation des électrodes de la sonde quadripolaire.

Emetteurs

La fonction de transfert de l'électrode émettrice dépend d'une part de l'impédance de l'électrode mais aussi de la longueur efficace de l'antenne. Nous avons vu au chapitre 3.3.1.3, page 79 que la proximité du vaisseau par rapport aux électrodes, perturbe le potentiel d'espace au niveau des électrodes par rapport à la valeur non perturbée. L'estimation théorique de cet effet obtenue dans ce même chapitre est de $\delta = 17,5\%$. La différence de potentiel V'_r entre les électrodes réceptrices est telle que:

$$V'_r = \delta \cdot V_r$$

$$V_e = \frac{C_t}{C_e + C_t} V_0$$

$$\text{et } V'_r = \delta \cdot \frac{C_e V_e}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

d'où $\frac{V'_r}{V_e} = \delta \cdot \frac{C_e C_t}{C_e + C_t} \cdot \frac{V_0}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$ (101)

La figure 46 donne la fonction de transfert V'_r/V_e pour une valeur donnée de la conductivité électrique (σ_e) du milieu.

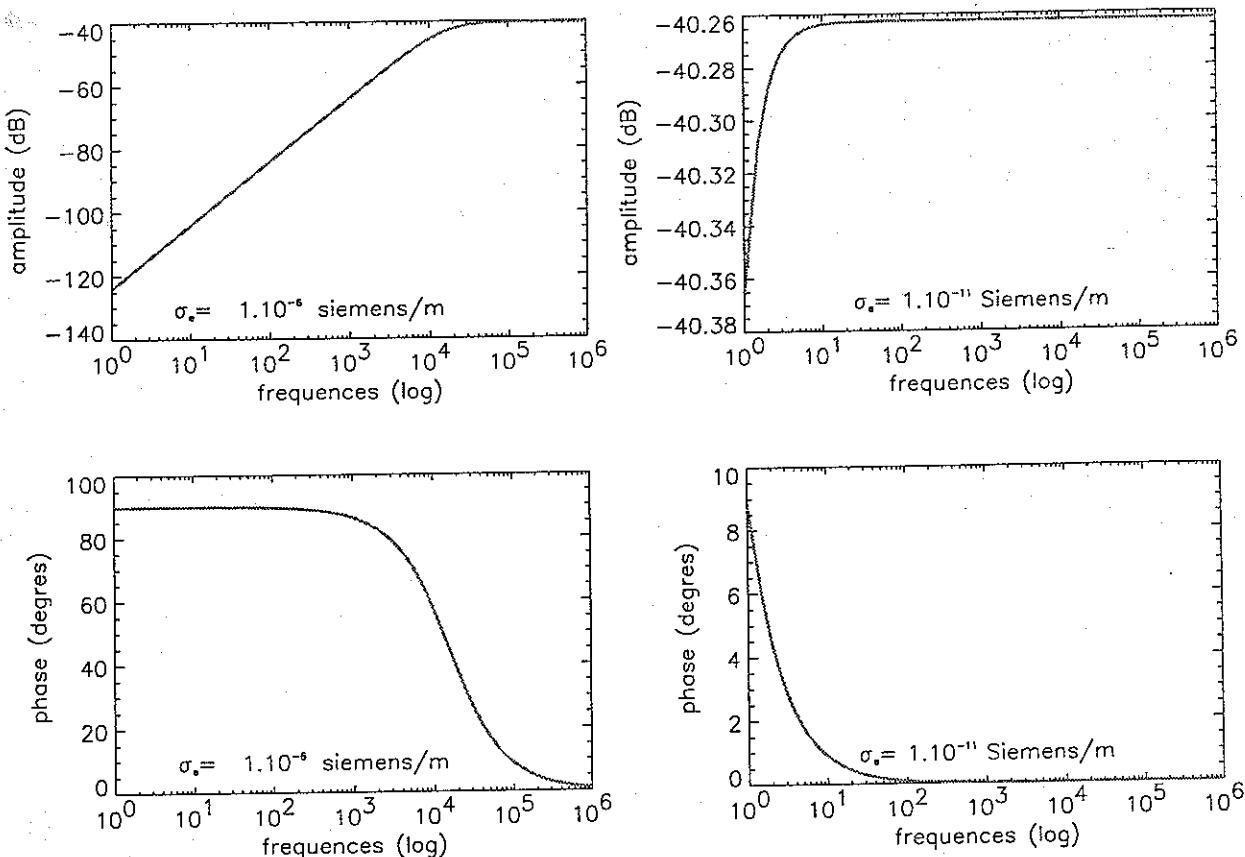


figure 46 .fonction de transfert V'_r/V_e en fonction de la conductivité électrique du milieu

Récepteurs

La fonction de transfert théorique des récepteurs résulte de la perte d'insertion sur l'impédance d'entrée.

$$\frac{V_p}{V_R} = \frac{Z_e}{Z_e + Z_{eq1}} \text{ avec } Z_{eq1} = \frac{1}{j\omega C_{eq1}} \text{ et } C_{eq1} = \frac{C_r \times C_t}{C_r + C_t} \quad (102)$$

Les capacités, C_e de l'émetteur et C_r du récepteur, dépendent de la forme des électrodes. Ce sont des anneaux de rayons respectifs a_e ($a_e=35$ mm) et a_r ($a_r=50$ mm) et de section e ($e=2$ mm). La capacité propre d'un anneau est donnée au chapitre 2.1.1.1, page 38 par la formule [Béghin, 1992]:

$$C_e \approx \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon \cdot a_e}{\ln\left(\frac{8a_e}{e}\right)} \quad (\text{F}) \text{ soit } C_e = 2,5 \text{ pF} \quad (103)$$

$$\text{et } C_r \approx \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon \cdot a_r}{\ln\left(\frac{8a_r}{e}\right)} \quad (\text{F}) \text{ soit } C_r = 3,3 \text{ pF} \quad (104)$$

La (101) représente la fonction de transfert des électrodes réceptrices. Contrairement au cas des électrodes émettrices, cette fonction de transfert varie très peu en fonction de la conductivité électrique (σ_e) du milieu.

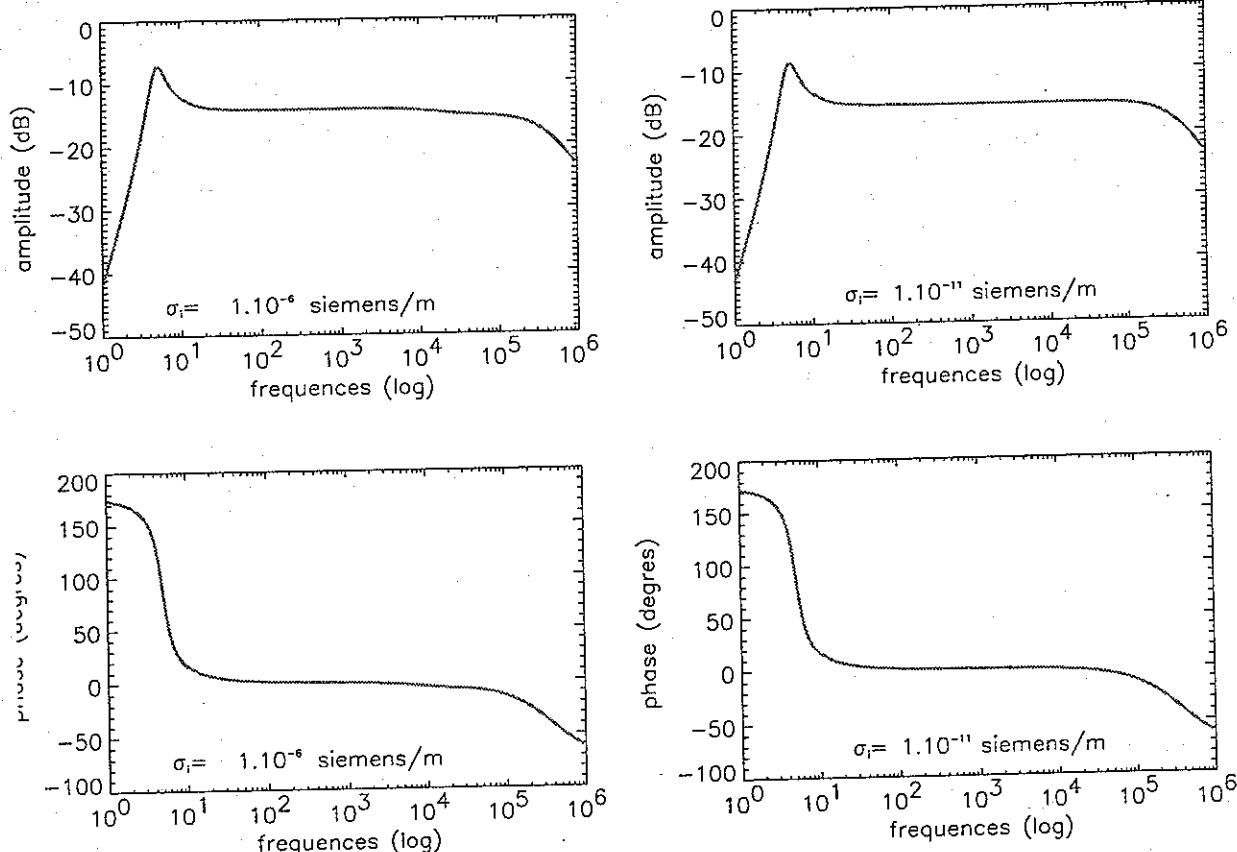


figure 47 Fonction de transfert des électrodes réceptrices de la sonde quadripolaire

4.1.5.2. Electrodes de la sonde à relaxation.

On assimile le milieu à un générateur de tension V_{RL} dont l'impédance d'entrée est donnée par l'impédance de l'électrode de relaxation plongée dans ce même milieu.

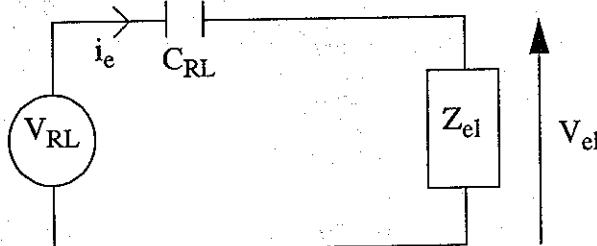


figure 48 Modélisation des électrodes de relaxation.

La fonction de transfert est:

$$\frac{V_{el}}{V_{RL}} = \frac{Z_{el}}{Z_{el} + Z_c} \text{ où } Z_c = \frac{1}{jC_{RL}\omega} \quad (105)$$

Z_{el} est l'impédance d'entrée de l'électromètre, elle est donnée par la formule (98). (106)

Les électrodes de relaxation sont des disques plats, de rayon a_{RL} ($a_{RL}=32,5$ mm) dont la capacité est, d'après [Durant, 1961]:

$$C_{RL} = 8a_{RL}\epsilon \quad (107)$$

où ϵ dépend de la conductivité ionique σ_i du milieu. La fonction de transfert pour une valeur donnée de σ_i est représentée sur la figure 49.

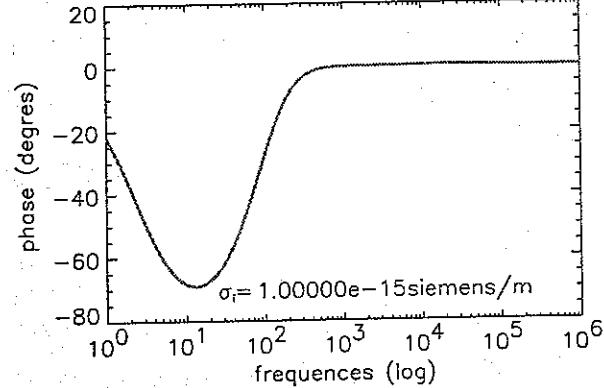
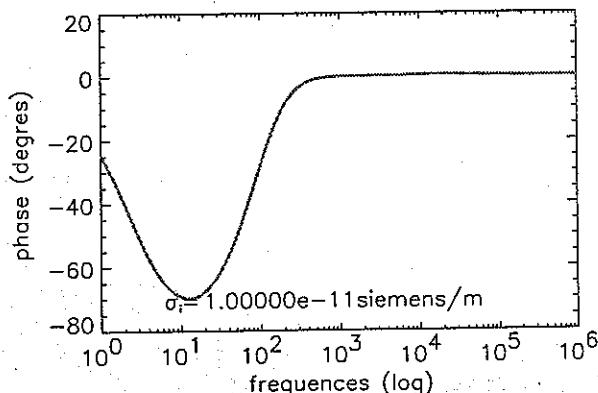
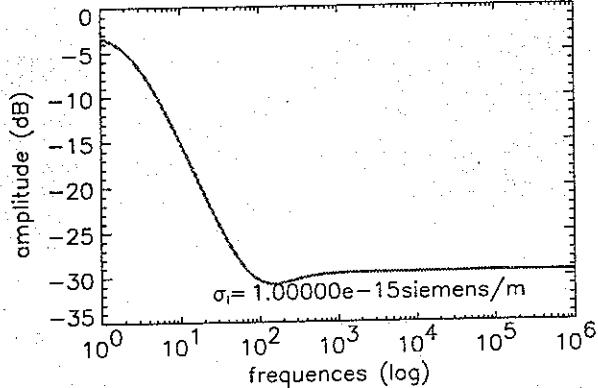
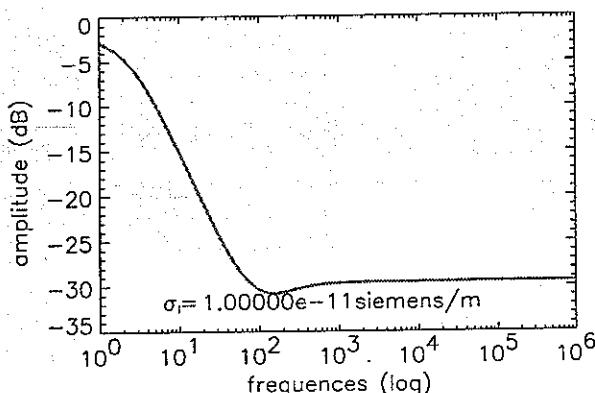


figure 49 Fonction de transfert des électrodes de relaxation

4.1.6. Amplificateurs de gain en tension

La chaîne de mesure comporte deux amplificateurs de gain en tension:

- l'un est situé dans la chaîne de traitement des données après le multiplexeur (voir synoptique général de la figure 15 du chapitre 2.2.1., page 44). Son gain est de 1/3. Il abaisse les signaux pour éviter qu'ils ne soient écrêtés lors de la conversion analogique-numérique.

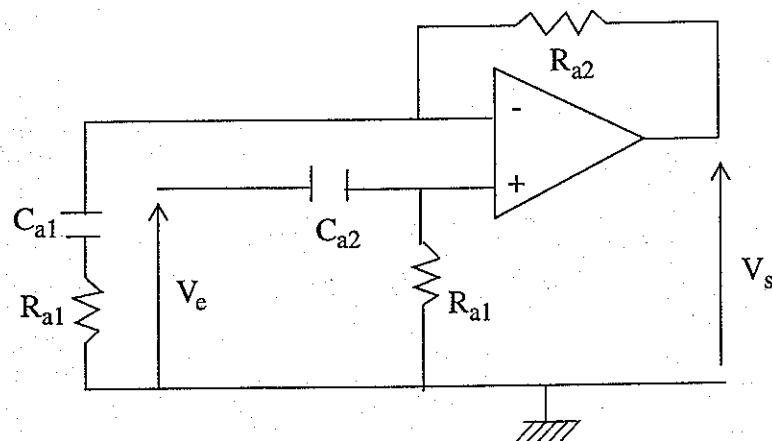


figure 50 Schéma équivalent de l'amplificateur de la chaîne de réception de la sonde quadripolaire

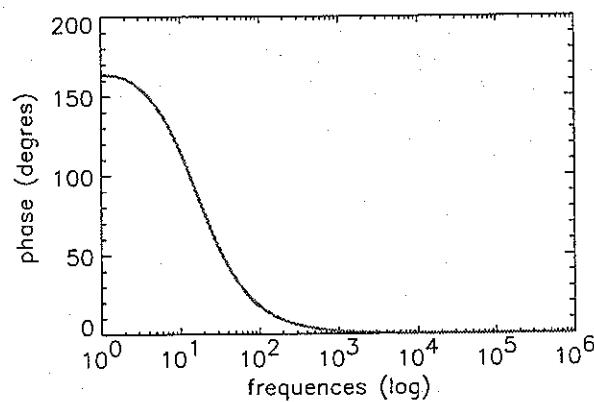
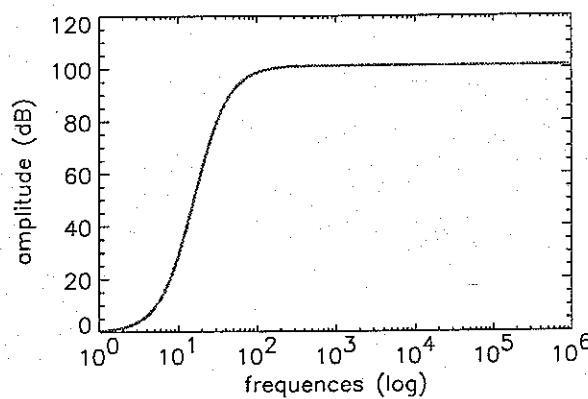


figure 51 Fonction de transfert de l'amplificateur en tension de la sonde quadripolaire

- l'autre est situé dans la chaîne de réception de la sonde à impédance mutuelle (figure 50) et sert à amplifier certains signaux faibles détectés par les électrodes Rx₁ et Rx₂. Sa fonction de transfert est:

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_{a1}(Z_{a1} + R_{a2})}{Z_{a1}^2} \text{ avec } Z_{a1} = R_{a1} + \frac{1}{jC_{a1}\omega}$$

Les valeurs des composants sont les suivantes:

$$R_{a1}=10\text{ k}\Omega; R_{a2}=1\text{ M}\Omega; C_{a1}=C_{a2}=1\mu\text{F}$$

La figure 51 donne la fonction de transfert de cet amplificateur en tension.

4.1.7. Conclusion

La décomposition élément par élément de la chaîne électronique de mesure donne une vue d'ensemble sur le comportement de l'instrument lors du passage des signaux. De cette étude générale, on déduit plus facilement les points critiques de l'instrument, qui a priori, vont réduire sa sensibilité. Chacun de ces points est étudié dans les sous chapitres suivants.

4.2. Bruits de fond internes

Le bruit de fond des équipements électroniques est lié aux fluctuations spontanées qui affectent une grandeur électrique (tension, courant ou champ) dans les divers composants actifs ou passifs des circuits. Ces fluctuations sont dues au caractère particulier de l'électricité et en particulier au fait que les grandeurs précédentes dépendent de mouvements désordonnés de charges élémentaires. Ces charges sont généralement en très grand nombre et leur action globale nous apparaît comme constante et continûment variable.

Toutefois, chaque particule étant animée d'un mouvement aléatoire, la grandeur électrique considérée fluctue également de manière aléatoire autour de sa valeur moyenne. Ces fluctuations spontanées dans les composants sont d'origine interne et constituent comme tels une limitation de base à la transmission d'une information sous forme électrique.

4.2.1. Caractérisation du bruit de fond

On ne peut se protéger totalement contre les bruits internes puisqu'ils trouvent leurs origines dans les équipements électroniques eux-mêmes. On cherche alors à réaliser des dispositifs «les moins bruyants» possible dont on cherche à caractériser le niveau de bruit moyen. Pour ce faire, on recherche les différentes sources de bruit interne ainsi que les lois qui les régissent.

4.2.1.1. Modélisation mathématique du bruit

Le modèle mathématique qui sert à traiter des problèmes de bruit est celui du processus aléatoire. Les sources usuelles de bruit peuvent être représentées par des processus $b(t)$ stationnaires et ergodiques. L'espérance mathématique est alors égale à la moyenne temporelle:

$$\bar{b}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} b(t) dt \right]$$

et le moment d'ordre deux est égal à la moyenne temporelle du carré:

$$\overline{b^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} (b - \bar{b})^2(t) dt \right]$$

$\sigma = \sqrt{\overline{b^2(t)}}$ est appelée valeur quadratique moyenne ou encore écart type.

Si maintenant, on fait passer le bruit $b(t)$ dans une chaîne électronique de fonction de transfert $H(f)$, le bruit $b_s(t)$ en sortie aura comme densité spectrale:

$$b_s(f) = |H(f)|^2 \cdot b(f) \quad \text{où } b(f) \text{ est la transformée de Fourier du bruit } b(t).$$

La puissance P_{bs} du bruit de sortie est donc égale à:

$$P_{bs} = \int_{-\infty}^{\infty} b_s(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 b(f) df$$

D'autre part, nous ferons dans tous les cas, l'hypothèse d'un bruit blanc, ce qui signifie que sa moyenne temporelle est nulle et que sa densité spectrale est uniforme.

Soit: $b(f) = b$

En pratique, cette notion ne s'applique qu'à une bande finie Δf de fréquence: on parle dans ces conditions de bruit blanc à spectre borné. La puissance moyenne du bruit blanc borné est alors

équivalente à: $P_b = b \cdot \Delta f = \sigma^2$

et la puissance moyenne du bruit en sortie de la chaîne électronique de fonction de transfert $H(f)$ est donnée par:

$$P_{bs} = 2 \cdot b \cdot B_n |H_{max}(f)|^2$$

avec $B_n = f_{max} - f_{min}$ pour un filtre passe-bande $[f_{min}, f_{max}]$ idéal

$$B_n = \frac{\pi}{2} f_c \text{ pour un filtre passe-bas du premier ordre, de fréquence de coupure } f_c$$

$$B_n = \frac{1}{2|H_{max}(f)|^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad \text{dans le cas général}$$

4.2.1.2. Origine des bruits de fond internes

Les bruits internes à l'appareil de mesure se manifestent en présence ou non du signal utile. Les sources principales de bruit d'origine interne sont:

- le bruit thermique ou bruit de Johnson, qui apparaît dans les résistances. Il est dû à l'agitation thermique des électrons dans les conducteurs et augmente donc avec la température.
- le bruit de grenaille ou bruit Schottky, qui apparaît dans les sources de courant électronique (diode, transistor, tube...). Il est dû à l'émission discrète des porteurs de charge qui s'accompagne inévitablement de fluctuations.
- le bruit de scintillation (en anglais: flicker noise) qui apparaît aussi bien dans les tubes que dans les transistors; il est à variation lente; c'est la raison pour laquelle il prédomine en basse fréquence, d'où son appellation de bruit en $1/f$. On l'attribue à des inhomogénéités dans la réalisation des composants: très marqué dans les composants de technologie ancienne (tubes), il est plus faible pour les transistors à jonction et devient, dans la plupart des cas, négligeable pour les transistors à effet de champ (F.E.T).
- le bruit de génération recombinaison et le bruit en crêteau (burst noise ou popcorn noise en anglais) rencontrés particulièrement dans les circuits intégrés monolithiques et expliqués par des variations erratiques du gain qui créent un courant additionnel de bruit dans les bases des transistors.

4.2.1.3. Bruit de fond des résistances

La théorie montre que le bruit thermique ne prend sa source que dans les résistances et que les réactances (inductances et capacités) réalisées de manière parfaite (inexistence de perte ohmique) ne produisent aucun bruit.

D'un point de vue théorique, la thermodynamique statistique permet d'établir que les électrons, par leur agitation thermique dans un conducteur à la température T , constituent un générateur de bruit. On détermine la force électromotrice de bruit (e_R) dans une bande Δf sous forme quadratique moyenne. On obtient l'égalité:

$$\sqrt{e^2} = 2\sqrt{K \cdot T \cdot \Delta f \cdot R} \quad \text{où} \quad K = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ joule/kelvin}$$

connue sous le nom de relation de Nyquist. De manière générale, on sait qu'une résistance de $100 \text{ k}\Omega$ génère un bruit de 40 nV rms dans une bande passante de 1Hz . La tension de bruit générée par d'autre résistance dans d'autre bande passante peut être calculée en se souvenant que le bruit est proportionnel à la racine carrée de la résistance et de la bande passante, telle que:

$$e_R (\text{rms}) = (40 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}) \left(\sqrt{\frac{R}{100 \text{ k}\Omega} (\Delta f)} \right)$$

Remarque: Pour convertir le bruit rms en bruit crête-crête, on applique un facteur de conversion de $6,6 \mu\text{V (p-p)}/\mu\text{V(rms)}$.

4.2.2. Evaluation du bruit de fond générée par la chaîne électronique

Les signaux détectés par chacune des sondes sont des signaux de faible niveau provenant d'un milieu d'impédance très élevée. L'insertion du bruit dans le signal utile se fait donc principalement lors du passage dans le premier étage amplificateur de la sonde. On cherche alors à connaître le bruit généré par le préamplificateur de la sonde quadripolaire et celui généré par l'électromètre de la sonde à relaxation. Ces deux étages utilisent le même amplificateur opérationnel. Les caractéristiques de l'AD549SH en ce qui concerne les sources de courant et de tension de bruit sont données par le constructeur (tableau 4, page 111). On schématisé ces défauts par des générateurs de courant délivrant des courants (i_n) et un générateur de tension délivrant la tension e_n . Ces générateurs débitent dans un amplificateur, alors supposé idéal.

Les sources de bruit peuvent être représentées comme sur la figure 52.

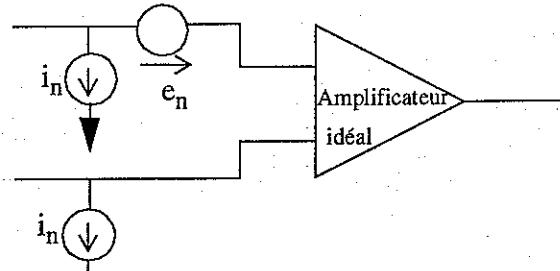


figure 52 Courant et tension de bruit dans l'AD549SH

Tableau 4. Valeur du courant et de la tension de bruit

fréquence	e_n	i_n
0,1 à 10 Hz	$4 \mu\text{V p-p}$	$0,5 \text{ fA.rms}$
10 Hz	$90 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$	
100 Hz	$60 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$	
1 kHz	$35 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$	$0,16 \text{ fA} / \sqrt{\text{Hz}}$
10 kHz	$35 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$	

4.2.2.1. Préamplificateur de la sonde quadripolaire

La figure 53 illustre le calcul du bruit généré par le préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle. Les capacités sont considérées comme des composants parfait qui ne génèrent pas de bruit thermique. La capacité C_{pa3} est une capacité de découplage (figure 43). Son impédance est très faible devant celle du pont de résistance (R_{pa1} et R_{pa2}). On peut donc l'assimiler à un court circuit dans la bande de fréquence qui nous intéresse. Il en est de même pour la résistance R_{pa3} qui est très petite devant R_{pa1} et R_{pa2} . Le bruit thermique qu'elle génère est négligeable devant celui généré par les autres résistances. On peut supprimer cette source au niveau du schéma équivalent. Le bruit dans les résistances est modélisé par une source électromotrice en série avec la résistance considérée. On a:

$$e_{R1} (\text{rms}) = (40 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}) \left(\sqrt{\frac{R_{pa1}}{100 \text{k}\Omega}} (\Delta f) \right) \quad \text{pour la résistance } R_{pa1} \quad (108)$$

$$e_{R2} (\text{rms}) = (40 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}) \left(\sqrt{\frac{R_{pa2}}{100 \text{k}\Omega}} (\Delta f) \right) \quad \text{pour la résistance } R_{pa2} \quad (109)$$

$$e_{R3} (\text{rms}) = (40 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}) \left(\sqrt{\frac{R_{pa3}}{100 \text{k}\Omega}} (\Delta f) \right) \quad \text{pour la résistance } R_{pa3}. \quad (110)$$

La bande passante du préamplificateur est limitée par celle du filtre correcteur de la chaîne de réception. Ce filtre est un passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 18,4 \text{ kHz}$. Il faut donc remplacer Δf par $\frac{\pi}{2}(2f_c)$ dans chacune des équations précédentes. On en déduit la valeur des bruits liés à chaque résistance:

$$e_{R1} = 96,17 \mu\text{V} ; \quad e_{R2} = 96,17 \mu\text{V} ;$$

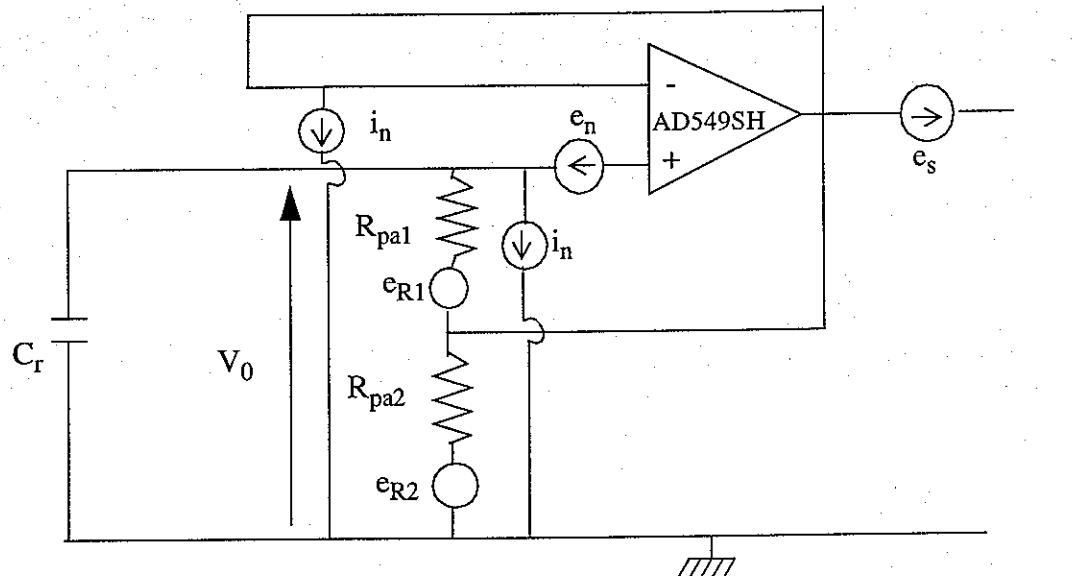


figure 53 Modélisation des sources de bruit dans le préamplificateur de la sonde quadripolaire

Calcul du bruit en sortie du montage

On note e_s le bruit en sortie du montage et e_{in} celui mesuré à l'entrée. V^+ est la différence de potentiel existant entre l'entrée positive de l'amplificateur et la masse (respectivement V^- pour l'entrée négative).

$$e_s = A(V^+ - V^-) \quad \text{où } A \text{ est le gain réel de l'amplificateur opérationnel.}$$

$$V^+ = V_0 - e_n$$

$$V^- = e_s$$

$$\text{On en déduit: } e_s = A(V_0 - e_n - e_s)$$

$$V_0 = \frac{Z_r}{Z_r + R_{pa1}} (R_{pa1} i_n + e_s + e_{R1}) \quad \text{avec } Z_r = \frac{1}{jC_r W}$$

Comme le gain réel de l'amplificateur est très grand, on a:

$$e_s \rightarrow \frac{R_{pa1} - Z_r}{R_{pa1}} e_n + Z_r i_n + e_{R1} \frac{Z_r}{R_{pa1}}$$

Or les bruits sont considérés comme des variables aléatoires indépendantes les unes des autres, et donc non corrélées. Le carré du bruit en sortie de l'étage amplificateur est la somme des carrés des bruits individuels.

$$e_s^2 = \left(\frac{R_{pa1} - Z_r}{R_{pa1}} \right)^2 e_n^2 + Z_r^2 i_n^2 + e_{R1}^2 \left(\frac{Z_r}{R_{pa1}} \right)^2$$

L'écart type du bruit est alors:

$$\sigma = \sqrt{e_s^2} \text{ en } V/\sqrt{\text{Hz}}$$

Le spectre du bruit n'est pas totalement uniforme (figure 54). Il dépend à la fois de la fréquence des signaux détectés et de la conductivité électronique du milieu. Le bruit augmente rapidement aux basses fréquences (inférieures à 10Hz) lorsque la conductivité du milieu diminue. Seuls les signaux de forte amplitude peuvent alors être détectés.

