

# Problem A

---

<http://zhengruioi.com/contest/745/problem/1670>

长度为 $n$ 初始全0的序列，两人轮流在上面选择连续的一段长度不超过 $k$ 的0变成一段1，如无法选择则输，问先手是否必胜

$$1 \leq k \leq n \leq 1e9$$

*hint* :这是problem A

如果先手能从中间选择一段把序列分成两段相等长度的，则只需要跟对手镜像走一定可以获胜； $k \geq 2$ 一定可以，否则只有奇数可以

# Problem B

---

<http://zhengruioi.com/contest/716/problem/1593>

给定两个字符串 $s, t$ ，取 $s$ 的一个前缀接上 $t$ 的一个后缀构成新字符串(可以为空串)，求有多少种不同的新字符串

$$1 \leq |S|, |T| \leq 1e7$$

假设已经选定 $s[1, i]$ 作为前缀，那么 $t[j, n]$ 以前不能有 $s[1, i]$ 的后缀，而只要限定 $t[j - 1]! = s[i]$ 就一定满足条件，否则这一组贡献一定被计算过

# Problem C

---

<http://zhengruioi.com/contest/719/problem/1612>

给定一字符串 $s$ ，求最多可以选出多少子串(连续)使得他们彼此不是后缀

$|S| \leq 1e6$

以 $i$ 为最后一个点最多只能贡献1，所以我们只要看它能不能贡献，考虑如果 $j < i$ 且以两者为终点无论怎么选都会冲突，一定有 $s[1, j]$ 是 $s[1, i]$ 的后缀，而且为了后面考虑我们舍弃 $j$ 保留 $i$ ；否则一定存在一种起点的选法使两串不冲突；所以我们KMP的时候每次把 $next[i]$ 的位置标成 $false$ ，最后统计没有被标的位置的个数就是答案

# Problem D

---

<http://zhengruioi.com/contest/696/problem/1491>

$T$ 组数据，每次给定一串01串 $s$ ，每次操作可以将连续的 长度为 $k$ 的颜色相同串颜色反转；求经过若干次操作后 $a$ 能否变成 $b$

$T \leq 1e3; |s|, k \leq 1e6$

在给定某些操作 求字符串 $a$ 是否可以转换成 $b$ 时 当操作可逆时 一种思路是尝试把 $a, b$ 向另外一个状态(比如最小字典序)转移

本题中注意到 $k \times '0' + '1'$ 可以变成 $'1' + k \times '0'$ ,  $k \times '1' + '0'$ 可以变成 $'0' + k \times '1'$ , 这意味着 $k$ 个连续的 $'0'$ 或 $'1'$ 是可以自由移动的, 且移动后其他字符的相对位置不变; 所以我们求最大字典序时可以把 $u$ 个 $k \times '0'$ 扔到后面, 把 $v$ 个 $k \times '1'$ 扔到前面去, 记录下 $a, b$ 的 $u, v$ 个数, 以及卡在中间无法转移的字符串, 都一样才可以从 $a$ 变成 $b$ , 否则不行



# Problem E

---

<http://zhengruioi.com/contest/717/problem/1598>

给定一 $a[1, n]$ 排列，求 $p[1, n - 1]$ 的操作排列数量，每个操作表示交换原排列中的 $a_{p_i}, a_{p_{i+1}}$ ，使得操作后原排列升序

$n \leq 5e3$

观察到如果 $a[i] == i$ 一定无解，如果 $a[i] < i$ 说明要一路移动到更左边，所以这一路上的点一定是先做(相对它左边相邻的点)，两端点后做；否则一路上的点一定是后做的，两端点先做；这样就转化为了求排列数量满足 $b_{i-1} < b_i$ 或 $b_{i-1} > b_i$ ， $dp[i][j]$ 表示考虑了前 $i$ 个数，最后一个数排名(从小到大)为 $j$ 时的方案数，当要求 $b_{i-1} < b_i$ 时 $dp[i][j] = \sum_{k=1}^{j-1} dp[i-1][k]$ ，要求 $b_{i-1} > b_i$ 时 $dp[i][j] = \sum_{k=j}^{i-1} dp[i-1][k]$

# Problem F

---

<http://zhengruioi.com/contest/725/problem/1631>

将给定数 $n$ 划分成若干个 $\in [x, y]$ 的数的和，求方案数；只是顺序不同的划分算一种，答案对 $P$ 取模

$1 \leq x \leq y \leq n \leq 1e5; 1 \leq P \leq 1e9$

有两种划分数dp:  $f[i][j]$ 表示当前划分的最大数字是 $j$ , 和为 $i$ 的方案数, 这是个完全背包 $f[i] += f[i - j]$ ;  $g[i][j]$ 表示将 $i$ 分成 $j$ 个数的方案数

