

Лабораторная работа №3: «Построение логических схем»

Цель работы: освоить алгоритм построения таблиц истинности для логических функций; научиться определять и анализировать функции проводимости переключательных схем.

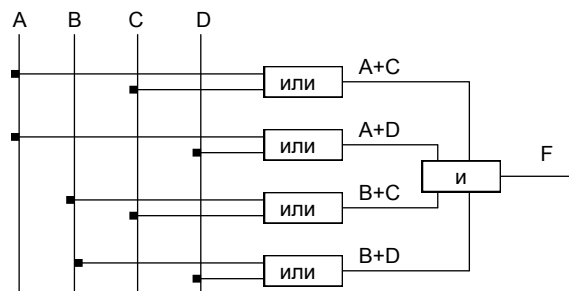
Общие сведения из теории

Любая переключательная функция может быть выражена через функции "И", "ИЛИ", "НЕ". Схема, выражающая функцию F через функции "И", "ИЛИ", "НЕ", называется ее **логической схемой**.

Этапы построения логической схемы:

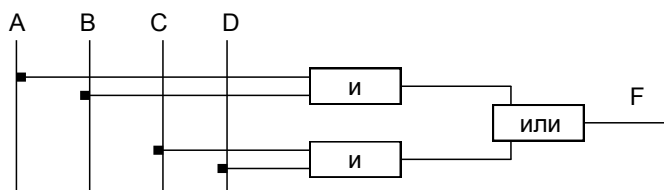
1. составляется таблица истинности;
2. по таблице истинности строится логическая функция с помощью СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной формы);
3. по возможности полученная формула минимизируется;
4. если заданы базисные элементы, то с помощью законов Моргана приводится к заданному базису.

Логическая схема функции $F = (A + C)(A + D)(B + C)(B + D)$ представится следующим образом:



Однако если предварительно упростить функцию F , дважды используя свойство распределительности, $x_1 + x_2x_3 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)$, то для реализации ее потребуется вместо четырех схем "ИЛИ" и одной схемы "И" только две схемы "И" и одна схема "ИЛИ":

$$F = (A + C)(A + D)(B + C)(B + D) = (A + CD)(B + CD) = AB + CD.$$



Существует множество способов упрощения переключательных функций и определения простоты функции. Мы примем, что простейшей будет функция, содержащая наименьшее количество элементов или их отрицаний.

Упрощение переключательной функции путем приведения ее к дизъюнктивной нормальной форме

В основе представления ПФ в дизъюнктивных формах лежит понятие элементарной конъюнкции.

Конъюнкция любого числа двоичных переменных $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ называется элементарной, если сомножителями в ней являются либо одиночные аргументы, либо отрицания одиночных аргументов. Например, конъюнкции $x_1 \bar{x}_2 x_3$, $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4$ являются элементарными.

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) переключательной функции называется дизъюнкция (логическая сумма) любого числа элементарных конъюнкций. Например, ПФ

$$f = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_2 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 x_4$$

записана в ДНФ, так как она представляет собой логическую сумму элементарных конъюнкций.

Число переменных, входящих в элементарную конъюнкцию, определяет ранг этой конъюнкции. Например, x_1 , \bar{x}_2 , x_3 — конъюнкции 1-го ранга; $\bar{x}_2 x_3$, $x_1 x_3$ — конъюнкции 2-го ранга и т. д.

Совершенной ДНФ (СДНФ) ПФ, имеющей n аргументов, называется такая форма, в которой все конъюнкции имеют ранг n .

СДНФ переключательной функции записывается по таблице истинности.

Алгоритм построения таблиц истинности для сложных выражений:

1. Определить количество строк:

$$\text{количество строк} = 2^n + \text{строка для заголовка},$$

n - количество простых высказываний.

2. Определить количество столбцов:

$$\text{количество столбцов} = \text{количество переменных} + \text{количество логических операций};$$

- определить количество переменных (простых выражений);
- определить количество логических операций и последовательность их выполнения.

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

инверсия;

конъюнкция; •

дизъюнкция; +

3. Заполнить столбцы результатами выполнения логических операций в обозначенной последовательности с учетом таблиц истинности основных логических операций.