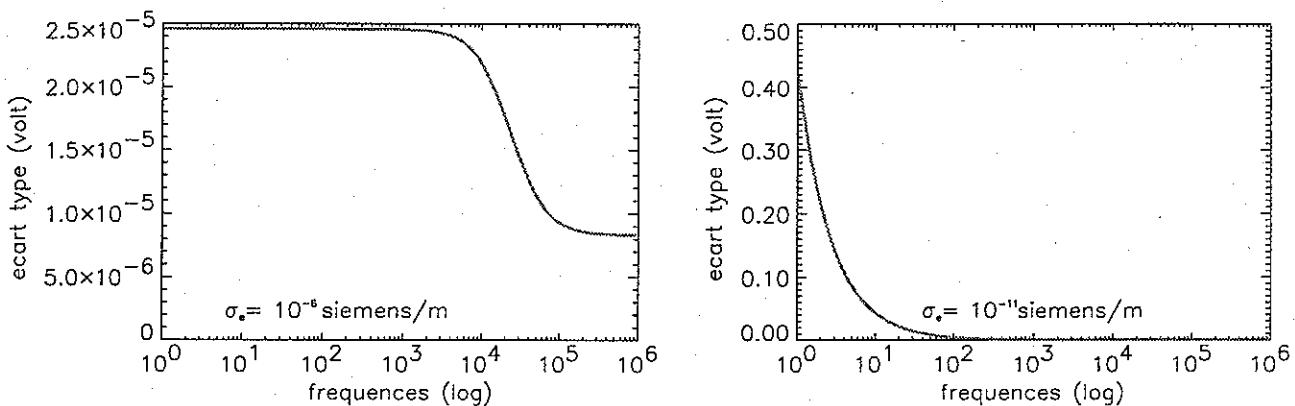


figure 54 Spectre du bruit en sortie du préamplificateur

4.2.2.2. Electromètre de la sonde à relaxation en régime permanent

La figure 55 illustre le calcul du bruit généré par l'électromètre de la sonde à relaxation. Comme dans le cas de la sonde quadripolaire, les capacités sont remplacées par des courts circuits. Le bruit dans la résistance R_L est modélisé par une source électromotrice en série telle que:

$$e_R (\text{rms}) = (40 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}) \left(\sqrt{\frac{R_L}{100 \text{k}\Omega}} (\Delta f) \right) \quad (111)$$

Le filtre passe-bas situé juste après l'électromètre a une fréquence de coupure (f_c) de 668Hz.

Comme il s'agit d'un filtre passe-bas, il faut remplacer Δf par $\frac{\pi}{2} (2f_c)$ dans l'équation (111). Ce qui donne:

$$e_R = 18,3 \mu\text{V}$$

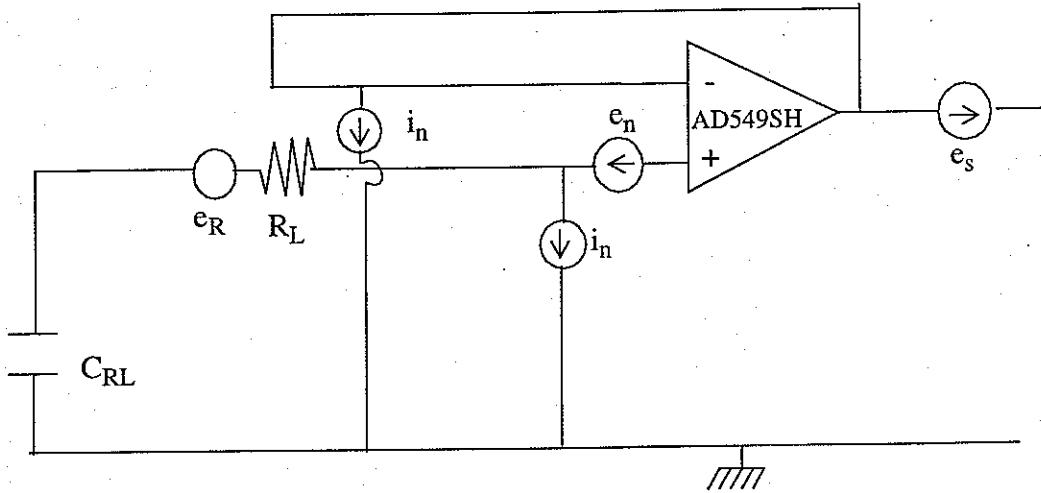


figure 55 Modélisation des sources de bruit de l'électromètre de la sonde à relaxation

Calcul du bruit en sortie du montage

Le carré du bruit en sortie de l'électromètre est la somme des carrés des bruits individuels:

$$e_s^2 = e_R^2 + \left(R_L + \frac{1}{jC_{RL}w} \right)^2 i_n^2 \pi f_c + e_n^2 \pi f_c \quad (112)$$

La tension de bruit e_n générée par l'amplificateur est très faible devant le bruit thermique produit par la résistance ainsi que devant le courant de bruit. La tension de bruit est donc négligeable.

La figure 56 représente les variations de l'écart type du bruit en fonction de la fréquence des signaux. Pour des fréquences très faibles, inférieures à 1Hz, les variations de l'écart type du bruit dépendent essentiellement de l'impédance de l'électrode de mesure plongée dans le milieu. Plus la conductivité ionique du milieu est faible plus le bruit qui s'ajoute aux signaux continus augmente rapidement. On atteint rapidement les limites de détection de la sonde à relaxation. Les seuls champs continus mesurables sont ceux qui ont une amplitude supérieure aux bruits.

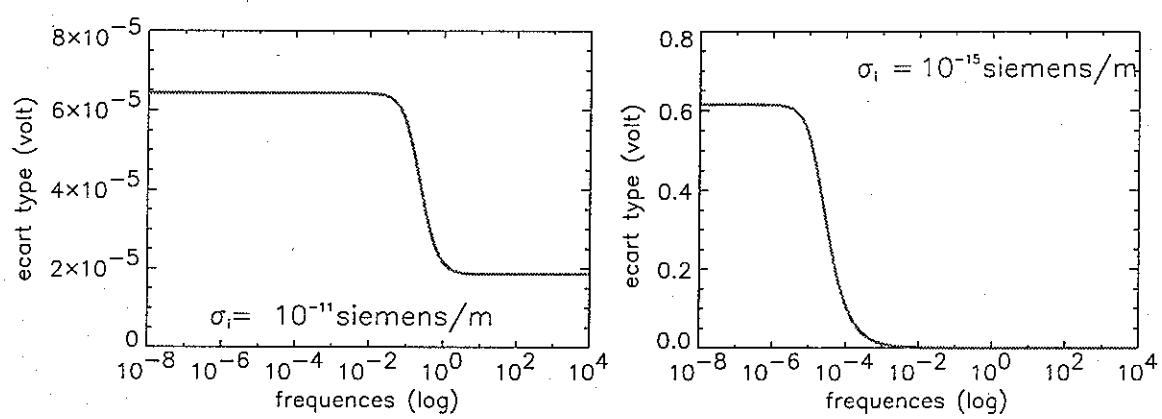


figure 56 Bruit généré par la sonde à relaxation lors des mesures de champ continu

4.3. Etude du régime transitoire de la sonde à relaxation

La sonde à relaxation sert à déterminer la conductivité ionique du milieu dans lequel l'instrument est plongé. On cherche dans ce chapitre à connaître la précision de ce système de mesure d'une part en comparant la réponse de l'instrument à la réponse théorique de l'instrument et d'autre part en déterminant les courants de fuite.

4.3.1. Réponse à un échelon

Les seuls éléments de la chaîne de mesure intervenant de manière significative dans la courbe de réponse de l'instrument à un échelon de tension, sont l'électromètre et le système formé par les électrodes plongées dans le milieu ionisé.

Si on tient compte des décalages, l'amplificateur opérationnel, de gain infini A est caractérisé par une impédance d'entrée en mode commun Z_{mc} . Aux basses fréquences qui caractérisent la mesure, l'impédance d'entrée est purement résistive et est noté R_{mc} . Le schéma équivalent du montage en régime transitoire est alors donné par la figure 57.

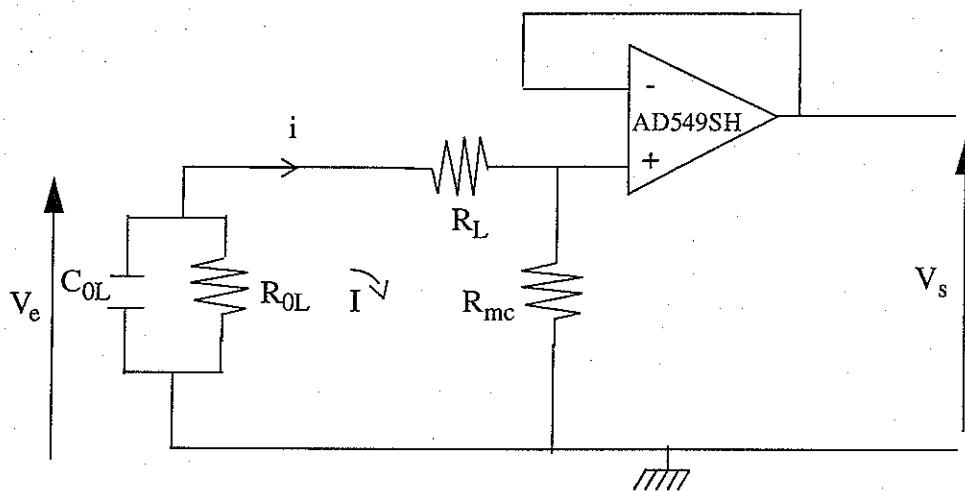


figure 57 Schéma équivalent en régime transitoire

Détermination de la tension d'entrée

Dans la maille I, on a:

$$V_e = (R_L + R_{mc}) \cdot i \text{ avec } i = -\left(C_{0L} \cdot \frac{dV_e}{dt} + \frac{V_e}{R_{0L}} \right)$$

On en déduit l'équation différentielle suivante:

$$V_e + \frac{(R_{mc} + R_L) \cdot C_{0L} \cdot R_{0L}}{R_{mc} + R_L + R_{0L}} \cdot \frac{dV_e}{dt} = 0 \quad (113)$$

A $t=0$, on a $V_e = E = \pm 5V$

La solution générale de l'équation différentielle (113) du première ordre est donnée par:

$$V_e(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } \tau = \frac{(R_{mc} + R_L) \cdot C_{OL} \cdot R_{OL}}{R_{mc} + R_L + R_{OL}} \quad (114)$$

Détermination de la tension de sortie

$$V_s(t) = \frac{R_{mc}}{R_{mc} + R_L} \cdot V_e(t)$$

Or la résistance en mode commun R_{mc} est très grande devant la résistance R_L , il s'en suit que:

$$\frac{R_{mc}}{R_{mc} + R_L} \rightarrow 1$$

Ainsi, la tension de sortie V_s est équivalente à la tension V_e mesurée dans le milieu. La constante de temps τ mesurée ne sera pas affectée par le passage du signal dans l'électromètre.

La figure 58 donne les variations de $V_s(t)$ en fonction du temps pour les valeurs extrêmes de la conductivité ionique σ_i du milieu attendu. Il est prévu de relever le potentiel sur chacune des électrodes à la fréquence de 40 Hz au cours de la première seconde puis à la fréquence de 1Hz pendant les 59 secondes restantes. En connaissance de cause, on s'aperçoit que si la constante de temps τ est trop faible, le signal décroît rapidement et la mesure est impossible.

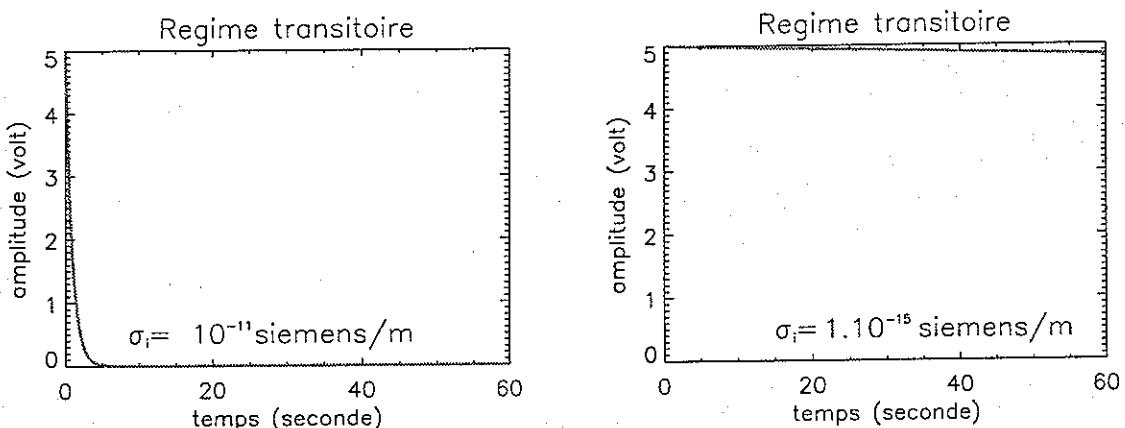


figure 58 Régime transitoire

La pente de la courbe de relaxation, passant par l'origine, coupe aussi l'axe des temps au point de valeur τ (figure 59). On peut se servir de cette caractéristique de la courbe de relaxation pour en déduire la limite supérieure de l'instrument de mesure. Pour connaître la constante de temps, il faut que l'instrument mesure au moins deux points dans l'intervalle $[0,t]$, soit:

$$\tau > 1/40 \quad (115)$$

De l'expression de τ et de celle de la résistance R_{OL} , on en déduit qu'il faut:

$$\sigma_i < 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ Siemens/m}$$

Cette valeur détermine la limite supérieure du domaine de mesure. La limite inférieure va dépendre des variations du bruit par rapport aux variations du signal sur une minute.

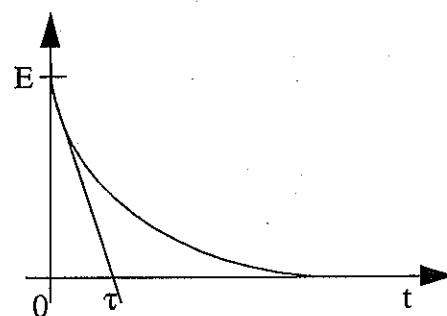


figure 59 Relation entre courbe de relaxation et pente de la courbe

4.3.2. Courant de fuite et bruit dans les résistances

On veut connaître l'impact des courants et tensions de bruit sur la précision de la mesure de la conductivité ionique du milieu. Là aussi on remplace l'amplificateur opérationnel idéal par un amplificateur opérationnel associé à des sources de courant i_n et de tension e_n . Comme précédemment, on néglige la tension de bruit qui est faible devant le produit de la résistance R_L par le courant de bruit. On cherche alors à exprimer la tension de décalage qui s'ajoute en sortie de l'électromètre au régime transitoire.

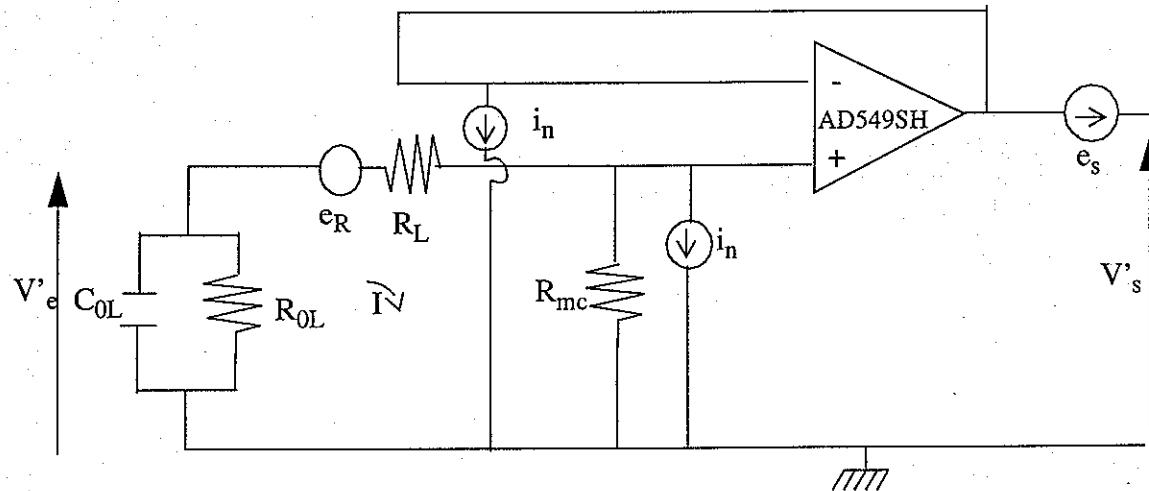


figure 60 Bruit généré par l'électromètre en régime transitoire

Détermination de la tension d'entrée

Dans la maille I, on a:

$$V'_e = (R_L + R_{mc}) \left(-C_{0L} \frac{dV_e}{dt} - \frac{V_e}{R_{0L}} \right) + R_{mc} i_n + e_R$$

On en déduit l'équation différentielle:

$$V'_e + \frac{C_{0L}R_{0L}(R_L + R_{mc})}{R_{0L} + R_L + R_{mc}} \cdot \frac{dV'_e}{dt} = \frac{R_{0L}}{R_{0L} + R_L + R_{mc}} \cdot (R_{mc}i_n + e_R) \quad (116)$$

Une solution particulière de l'équation (116) est:

$$V'_e = \frac{R_{0L}}{R_{0L} + R_L + R_{mc}} \cdot (R_{mc}i_n + e_R)$$

La solution générale se met alors sous la forme:

$$V'_e(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_{0L}}{R_{0L} + R_L + R_{mc}} \cdot (R_{mc}i_n + e_R)$$

où K est une constante qui dépend des conditions initiales.

à $t=0$, on a: $V_e(0) = E = \pm 5V$

d'où la solution générale devient:

$$V'_e(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_{0L}}{R_{0L} + R_L + R_{mc}} \cdot (R_{mc}i_n + e_R) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (117)$$

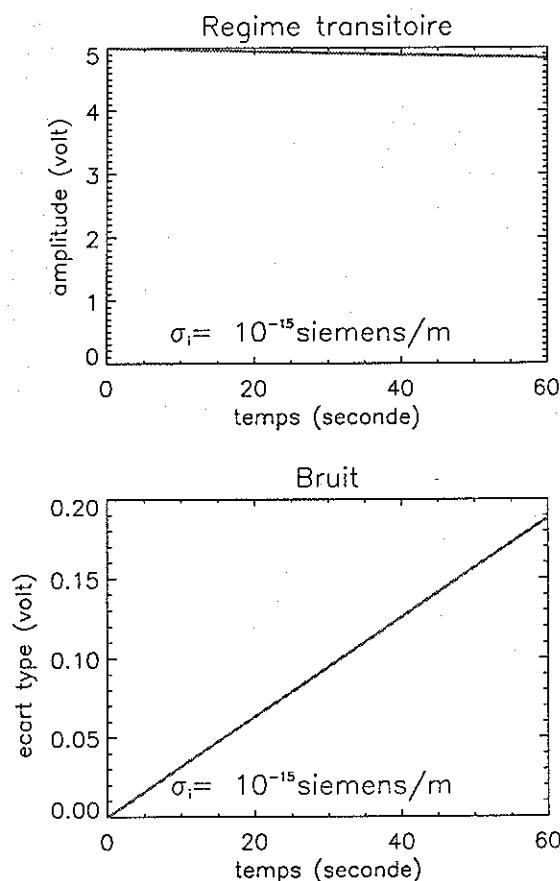


figure 61 Bruit de la sonde à relaxation pour une conductivité ionique(σ_i) donnée

Détermination de la tension de sortie

La tension en sortie de l'amplificateur est donnée par:

$$V_s(t) = A(V^+ - V^-)$$

$$V^+ \approx V'_e(t) \text{ car } \frac{R_{mc}}{R_{mc} + R_L} \rightarrow 1$$

$$\text{et } V^- = V'_s(t)$$

Si on considère que le gain réel A est infini, on a:

$$V'_s(t) \rightarrow E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_{OL}}{(R_{OL} + R_L + R_{mc})} \cdot (R_{mc} i_n + e_R) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (118)$$

$$\text{Ainsi: } V'_s(t) \rightarrow V'_e(t)$$

V'_s contient deux termes. Le premier caractérise le régime transitoire de la sonde à relaxation et est égale à $V_e(t)$. Le second caractérise les variations du bruit qui viennent s'ajouter au signal transitoire en sortie de l'électromètre. On parle de tension de décalage notée e_s . Cette tension est proportionnelle au carré des bruits en sortie de l'électromètre. Elle correspond à l'écart type du bruit en sortie.

$$e_s = \frac{R_{OL}}{(R_{OL} + R_L + R_{mc})} \sqrt{R_{mc}^2 i_n^2 + e_R^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La figure 61 donne une représentation du régime transitoire sur une minute, pour une valeur de la conductivité ionique égale à 10^{-15} siemens/m. La première courbe représente le signal non bruité. La seconde courbe donne les variations de l'écart type du bruit correspondant.

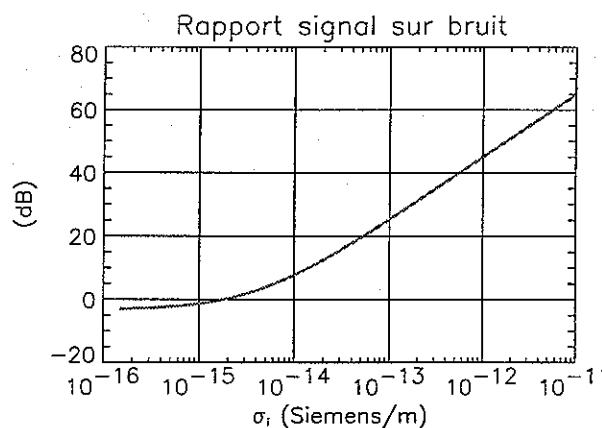


figure 62 Rapport signal sur bruit

La conductivité ionique du milieu est déterminée à partir de la constante de temps correspondant à la variation du potentiel mesuré en fonction du temps. Si les variations du bruit deviennent égales ou supérieures aux variations du potentiel entre chaque point de mesure, il est impossible d'en déduire la constante de temps.

On note ΔV_s , la différence de signal:

$$\Delta V_s = E - V_s(t)$$

On détermine alors le rapport signal sur bruit, tel que:

$$S/B = 20 \cdot \log \frac{\Delta V_s}{e_s} \text{ en dB}$$

$$\text{Or } \frac{\Delta V_s}{e_s} = \frac{E \cdot (R_{OL} + R_L + R_{mc})}{R_{OL} \sqrt{R_{mc}^2 i_n^2 + (e_R)^2}} = f(\sigma_i)$$

Les variations du rapport S/B ne dépendent plus que des variations de la conductivité ionique du milieu. On déduit de la figure 62, que pour des valeurs inférieures à 10^{-14} siemens/m, il devient très délicat d'extraire la constante de temps des mesures effectuées. En effet le rapport S/B devient inférieur à 10 dB, ce qui signifie que les variations du signal d'un point de mesure à l'autre sont de l'ordre du dixième de volt. Ces variations sont d'autant moins significatives qu'elles sont du même ordre de grandeur que les bruits dûs au phénomène d'électrode granuleuse.

4.4. Variation de phase de la permittivité complexe mesurée

Nous avons vu au chapitre 2, que le rapport d'impédance mutuelle mesurée sur l'impédance du vide donne directement accès à la permittivité complexe ϵ du milieu. En effectuant ce rapport, on élimine les déphasages introduits par les différents étages (amplificateur, filtre,...) de la chaîne de mesure.

$$\frac{Z_0}{Z} = \frac{e^{i\theta_1 + \varphi}}{e^{i\theta_2 + \varphi}} = e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

où θ_1 et θ_2 sont les déphasages des signaux mesurés dans le vide et dans le milieu à caractériser et φ est le déphasage ajouté par les différents étages.

Cette hypothèse reste valable tant que les composants de la chaîne conservent leurs valeurs d'une mesure à l'autre et tant que les bruits ne deviennent pas trop grands par rapport au signal mesuré.

Il existe cependant un cas où le simple fait de faire le rapport des impédances mutuelles n'élimine pas le déphasage introduit par l'élément de mesure. Il s'agit du déphasage introduit par l'impédance des électrodes. En effet cette impédance varie en fonction du milieu sondé.

4.4.1. Déphasage introduit par les électrodes

L'analyse des courbes de Bode des électrodes émettrices et réceptrices obtenues au chapitre 4.1.5.1, page 103 révèle la présence d'un déphasage proportionnel à la conductivité du milieu. En effet, l'utilisation d'une capacité de découplage C_t au niveau des électrodes de la sonde quadripolaire permet certes d'injecter dans le milieu un courant indépendant de la conductivité du milieu, mais elle introduit un léger déphasage au niveau du signal transmis.

La relation $\text{Arg}\left(\frac{Z_0}{Z}\right) = f(\sigma_e)$ est quelque peu faussée. On se propose donc de quantifier ce déphasage en fonction de σ_e et d'en déduire un nouvel abaque que l'on pourra prendre pour référence lors du dépouillement des données.

4.4.1.1. Electrodes émettrices.

On cherche à déterminer le déphasage introduit uniquement par les électrodes émettrices. Pour cela, il nous faut connaître le rapport d'impédance mutuelle entre la tension V_r mesurée dans le milieu de permittivité ϵ et celle mesurée dans le vide V_{r0} . Ce rapport est donné par l'équation (12) du chapitre 2.1.1., page 38; soit:

$$\frac{V_{r0}}{V_r} = \frac{C_e + C_t}{C_{e0} + C_t} \text{ où } C_e = C_{e0} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \text{ et } \epsilon = \epsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma_e}{\epsilon_0 \omega}\right)$$

σ_e est la conductivité du milieu et ω la pulsation du signal.