$g[i][j] = g[i][j - 1] + g[i - j][j]$ , 可以将方案分成两种: 包含0的用 $g[i][j - 1]$ 转移, 不含0的一定唯一对应一种所有数都 $\geq 1$ 的划分方案即 $g[i - j][j]$ , 用 $f$ 转移划分出来的数 $< \sqrt{n}$ 的方案, 用 $g$ 转移划分出来的数 $\geq \sqrt{n}$ 的方案, 后者最多划出 $\sqrt{n}$ 个数, 故总复杂度是 $O(n\sqrt{n})$ 的

至于 $\in [x, y]$ 的限制, 可以把他们拆成两个 $\geq x$  &  $\geq y$ 的限制, 分别求解后差分即可

# Problem G

---

<http://zhengruioi.com/contest/754/problem/1674>

给定一字符串 $s$ ，求有多少长度为6的子序列满足相等/不相等关系形如114514

$|s| \leq 5e5$

枚举5的位置，我们需要知道前缀114的数量和后缀14的数量，通过dp

$dp0[i][x]$ 表示 $[1, i]$ 中 $x$ 的个数,  $dp0[i][x] = dp0[i - 1][x] + [a[i] == x]$

$dp1[i][x]$ 表示 $[1, i]$ 中 $xx$ 的个数,

$dp1[i][x] = dp1[i - 1][x] + [a[i] == x] \times dp0[i - 1][x]$

$dp2[i][x][y]$ 表示 $[1, i]$ 中 $xy$ 的个数,

$dp2[i][x][y] = dp2[i - 1][x][y] + [a[i] == y] \times dp1[i - 1][x]$

$dp3[i][x][y]$ 表示 $[i, n]$ 中 $xy$ 的个数,

$dp3[i][x][y] = dp3[i + 1][x][y] + [a[i] == x] \times (dp0[n][y] - dp0[i][y])$

$$ans = \sum_{x!=a[i]} \sum_{y!=a[i] \ \& \ x!=y} dp2[i - 1][x][y] \times dp3[i + 1][x][y]$$

卡了空间，不能开这么多数组，先把 $i == 1$ 时 $dp3[x][y]$ 算出来，这样向后推的时候四个式子都能动态维护省掉第一维

# Problem H

---

<http://zhengruioi.com/contest/730/problem/1642>

给定一个初始的01串 $s$ ，一次操作把原来所有相邻的前0后1进行交换构成新串，求 $t$ 次操作后的字符串串，以及每一次操作后的逆序对数量

$|s|, t \leq 5e6$

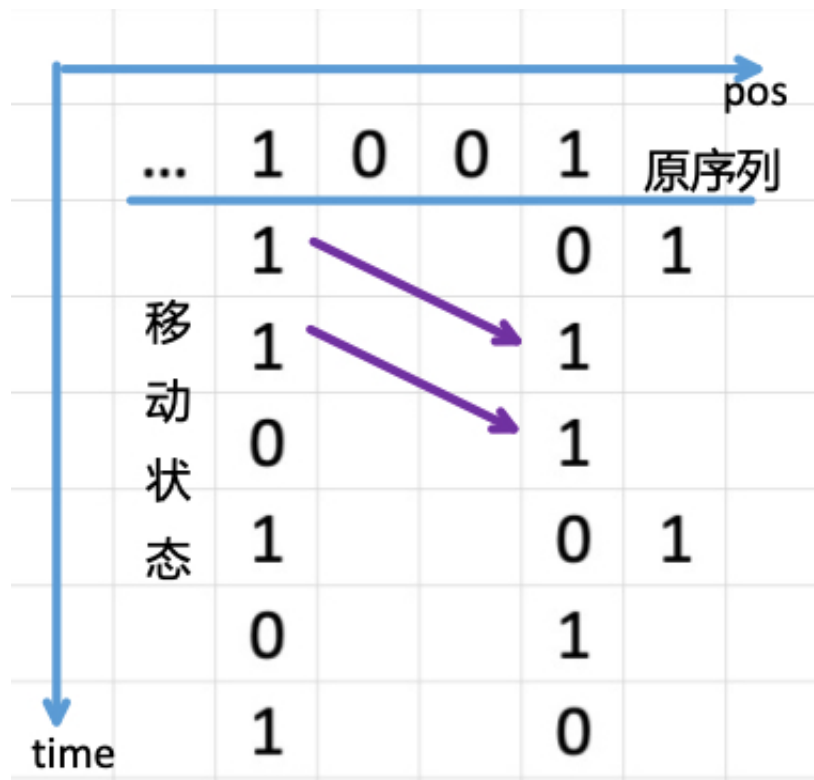
对每一个字符1求其在第 $i$ 次操作中能否向前交换，能1不能0；

如果当前字符的前一位也是1，那么状态就会比前一位整体慢一步，并且第一步也是0；否则如果和上一个1之间隔了 $k$ 个0，可以先认为两个1是相邻的计算移动状态，每次当前的1被卡位了就无中生有一个0让它能继续移动，所以就将状态前 $k$ 个0变成1；