Пример: Составить таблицу истинности логического выражения: $F = \bar{A} \bullet (B + C)$

1. Определить количество строк:

на входе три простых высказывания: A, B, C поэтому $n=3$ и количество строк $= 2^3 + 1 = 9$.

2. Определить количество столбцов:

переменные: A, B, C;

логические операции:

\bar{A} - инверсия (обозначим через 1);

$B+C$ - операция дизъюнкции (обозначим через 2);

а также искомое окончательное значение арифметического выражения:

$F = \bar{A} \bullet (B + C)$ т.е. $F = 1 \ \& \ 2$ - это операция конъюнкции.

3. Заполнить столбцы с учетом таблиц истинности логических операций.

A	B	C	1	2	F
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Алгоритм построения логической функции по ее таблице истинности:

1. Выделить в таблице истинности те строки, в которых значение функции равно 1
2. Выписать искомую формулу в виде дизъюнкции нескольких логических элементов. Число этих элементов равно числу выделенных строк.
3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции записать в виде конъюнкции аргументов функции.
4. Если значение какого-либо аргумента функции в соответствующей строке таблицы равно 0, то этот аргумент взять с отрицанием.
5. Используя правило склеивания, можно упростить ПФ, заданную в СДНФ. Для этого в СДНФ сначала склеиваются между собой конъюнкции ранга

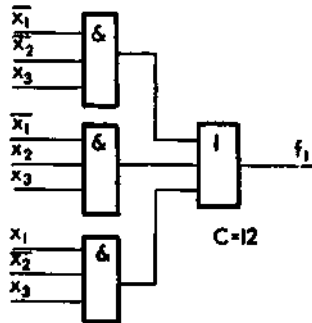
n, затем полученные конъюнкции ранга $(n - 1)$, $(n - 2)$, и так до тех пор, пока в выражении для ПФ не останется ни одной пары склеиваемых между собой конъюнкций. Операция склеивания позволяет понизить ранг конъюнкций и сократить их число.

Пример: построить логическую функцию по ее таблице истинности

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

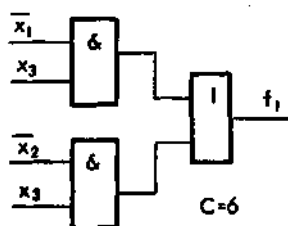
1. В 2, 4 и 6 строках таблицы истинности значение функции равно 1.
2. Так как строки три, получаем дизъюнкцию трех элементов: $() + () + ()$.
3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции запишем в виде конъюнкции аргументов функции A, B и C:
4. Берем аргумент с отрицанием если его значение в соответствующей строке таблицы равно 0 и получаем искомую функцию:

$$F = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C) + (\bar{A} \cdot B \cdot C) + (A \cdot \bar{B} \cdot C)$$



5. Выполним склеивание конъюнкций $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ и $\bar{A} \cdot B \cdot C$ по переменной B и конъюнкций $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ и $A \cdot \bar{B} \cdot C$ по переменной A. В результате функция F преобразуется к виду:

$$\bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C$$



Для каждой функциональной схемы можно сделать оценку ее сложности, которая выражается ценой схемы C. Цена C определяется суммарным числом

входов логических элементов. Чем меньше величина C , тем проще функциональная схема.

Задания к лабораторной работе

В соответствии с выданным вариантом задания преподавателем выполнить:

1. составить таблицу истинности логического выражения
2. построить логическую функцию по таблице истинности
3. по таблице истинности построить логическую функцию с помощью СДНФ и минимизировать
4. сделать оценку сложности функциональной схемы

Контрольные вопросы:

1. Для чего используется алгебра логики?
2. Дайте определение - Двоичные переменные, Переключательные функции, Логический элемент компьютера
3. Базовые и составные логические функции- краткая характеристика
4. Назовите четыре основных закона булевой алгебры
5. Этапы построения логической схемы
6. Чем вызвана необходимость упрощения переключательной функции путем приведения ее к дизъюнктивной нормальной форме?
7. Что такое цена схемы? Как ее определить?