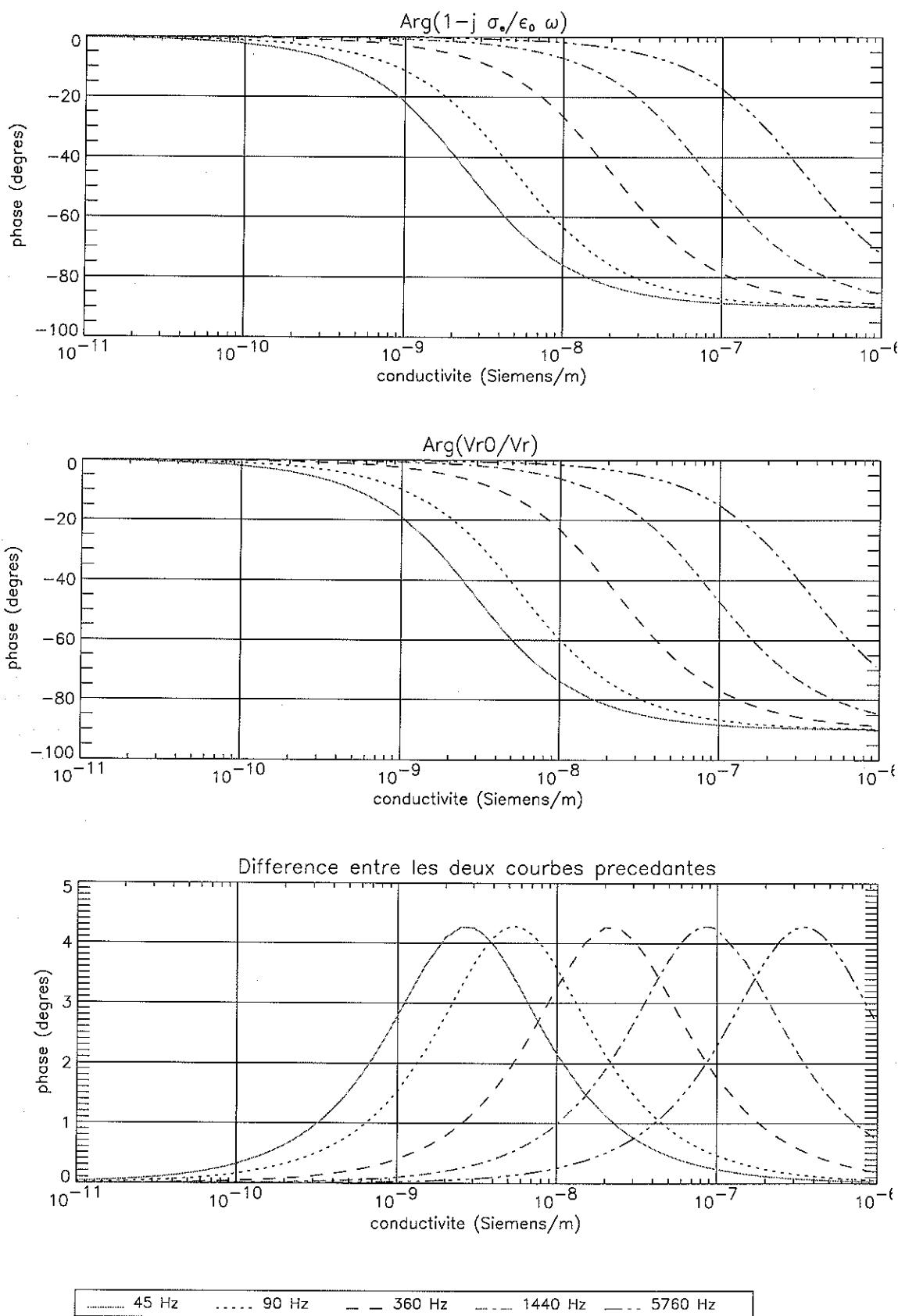


figure 63 Déphasage introduit par les électrodes émettrices

L'équation se met donc sous la forme:

$$\frac{V_{r0}}{V_r} = 1 - \frac{C_{e0}}{C_{e0} + C_l j \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right)} \text{ soit } \frac{V_{r0}}{V_r} = A_1 e^{-j\psi_1}$$

où A_1 correspond à l'amplitude de V_{r0}/V_r et ψ_1 correspond à la phase.

On constate que Z_0/Z n'est pas directement proportionnel à ϵ .

La partie imaginaire est multipliée par la constante $\left(\frac{C_{e0}}{C_{e0} + C_l} \right)$ qui dépend de la capacité de liaison C_l .

La figure 63 donne les variations de la phase de ϵ/ϵ_0 , en fonction du rapport V_{r0}/V_r puis la différence de phase ($\delta\psi_1$) entre les deux premières courbes, en fonction de la conductivité du milieu. Le déphasage qui s'ajoute à la mesure peut atteindre 5 degrés dans certains cas. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette modification. On peut pour cela, se servir de la courbe de (V_{r0}/V_r) comme abaque pour déterminer la conductivité du milieu en fonction du déphasage ψ_1 mesuré.

4.4.1.2. Electrodes réceptrices.

De la même manière, l'impédance des électrodes réceptrices change en fonction de la permittivité du milieu.

La fonction de transfert est donnée par l'équation (105) du chapitre 4.1.5.2, page 106:

$$\frac{V_p}{V_R} = \frac{Z_e}{Z_e + Z_{eq}} \text{ avec } C_{eq} = \frac{C_r \cdot C_l}{C_r + C_l}$$

où Z_e est l'impédance d'entrée du préamplificateur et Z_{eq} est l'impédance de la capacité C_{eq} .

Dans le vide, la fonction de transfert de l'électrode de réception est donnée par:

$$\frac{V_{p0}}{V_{R0}} = \frac{Z_{el}}{Z_{el} + Z_{eq0}} \text{ où } Z_{eq0} = \frac{1}{jC_{eq0}\omega} \text{ et } C_{eq0} = \frac{C_{r0} \cdot C_l}{C_{r0} + C_l}$$

Le rapport d'impédance s'écrit alors:

$$\frac{V_{p0}}{V_p} = \frac{Z_{el} + Z_{eq}}{Z_{el} + Z_{eq0}} = A_2 e^{i\psi_2}$$

La figure 64 donne les variations du déphasage $\delta\psi_2$ en fonction de la conductivité σ_e du milieu. Comme dans le cas des électrodes émettrices, on compare les variations de la phase ψ_2 à celle du rapport ϵ/ϵ_0 et on en déduit le déphasage $\delta\psi_2$ rajouté au signal par les électrodes réceptrices.

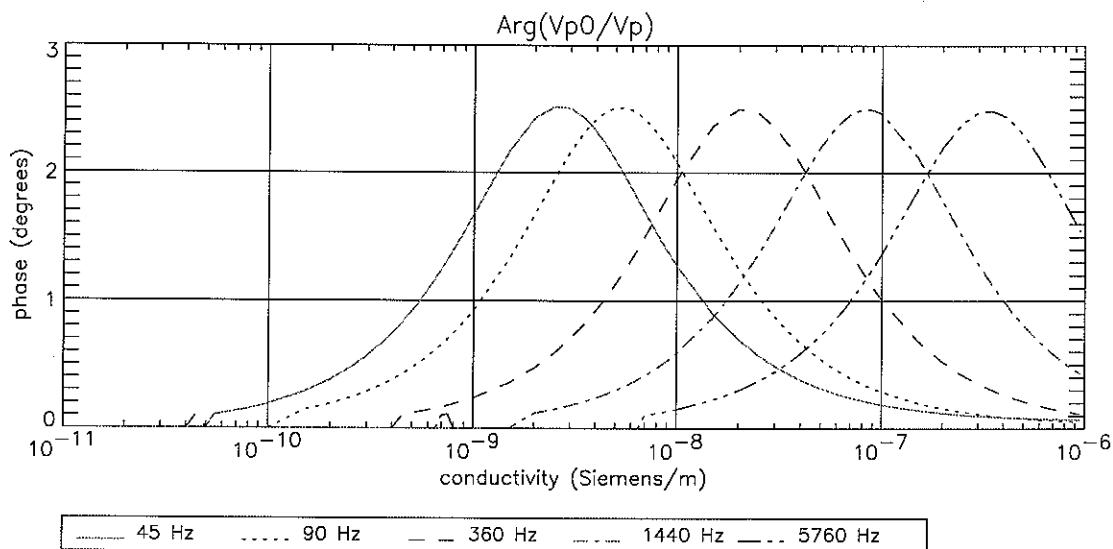


figure 64 Déphasage introduit par les électrodes réceptrices

4.4.2. Déphasage global

L'utilisation de la sonde à impédance mutuelle passe obligatoirement par un étalonnage de l'instrument afin de connaître l'impédance mutuelle mesurée dans le vide. En effet, l'instrument est constitué de filtres et d'amplificateurs qui modifient la phase du signal de référence.

Dans le vide

Une première approche consiste à calculer l'impédance mutuelle du vide à partir de la simulation numérique des différents étages de l'instrument.

On recense tous les éléments analogiques susceptibles d'apporter un déphasage au signal de base. Soit dans l'ordre:

- 1- le filtre de la chaîne d'émission associé au pont de résistances (le déphasage dépend du gain de la chaîne d'émission)
- 2- le préamplificateur de la chaîne de réception
- 3- l'amplificateur en tension de la chaîne de réception (pour le gain Gr=40 dB)
- 4- le filtre de la chaîne de réception

tableau 5 Déphasages introduit par chaque élément analogique

Fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
1. Filtre de la chaîne d'émission associé au pont de résistances	GE=0 dB	-0.23°	-0.47°	-1.89°	-7.56°	-30.37°
	GE=-20 dB	-0.33°	-0.66°	-2.66°	-10.63°	-42.17°
	GE=-40 dB	-0.24°	-0.49°	-1.95°	-7.9°	-31.73°
2. préamplificateur		2.89°	1.41°	0.27°	-0.23°	-1.28°

tableau 5 Déphasages introduit par chaque élément analogique

Fréquences	45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
3. Amplificateur (GR=40 dB)	38.75°	19.95°	5.04°	1.26°	0.31°
4. Filtre de la chaîne de réception	-0.23°	-0.47°	-1.88°	-7.53°	-30.23°

Le déphasage apporté par la chaîne de mesure est ensuite additionné à la phase initiale du signal qui est de -90°. On obtient alors la phase du signal reçu pour toute mesure faite dans le vide. Cette phase dépend à la fois de la fréquence du signal émis (45, 90, 360, 1440, 5760 Hz), du gain de la chaîne d'émission (GE) et du gain de la chaîne de réception (GR). Les déphasages introduits par la chaîne analogique sont répertoriés dans le tableau 6, pour chaque gain.

tableau 6 Déphasages introduits par la chaîne de mesure de la sonde à impédance mutuelle

Fréquences	45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz	
GE= - 40 dB	GR= 0 dB	-87,59°	-89,54°	-93,58°	-105,7°	-153,39°
GE= - 40 dB	GR= 40 dB	-48,83°	-69,59°	-88,55°	-104,55°	-153,07°
GE= -20 dB	GR= 0 dB	-87,67°	-89,72°	-94,27°	-108,44°	-163,83°
GE= -20 dB	GR= 40 dB	-48,92°	-69,76°	-89,23°	-107,18°	-163,51°
GE= 0 dB	GR= 0 dB	-87,58°	-89,52°	-93,5°	-105,37°	-152,03°
GE= 0 dB	GR= 40 dB	-48,82°	-69,57°	-88,46°	-104,11°	-151,71°

Les déphasages expérimentaux devront coïncider avec les valeurs théoriques dans la limite de la précision que l'on peut espérer obtenir sur la valeur des composants eux-mêmes. Ces valeurs théoriques seront comparées aux valeurs expérimentales dans le prochain chapitre.

Dans le milieu atmosphérique

Les déphasages apportés par chaque étage de l'instrument, permettent également de calculer le déphasage global mesuré par l'instrument dans un milieu de permittivité ϵ . On obtient alors les deux séries de courbes présentées sur la figure 65.

La phase du signal final dépend à la fois de la fréquence du signal émis, du gain de la chaîne de réception et de la permittivité du milieu. Ces courbes serviront comme abaque de référence, afin de déterminer directement la permittivité du milieu à partir de la phase mesurée par la sonde à impédance mutuelle.

On peut aussi effectuer l'opération $\text{Arg}(Z_0) - \text{Arg}(Z)$ et se reporter à l'abaque de la figure 67, pour en déduire la permittivité du milieu. Cet abaque tient compte des déphasages introduits par les électrodes émettrices et réceptrices.

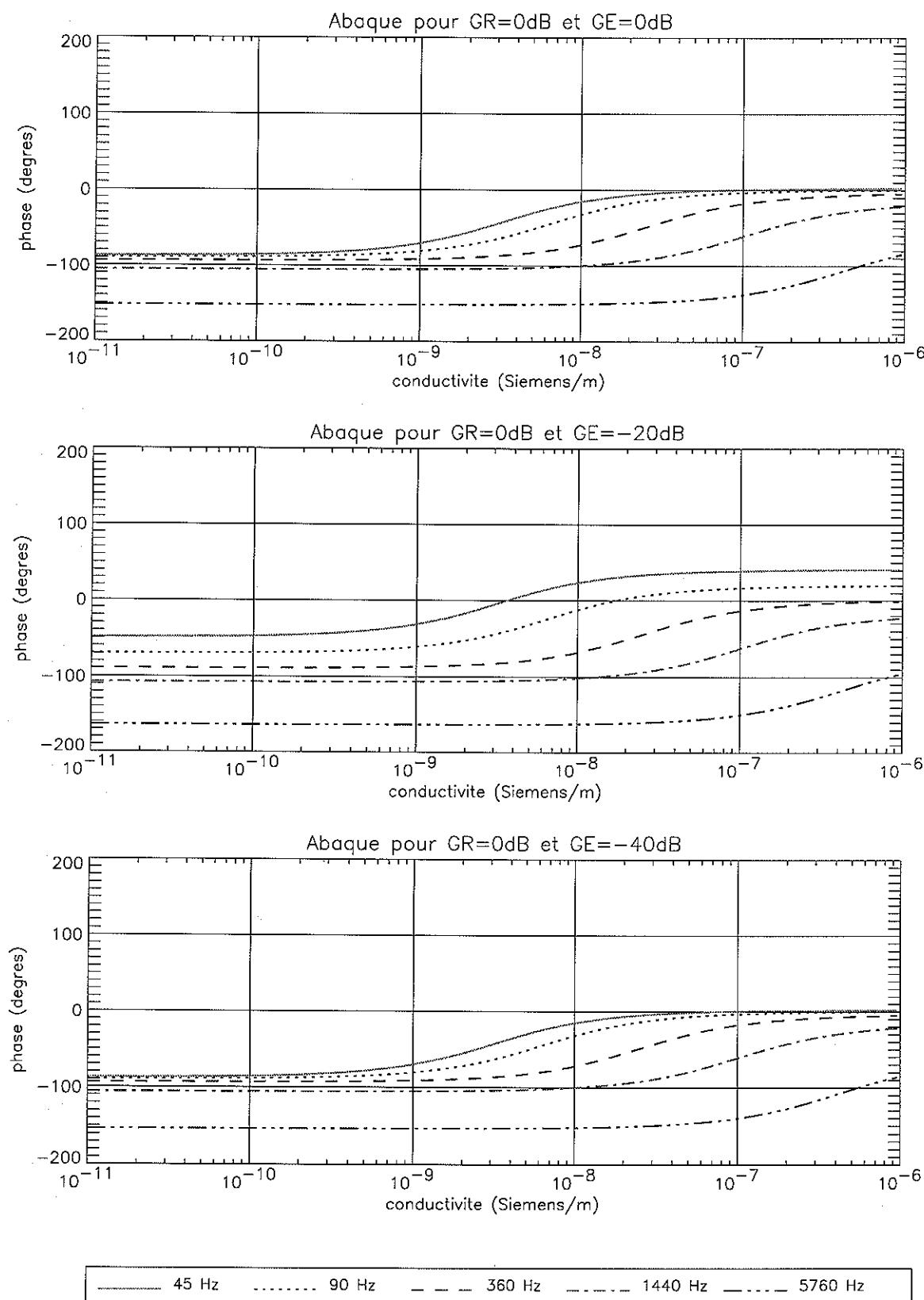


figure 65 Détermination de la permittivité du milieu à partir de la phase mesurée avec la sonde

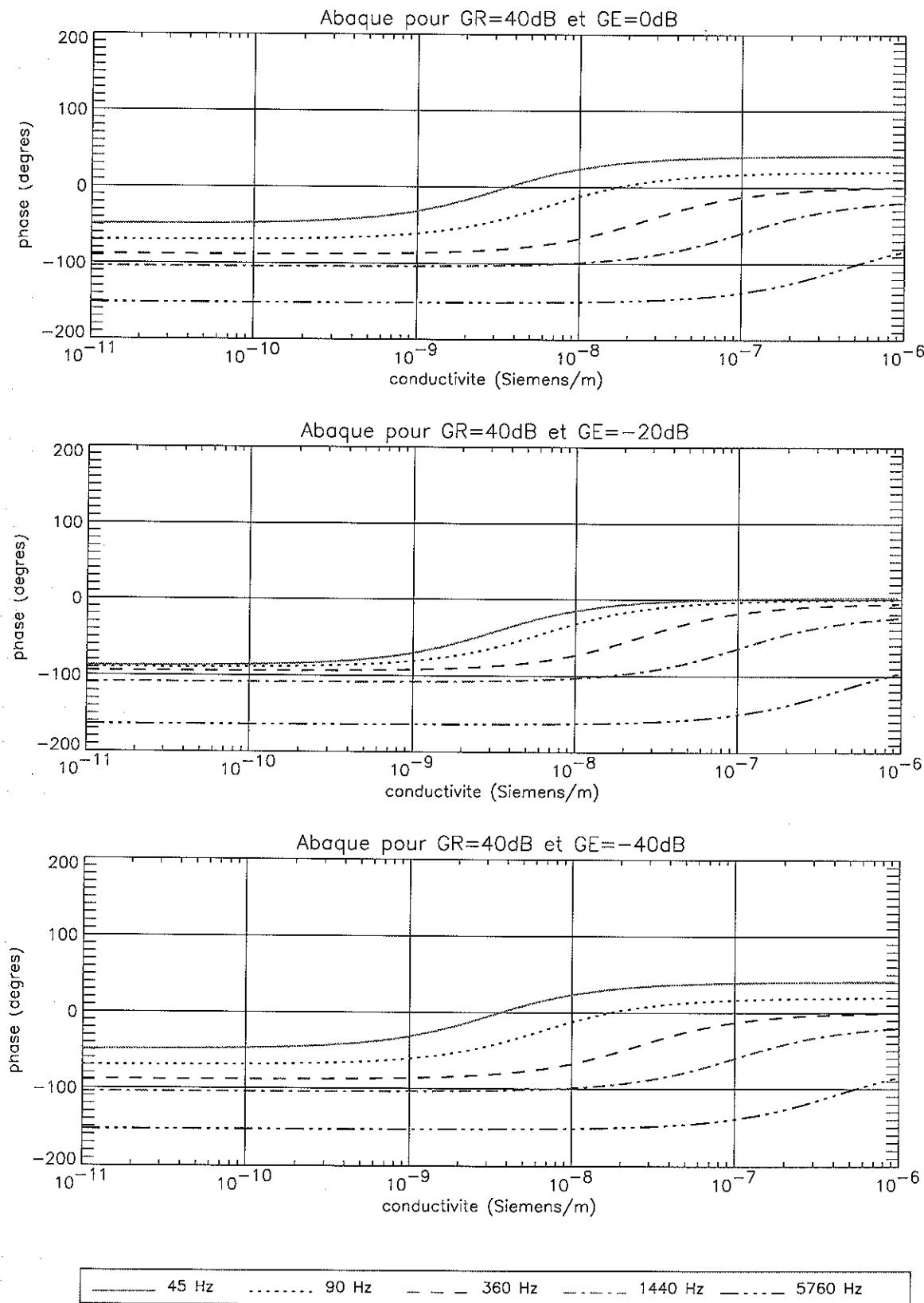


figure 66 Détermination de la permittivité du milieu à partir de la phase mesurée avec la sonde

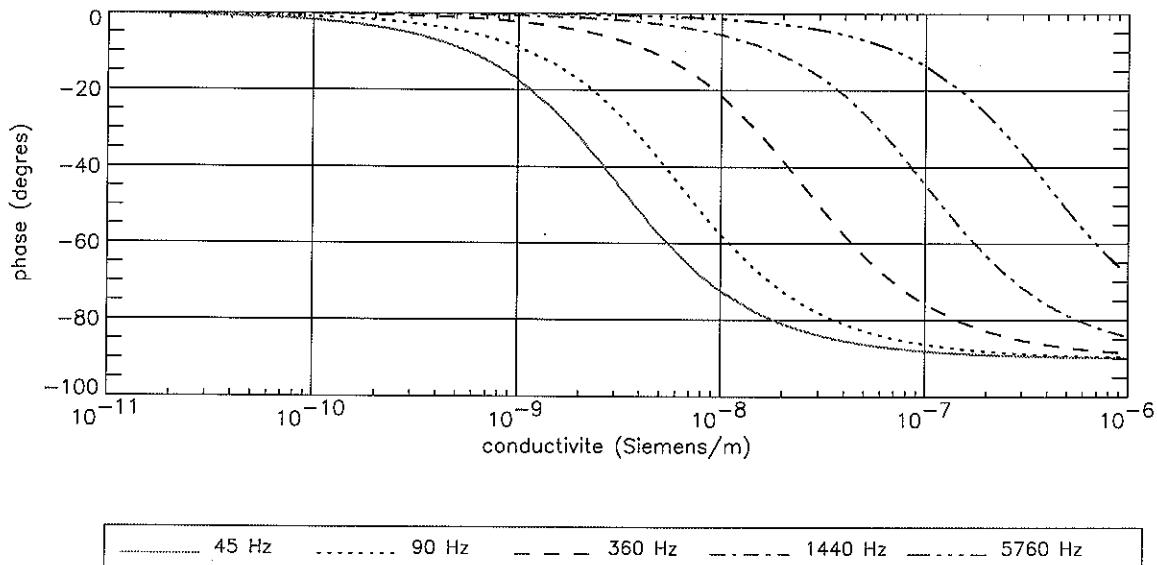


figure 67 Détermination de la permittivité du milieu en fonction du rapport d'impédance Z_0/Z

Conclusion

On s'aperçoit dans tous les cas que la fréquence d'émission est déterminante dans l'interprétation des résultats (figure 67). Plus la conductivité du milieu est faible, plus la fréquence d'émission des signaux doit être faible. Ainsi la limite inférieure du domaine mesurable par l'instrument est imposée par la fréquence la plus basse, à savoir 45 Hz et la limite supérieure par la fréquence la plus haute, soit 5760 Hz.

4.4.3. Choix des gains

La sonde à impédance mutuelle offre trois possibilités de gain pour la chaîne d'émission (-40 dB, -20 dB et 0 dB) et deux pour la chaîne de réception (0 dB et 40 dB). Il existe donc six modes de fonctionnement différents. Le tableau 7 donne l'amplitude maximale du signal perçu avant le convertisseur analogique-numérique, pour chacun des gains, lorsque l'instrument est placé dans le vide. De même, la figure 68 donne les variations de ce même signal en fonction de la conductivité du milieu, après le CAN. On distingue nettement les discontinuités dues au pas de quantification du CAN.

Le pas de quantification du CAN est de $152 \mu\text{V}$. Tous les signaux, obtenus avec un gain à l'émission de -40 dB et un gain à la réception de 0 dB, ont une amplitude inférieure à ce pas de quantification. Aucun signal est détecté (en haut à gauche). Ce mode est à éliminer.

Pour les autres modes, la précision des résultats dépend aussi des bruits générés par la chaîne analogique. Nous avons, donc, déterminé le rapport signal sur bruit en fin de chaîne de mesure sans tenir compte du pas de quantification (figure 69).

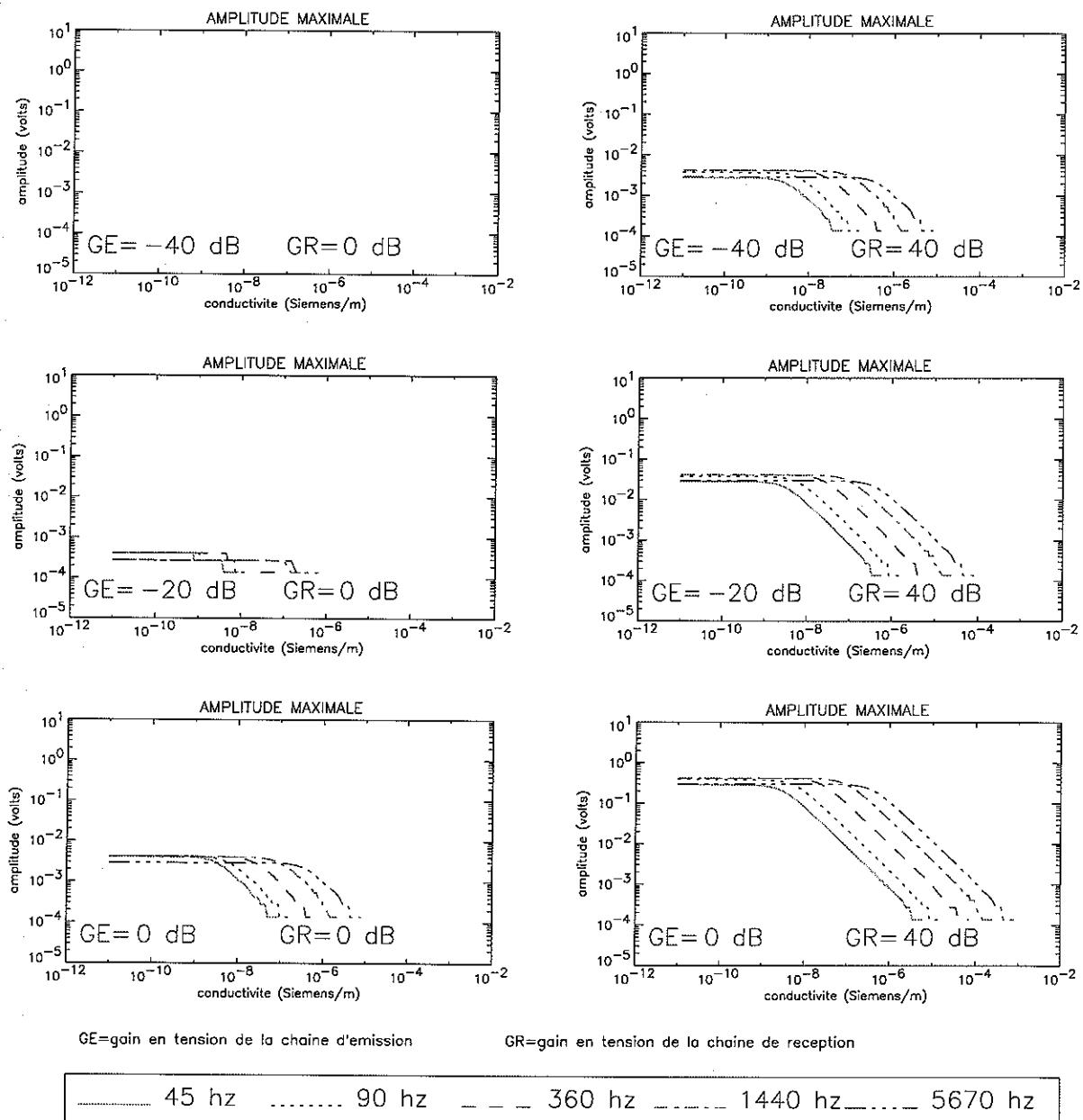


figure 68 Amplitude maximale du signal après le CAN, en fonction de la conductivité du milieu

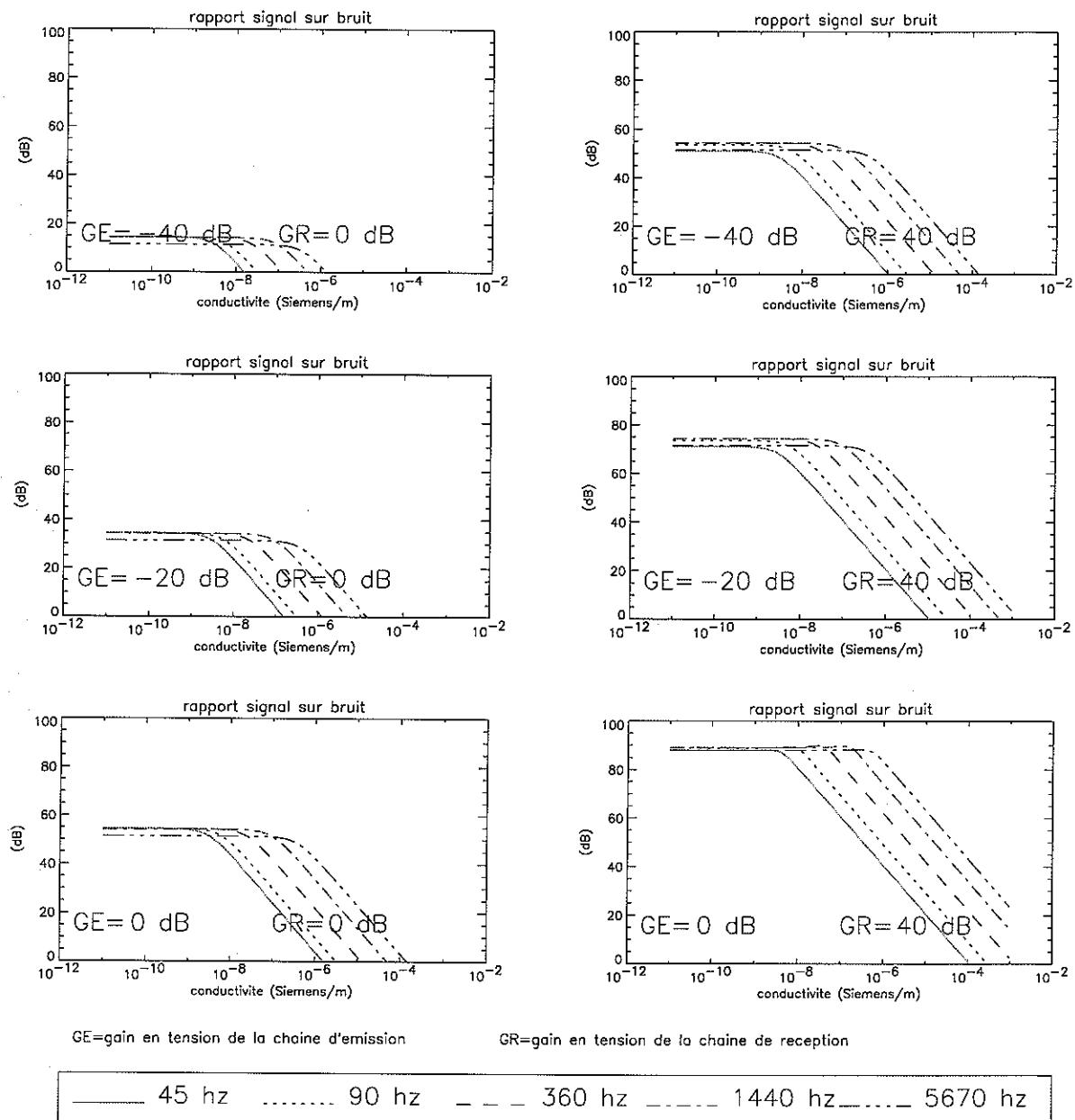


figure 69 Rapport signal sur bruit en fin de chaîne de mesure, en fonction de la conductivité du milieu

tableau 7 Amplitude maximale du signal avant le CAN

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= -40 dB	GR= 0 dB	<1.10 ⁻⁴				
GE= -40 dB	GR= 40 dB	0,0038	0,0041	0,0042	0,0042	0,0039
GE= -20 dB	GR= 0 dB	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
GE= -20 dB	GR= 40 dB	0,0382	0,0414	0,0425	0,0422	0,0368
GE= 0 dB	GR= 0 dB	0,0043	0,0042	0,0042	0,0042	0,0039
GE= 0 dB	GR= 40 dB	0,3823	0,4139	0,4249	0,4236	0,3905

Le convertisseur analogique-numérique impose les limites du domaine de mesure accessible par l'instrument. Le signal reçu par le convertisseur devient inférieur au pas de quantification. Ce phénomène est très net dans les trois cas suivants:

- GE=-20 dB et GR= 0 dB
- GE= 0 dB et GR= 0 dB
- GE=-40 dB et GR= 40dB

D'autre part, plus la fréquence d'émission est faible, plus le domaine est restreint. Les cinq modes sont exploitables pour une conductivité inférieure à 10^{-9} Siemens/m. Il faut par contre faire attention au mode et la fréquence choisie, pour une conductivité plus élevée. Une conductivité supérieure à 10^{-7} Siemens/m est uniquement mesurable avec la fréquence la plus haute (5760 Hz) et la précision de la mesure augmente avec le gain utilisé.