维护状态可以通过deque维护移动状态中所有0的位置并打全局 $tag$ ；

第 $i$ 位字符1的移动状态中有 $j$ 个0就意味着阻止了 $t$ 次移动中的 $j$ 次，所以这一位的1最终的位置在 $i - t + j$ ；

每一个1每移动一次就会增加一个逆序对个数，所以操作一次的逆序对变化量就是当前操作时间上所有字符1的移动数量，而某一位字符的移动状态中的一个0变成1，会使其之后的所有字符1的移动状态上慢1,2,3...位也从0变成1；所以记录当前操作位是否变化是移动数量的差分值，求和之后就是逆序对的变化量了





# Problem I

---

<http://zhengruioi.com/contest/684/problem/1533>

给出一字符串 $s$ ，求形如 $AA^*A$ 的子串(连续)的数量，其中 $A^*$ 是 $A$ 的倒序

$|s| \leq 2e6$

*hint : manacher*

首先可以通过manacher  $O(n)$ 算出以每个点为中心的最长回文串  $AA^*$  半径  $len[i]$

考虑枚举所求字符串前1/3位置  $i$ ，则能对该点产生1贡献的后1/3位置  $x$  满足

$x \in [i + 1, i + len[i]] \&\& x - len[x] \leq i$ ，这样倒着做的时候后一个条件右侧单调减，可以用优先队列边走边删除/加入，对前一个条件用树状数组查询一下即可

# Problem J

---

<http://zhengruioi.com/contest/725/problem/1632>

给定一字符串 $s$ ，将其分为五部分 $A + B + C + D + E = S$ ，可能有空串，并要求 $A + C + E$ 为回文串，求 $|A| + |C| + |E|$ 的最大值

$|s| \leq 5e6$

首先可以将首位相同的字母逐个删去，这样问题就变成了 $A + B + C + D$ 中最大化回文串 $A + C$ 或 $B + C + D + E$ 中最大化回文串 $C + E$ ，第二个问题反过来和第一个等价，这里只讨论第一个

假设 $A + C$ 的中心点在 $A$ 中，枚举这个中心点 $i$ ，通过manacher求出其回文半径为 $t$ ，左边界为 $l = i - t$ ，右边界为 $r = i + t$ ，问题变成了 $r$ 右边是否存在后缀是 $s[l - 1, 1]$ ，考虑如果问的是后缀是 $[1, l - 1]$ 那就直接拿KMP绝杀，这里我们可以把文本串倒过来，用 $s^*$ 作为文本串和 $s$ 做匹配，其中 $s^*$ 是 $s$ 的倒序，记 $f[i]$ 为 $s^*[i]$ 的匹配数， $g[i]$ 为 $s^*[i]$ 的前缀最大匹配数，则 $[g[n - r] > l - 1]$ 即为所求

假设 $A + C$ 的中心点在 $C$ 中，则问题变成了 $k - r$ 使得 $s[k, r] = s[1, k - r + 1]$ ，发现这个东西就是上述 $f[r]$

实际做的时候要倒过来，先预处理manacher，KMP，再枚举中心点，同时讨论奇偶性

# Problem K

---

<http://zhengruioi.com/contest/757/problem/1684>

定义两字符串是相似的，当且仅当它们的最长公共子序列的长度 $\geq n - 2$ ；求在字符集大小为 $R$ 的情况下，有序对 $(A, B)$ 的个数，其中 $|A| = |B| = n$ ，且 $A, B$ 是相似的

$n \leq 1e18; 2 \leq R \leq 1e9$

LCS的转移是

$dp[i][j] = \max\{dp[i-1][j], dp[i][j-1], [a[i] == b[j]] \times (dp[i-1][j-1] + 1)\}$   
，既然要求LCS的长度 $\geq n-2$ ，说明每次最多从 $i-2, j-2$ 的地方转移过来

考虑每次加入一个字符，从第 $i$ 位转移到第 $i+1$ 位时需要的状态有：

$dp[i-2][i], dp[i-1][i], dp[i][i], dp[i][i-1], dp[i][i-2], A[i-1], A[i], B[i-1], B[i]$   
；考虑这9个数的本质，其中dp值变成 $i - dp[*][*] \leq 2$ ，字符只需要用1, 2, 3, 4记录相等关系

dfs一下，每次枚举 $A[i+1], B[i+1]$ 与 $A[i-1], A[i], B[i-1], B[i]$ 之间的相等关系，便可以找到所有的状态及他们之间的转移 $dp[i+1][S'] = dp[i][S] \times A[S'][S]$ ，发现可能的状态只有123种

设初始矩阵 $F[i][1]$ 表示初始状态为 $i$ 的方案数，单位矩阵 $A[i][j]$ 表示一步从状态 $j$ 转移到状态 $i$ 的方案数，这样每多一个字符 $F = A \times F$ ，矩阵快速幂一下即可