

西安工业大学 2016 级研究生 数理统计与随机过程考试试题

一、用三种不同材料的小球测定引力常数，实验结果如下：

玻璃	6.678, 6.671, 6.675, 6.672, 6.674
金	6.683, 6.681, 6.676, 6.678, 6.679
铂	6.661, 6.661, 6.667, 6.667, 6.664

问实验材料对引力常数的测定是否有显著影响？取显著性水平 $\alpha = 0.05$ 。

二、城市道路交通管理部门为研究不同路段和不同时段对行车时间的影响,让一名交通警察在两个路段分高峰期与非高峰期亲自驾车进行试验,通过试验共获得 20 个行车时间(单位: min) 的数据, 如下表。

路段 时段	路段 I					路段 II				
高峰时段	26	24	27	25	26	20	19	20	23	22
非高峰时段	17	22	18	21	17	14	13	17	16	12

试分析路段、时间及二者的交互作用对行车时间的影响。取显著性水平 $\alpha = 0.05$ 。

三、在一系列不同温度下观察 100ml 水中溶解的硝酸钠的重量，得到如下数据：

温度 x	0	4	10	15	21	29	36	51	68
重量 y	66.7	71.1	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6	125.1

(1) 画出散点图，直观上能否认为硝酸钠的溶解重量 y 对水温 x 的回归是线性的；

(2) 求出其经验回归方程；

(3) 在 $x = 80$ 时，求 Y 的预测值和 95% 的预测区间。

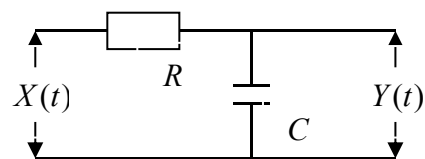
四、设随机过程 $X(t) = A \cos t + (1 - A) \sin t, -\infty < t < +\infty$, 其中 A 是随机变量,它取 0, 1/2, 1 的概率均为 1/3。

(1) 求一维分布函数 $F(x; \pi/3)$ 和二维分布函数 $F(x_1, x_2; 0, \pi/2)$ ；

(2) 求均值函数 $m_X(t)$ 和相关函数 $R_X(t_1, t_2)$ 。

五、设随机过程 $X(t) = A \cos(\omega_0 t + \Phi)$, $-\infty < t < +\infty$, 其中 A, Φ 是相互独立的两个随机变量, A 在 (0, 1) 上均匀分布, Φ 在 (0, 2π) 上均匀分布。试讨论 $X(t)$ 的平稳性与各态历经性。

六、在右图所示的 $R-C$ 电路中输入一个平稳过程 $X(t)$ ，已知它的均值函数 $m_X = 1$ ，相关函数 $R_X(\tau) = 1 + \frac{1}{2} \cos \tau$ ，求输出 $Y(t)$ 的相关函数 $R_Y(\tau)$ 与谱密度 $S_Y(\omega)$ 。



七、设马尔可夫链 $\{X_n, n \geq 0\}$ 的状态空间为 $E = \{1, 2, 3, 4\}$ ，其初始概率分布为

$$p_i^{(0)} = P\{X_0 = i\} = 1/4, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1) 讨论此马氏链的遍历性。若是遍历的，求其极限分布；

(2) 求绝对概率 $P\{X_2 = 3\}$ 和多维概率 $P\{X_1 = 2, X_3 = 1, X_5 = 4\}$ 。