4.4.4. Précision et limites

La connaissance des variations de la phase mesurées fournit une approche plus quantitative sur la précision de la mesure. On va chercher à mesurer l'écart type de la phase en fonction des gains, des fréquences et de la conductivité ainsi que le déphasage minimum détectable par l'instrument.

Erreur de phase introduite par les bruits

Les bruits sont des signaux aléatoires qui viennent s'ajouter au signal de base. Ils modifient donc le module et la phase des signaux mesurés. Pour avoir une idée des variations de la phase du signal mesuré en fonction des variations du bruit, on en détermine l'écart type.

On injecte N signaux identiques à la fréquence f_i (forme d'onde donnée par la figure 14 page 44) dans la simulation de la chaîne de mesure par sonde à impédance mutuelle. On récupère les mêmes signaux bruités en fin de chaîne et on en fait la transformée de Fourier.

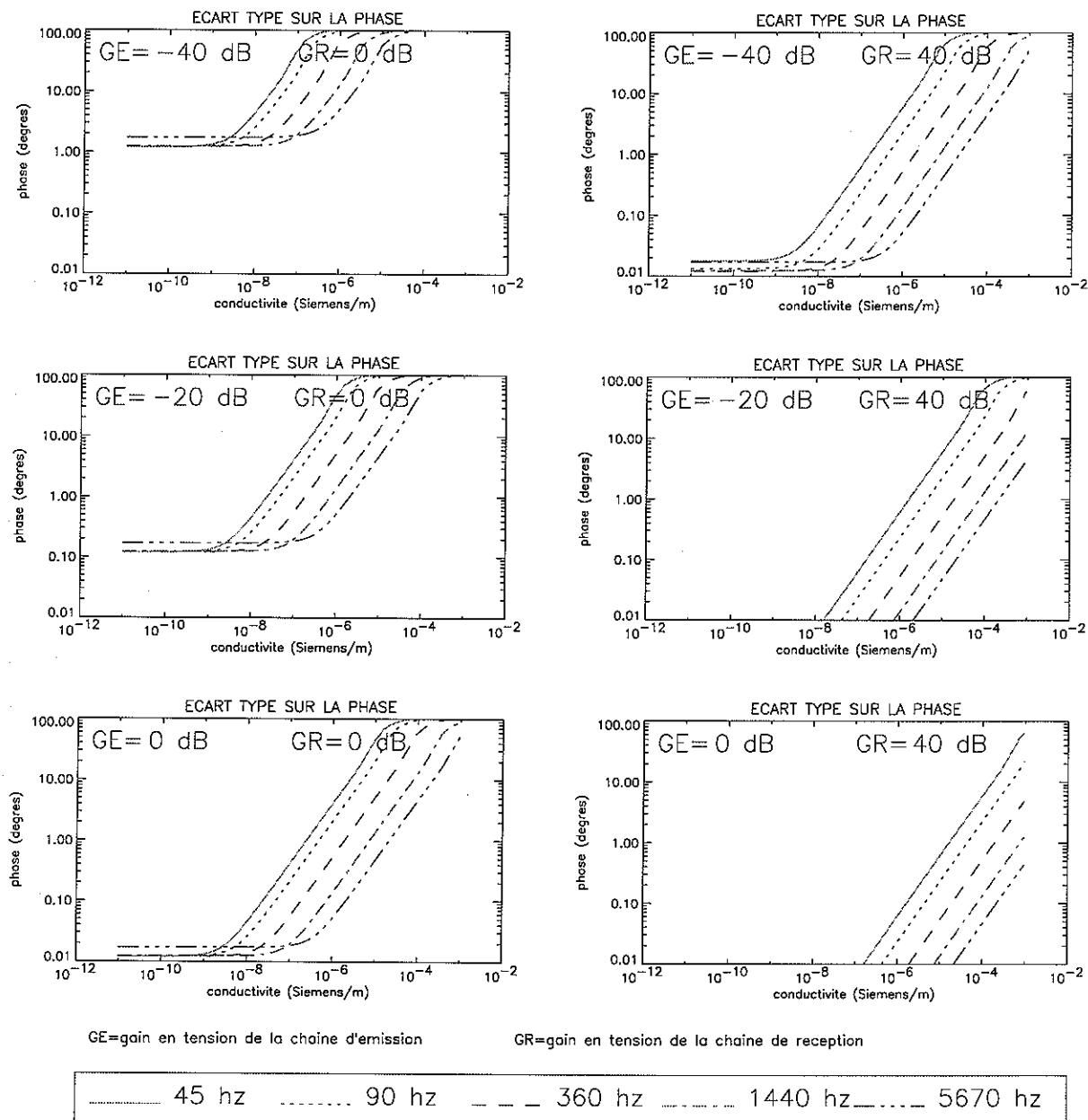


figure 70 Ecart type de la phase en fonction de la conductivité du milieu et du gain de la chaîne électronique

On relève ensuite, la partie réelle et la partie imaginaire du spectre à la fréquence f_i , pour chacun des N signaux. On calcule la phase de chacun des N signaux et on en déduit l'écart type de la phase pour cette fréquence. On effectue ce calcul, en ne tenant pas compte des effets du CAN, pour les 5 fréquences 45 Hz, 90 Hz, 360 Hz, 1440 Hz et 5760 Hz, dans une gamme de conductivité allant de 10^{-11} à 10^{-3} Siemens/m et pour les 6 modes de gain donnés au chapitre précédent. On obtient la figure 70.

La figure 70 ne tenant pas compte de la quantification du signal, on détermine le déphasage minimal mesurable par l'instrument et on le compare au déphasage introduit par le bruit. le pas de quantification (q_c) étant de $152\mu V$, le déphasage minimum ($\delta\phi$) mesurable est de:

$$\delta\phi = \sin(q_c) = 9 \cdot 10^{-3} \text{ degrés} \quad (119)$$

Ainsi, dans le meilleur des cas la précision de l'instrument est supérieure ou égale à 10^{-2} degrés quelque soit le mode ou la fréquence utilisés.

Seuil de détection

La limite inférieure $\sigma_{e_{inf}}$ du domaine de conductivité mesurable par l'instrument est données par:

$$\operatorname{Arg}\left(1 - j \cdot \frac{\sigma_{e_{inf}}}{\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot f_i}\right) > 1,52 \cdot 10^{-4} \quad (120)$$

La limite supérieure $\sigma_{e_{sup}}$ du domaine de conductivité est donnée par:

$$\operatorname{Arg}\left(1 - j \cdot \frac{\sigma_{e_{sup}}}{\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot f_i}\right) < \frac{\pi}{2} - 1,52 \cdot 10^{-4} \quad (121)$$

Pour chacune des fréquences f_i , on détermine à l'aide des équations (120) et (121) les limites du domaine de conductivité mesurable (tableau 8).

tableau 8 Limites imposées par la fréquence

fréquences	limite inférieure en siemens/m	limite supérieure en siemens/m
45 Hz	$3,8 \cdot 10^{-13}$	$1,64 \cdot 10^{-5}$
90 Hz	$7,6 \cdot 10^{-13}$	$3,29 \cdot 10^{-5}$
360 Hz	$3 \cdot 10^{-12}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
1440 Hz	$1,22 \cdot 10^{-11}$	$5,25 \cdot 10^{-4}$
5760 Hz	$5 \cdot 10^{-11}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$

Conclusion

L'étude de la phase, des signaux mesurés par sonde à impédance mutuelle, nous amène à déterminer la gamme de conductivité mesurable par l'instrument. L'utilisation des fréquences d'émissions comprises entre 45 Hz et 5670 Hz et des différents gains à l'émission et à la réception permette de couvrir une gamme de conductivité assez vaste allant de $3,8 \cdot 10^{-13}$ sie-

mens/m à 6.10^{-4} siemens/m (tableau 9).

La précision de la mesure dépend du gain et de la fréquence utilisés. Cependant cette précision ne peut pas être inférieure à 10^{-2} degrés du fait de la présence du CAN dans la chaîne de mesure.

tableau 9 Limites du domaine de conductivité imposées par la fréquence et le gain

modes	fréquences	limite inférieure en siemens/m	limite supérieure en siemens/m
GE=-40 dB GR= 0 dB	mesure impossible		
GE=-40 dB GR= 40 dB	45 Hz	$3,8.10^{-13}$	$3,5.10^{-8}$
	90 Hz	$7,6.10^{-13}$	9.10^{-8}
	360 Hz	3.10^{-12}	4.10^{-7}
	1440 Hz	$1,22.10^{-11}$	2.10^{-6}
	5760 Hz	5.10^{-11}	6.10^{-6}
GE=-20 dB GR= 0 dB	45 Hz	$3,8.10^{-13}$	4.10^{-9}
	90 Hz	$7,6.10^{-13}$	8.10^{-9}
	360 Hz	3.10^{-12}	3.10^{-8}
	1440 Hz	$1,22.10^{-11}$	$1,5.10^{-7}$
	5760 Hz	5.10^{-11}	2.10^{-7}
GE=-20 dB GR= 40 dB	45 Hz	$3,8.10^{-13}$	$3,5.10^{-7}$
	90 Hz	$7,6.10^{-13}$	9.10^{-7}
	360 Hz	3.10^{-12}	6.10^{-6}
	1440 Hz	$1,22.10^{-11}$	$1,5.10^{-5}$
	5760 Hz	5.10^{-11}	6.10^{-5}
GE= 0 dB GR= 0 dB	45 Hz	$3,8.10^{-13}$	5.10^{-8}
	90 Hz	$7,6.10^{-13}$	1.10^{-7}
	360 Hz	3.10^{-12}	4.10^{-7}
	1440 Hz	$1,22.10^{-11}$	2.10^{-6}
	5760 Hz	5.10^{-11}	6.10^{-6}
GE= 0 dB GR= 40 dB	45 Hz	$3,8.10^{-13}$	5.10^{-6}
	90 Hz	$7,6.10^{-13}$	8.10^{-6}
	360 Hz	3.10^{-12}	6.10^{-5}
	1440 Hz	$1,22.10^{-11}$	2.10^{-4}
	5760 Hz	5.10^{-11}	6.10^{-4}

4.5. Champs électromagnétiques accessibles par l'instrument

Connaissant les caractéristiques de chaque partie de l'instrument et compte tenu de la configuration des capteurs, on cherche dans ce paragraphe à déterminer les limites du domaine accessible par l'instrument en ce qui concerne la mesure du champ continu et des ondes électromagnétiques.

4.5.1. Mesure d'onde électromagnétiques

Lorsque la sonde à impédance mutuelle fonctionne en mode passif, l'instrument détecte les ondes électromagnétiques présentes dans le milieu si leur amplitude est supérieure à un certain seuil critique que nous allons déterminer. Ce seuil de détection dépend à la fois des bruits générés par l'électronique et du pas de quantification.

La simulation de la chaîne de mesure, nous permet d'obtenir la fonction de transfert globale de l'instrument pour chacun des gains ($GR=0 \text{ dB}$ et $GR=40 \text{ dB}$) (figure 71). Nous allons rechercher les limites de l'instrument pour trois gammes de fréquences que nous déduisons du comportement de la fonction de transfert, soit:

- 45 Hz pour les basses fréquences
- de 90 Hz à 5 kHz pour le plateau
- 10 kHz pour les hautes fréquences

Limites imposées par le CAN

Pour que l'instrument détecte un signal quelconque (de variation lente devant la fréquence d'échantillonnage), il faut que le signal qui arrive sur le CAN ait une amplitude supérieure au pas de quantification ($152 \mu\text{V}$). De même, le CAN écrète les signaux d'amplitude supérieure à $4,5 \text{ V}$. Pour chaque fréquence et chaque gain, il existe donc une limite inférieure au dessous de laquelle l'instrument ne détecte pas le signal et une limite supérieure au delà de laquelle l'amplitude mesurée est constante et proportionnelle à cette limite (figure 72 et figure 73). Les limites du domaine mesurable en fonction du gain et de la bande de fréquence sont données par le tableau 10 (On ne tient pas compte de la longueur efficace de l'antenne).

tableau 10 Limites du domaine mesurable

gains	fréquences	limite inférieure	limite supérieure
0 dB	45 Hz	$4 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	90 V/m
	de 90 à 5 kHz	$5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	90 V/m
	10 kHz	$5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	110 V/m
40 dB	45 Hz	$5 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$	1 V/m
	de 90 Hz à 5 kHz	$6 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$	$0,9 \text{ V/m}$
	10 kHz	$4 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$	$1,1 \text{ V/m}$

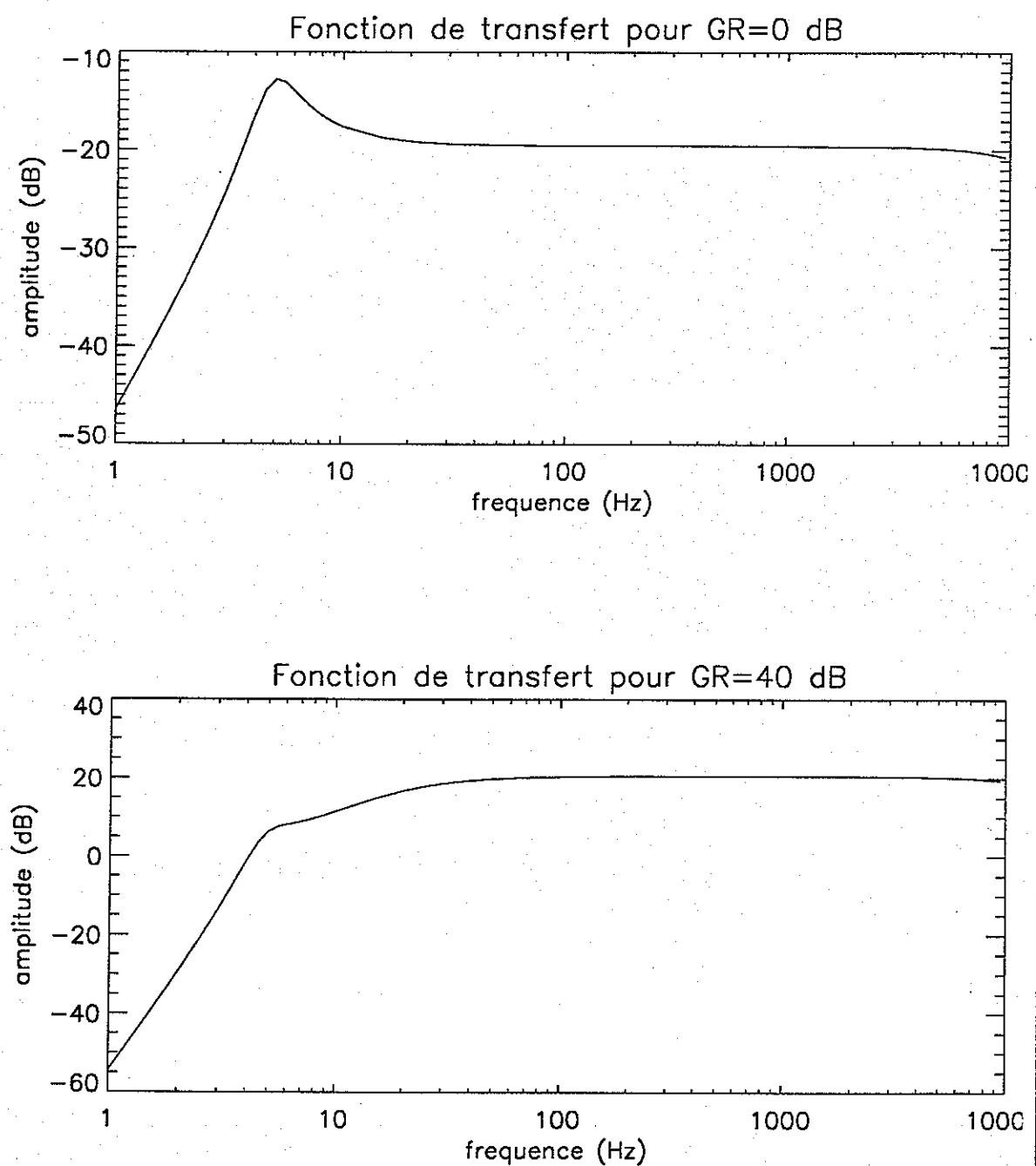


figure 71 Fonction de transfert globale en fonction du gain de la chaîne de mesure

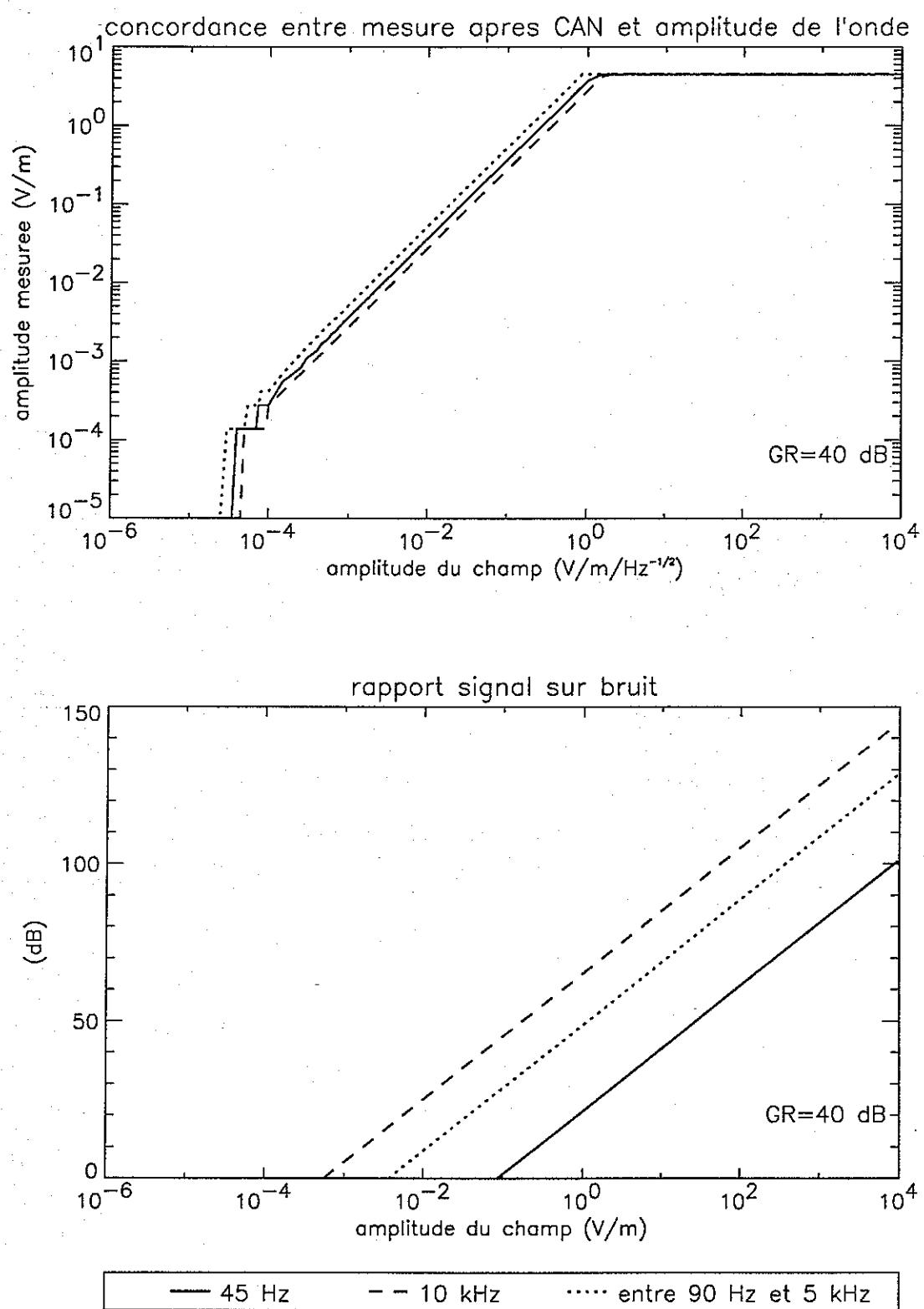


figure 73 Détermination des limites du domaine mesurable pour GR=40 dB

Limites imposées par les bruits

On détermine maintenant le rapport signal sur bruit du signal reçu en fin de chaîne, sans tenir compte des effets dus au convertisseur (pas de quantification). On ne fait apparaître sur la figure 72 et sur la figure 73 que les rapports signal sur bruit pour lesquels le signal est supérieur au bruit. On considère que lorsque la puissance du signal devient inférieure à la puissance moyenne du bruit, la mesure devient très incertaine. L'amplitude minimale mesurable est donc donnée pour un rapport signal sur bruit de 0 dB (tableau 11).

tableau 11 Limites imposées par le bruit

gains	fréquences	limite inférieure
0 dB	45 Hz	$0,09 \text{ V/m}$
	de 90 à 5 kHz	$6 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$
	10 kHz	$2 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$
40 dB	45 Hz	$0,1 \text{ V/m}$
	de 90 Hz à 5 kHz	$5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$
	10 kHz	$8 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$

La comparaison du tableau 10 et du tableau 11 nous amène aux conclusions suivantes:

- le CAN impose la limite supérieure du domaine
- le bruit thermique impose la limite inférieure dans tous les cas de figure. On obtient la limite du domaine des ondes électromagnétiques mesurables (tableau 12).

tableau 12 Limites du domaine des ondes électromagnétiques mesurables

gains	fréquences	limite inférieure	limite supérieure
0 dB	45 Hz	$9 \cdot 10^{-2} \text{ V/m}$	90 V/m
	de 90 à 5 kHz	$6 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	90 V/m
	10 kHz	$2 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	110 V/m
40 dB	45 Hz	$0,1 \text{ V/m}$	1 V/m
	de 90 Hz à 5 kHz	$5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$	$0,9 \text{ V/m}$
	10 kHz	$8 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}$	$1,1 \text{ V/m}$

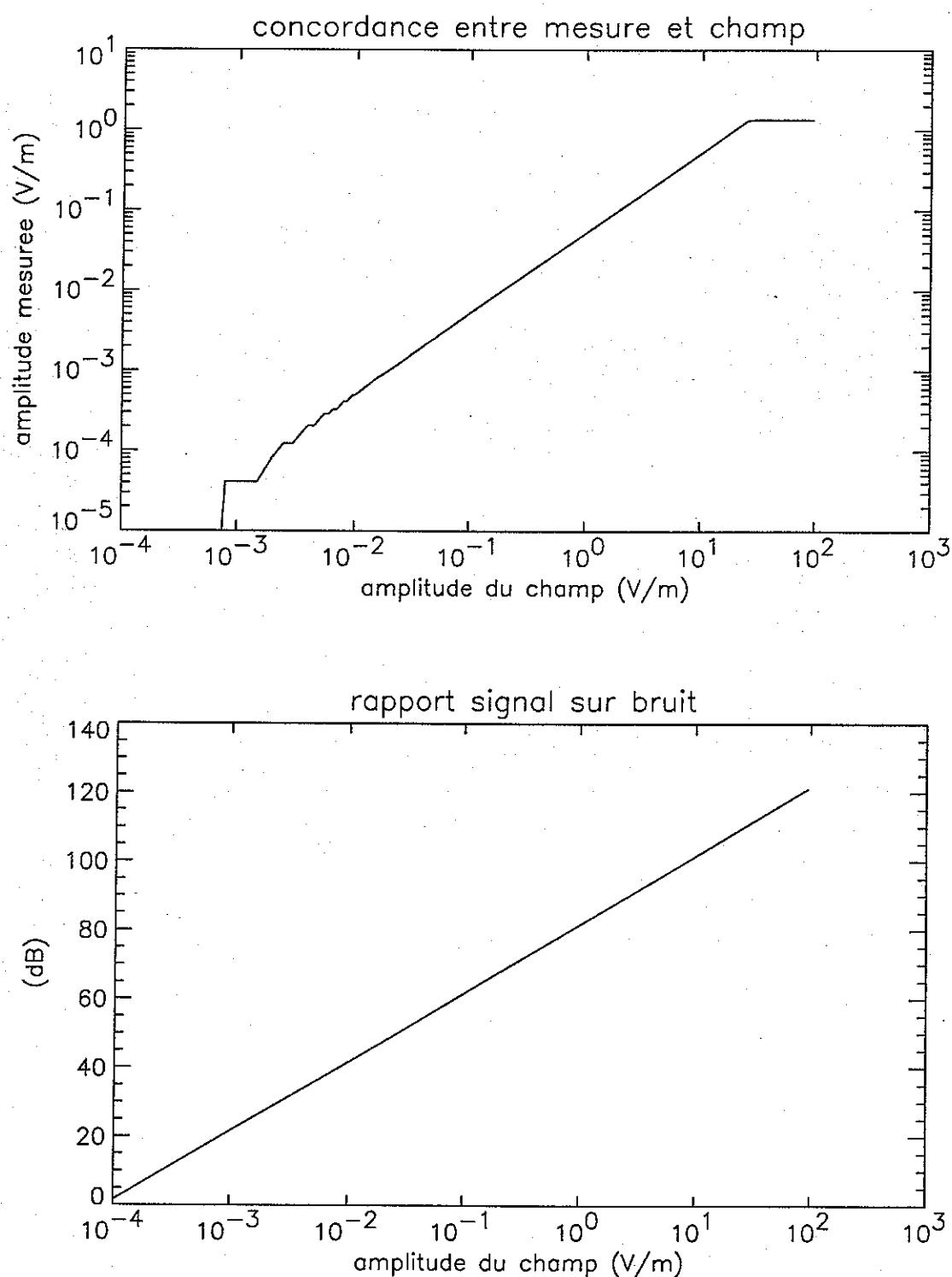


figure 74 Domaine accessible par la sonde à relaxation fonctionnant en mode passif

4.5.2. Mesure du champ continu

Lorsque la sonde à relaxation fonctionne en mode passif, l'instrument détermine l'amplitude du champ présent dans le milieu. Comme dans le point précédent, cette amplitude doit être comprise dans un domaine accessible par l'instrument et qui dépend à la fois du bruit généré par la chaîne de mesure et du pas de quantification du convertisseur analogique-numérique.

A partir des courbes représentées sur la figure 74 on détermine le domaine de mesure accessible par l'instrument. La courbe du haut donne la correspondance entre l'amplitude du champ mesuré et l'amplitude du signal enregistré en sortie du convertisseur analogique-numérique. Les valeurs minimale et maximale du champ mesurable par l'instrument sont respectivement $9 \cdot 10^{-4}$ V/m et 30 V/m. La courbe du bas donne le rapport signal sur bruits des mêmes mesures sans prendre en compte les effets dus au convertisseur. On constate que l'amplitude du champ pour laquelle le rapport signal sur bruit est de 0 dB est bien inférieure à la limite imposée par le CAN. Dans la pratique, il existe une incertitude due au potentiel de contacte qui existe entre les électrodes et le milieu. On estime cette incertitude au niveau de la détermination du potentiel à environ 100 mV.

La largeur du domaine accessible par l'instrument est donc imposée à la fois par la quantification du signal et par le potentiel de contacte avec le milieu (**100 mV à 30 V/m**).

5

Mesures et validation de la méthode

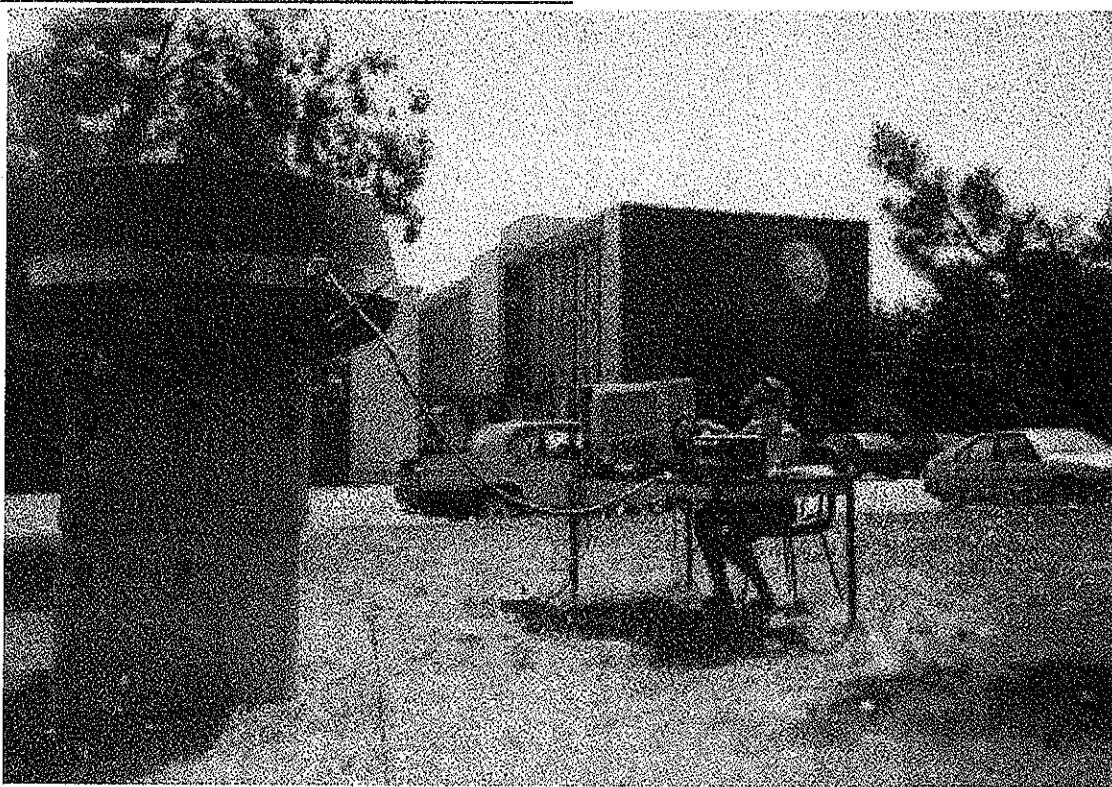


figure 75

Photographie prise lors des essais

On présente dans ce chapitre, les résultats de mesure obtenus avec une maquette grandeur réelle de la sonde Huygens, placée dans l'air ambiant. La conductivité ionique est insuffisante dans la basse atmosphère terrestre pour que l'on puisse faire fonctionner la sonde à relaxation. On ne valide ici que les mesures par sonde à impédance mutuelle. La conductivité électrique est pratiquement nulle; mais on peut cependant déterminer les caractéristiques de l'instrument dans le vide. L'objectif est d'obtenir un étalonnage du modèle de développement de manière à préparer celui qui sera effectué sur le modèle de vol.

5.1. Description de l'expérience

Toutes les mesures sont effectuées sur une maquette en grandeur réelle de la sonde Huygens. Cette maquette est un modèle à part du modèle de structure et du modèle thermique, de développement et de vol, conçus systématiquement lors d'une telle expérience. La maquette sera également utilisée pour un vol d'essai attaché à un ballon et lâché dans l'atmosphère terrestre. Ce vol ballon est programmé pour la fin du mois de novembre 1995 et se déroulera à Leon en Espagne.

Le modèle reproduit la forme exacte du vaisseau sans les appendices extérieurs (ailettes). La calotte sphérique ainsi que la virole tronconique supérieure sont réalisées avec de la mousse polyuréthane recouverte d'une peinture conductrice type nickel 4015 (revêtement nickel acrylique monocomposant conçu pour obtenir une surface equipotentielle). Les bras sont identiques aux bras réels. La pièce de raccordement avec l'anneau central est simplifiée. Les bras sont fixes, position ouverte.

Pour effectuer les mesures, on utilise le modèle de table de l'instrument PWA. Il est relié par des câbles assez long aux préamplificateurs posés sur le plateau supérieur du vaisseau. Le contact entre les bottiers et le plateau sert de masse pour l'expérience. Les préamplificateurs utilisés sont ceux d'un modèle de développement. Leurs courbes de gain et de phase sont différentes de celles du modèle de vol.

Un logiciel élaboré par l'institut IWF de Graz en autriche, pilote le processeur. Il remplace pendant toute la durée de cette expérience le logiciel de bord final. Un autre logiciel conçu au LPCE, traite les paquets de données et assure la visualisation des résultats.

Pour réaliser les mesures, la maquette installée à l'extérieur du bâtiment est posée sur un support non conducteur. Le fond de la sonde est à 1,2 mètre du sol (pelouse) et le matériel (instrument, ordinateur...) est placé à deux mètres de la sonde. Ainsi, l'effet du sol est réduit et seul le corps du vaisseau est susceptible de modifier notamment les résultats de la mesure.

5.2. Mesure de déphasage

La conductivité électrique σ_e de la basse atmosphère terrestre est pratiquement nulle. On peut donc considérer que la capacité équivalente des électrodes (C_e) est égale à celle dans le vide (C_{e0}). Dans ce cas, le déphasage mesuré avec la sonde à impédance mutuelle est égale à la somme des déphasages générés par la carte analogique et les préamplificateurs. Les données fournies par l'instrument comportent un spectre en fréquence (1 Hz - 8 kHz), ainsi que la partie réelle (Re) et la partie imaginaire (Im) de la FFT relevée à la fréquence d'émission (45, 90, 360, 1440 ou 5760 Hz). A partir des parties réelle et imaginaire, on calcule la phase du signal entre -180° et 180° .

Il est à noter que le 50 Hz du réseau électrique EDF perturbe largement les mesures faites à la fréquence de 45 Hz. On ne peut donc pas prendre en compte cette mesure.

L'instrument comporte une carte analogique, une carte numérique, des préamplificateurs et des antennes facilement démontables. On commence, tout d'abord, par enlever les antennes et les préamplificateurs du montage. On cherche, ainsi, à mesurer le déphasage introduit par la carte analogique. Sur cette carte, on court-circuite l'un ou l'autre des éléments. On obtient différentes configurations à partir desquelles, on déduit le déphasage apporté par chaque partie du circuit. Ensuite, on rajoute les préamplificateurs dans le montage et on en déduit, de la même manière, le déphasage qu'ils entraînent.

5.2.1. Déphasage apporté par la chaîne numérique

Actuellement, le fonctionnement asynchrone des convertisseurs introduit un retard de phase supplémentaire équivalent à un décalage temporel de un échantillon et demi. D'autre part, le logiciel donne le conjugué de chaque composante du spectre. On doit ainsi prendre l'opposé de la phase mesurée pour connaître la valeur réelle du déphasage introduit par chaque élément de la chaîne électronique.

On branche directement la sortie du multiplexeur sur l'entrée du convertisseur. La phase du signal mesuré est équivalente à la phase initiale du signal (-90°) auquel vient s'ajouter le déphasage dû au 1,5 échantillons de retard.

tableau 13 Mesure du retard de phase introduit par les convertisseurs asynchrones

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= 0 dB	mesure n°1	90,6°	91,2°	94,5°	107°	158,01°
	conjugué	-90,6°	-91,2°	-94,5°	-107°	-158,01°
	90° ajouté	-0,6°	-1,2°	-4,5°	-17°	-68,01°
	valeurs théoriques	-0,52°	-1,05°	-4,21°	-16,87°	-67,5°

La différence entre valeurs théoriques et valeurs expérimentales est uniquement due au pas de quantification du CAN. Elle est de l'ordre du 100^{ième} de degré comme cela a été prévu par la simulation.

5.2.2. Filtre de la chaîne de réception et de la chaîne d'émission

On relie directement la sortie du multiplexeur à la chaîne de réception, à l'aide d'une boite éclatée. On choisie l'entrée pour que le signal ne soit pas déphasé par l'amplificateur différentielle qui normalement additionne les signaux venant des deux électrodes réceptrices. On effectue la mesure et on relève le déphasage pour un gain à la réception de 0 dB (tableau 14). On élimine ainsi l'amplificateur de gain en tension de la chaîne de réception. Pour un gain de 0 dB à l'émission, la courbe de réponse en fréquence du filtre n'est pas influencée par le pont de résistance qui se trouve juste avant le multiplexeur. Par contre pour les deux autres gains, les déphasages sont quelques peu modifiés par ce pont diviseur. Le filtre de la chaîne de réception étant identique au filtre de la chaîne d'émission, on en déduit les déphasages introduits par ce filtre pour chaque gain.

tableau 14 Mesure du déphasage introduit par le filtre de la chaîne de réception

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= 0 dB et GR= 0 dB	mesure n°2	90,91°	91,67°	96,56°	115,95°	-169,01°
	mesure n°1 retranchée	0,31°	0,47°	2,06°	8,95°	34°
	conjugué	-0,31°	-0,47°	-2,06°	-8,95°	-34°
	valeurs théoriques	-0,23°	-0,47°	-1,88°	-7,53°	-30,23°
GE= -20 dB et GR= 0 dB	mesure n°3	91,59°	93,17°	97,9°	120,4°	-158,2°
	mesure n°1 retranchée	0,99°	1,93°	3,4°	8,9°	43°
	conjugué	-0,99°	-1,93°	-3,4°	-8,9°	-43°
	valeurs théoriques	-0,33°	-0,66°	-2,66°	-10,63°	-42,17°
GE= -40 dB et GR= 0 dB	mesures n°4	108,43°	108,43°	108,43°	123,69°	-165,97°
	mesure n°1 retranchée	17,83°	17,23°	13,03°	16,64°+	37,02°
	conjugué	-17,83°	-17,23°	-13,93°	-16,64°	-37,02°
	valeurs théoriques	-0,24°	-0,49°	-1,95°	-7,9°	-31,73°

Aux valeurs mesurées, il faut retrancher le déphasage du signal de référence qui est de moins 90° (2^{ème} ligne de chaque partie du tableau 14).

Les valeurs expérimentales et leurs variations sont proches des valeurs données par la simulation. Les écarts sont dus aux bruits et aux valeurs des composants qui peuvent variés de 10% par rapport aux valeurs théoriques.

5.2.3. Amplificateur de gain en tension de la chaîne de réception

On ne modifie pas le montage précédent. On refait la mesure, mais cette fois-ci, avec un gain de 0 dB à l'émission et un gain de 40 dB à la réception. On rajoute, ainsi, dans la chaîne de mesure l'amplificateur de gain en tension. Aux déphasages obtenus pour chaque fréquence, on retranche les déphasages obtenus lors de la deuxième expérience. On obtient alors le déphasage introduit par l'amplificateur (tableau 15).

tableau 15 Mesure du déphasage introduit par l'amplificateur de la chaîne de réception

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= 0 dB et GR= 40 dB	mesure n°5	53,3°	72,83°	92,18°	117,61°	-158,75°
	mesure n°2 retranchée	-37,61°	-18,74°	-4,38°	1,66°	10,26°
	conjugué	37,61°	18,74°	4,38°	-1,66°	-10,26°
	valeurs théoriques	38,75°	19,95	5,04	1,26	0,31

Le comportement de l'amplificateur au niveau des hautes fréquences diffère de celui prévu par la simulation. Cette variation de 10 degré à 5760 Hz peut s'expliquer par le fait que nous avons considéré que l'amplificateur opérationnel était parfait.

5.2.4. Préamplificateurs

On effectue la mesure avec l'instrument complet en plaçant un court circuit entre les électrodes émettrices et les électrodes réceptrices. Par rapport à la mesure précédente, on a réintroduit les préamplificateurs et le filtre de la chaîne d'émission. Les déphasages du filtre de la chaîne d'émission et de la chaîne de réception étant connus, on les retranche à la nouvelle mesure. On fait la mesure pour un gain à l'émission de 0 dB et un gain à la réception de 0 dB.

tableau 16 Mesure du déphasage introduit par les préamplificateurs

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= 0 dB et GR= 0 dB	mesure n°6	73,15°	87,05°	99,12°	130,89°	-112,1°
	mesure n°2 retranchée	-17,76°	-4,62°	2,56°	14,89°	56,91°
	conjugué	17,76°	4,62°	-2,56°	-14,89°	-56,91°
	filtre de réception retranché	18,07°	5,09°	-0,5°	-5,84°	-22,91
valeurs théoriques		2,89°	1,41°	0,27°	-0,23°	-1,28°

Les valeurs expérimentales sont différentes des valeurs théoriques car les préamplificateurs utilisés sont les préamplificateurs du modèle de développement. Ils ont été nettement améliorés par la suite.

5.2.5. Etalonnage

On retire le court circuit entre les électrodes émettrices et les électrodes réceptrices. On considère que la conductivité de l'atmosphère est assez faible pour que les mesures soit considérées comme des mesures faites dans le vide. On effectue des mesures pour chacun des six modes et pour chacune des fréquences (tableau 17).

tableau 17 Etalonnage de l'instrument

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= -40 dB	GR= 0 dB	38,65°	135°	-135°	180°	-135°
GE= -40 dB	GR= 40 dB	-173,98°	116,81°	97,12°	128,66°	-101,76°
GE= -20 dB	GR= 0 dB	146,31°	90°	116,56°	153,43°	-108,43°
GE= -20 dB	GR= 40 dB	160°	65,56°	96,8°	134,58°	-92,38°
GE= 0 dB	GR= 0 dB	71°	86,53°	101,68°	132,14°	-113,2°
GE= 0 dB	GR= 40 dB	56°	65,95°	94,98°	131,55°	-103,18°

On constate que le 50 Hz du réseau électrique national perturbe notablement les mesures effectuées à 45 Hz. Comme prévu, le premier mode (GE=-40dB et GR=0dB) ne fonctionne pas. Les mesures reportées dans la première ligne du tableau sont insignifiantes ainsi que celles effectuées à 45 Hz.

En conclusion, nous pouvons insister sur le fait que ces essais nous ont permis d'effectuer une mise au point technique de l'instrument.

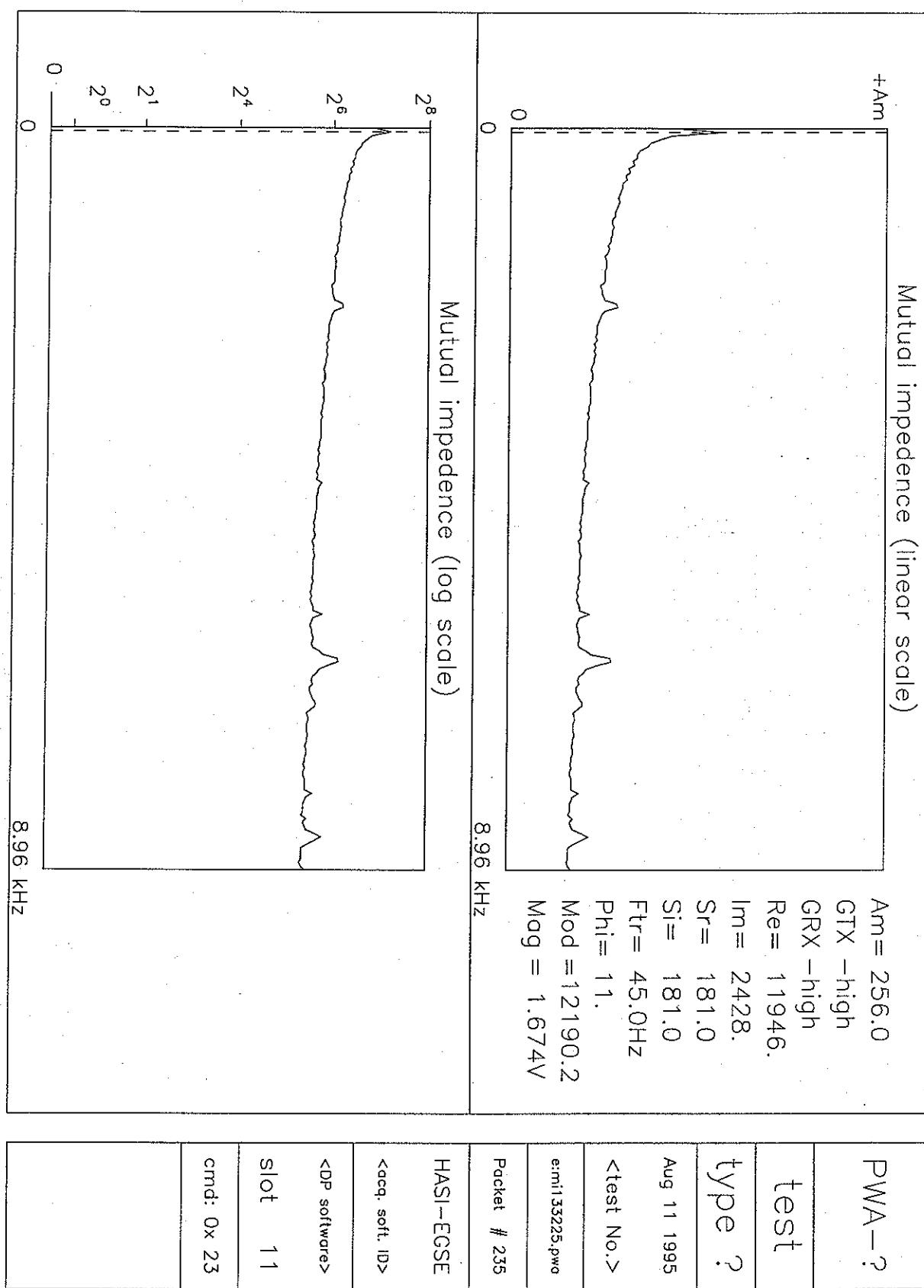
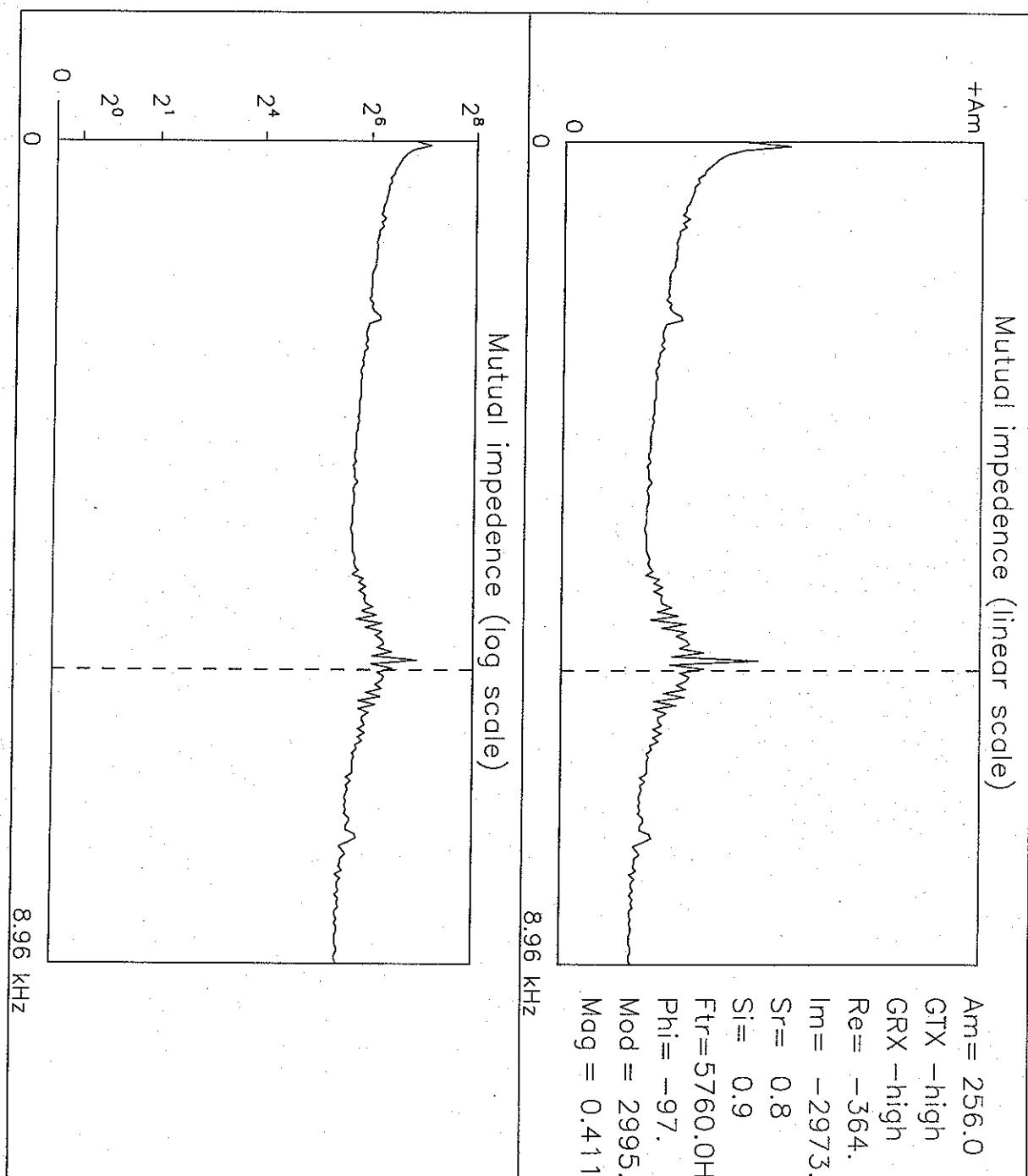


figure 76 Résultats de mesure par sonde à impédance mutuelle (figure réalisée par V. Kravtchenko)



PWA—?
test
type ?
Aug 11 1995
<test No.>
e:mi133225.pwo
Packet # 239
HASI-EGSE
<acq. soft. ID>
<DP software>
slot 15
cmd: 0x 23

figure 77 Résultats de mesure par sonde à impédance mutuelle (figure réalisée par V. Kravtchenko)

5.3. Mesure d'amplitude

On regarde maintenant l'amplitude de la raie du spectre correspondant à la fréquence d'émission du signal en fonction des gains de la chaîne d'émission et de la chaîne de réception. On cherche à éviter les perturbations dues à la présence du sol. On place la sonde de telle sorte que les électrodes réceptrices se trouvent à 1,2 mètres du sol (se reporter à la figure 27 page 77, pour constater que l'influence du sol est bien négligeable).

5.3.1. Les deux bras déployés

Les deux bras de la sonde Huygens sont en position déployée. On effectue la mesure pour chaque fréquence et avec toutes les combinaisons de gain possibles (6 modes). On obtient les résultats répertoriés dans le tableau 18.

tableau 18 Mesures d'impédance mutuelle dans l'air ambiant

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
GE= -40 dB	GR= 0 dB	0,0007 V	0,0001 V	0,0001 V	0,0002 V	0,0002 V
GE= -40 dB	GR= 40 dB	0,206	0,101 V	0,042 V	0,003 V	0,004 V
GE= -20 dB	GR= 0 dB	0,004 V	0,0004 V	0,0004 V	0,0005 V	0,0004 V
GE= -20 dB	GR= 40 dB	0,222 V	0,084 V	0,043 V	0,031 V	0,02 V
GE= 0 dB	GR= 0 dB	0,011 V	0,007 V	0,005 V	0,005 V	0,004 V
GE= 0 dB	GR= 40 dB	1,674 V	0,645 V	0,548 V	0,518 V	0,411 V

Les mesures sont du même ordre de grandeur que les résultats obtenus avec la simulation numérique de la chaîne électronique de mesure par sonde à impédance mutuelle (tableau 7 page 132). L'influence du réseau électrique (50 Hz) se fait nettement sentir au niveau des mesures faites à 45 Hz. Les mesures faites avec le premier mode (GE=-40 dB et GR=0 dB) sont inexploitable comme prévu.

En observant le spectre obtenu lors de la mesure (figure obtenue pour un signal émis à la fréquence de 45 Hz), on constate que le bruit ambiant décroît régulièrement en fonction de la fréquence pour se stabiliser aux fréquences les plus hautes. Les mesures faites à 5760 Hz sont donc les plus précises. Le mode de fonctionnement avec les gains les plus élevés (GE=0 dB et GR= 40 dB) est sans aucun doute le mode le plus exploitable lorsque les mesures sont effectuées dans l'air ambiant. On constate donc que la mesure faite à la fréquence de 5760 Hz avec un gain maximal (GE=0 dB et GR=40 dB) est celle qui se rapproche le plus de l'amplitude calculée lors de la simulation de l'instrument (0,411 volts mesuré pour 0,39 volts prévu).

5.3.2. Un seul bras déployé

Pour effectuer ces mesures, nous ne disposons que d'une maquette de la sonde Huygens. Il est bien difficile d'obtenir une parfaite symétrie au niveau de la disposition des électrodes par rapport au vaisseau. Nous allons donc effectuer la mesure pour chacun des bras en position dépliée, l'autre bras restant plié.

Lors de la simulation numérique nous avons supposé que l'électrode de réception du bras replié, touchait le vaisseau pris comme référence de masse. Lors de l'expérience nous veillons donc à bien relier cette électrode à la masse du vaisseau. On ne s'intéresse qu'aux résultats obtenu avec les gains les plus forts ($GE=0$ dB, $GR=40$ dB). Les résultats obtenus pour chacune des deux configurations ne sont pas identiques (tableau 19) car comme nous l'avons déjà expliqué la disposition des bras n'est pas rigoureusement respectée.

tableau 19 Mesure d'impédance mutuelle avec un seul bras déplié

fréquences		45 Hz	90 Hz	360 Hz	1440 Hz	5760 Hz
1	Tx ₁ et Rx ₁ à la masse	0,648 V	0,269 V	0,231 V	0,208 V	0,168 V
2	Tx ₂ et Rx ₂ à la masse	0,751 V	0,361 V	0,302 V	0,287 V	0,238 V

Nous comparons les résultats du tableau 19 avec ceux du tableau 18 obtenus pour un même mode de fonctionnement ($GE=0$ dB, $GR=40$ dB). Dans l'ensemble, l'amplitude mesurée avec un seul bras est plus ou moins égale à la moitié de celle mesurée avec les deux bras dépliés.

Dans le cas n°1 (tableau 19) les valeurs sont inférieures d'environ 19%; alors que dans le cas n°2, elles sont supérieures de 10 à 20% selon les fréquences. Or la simulation numérique (chapitre 3.3.2., page 80) prévoit une variation de -7% par rapport à la moitié de l'amplitude mesurée avec les deux bras.

Les conditions réunies pour effectuer la mesure ne sont pas suffisantes pour déterminer correctement la précision de l'instrument. Ce dernier est beaucoup trop sensible aux bruits ambients. Il faudrait recommencer l'expérience dans une cage de Faraday. Il reste à trouver une pièce blindée assez grande non seulement pour y introduire la sonde Huygens mais aussi de telle sorte que les murs et le sol aient une influence minime sur les résultats.

Conclusion

Les sondes à impédance mutuelle et à relaxation n'ont jamais été utilisées dans des conditions aussi délicates que celles imposées par la sonde Huygens. L'étude approfondie de leur fonctionnement démontre que la proximité des électrodes par rapport au vaisseau n'altère en rien les performances de l'instrument si les phénomènes perturbateurs engendrés par la configuration du système sont parfaitement identifiés lors du dépouillement des données. Il suffit d'appliquer quelques facteurs correctifs aux résultats de mesure pour en extraire les informations utiles. Ces modifications sont différentes pour chaque sonde et pour chaque mode de fonctionnement (actif ou passif). Elles sont répertoriées dans le tableau 19.

La précision de l'instrument dépend, par contre, de l'ensemble des bruits générés par l'électronique du système de mesure et est surtout limitée par l'utilisation d'un convertisseur analogique-numérique dont le pas de quantification est de $152 \mu\text{V}$. Elle reste cependant très acceptable. D'après les résultats de la simulation de l'ensemble de la chaîne électronique de mesure (tableau 19), l'instrument est capable d'effectuer des mesures dans une large gamme de conductivité électrique et ionique recouvrant les domaines prévisibles donnés par des modèles théoriques de l'atmosphère de Titan. Il permet de réaliser une première modélisation des ondes électromagnétiques (amplitude et fréquence) présentes et renseigne sur l'ordre de grandeur du champ électrique régnant dans le milieu traversé par la sonde.

tableau 19 Performances de l'instrument

Mode	Sonde à impédance mutuelle			Sonde à relaxation	
actif	Mesure de conductivité électrique			Mesure de conductivité ionique	
	domaine: 10^{-13} à 10^{-3} siemens/m			domaine: 10^{-14} à $3,5 \cdot 10^{-10}$ siemens/m	
	précision sur la phase: 10^{-2} degrés			résolution temporelle : 1 minute	
	perturbation apportée par le vaisseau: 17,5%				
passif	mesure d'ondes électromagnétiques			Mesure du champ électrique continu	
	seuil de détection entre 90 Hz et 5 kHz	GR=0dB	$6 \cdot 10^{-3}$ V/m	seuil de détection: 100 mV/m	
		GR=40dB	$5 \cdot 10^{-3}$ V/m		
	amplitude maximale entre 90 Hz et 5 kHz	GR=0dB	90 V/m	amplitude maximale: 30 V/m	
		GR=40dB	0,9 V/m		
	longueur de l'antenne	réelle	2,08 m	longueur efficace des antennes	pour $E_{\perp} : L_{fv} = 0,12$ m
		efficace	1,73 m		pour $E_{//} : L_{fh} = 1$ m

Dans son ensemble, la simulation de la configuration de l'instrument (vaisseau/électrodes) valide le concept de sonde à antennes courtes. Les mesures expérimentales d'impédance mutuelle viennent corroborer les résultats théoriques, bien que le bruit ambiant (en particulier le 50 Hz du réseau électrique omniprésent) perturbe fortement les signaux de basse fréquences. La modélisation s'avère d'autant plus utile qu'elle permet de contrôler le fonctionnement de l'instrument dans n'importe quel contexte et d'évaluer les écarts entre les résultats expérimentaux et les performances escomptées. L'étalonnage final sur le modèle de vol reste indispensable pour évaluer de manière précise le déphasage introduit par la chaîne de mesure. Les essais seront effectués au cours du premier semestre 1996.

Il est prévu que la sonde à impédance mutuelle fonctionne encore lorsque la sonde se posera sur le sol de Titan. Il doit être alors possible d'interpréter les résultats de la mesure de manière à en déduire la permittivité relative de ce sol. Dans ce cas précis, le changement de milieu introduit des perturbations supplémentaires qui ne sont pas prises en compte dans cette étude. Il serait donc intéressant de modifier la modélisation numérique des équipotentialles autour du vaisseau, en tenant compte des effets d'un sol proche.

De manière générale, les résultats intéressants obtenus avec cette modélisation numérique en démontrent l'utilité. D'autres projets développés au laboratoire sont susceptibles d'y avoir recours. Il suffira alors d'adapter le maillage à la forme du nouveau vaisseau.

Annexes

Annexe 1

Téchnique d'évaluation de l'erreur d'approximation sur un élément

Nous proposons ici une technique d'estimation de l'erreur $e(x)$ pour une approximation par éléments finis à trois dimensions. Pour évaluer $e(x)$, nous développons en série de Taylor, la fonction u_{ex} au voisinage du point $\xi=0$

$$u_{ex}(\xi) = u_{ex}(0) + \xi u_{ex}'(0) + \frac{u_{ex}''(0)}{2} \xi^2 + O(\xi^2) \quad (122)$$

L'expression (a.1) développée en trois dimensions devient:

$$u_{ex}(\xi, \eta, \zeta) = u_{ex}(0) + \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_{ex}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\xi^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \xi^2} \\ \frac{\eta^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \eta^2} \\ \frac{\zeta^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \zeta^2} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\xi \eta \partial \xi \partial \eta} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\zeta \eta \partial \zeta \partial \eta} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\xi \eta \partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (123)$$

soit:

$$u_{ex}(\xi, \eta, \zeta) = <1 \ \xi \ \eta \ \zeta \ \xi \zeta \ \eta \zeta> \begin{Bmatrix} u_{ex} \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \xi \partial \eta} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \zeta \partial \eta} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\xi^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \xi^2} \\ \frac{\eta^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \eta^2} \\ \frac{\zeta^2 \partial^2 u_{ex}}{2 \partial \zeta^2} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}}{\xi \eta \partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (124)$$

soit en notation vectorielle :

$$u_{ex}(\xi) = \langle P \rangle \{ \partial u_{ex} \} + \frac{1}{2} \langle \xi^2 \eta^2 \zeta^2 2\xi\eta \rangle \{ R \} \quad (125)$$

La fonction approchée par éléments finis s'exprime :

$$u(\xi) = \langle P \rangle \{ a \} \quad (126)$$

Les valeurs de u et u_{ex} coïncident aux 6 noeuds d'interpolation du prisme:

$$\{ u_a \} = [P_a] \{ a \} = [P_a] \{ \partial u_{ex} \} + \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \langle \xi_1^2 \eta_1^2 \zeta_1^2 2\xi_1\eta_1 \rangle \{ R_1 \} \\ \vdots \\ \vdots \\ \langle \xi_6^2 \eta_6^2 \zeta_6^2 2\xi_6\eta_6 \rangle \{ R_6 \} \end{array} \right\} \quad (127)$$

D'où:

$$\{ \partial u_{ex} \} = \{ a \} - \frac{1}{2} [P_a]^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \langle \xi_1^2 \eta_1^2 \zeta_1^2 2\xi_1\eta_1 \rangle \{ R_1 \} \\ \vdots \\ \vdots \\ \langle \xi_6^2 \eta_6^2 \zeta_6^2 2\xi_6\eta_6 \rangle \{ R_6 \} \end{array} \right\} \quad (128)$$

Reportons (a.6) dans (a.4) on arrive à:

$$e(\xi, \eta, \zeta) = u_{ex}(\xi, \eta, \zeta) - \frac{1}{2} \langle N \rangle \left\{ \begin{array}{l} \langle \xi_1^2 \eta_1^2 \zeta_1^2 2\xi_1\eta_1 \rangle \{ R_1 \} \\ \vdots \\ \vdots \\ \langle \xi_6^2 \eta_6^2 \zeta_6^2 2\xi_6\eta_6 \rangle \{ R_6 \} \end{array} \right\} - \frac{1}{2} \langle \xi^2 \eta^2 \zeta^2 2\xi\eta \rangle \{ R \} \quad (129)$$

La norme de l'erreur $e(\xi)$ s'écrit, en majorant R_1, R_2, \dots, R_6 et R par:

$$\begin{aligned} \text{Max } \{ R \} &= \text{Max} \left[\left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \xi^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \eta^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \zeta^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial \xi \partial \eta} \right| \right]_{v_r} \\ |e|_o &\leq \frac{1}{2} \text{Max} \left\{ \langle N \rangle \left\{ \begin{array}{l} \langle \xi_1^2 \eta_1^2 \zeta_1^2 2\xi_1\eta_1 \rangle \\ \vdots \\ \vdots \\ \langle \xi_6^2 \eta_6^2 \zeta_6^2 2\xi_6\eta_6 \rangle \end{array} \right\} - \langle \xi^2 \eta^2 \zeta^2 2\xi\eta \rangle \right\}_{v_r} \cdot \text{Max } \{ R \} \end{aligned} \quad (130)$$

Pour le prisme à 6 noeuds, les fonctions d'interpolation sont les suivantes:

$$\langle N \rangle = \langle \lambda a \ \xi a \ \eta a \ \lambda b \ \xi b \ \eta b \rangle \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \lambda = 1 - \xi - \eta \\ a = \frac{1-\zeta}{2} \\ b = \frac{1+\zeta}{2} \end{cases} \quad (131)$$

Et les coordonnées des noeuds sont :

$$\begin{cases} \langle \xi_1 \rangle = \langle 0 \ 0 \ -1 \rangle \\ \langle \xi_2 \rangle = \langle 1 \ 0 \ -1 \rangle \\ \langle \xi_3 \rangle = \langle 0 \ 1 \ -1 \rangle \\ \langle \xi_4 \rangle = \langle 0 \ 0 \ 1 \rangle \\ \langle \xi_5 \rangle = \langle 1 \ 0 \ 1 \rangle \\ \langle \xi_6 \rangle = \langle 0 \ 1 \ 1 \rangle \end{cases} \quad (132)$$

En remplaçant les fonctions d'interpolation et les coordonnées ξ_i dans l'équation (a.8) par leurs valeurs, on obtient la valeur maximale de l'erreur.

$$|e|_0 \leq \frac{1}{2} \text{Max} \{ R \} \quad (133)$$

Pour faire intervenir la géométrie de l'élément réel (forme, dimension), il faut remplacer les dérivées en ξ par des dérivées en x , en utilisant la transformée géométrique suivante:

$$x = \langle N \rangle \{ x_i \}$$

$$y = \langle N \rangle \{ y_i \} \quad (134)$$

$$z = \langle N \rangle \{ z_i \}$$

où les x_i, y_i, z_i sont les coordonnées des noeuds de l'élément réel. Après de fastidieux calculs, on trouve:

$$|e|_0 \leq 4^{-1/2} \text{Max} |D_x^2 u_{ex}|_{\Omega'} \quad (135)$$

où

$$\text{Max} |D_x^2 u_{ex}|_{\Omega'} = \text{Max} \left[\left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial y^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial z^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x \partial y} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial x \partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 u_{ex}}{\partial y \partial z} \right| \right]_{\Omega'}$$

et l est la plus grande arête du prisme.

Annexe 2

Résolution de l'équation de Laplace

Techniques de programmation et algorithmes

Sont exposées dans cette annexe, les techniques de programmation qui ont permis de mettre en oeuvre sur un ordinateur, la résolution numérique de l'équation de Laplace par la méthode des éléments finis à trois dimensions. La programmation efficace de cette méthode requiert une bonne expérience à la fois dans le domaine des éléments finis et dans celui de l'informatique; en effet:

- les programmes sont écrits le plus simplement possible bien qu'ils exécutent des opérations très diverses telles que l'organisation des données, l'intégration numérique, la résolution de systèmes ou encore les tracés...
- les programmes peuvent s'appliquer à de nombreux types de problèmes d'électrostatique
- la quantité de données manipulées est très importante et il faut avoir recours à des techniques de stockage et de calculs scientifiques judicieux pour optimiser la capacité de résolution des programmes et le temps de calcul.

La programmation de la résolution de l'équation de Laplace par la méthode des éléments finis se décompose en quatre modules.

Le premier lit, vérifie et organise les données décrivant le maillage (noeuds et éléments). Il enregistre aussi des paramètres physiques tels que la constante diélectrique (ϵ), la grandeur du champ électrique, les sollicitations et autres conditions aux limites.

Le deuxième module construit les matrices et vecteurs élémentaires et les assemble pour former la matrice globale et le vecteur global des sollicitations;

Le troisième module résout le système d'équations en tenant compte des conditions aux limites imposées par le problème d'électrostatique.

Le quatrième module met en forme les résultats pour les rendre accessibles à tous. Ce dernier bloc fonctionnel est spécifique à chaque problème.

Les programmes sont écrits en PV_WAVE et FORTRAN. Il utilisent des fonctions de la bibliothèque IMSL dont certaines sont uniquement accessibles par un programme en FORTRAN. Actuellement le programme fonctionne sur le Sparc center 2000 du CNES dont la mémoire vive est de 500 Moctets. Bien entendu, ces programmes peuvent tourner sur des machines plus ou moins grosses. Tout dépend de la taille du maillage utilisé et de la précision des données escomptée.

A2.1.Le Maillage

Le maillage est l'étape la plus importante dans la résolution d'un problème par la méthode des éléments finis. C'est aussi la partie la plus difficile à généraliser. En pratique, le maillage s'adapte à un ensemble de cas précis. Le maillage que nous avons choisi et qui nous paraît le mieux adapté à l'ensemble des problèmes d'électrostatique que nous avons à résoudre, est un maillage sphérique. Il permet de résoudre l'équation de Laplace sur un domaine plus ou moins vaste à trois dimensions, entourant un objet de géométrie quelconque (si possible assez régulier).

A2.1.1. Forme du maillage

Le domaine maillé est choisi le plus vaste possible. Il entoure le vaisseau et est tridimensionnel. On repère chaque noeud du maillage par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) représentées sur la figure 78.

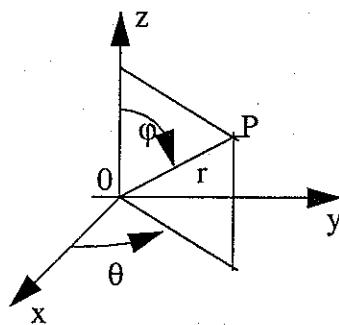


figure 78 Repère en coordonnées sphériques

Les coordonnées cartésiennes du point P sont:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi \\ y &= r \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ z &= r \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (136)$$

Les noeuds sont disposés sur des sphères concentriques plus ou moins déformées. La première couche de noeuds épouse exactement la forme du vaisseau (figure 79). Chaque couche de noeuds est constituée d'un ensemble de couronnes contenant le même nombre de noeuds à l'exception des couronnes supérieure et inférieure qui ne comportent qu'un seul point.

La dimension du maillage est définie par trois paramètres constants:

- "nbsphère" qui est le nombre de couches total du maillage; il délimite l'envergure du domaine maillé.
- "nbfi" qui correspond au nombre de secteurs angulaires définis dans le plan $(0x, 0z)$; ce paramètre fixe le nombre de couronnes par couche de noeuds.
- "nbteta" qui est le nombre de secteurs angulaires définis dans le plan $(0x, 0y)$. Ce paramètre fixe le nombre de noeuds par couronne.

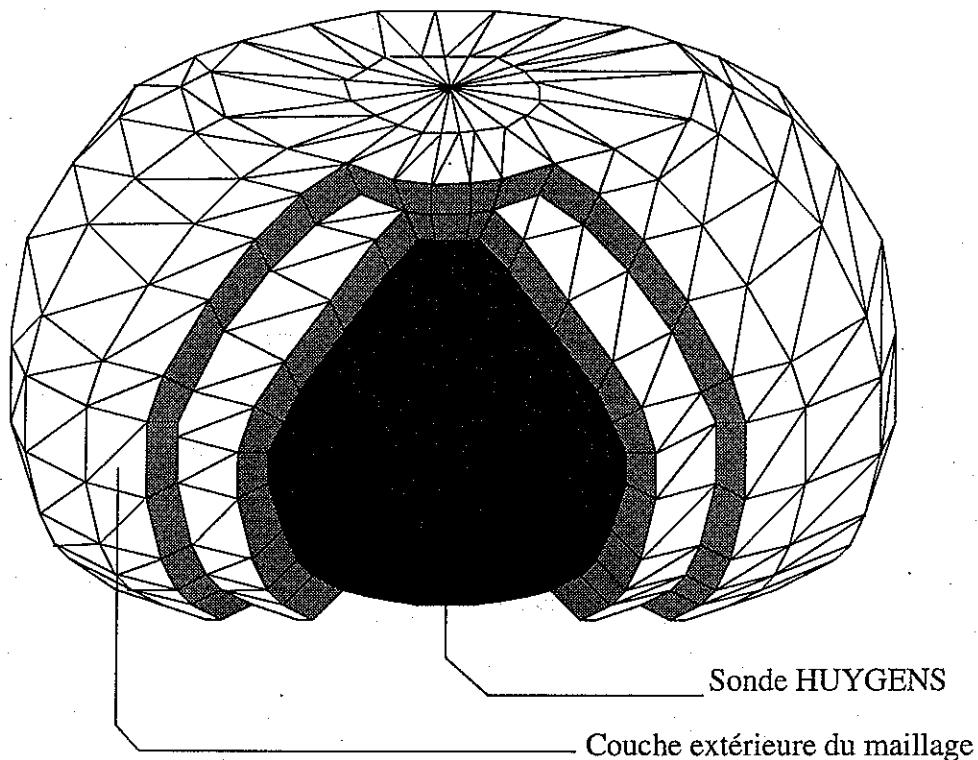


figure 79 Maillage autour du vaisseau

Le maillage étant ainsi défini, toutes les couches de noeuds contiennent le même nombre de noeuds; seule les distances entre les noeuds changent.

On déduit de la connaissance de ces paramètres, le nombre de noeuds par couche (nbndsphere) et le nombre de noeuds total du maillage (nbnoeud):

$$\text{nbndsphere} = (\text{nbteta} * (\text{nbfi}/2 - 1)) + 2$$

$$\text{nbnoeud} = \text{nbndsphere} * (\text{nbsphere} + 1)$$

A2.1.2. Construction de la première couche de noeuds

On choisit un ensemble de points à la surface du vaisseau afin de reproduire du mieux possible la forme de celui-ci. Dans le cas de la sonde Huygens, la tranche (0x,0y) du vaisseau est circulaire. La seule connaissance des noeuds se trouvant dans le demi-plan (0x,0z) suffit pour définir la forme du vaisseau et l'ensemble des noeuds du maillage. Dans le plan (0x,0y), la répartition des noeuds peut-être prise régulière, les points étant espacés d'un angle θ constant. Cet angle peut aussi varier d'un point à l'autre pour adapter le maillage en fonction de l'emplacement des charges ponctuelles et des points de mesure (électrodes d'émission et de réception respectivement).

La construction de la première couche du maillage consiste donc à définir trois tableaux de données à une dimension:

- "tabd-init" est un tableau dans lequel on entre la coordonnée sphérique r des noeuds se trouvant dans le demi-plan (0x,0,z). Il contient $\text{nbfi}/2 + 1$ éléments.
- "tabfi" est un tableau contenant la coordonnée sphérique ϕ de ces mêmes éléments. Il a la même dimension que le précédent.
- "tabteta" contient la valeur des secteurs angulaires définis dans le plan (0x,0y).

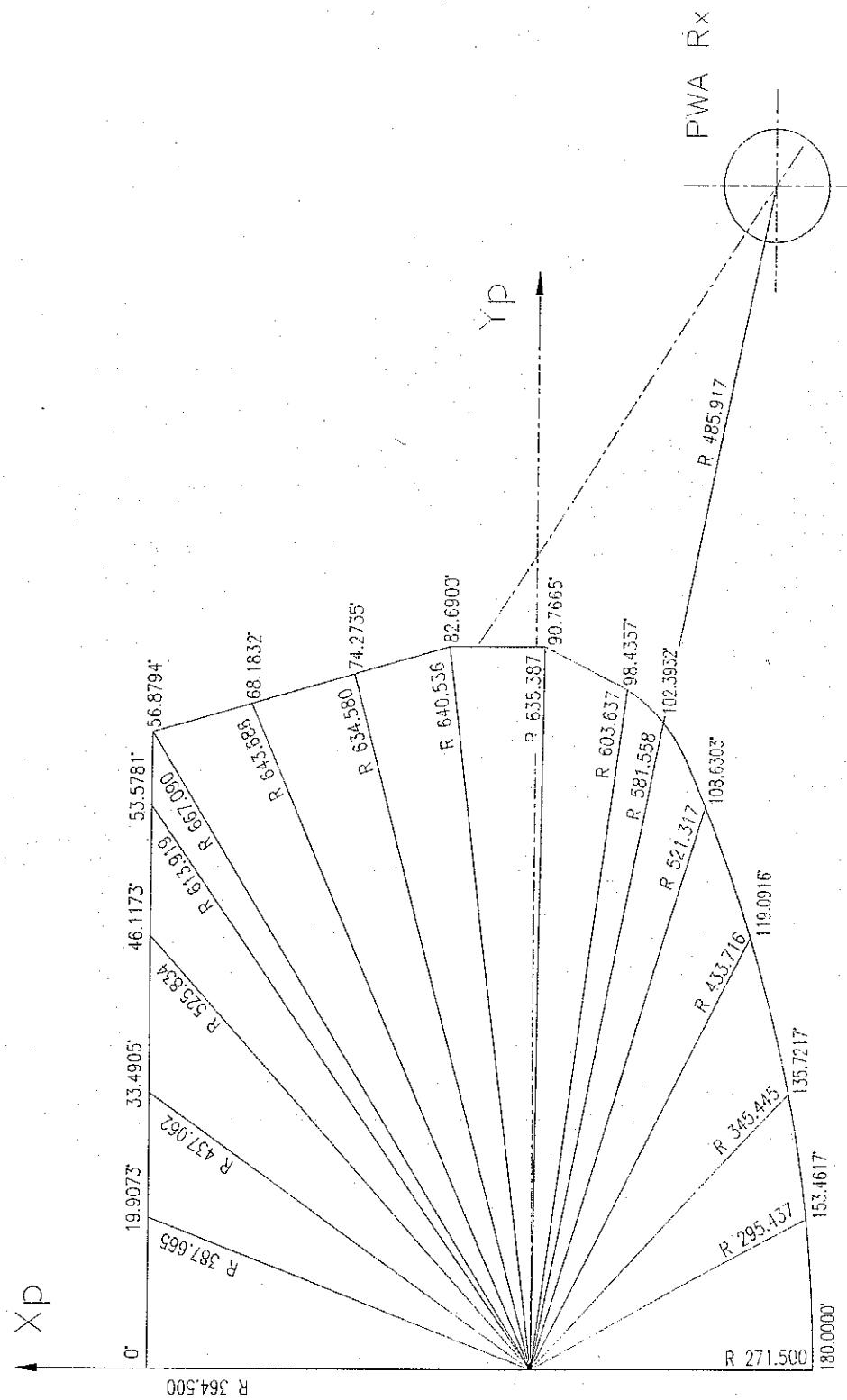


figure 80 Coordonnées sphériques des noeuds à la surface de la sonde Huygens (réalisé par G. Chalumeau)

A2.1.3.Numérotation des noeuds

Le premier noeud du maillage est pris au sommet de la première couche de noeuds. La figure 81 donne le sens de la numérotation des noeuds, adoptée pour la première couche. Il est généralisé à toutes les autres couches de noeuds.

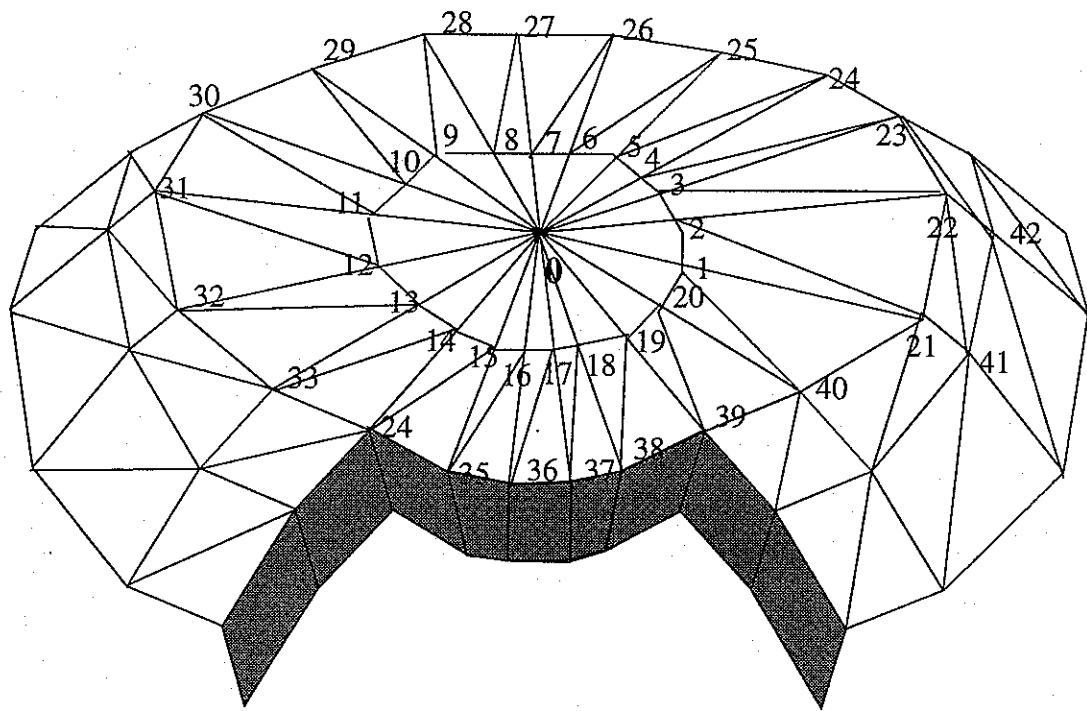


figure 81 numérotation des noeuds de la première couche

La numérotation des noeuds n'est pas figée. On peut faire varier le nombre de couches et de couronnes ainsi que le nombre de noeuds par couche et par couronne.

A2.1.4.Construction du maillage

Les couches du maillage sont construites les unes après les autres à partir de la connaissance des noeuds de la première couche. L'épaisseur entre deux couches est déterminée de telle manière que les éléments finis ainsi formés gardent une forme proche de celle de l'élément de référence (voir chapitre 3.2.2.3, page 62); c'est à dire que l'arête située entre deux couches successives est prise de la même longueur que l'arête située entre deux noeuds successifs d'une même couronne.

Comme le secteur angulaire entre deux noeuds situés sur une même couronne n'est pas constant, on effectue une moyenne des arêtes sur l'ensemble d'une couche. Ainsi l'épaisseur entre chaque couche de noeuds est uniforme. Ainsi la forme finale du domaine maillé reste proche de celle du vaisseau et les éléments gardent une forme proportionnelle à celle de l'élément de référence; seule la dimension des éléments change.

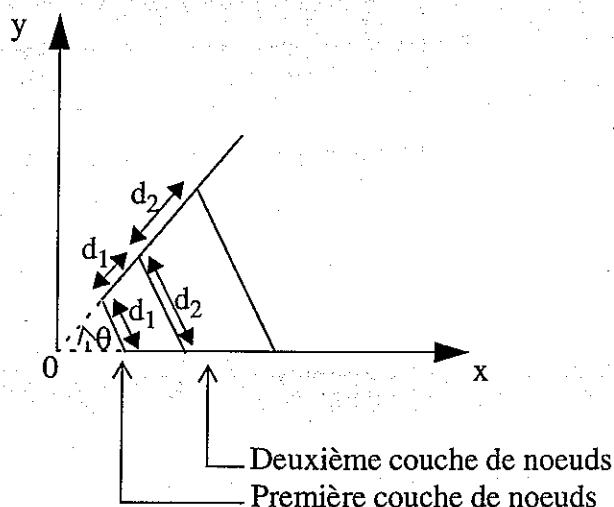


figure 82 Détermination de l'épaisseur entre deux couches du maillage

L'épaisseur entre deux couches successives est répertoriée dans un tableau à deux dimensions (**tabd**) contenant (**nbf1/2+1**) colonnes et (**nbsphere+1**) lignes. La première ligne contient les données du tableau "tabd-init".

Les valeurs stockées sur une même ligne sont constantes à l'exception des valeurs des arrêtes situées proches des électrodes.

A2.1.5. Emplacement des électrodes

Les électrodes émettrices sont assimilées à des charges ponctuelles. La valeur du potentiel en ce point est infini. Ces points ne doivent pas coïncider avec un noeud du maillage. On place les noeuds du maillage tout autour de ce point à une distance à peu près égale au rayon de l'électrode. Pour cela, une procédure permet d'optimiser l'épaisseur entre les deux couches de noeuds se situant de part et d'autre de la charge ponctuelle. Cette épaisseur est répertoriée dans le tableau "tabd".

Les électrodes réceptrices sont assimilées à des points de mesure. Ces points doivent coïncider avec les noeuds du maillage. Là aussi le maillage est optimisé de manière à faire passer une des couches du maillage par chacun des points de mesure.

Attention, le plan (0x,0y) et le plan (0x,0z) doivent être préalablement découpés en secteurs en tenant compte de l'emplacement des électrodes émettrices et réceptrices de manière à adapter le maillage à la configuration en tenant compte des remarques précédentes.

A2.1.6. Localisation des noeuds du maillage

Les noeuds sont localisés dans le maillage à partir de la connaissance:

- du numéro de la couche de noeuds (**sph**) qui varie de 0 à **nbsphere**.
- du numéro de la couronne (**c**) qui est compris entre 0 et **nbf1/2+1** sachant que la première couronne et la dernière ne comporte qu'un seul noeud et se situent respectivement en haut et en bas du maillage.
- de la position sur la couronne (**pos**) qui varie de 0 à **nbteta-1**.

A partir des paramètres de localisation du noeud, on retrouve les coordonnées sphériques du point, telles que:

$$r = \sum_{i=0}^{sph} tabd(c, i)$$

$$\varphi = tabfi(c)$$

$$\theta = tabteta(pos)$$

dont on peut extraire les coordonnées cartésiennes grâce à la formule (136).

Les coordonnées des points sont rangées dans un tableau à deux dimensions (**tabcoord**) contenant autant de lignes que le maillage contient de noeuds et trois colonnes, une pour chaque coordonnée.

Un autre tableau à deux dimensions contient pour chaque noeud:

- le numéro du noeud (**compte**), I
- le numéro de la couche (**sph**)
- le numéro de la couronne (**c**)
- la position sur la couronne (**pos**)
- le numéro du noeud voisin se trouvant sur la même couronne (**q**)
- le numéro du noeud se trouvant sur la première ou la dernière couronne de la couche (**centre**) de noeuds selon que le point choisi se trouve plus proche de l'une ou de l'autre (figure 83).

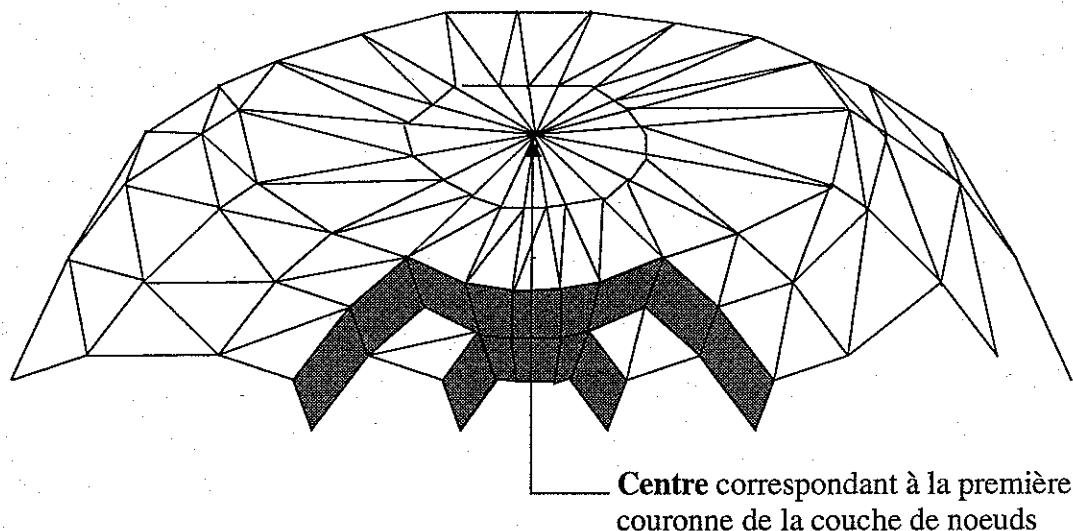


figure 83 Première couronne de la couche de noeuds

La construction du maillage est programmée dans le module intitulé "données.pro" et écrit sous IDL transportable sous PV-WAVE.

A2.2.Organisation matricielle de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode de discréétisation des formes intégrales de type Galerkine; elle remplace la forme intégrale globale W (équation (29) page 56) par une somme de formes intégrales élémentaires W^e (équation (44) page 60) puis discréétise celles-ci en utilisant une approximation par éléments finis. Ceci conduit à la définition des matrices globales et élémentaires [Dhatt et Touzot, 1981]. La technique d'assemblage, caractéristique de la méthode des éléments finis, permet de passer des matrices et vecteurs élémentaires à la matrice et aux vecteurs globaux. Il s'agit ensuite de stocker la matrice en utilisant ses propriétés puis d'introduire les conditions aux limites.

A2.2.1.Matrice élémentaire

On utilise l'élément de référence prismatique à six noeuds du chapitre 3.2.2.3, page 62 pour évaluer la matrice élémentaire $[k]$ et le vecteur $\{f\}$ dont les expressions sont données respectivement par l'équation (54) et l'équation (55).

Tables de correspondance avec l'élément de référence

On fait correspondre à chaque sommet de l'élément fini de référence un noeud du maillage. Ainsi, l'élément de référence V^r se transforme en tous les éléments réels V^e du maillage par des transformations τ^e différentes.

On peut classer ces transformations en quatre sous groupes. L'élément prismatique a une forme complexe. Contrairement au cas du cube, on ne peut pas faire correspondre n'importe quel sommet du prisme avec n'importe quel noeud du maillage. On doit respecter un ordre logique qui dépend de l'emplacement du prisme réel. On augmente ainsi, les chances d'obtenir une matrice $[k]$ bien conditionnée (voir chapitre 3.2.3.2, page 66).

1^{er} cas: Prisme du haut

Il s'agit des prismes définis entre le noeud central du haut et la deuxième couronne de toutes les couches de noeuds. On note i le numéro du noeud considéré.

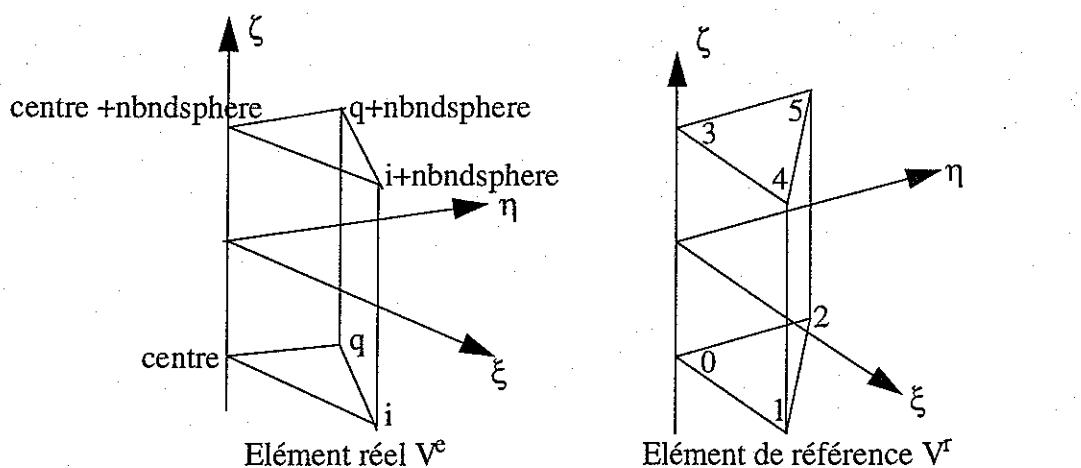


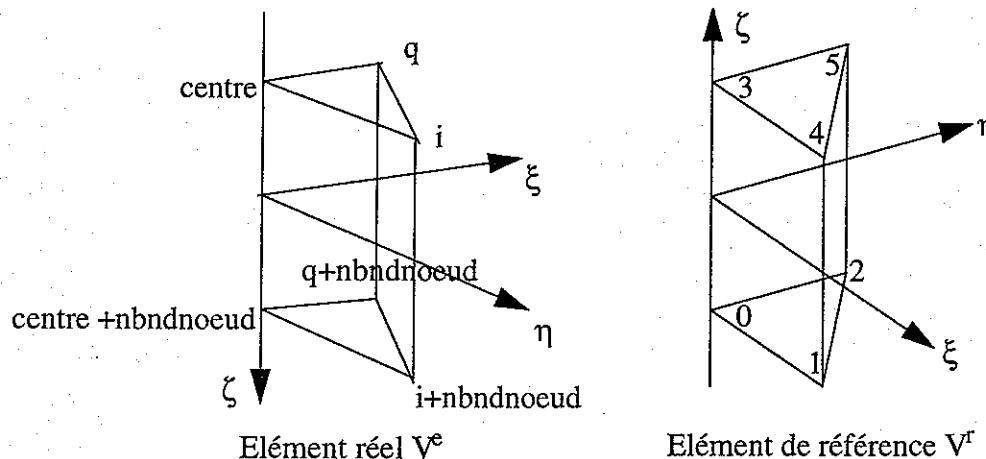
figure 84 Correspondance entre le prisme du haut et l'élément de référence

Tableau 20. Prisme du haut

V^r	0	1	2	3	4	5
V^e	centre	i	q	centre +nbndsphere	$i+nbndsphere$	$q+nbndsphere$

2ème cas: Prisme du bas

Les prismes réels V^e correspondent aux prismes formés par le dernier noeud de la couche et l'avant dernière couronne.

**figure 85** Correspondance entre le prisme du bas et l'élément de référence**Tableau 21.** Prisme du bas

V^r	0	1	2	3	4	5
V^e	centre	q	i	centre +nbndsphere	$q+nbndsphere$	$i+nbndsphere$

3ième cas: prisme de gauche

Les hexaèdres formés par l'agencement des noeuds du maillage sont transformés en deux prismes accolés que l'on nomme prisme de gauche et prisme de droite respectivement.

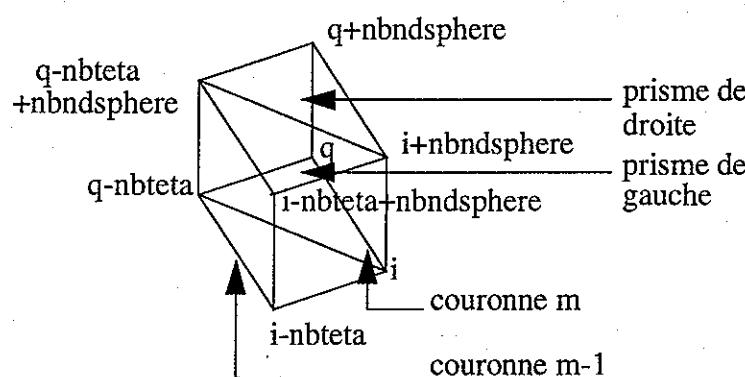
**figure 86** Orientation des prismes dans le maillage

Tableau 22. Prisme de gauche

V^r	0	1	2	3	4	5
V^e	i-nbteta	i	q-nbteta	i-nbteta +nbnSphere	i+nbnSphere	q-nbteta +nbnSphere

4ième cas: prisme de droite

Tableau 23. Prisme de droite

V^r	0	1	2	3	4	5
V^e	q	q-nbteta	i	q+nbnSphere	q-nbteta +nbnSphere	i+nbnSphere

Fonction d'interpolation $\langle N \rangle$

La transformation d'un élément de référence en élément réel est caractérisée par la matrice jacobienne (équation (53) page 64). Pour déterminer la matrice jacobienne associée à chaque transformation τ^e , il nous faut d'abord construire la fonction d'interpolation $\langle N \rangle$ sur l'élément de référence (prisme à six noeuds).

La fonction d'interpolation sur l'élément de référence (équation (52) page 63) est notée:

$$\langle N(\xi) \rangle = \langle P \rangle [P_n]^{-1}$$

où $\langle P \rangle = \langle 1 \xi \eta \zeta \xi\zeta \eta\zeta \rangle$ est la base polynomiale de l'approximation et $[P_n]$ est la matrice nodale

$$[P_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (137)$$

$[P_n]$ est obtenue à partir des coordonnées cartésiennes de l'élément de référence V^r dans la base de référence (ξ, η, ζ) et de l'expression analytique de $[P_n]$ (équation (51) page 63).

La dérivée de $\langle N \rangle$ par rapport à ξ, η, ζ est obtenue en dérivant l'expression analytique de $\langle P \rangle$ par rapport aux mêmes variables, soit:

$$\langle N_{,\xi} \rangle = \langle P_{,\xi} \rangle [P_n]^{-1}$$

$$\langle N_{,\eta} \rangle = \langle P_{,\eta} \rangle [P_n]^{-1}$$

$$\langle N_{,\zeta} \rangle = \langle P_{,\zeta} \rangle [P_n]^{-1}$$

Pour des raisons pratiques de programmation, on note:

$$[\text{base}] = \begin{bmatrix} \langle P_{,\xi} \rangle \\ \langle P_{,\eta} \rangle \\ \langle P_{,\zeta} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \zeta \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta \end{bmatrix} \quad (138)$$

D'autre part, on note $[S]$, la matrice contenant les coordonnées cartésiennes (136) des sommets des éléments réels telle que:

$$[S] = \begin{bmatrix} \{X_n\} & \{Y_n\} & \{Z_n\} \end{bmatrix} \quad (139)$$

On obtient, ainsi, l'expression de la matrice jacobienne associée à chaque transformation τ^e :

$$[J] = [\text{base}] [P_n]^{-1} [S] \quad (140)$$

Cette matrice dépend de la forme de l'élément réel V^e . Elle doit être recalculée pour chacun d'eux.

Expression de la matrice $[k]$

L'intégrale de volume sur V^r est donnée par l'expression (54) de la page 64:

$$[k] = \int_{\xi=0}^{\xi=1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} [B_\xi]^T [J^{-1}]^T [D] [J^{-1}] [B_\xi] \det(J) d\xi d\eta d\zeta$$

A l'aide des notations précédentes, on a:

$$[B_\xi] = [\text{base}] [P_n]^{-1} \quad (141)$$

Intégration numérique

La programmation de l'intégration numérique sur l'élément de référence V^r s'organise autour de la méthode produit décrite page 65. On utilise 12 points d'intégration sur le triangle de base du prisme et 9 points d'intégration dans le sens des ζ .

Tableau 24. Coordonnées des points d'intégration

méthodes	nombre de points r	coordonnées		poids
Méthode directe d'intégration sur un triangle	12 points a=0,063089 b=0,249286 c=0,310352 d=0,053145	ξ_i	η_i	w_i
		a	a	0,025422
		1-2a	a	"
		a	1-2a	"
		b	b	0,058393
		1-2b	b	"
		b	1-2b	"
		c	d	0,041425
		d	c	"
		1-(c+d)	c	"
		1-(c+d)	d	"
		c	1-(c+d)	"
		d	1-(c+d)	"

Tableau 24. Coordonnées des points d'intégration

méthodes	nombre de points r	coordonnées	poids
Méthode de Newton-Cotes à une dimension	9 points	ξ_j	
		0	-4540/14175
		$\pm 1/4$	10496/14175
		$\pm 1/2$	-928/14175
		$\pm 3/4$	5888/14175
		± 1	989/14175

Les coordonnées des points d'intégration ξ_i, η_i, ζ_j associés à chaque méthode [Dhatt et Touzot, 1981] sont données dans le tableau 24.

A2.2.2. Assemblage

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire la matrice globale $[K]$ et le vecteur global des sollicitations $\{F\}$ à partir des matrices élémentaires et des vecteurs élémentaires des sollicitations $\{f\}$.

Chaque forme élémentaire W^e s'écrit sous la forme discrétisée (équation (44), page 60):

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle \left([k] \{u_n\} - \{f\} \right)$$

où $[k]$ est la matrice élémentaire de l'élément V^e

$\{f\}$ est le vecteur des sollicitations de l'élément

La forme intégrale globale discrétisée W est la somme des formes élémentaires discrétisées W^e (équation (47) page 60). Cette opération constitue l'assemblage:

$$W = \sum_e W^e = \sum_e \langle \delta U_n \rangle \left([K] \{U_n\} - \{F\} \right)$$

Nous cherchons à mettre cette expression sous la forme (équation (48) page 60):

$$W = \langle \delta U_n \rangle \left([K] \{U_n\} - \{F\} \right)$$

Construction de la matrice $[K]$

Le laplacien étant un opérateur auto-adjoint, la matrice $[K]$ est une matrice bande, symétrique, définie positive. La matrice $[K]$ comporte donc un grand nombre de zéro qu'il n'est pas nécessaire de stocker. D'autre part, les seuls termes non nuls de $[K]$ sont tels que:

$k_{ij}=k_{ji}$ avec $i=0,1,2...nbnoeud-1$ et $j=0,1,2...nbnoeud-1$

où i et j sont les indices des lignes et des colonnes respectivement

Par conséquent un terme k_{ij} est non nul que s'il existe un élément V^e faisant intervenir simultanément les variables nodales u_i et u_j .

La règle d'assemblage est symétrique en i et j ; si il existe un terme non nul k_{ij} , il existe donc aussi un terme non nul k_{ji} . Nous pouvons donc étudier seulement la structure (topologie) de la moitié supérieure de K pour laquelle $j > i$.

Stockage de la matrice [K]

Une manière économique de stocker cette matrice est de ne stocker que la partie triangulaire supérieure dans une matrice comportant N colonnes et LDA lignes. N est le nombre de noeuds total du maillage (nbnoeud) et LDA est égale au nombre de diagonales de la partie triangulaire supérieure comportant des éléments non tous nuls, y compris la diagonale principale.

Par exemple, la matrice [K] suivante:

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

lorsqu'elle est stockée en mode de stockage symétrique, [K] devient:

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Cette méthode de stockage n'est pas la plus économique en place mémoire, mais c'est la plus économique en ligne de code au niveau de la programmation. En effet, elle permet de se servir de certaines fonctions de la bibliothèque IMSL.

Règle d'assemblage

De manière à standardiser les opérations d'assemblage, on définit pour chaque élément V^e deux tables de localisation élémentaire (*indi* et *indj*) qui donnent la position i et j respectivement de chaque terme non nul de [k] dans [K]. La dimension de ces tables est égale au nombre de liaisons que l'on peut établir entre tous les sommets d'un même prisme; soient 15 liaisons auxquelles il faut ajouter les termes de la diagonale; soient 6 termes supplémentaires.

L'assemblage se fait en tenant compte directement du mode de stockage symétrique. Sont d'abord ajoutés les termes de la diagonale puis ensuite les termes dont les indices sont enregistrés dans les tables de localisation élémentaire.

A2.3.Résolution du système d'équation

Après assemblage, la forme intégrale globale s'écrit:

$$W = \langle \delta U_n \rangle \left[[K] \{U_n\} - \{F\} \right] = 0 \quad (142)$$

Le problème consiste à trouver {U_n} qui annule W pour tout $\langle \delta U_n \rangle$ en satisfaisant les conditions aux limites sur Γ_s (chapitre 3.3.1., page 75) définies par $u=u_s$ et $\delta u=0$. Sous forme discrétisée ces conditions (équation (75) page 76) s'écrivent:

$$\left. \begin{array}{l} U_i = \bar{U}_i \\ \delta u_i = 0 \end{array} \right\} i \in \Gamma_s$$

Ainsi, le système algébrique:

$$[K] \{U_n\} = \{F\}$$

doit être résolu en $\{U_n\}$ après modification de la matrice $[K]$ et du vecteur $\{F\}$ pour tenir compte des conditions aux limites.

Restructuration de $\{F\}$

Dans les cas que nous traitons, il n'existe pas de sollicitation, ni en surface, ni en volume. Le vecteur $\{F\}$ est initialement nul. L'introduction des conditions sur la surface Γ_s modifie ce vecteur. On connaît la valeur du potentiel U_n en chaque point du maillage à la surface du vaisseau. La restructuration de $\{F\}$ en $\{F'\}$ nous amène à effectuer une première fois le produit:

$$[K] \{U_n^e\} = \{F^e\}$$

où $\{U_n^e\}$ est le vecteur contenant uniquement les valeurs prises par U_i en chaque noeud du maillage sur la surface Γ_s . Les autres valeurs U_i sont nulles.

Méthode de suppression des équations

On restructure, ensuite, la matrice $[K]$ de manière à supprimer les équations correspondant aux degrés de liberté imposés (U_i). La forme du maillage choisi (Annexe 2.1., page 160) nous amène à éliminer la première et la dernière couche du maillage. La restructuration de $[K]$ en $[K']$ consiste donc à éliminer les premières et dernières colonnes et lignes de la matrice $[K]$ correspondant à la première et à la dernière couche du maillage. De même la restructuration de $\{F\}$ en $\{F'\}$ consiste à éliminer les premières et dernières lignes du vecteur $\{F^e\}$ correspondant à la première et à la dernière couche du maillage. On se retrouve donc à résoudre un système à $(nbnoeud - 2 * nbndsphere)$ équations, tel que:

$$[K'] \{U'_n\} = \{F'\} \quad (143)$$

Résolution du système restructuré

Pour résoudre le système restructuré (143), on utilise une fonction de la bibliothèque IMSL à partir d'une procédure écrite en FORTRAN. Cette fonction tient compte de la manière dont est stockée la matrice $[K']$. Cette fonction utilise la méthode de décomposition de Cholesky pour résoudre le système. Elle retourne le vecteur $\{U'_n\}$ ainsi que des messages d'erreur si la matrice $[K']$ est mal conditionnée ou singulière.

Annexe 3

Calcul de l'impédance d'entrée du préamplificateur de la chaîne de mesure par sonde à impédance mutuelle

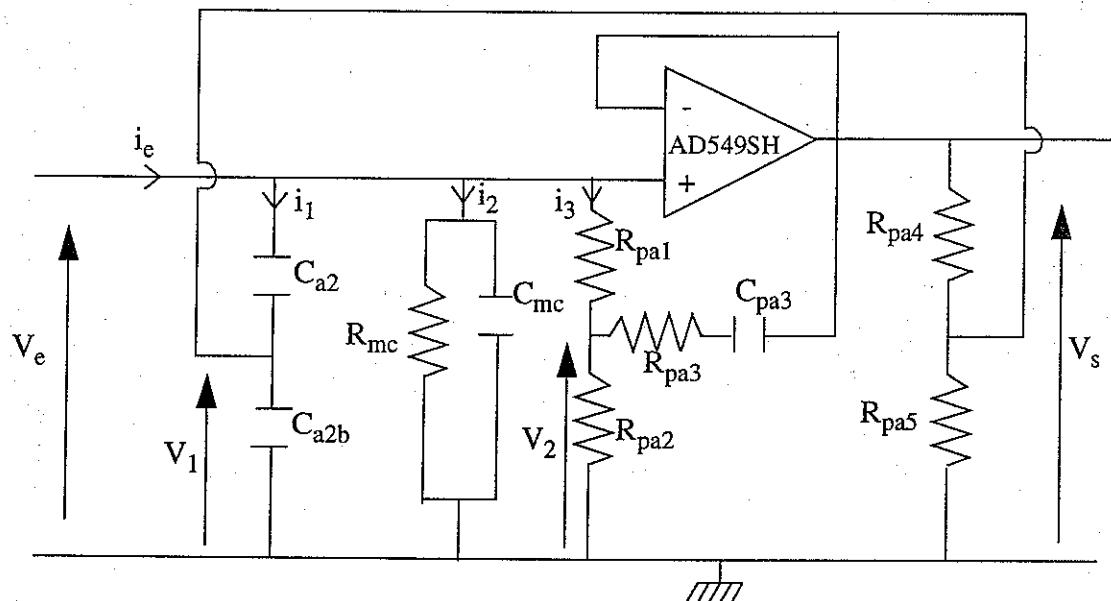


figure 87 schéma équivalent du préamplificateur

On cherche à calculer l'impédance d'entrée du préamplificateur de la sonde à impédance mutuelle. Le schéma équivalent du préamplificateur ainsi que les notations adoptées sont représentées sur la figure 87.

Calcul des courants

Calcul de i_1

On pose:

$$Z_{c2} = \frac{1}{jC_{a2}\omega} \text{ et } Z_5 = \frac{R_5}{1 + jC_{a2b}\omega} \quad (144)$$

où ω est la pulsation en rad/s

On a alors:
$$\begin{cases} V_1 = \frac{\frac{V_e}{Z_{c2}} + \frac{V_s}{R_{pa4}}}{\frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{R_{pa4}}} \\ V_e = Z_{c2}i_1 + V_1 \\ V_e = V_s \end{cases} \quad (145)$$

soit:
$$\begin{cases} V_1 = \frac{Z_{c2} \cdot Z_5 + R_{pa4} \cdot Z_5}{Z_{c2} \cdot R_{pa4} + Z_5 \cdot Z_{c2} + R_{pa4} \cdot Z_5} \cdot V_e \\ i_1 = \frac{V_e - V_1}{Z_{c2}} \end{cases} \quad (146)$$

d'où: $i_1 = V_e \cdot \left(\frac{R_{pa4}}{Z_{c2} \cdot R_{pa4} + Z_5 \cdot Z_{c2} + R_{pa4} \cdot Z_5} \right) \quad (147)$

En remplaçant Z_{c2} et Z_5 par leurs expressions développées (équation (144)) dans l'équation (147), on trouve:

$$i_1 = V_e \cdot \left(\frac{j\omega R_{pa4} C_{a2} (j\omega R_{pa5} C_{a2b} + 1)}{R_{pa4} + R_{pa5} + R_{pa4} R_{pa5} (C_{a2} + C_{a2b}) j\omega} \right) \quad (148)$$

calcul de i_2

On pose:

$$Z_{mc} = \frac{R_{mc}}{1 + jC_{mc} R_{mc} \omega}$$

On a: $i_2 = \frac{V_e}{Z_{mc}}$

d'où: $i_2 = V_e \cdot \left(\frac{1}{R_{mc}} + jC_{mc} \omega \right)$

Calcul de i_3

On pose:

$$Z_3 = R_{pa3} + \frac{1}{jC_{pa3}\omega}$$

On a alors:
$$\begin{cases} V_2 = \frac{\frac{V_s}{Z_3} + \frac{V_e}{R_{pa1}}}{\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{R_{pa1}} + \frac{1}{R_{pa2}}} \\ V_e = R_{pa1}i_3 + V_2 \\ V_e = V_s \end{cases} \quad (149)$$

$$\text{soit: } \left\{ \begin{array}{l} V_2 = \frac{Z_3 \cdot R_{pa2} + R_{pa1} \cdot R_{pa2}}{Z_3 \cdot R_{pa1} + R_{pa1} \cdot R_{pa2} + R_{pa2} \cdot Z_3} \cdot V_e \\ i_3 = \frac{V_e - V_2}{R_{pa1}} \end{array} \right. \quad (150)$$

$$\text{d'où: } i_3 = V_e \cdot \left(\frac{Z_3}{Z_3 \cdot R_{pa1} + R_{pa1} \cdot R_{pa2} + R_{pa2} \cdot Z_3} \right) \quad (151)$$

En remplaçant Z_3 par son expression (148) dans l'équation (151), on trouve:

$$i_3 = V_e \cdot \frac{j\omega R_{pa3} C_{pa3} + 1}{R_{pa1} + R_{pa2} + C_{pa3} (R_{pa1} R_{pa2} + R_{pa1} R_{pa3} + R_{pa2} R_{pa3}) j\omega} \quad (152)$$

Courant total

$$i_e = i_1 + i_2 + i_3$$

Calcul de l'impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{V_e}{i_e}$$

$$i_e = i_1 + i_2 + i_3 = Y_{e1} V_e + Y_{e2} V_e + Y_{e3} V_e$$

$$Z_e = \frac{1}{Y_{e1} + Y_{e2} + Y_{e3}} \quad (153)$$

$$\text{avec } Y_{e1} = \frac{j\omega R_{pa4} C_{a2} (j\omega R_{pa5} C_{a2b} + 1)}{R_{pa4} + R_{pa5} + R_{pa4} R_{pa5} (C_{a2} + C_{a2b}) j\omega}$$

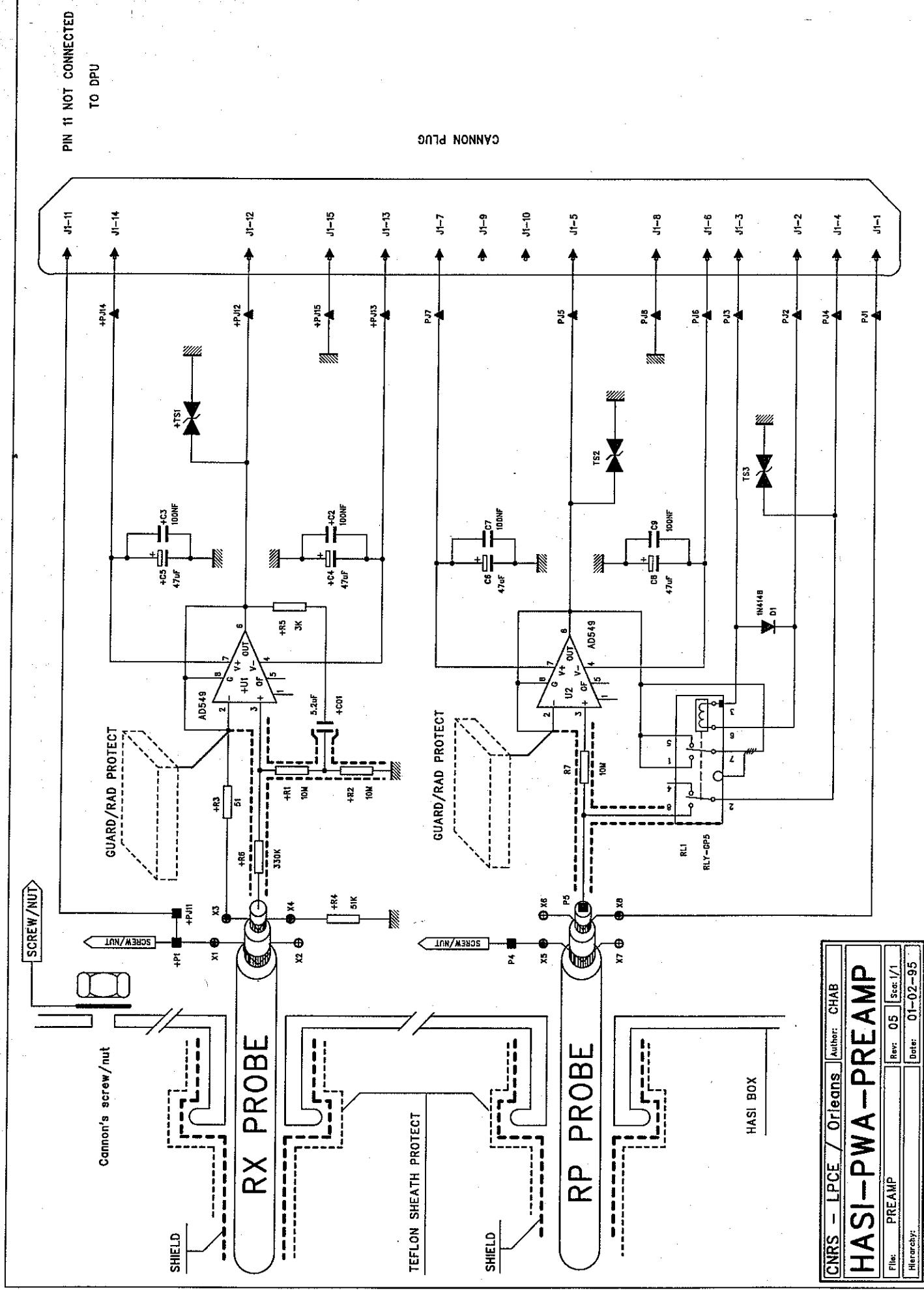
où ω est la fréquence angulaire du signal reçu (en rad/s)

$$Y_{e3} = \frac{j\omega R_{pa3} C_{pa3} + 1}{R_{pa1} + R_{pa2} + C_{pa3} (R_{pa1} R_{pa2} + R_{pa1} R_{pa3} + R_{pa2} R_{pa3}) j\omega}$$

$$Y_{e2} = \frac{1}{R_{mc}} + jC_{mc} w$$

Annexe 4

Schémas de la carte analogique et des préamplificateurs



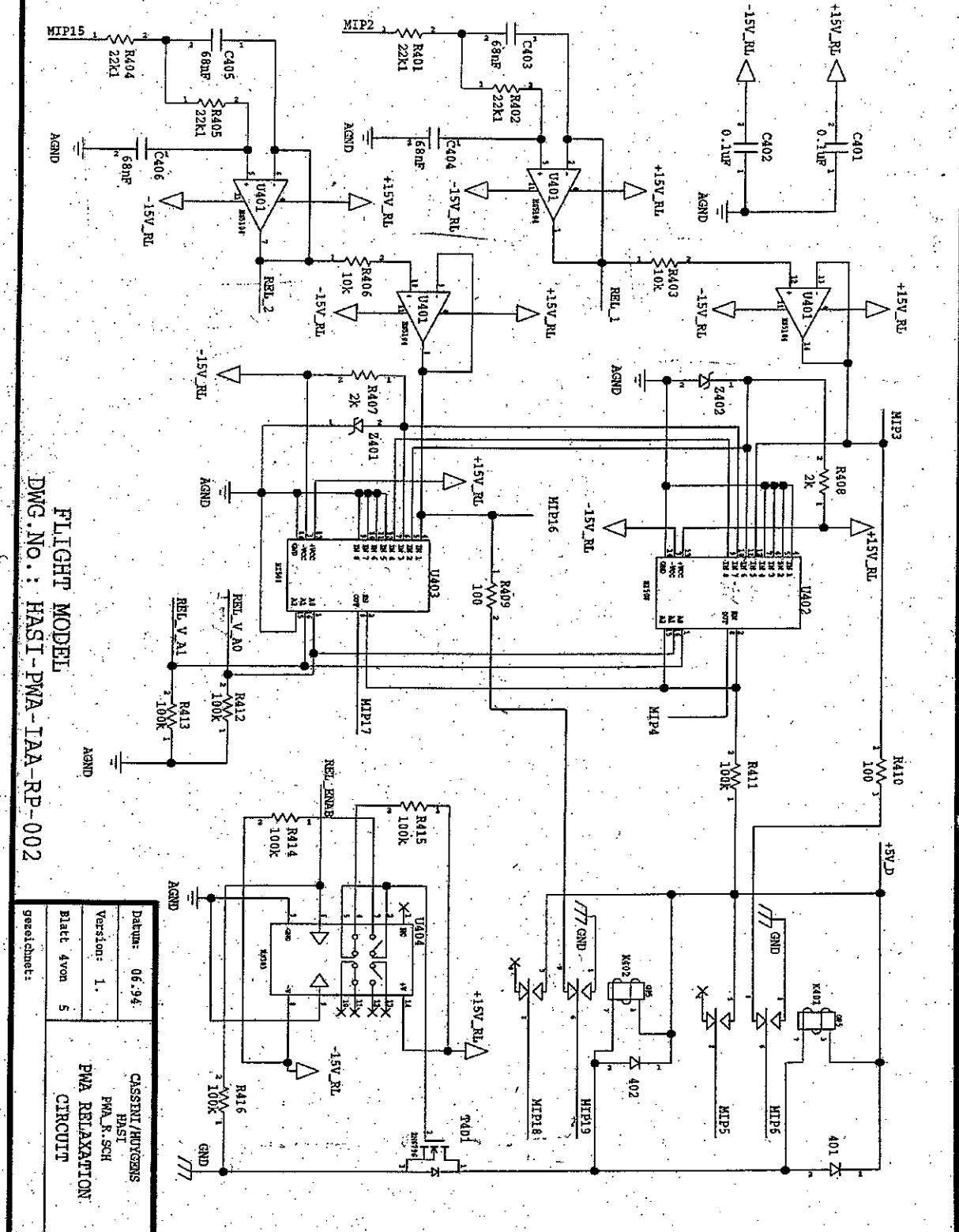


figure 89 Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)

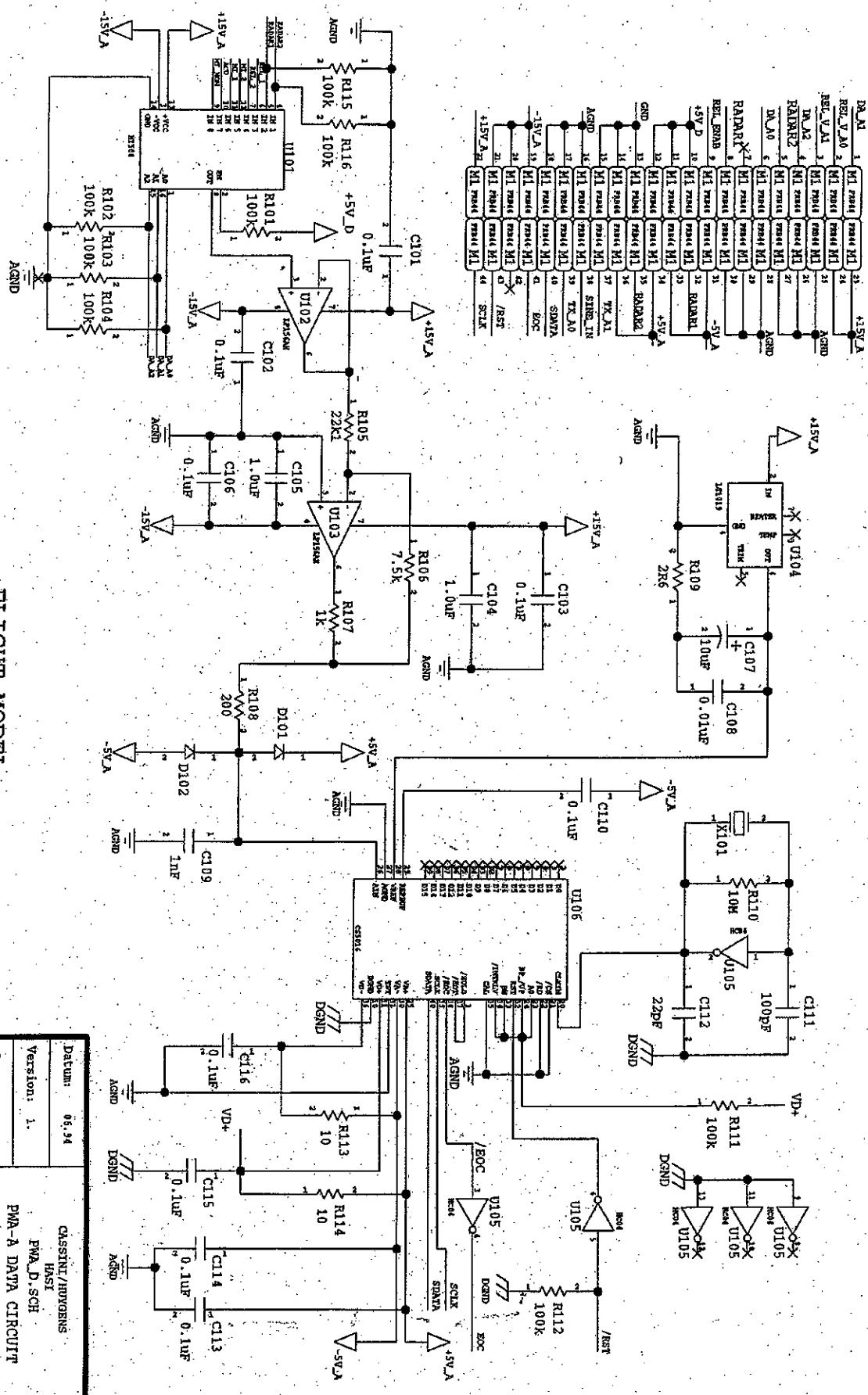


figure 90 Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)

FLIGHT MODEL
DWG. NO. : HASI-PWA-IAA-DAT-002

Datum:	06.94
Version:	1.
Blatt:	von 5

CASSINI/HOVORHENS
HASI
PWA_D.SCH
PWA-A DATA CIRCUIT
gezeichnet:

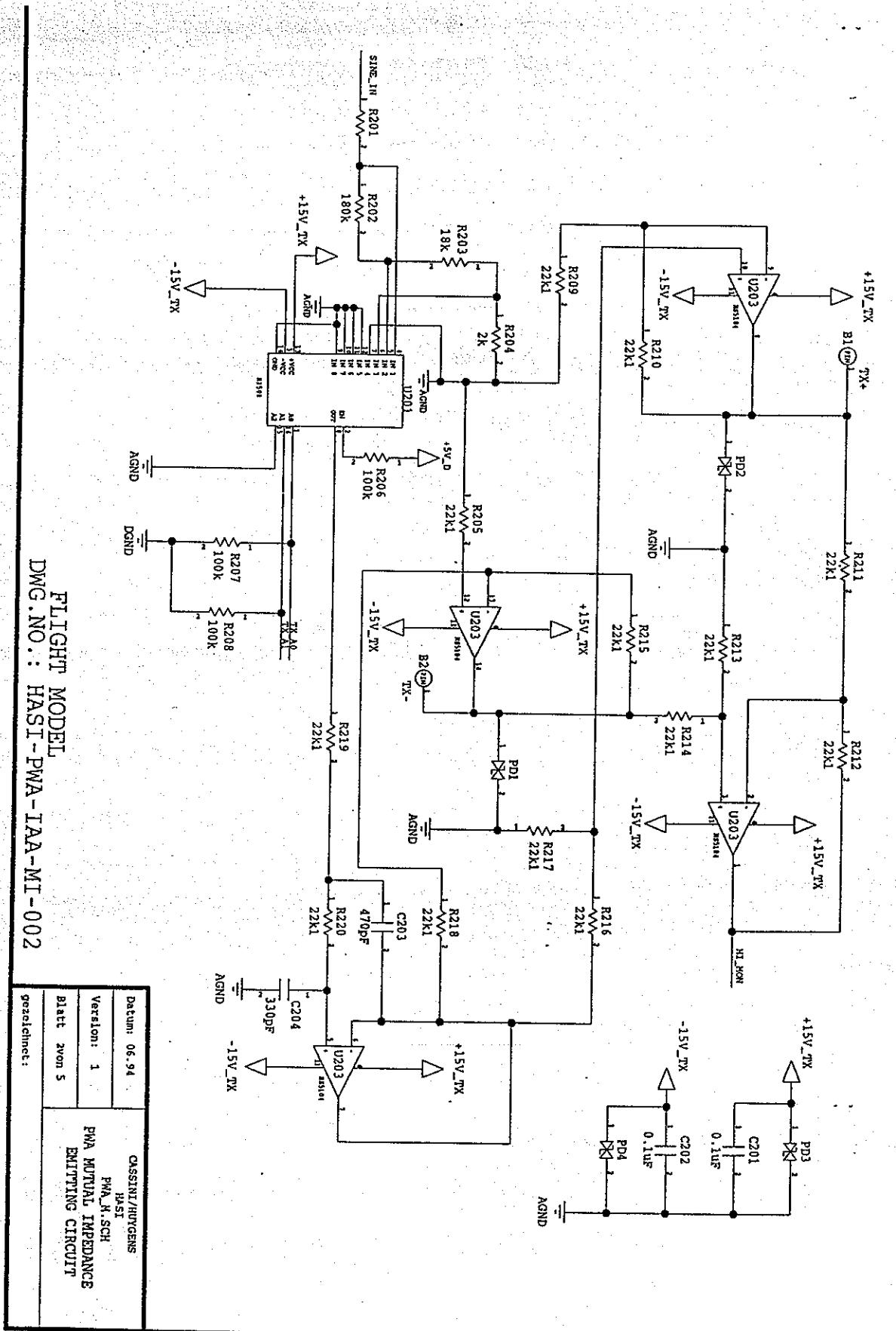


figure 91 Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)

FLIGHT MODEL
DWG. NO.: HASI-PWA-IAA-MI-002

Datum:	06.94	CASSIN/HYDGENS
Version:	1	HASI
Blatt	2 von 5	PWA-M SCH
PWA MUTUAL IMPEDANCE EMITTING CIRCUIT		

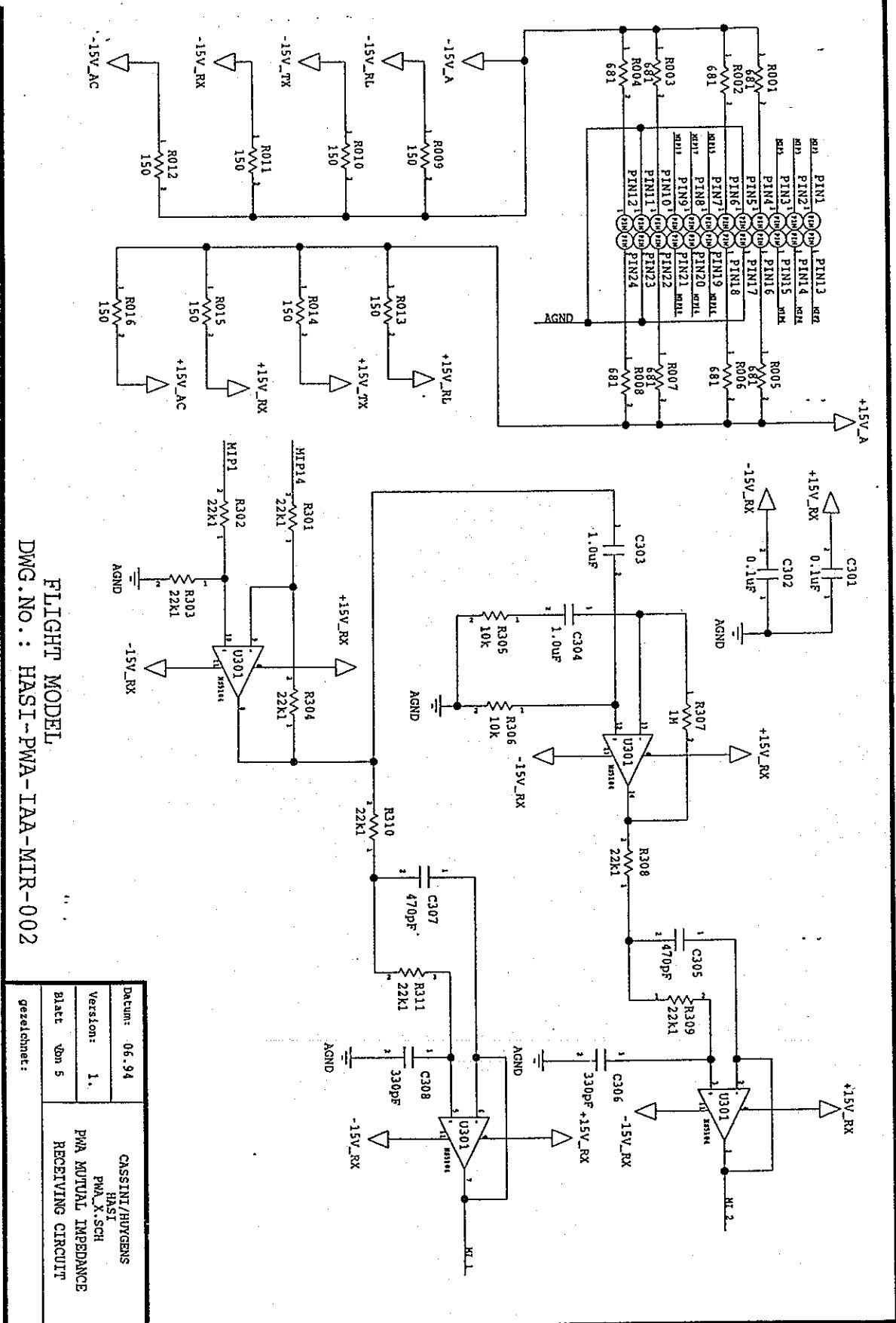


figure 92 Schéma de la carte analogique (réalisé par P. Falkner)

FLIGHT MODEL
DWG. NO. : HASI-PWA-IIA-MIR-002

Annexe 5

Plan de la sonde Huygens

MODIFICATIONS

Ref	Date	Ref	Ref	Ref	
B	1985.1	C	1985.1	D	1985.1
ADDED BOXES LOCATION		NEW HASI CONNECTION		NEW DRU CONNECTION	
E	1985.1	F	1985.1	G	1985.1
BOOMS NEW DESIGN		NEW STUB LOCATION		MODIFIED HASI DRU LOCATION	
H	1985.1	I	1985.1	J	1985.1
MODIFIED HASI 11 & 12 B1 & B2 LOCATIONS UPDATED DRAWING		MODIFIED HASI 11 & 12 LOCATIONS UPDATED DRAWING		MODIFIED HASI 12 & B2 LOCATIONS AND UPDATED DRAWING	

DETAIL A DELETED
DRAWING UPDATED

REF ID: 1052 F.0000
DATE: 1985.2.14
TITLE: CASSINI/HUYGENS
SUBTITLE: HASI ACCOMODATION

1. REF ID: 1052 F.0000
2. DATE: 1985.2.14
3. TITLE: CASSINI/HUYGENS
4. SUBTITLE: HASI ACCOMODATION

DEPLOYED CONFIGURATION

2085.2

RLx

+Yp

PWA Rx

PWA Tx

+Xp

05

622

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248

249

250

251

252

253

254

255

256

257

258

259

260

261

262

263

264

265

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

277

278

279

280

281

282

283

284

285

286

287

288

289

290

291

292

293

294

295

296

297

298

299

300

301

Bibliographie

Atmosphère de Titan au peigne fin, Air et Cosmos, 1446, 34, 1993.

Béghin, C., D. Lagoutte and M. Chabassière, Projet MARS94/ELISMA expérience HFMI sensibilité et réponse dans le vide des sondes à impédance mutuelle, LPCE/NTS/005.A, Lab. Phys. Chim. Environ., CNRS, 1992.

Boithias, Lucien, Propagation des ondes radioélectriques dans l'environnement terrestre, Dunod, 1983.

Borucki, W. J., Z. Levin, R. C. Whitten, R. G. Keesee, L. A. Capone, O. B. Toon, and J. Dubach, Predicted electrical conductivity between 0 and 80 km in the Venusian atmosphere, Icarus 51, 302-321, 1982.

Borucki, W. J., Z. Levin, R. C. Whitten, R. G. Keesee, L. A. Capone, A. L. Summers, O. B. Toon, and J. Dubach, Prediction of the electrical conductivity and charging of the aerosol in titan's atmosphere, Icarus 72, 604-622 , 1987.

Borucki, W. J., L. P. Giver, and C. P. McKay, Lightning production of hydrocarbons and HCN on Titan: laboratory measurements, Icarus, 76, 125-134, 1988.

Bragin, Yu. A., A. A. Kocheev, and O. A. Bragin, Direct measurements of the electrical conductivity and relaxation time of ionized air in the stratosphere and mesosphere, Cosmic Res., 11, 110-114, 1973.

Chang, J. and K. Kodera, Theory of electric conductivity measurements by an electrostatic Probe in an atmospheric low-density continuum ionized gas, J. Geophys. Res., 90, 5897-5900, 1985.

Ciarlet, P. G., Introduction à l'analyse numérique de la méthode des éléments finis, Université Paris VI /Cnrs.

Cole, R. K., Jr.,and E. T. Pierce, Electrification in the Earth's atmosphere for altitudes between 0 and 100 kilometres, J. Geophys. Res. 70, 2735-2749, 1965.

Delcroix, J.L. and A. Bers, Physique des plasmas, Tome 1, InterEditions/Cnrs Editions, 1994.

Dhatt, G. and G. Touzot, Une présentation de la méthode des éléments finis, Maloine/Les Presses de l'Université du Québec, 1981.

Durand, E., Electrostatique, Problème généraux conducteurs, Tome 2, Masson et Cie, 1961.

ESA/NASA, CASSINI, Saturn orbiter and Titan probe, ESA-SCI(88)5, Europ. Space Agency, 1988.

- Eshleman, V. R., G. F. Lindal, and G. L Tyler, Is Titan wet or dry?, Science, 221, 53-55, 1983.
- Falkner, P., M. Hamelin, V. Brown, F. Cadène, R. Grard, E. Hutter, J.J. Lopez Moreno, L. Pomathiod and K. Schwingenschuh, CASSINI Mission-HUYGENS Probe/Atmospheric Structure Instrument: PWA Specification Document, Inst. Weltraumforschung, 1995.
- Grard, R.J.L., A quadrupolar array for measuring the complex permittivity of the ground, Measur. Sci. Technol., 1, 295-301, 1990.
- Grard, R. J. L., The significance of meteoric ionisation for the propagation of lightning spherics in the atmosphere of Titan in Poceedings Symposium on Titan, Toulouse, France, 9-12 septembre, 1991, pp. 125-128, Europ. Space Agency, ESA-SP-338, 1991.
- Hunten, D. M., F. M. Flasar, D.F. Strobel and D.J. Stevenson, *Titan et Saturne*, edited by Tom Gehrels and M. S. Mathews, pp. 671-759, University of Arizona press, 1984.
- Ip, W. H., Meteorid ablation processes in Titan atmosphere, Nature, 345, 511-512, 1990.
- Kohlhase, C, The Cassini mission to Saturn, Planetary Report, XIII, 1993.
- Lebreton, J. P., M. Verdant and R. D. Wills, Huygens: the science, payload and mission profile, ESA bulletin 71, 31-41, 1994.
- Lindal, G. G., G. E. Wood, H. B. Hotz, D. N. Sweetnam, V. R. Eshleman, and G. L. Tyler, The atmosphere of Titan: An analysis of the Voyager 1 radio occultation measurements, Icarus, 53, 348-368, 1983.
- Lunine, J. I., D. J. Stevenson, and Y. L. Yung, Ethan ocean on Titan, Science, 222, 1229-1230, 1983.
- Meyrott, R.E., J. B. Reagan, and R. G. Joiner, The mobility and concentration of ions and the ionic conductivity in the lower stratosphere, J. Geophys. Res., 85, 1273-1278, 1980.
- Ogawa, T., E.Tanaka, and Y. Tamura, Measurement plan of atmospheric electrical field for altitudes between 0 and 60 km, paper presented at Fourth International Conference on General Aspects of Atmospheric Electricity, Int. Comm. Atmos. Electr., Tokyo, 1968.
- Owen, T., Titan in Le système solaire edited by Pour la Science, pp. 163 à 173, Pour la Science, 1982.
- Rosen, J. M., D. J. Hofmann, W. Gringel, J. Berlinski, S. Michnowski, Y. Morita, T.Ogawa, and D. Olson, Results of an international workshop on atmospheric electrical measurement, J. Geophys. Res., 87, 1219-1227, 1982.
- Sagan, C., W. F. Thompson and B.N. Khan, A laboratory for prebiological organic chemistry, Acc. Chim. Res., 25, 286-292, 1992.
- Stratton, J. A., Théorie de l'électromagnétisme, Dunod, 1961.

- Thompson, W. R., J. A. Zollweg and D. H. Gabis, Vapor-liquid Equilibrium Thermodynamics of N₂+CH₄: model and Titan application, Icarus, 97, 187-199, 1992.
- Toon, O. B., R. P. Turco and J. B. Pollack, A physical model of Titan's clouds, Icarus, 43, 260-282, 1980.
- Toon, O. B., C. P. MacKay, C. A. Griffith and R. P. Turco, A physical model of Titan's aerosols, Icarus, 95, 24-53, 1992.
- Toon, O. B., C. P. McKay, R. Courtin, and T. P. Ackerman, Methane rain on Titan, Icarus, 75, 255-284, 1988.
- Sagan, C., A la recherche de la vie extraterrestre, Pour la Science, 206, 100-108, 1994.
- Schlumberger, C., Etude de la prospection électrique du sous-sol, Gauthier-Villars, 1920.
- Wenner, F., A method of measuring earth resistivity, US Bureau of Standards Bulletin 12, Sci. paper, 469, 1915.
- Zachmanoglou, E. C., and D. W. Thoe, Introduction to partial differential equation with application, Dover, 1986.
- Zienkiewicz, O.C., The finite element method, 3rd edition, Mc Graw Hill, 1977.

Résumé

Cette étude s'inscrit dans le cadre du programme spatial CASSINI-HUYGENS dont la mission est d'étudier la planète Saturne et son satellite Titan. L'instrument «Permittivity, Waves and Altimetry» (PWA) est un sous-ensemble de l'expérience «Huygens Atmospheric Structure Instrument» (HASI) embarquée sur la sonde Huygens de l'ESA. L'objectif de la thèse intitulée «Méthodologie de mesure de conductivité d'atmosphères planétaires», consiste à valider les méthodes de mesure de conductivité par sonde à impédance mutuelle et par sonde à relaxation utilisées par PWA, en présence des contraintes imposées par le véhicule spatial. En effet, les capteurs se trouvent très proches du corps du vaisseau contrairement à toutes les expériences similaires, précédemment réalisées. Leur proximité engendre des déformations des équipotentielles autour du vaisseau qui doivent être modélisées afin de s'assurer de l'adéquation de la configuration des capteurs à ce type de mesure. La résolution du problème d'électrostatique, ainsi posé, nécessite l'utilisation de la théorie des équations intégrales et de la méthode d'approximation par éléments finis à trois dimensions. On en déduit les perturbations apportées par le véhicule aux mesures d'impédance mutuelle ainsi que la longueur effective des antennes lors de la mesure des champs alternatifs et continus. L'étude est réalisée dans le vide, puis dans des modèles de l'atmosphère de Titan.

Une simulation de la chaîne électronique complète permet de déterminer la précision des mesures et d'en déduire les performances de l'instrument dans ses différents modes de fonctionnement. Elle donne aussi les limites du domaine de mesure accessible par l'instrument ainsi que la variance des résultats.

Finalement, on réalise un étalonnage de l'instrument dans son environnement (maquette du véhicule spatial) qui vient valider le modèle théorique et permet d'évaluer la précision réelle de l'instrument.

Abstract

This thesis is being prepared in the frame of CASSINI-HUYGENS mission to Saturn and Titan. The «Permittivity, Waves and Altimetry» (PWA) instrument is a part of the experiment «Huygens Atmospheric Structure Instrument» on board of Huygens probe of the ESA.

In this context, the aim of this thesis called «The methodology of measurement of conductivity of planetary atmosphere» is to validate a certain method of mutual impedance measurements and relaxation measurements taking under consideration constraints given by the probe. Indeed, it's exceptional that electrodes are so close to the probe. This closeness drive some equipotential curves distortions which might be simulated to ensure that instrument is appropriate to this kind of measurements. The resolution of this electrostatic problem require the use of integrals equation theory and the application of the finite elements method in tree dimensions. This method permit to evaluate the influence of the probe's shape on the mutual impedance and also the effective length of the antenna during the measurement of alternative and constant field. The study is realised in the vacuum and then in models of Titan's atmosphere.

A simulation of the whole line wave analyser permit to determine the accuracy of measurements and to deduce the performances of the instrument in its various working modes. It's given, also the conductivity range access with the instrument.

Finally, we realise calibrations of the instrument with a mock-up to validate the theory and the real accuracy of the instrument.