

西安工业大学 2018 级研究生 数理统计与随机过程考试试题

一、甲、乙、丙三个工厂生产某一型号的产品，为评比质量，从每个工厂生产的产品中抽取 5 件样品，测其寿命（小时）如下：

甲工厂	38, 42, 48, 45, 40
乙工厂	28, 26, 34, 30, 32
丙工厂	43, 40, 50, 39, 50

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，检验三个工厂的产品寿命有无显著差异？

二、某型号火箭使用三种燃料、三种推进器进行射程试验，每种燃料与每种推进器的组合各发射火箭两次，测得射程（单位：海里）如下：

燃料 \ 推进器	B_1	B_2	B_3
A_1	49.1, 42.8	54.1, 50.5	51.6, 48.4
A_2	60.1, 58.3	70.9, 73.2	39.2, 40.7
A_3	75.8, 71.5	58.2, 51.0	48.7, 41.4

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，检验燃料、推进器及其交互作用对火箭射程是否有显著影响？

三、在钢线碳含量对于电阻效应的研究中，得到如下表所示一组数据：

含碳量 $x(\%)$	0.1	0.3	0.40	0.55	0.70	0.80	0.95
电阻 $y(\omega)$	15	18	19	21	22.6	23.6	26

(1) 画出试验值的散点图，直观上可否认为 y 与 x 的关系为一元线性回归模型？

(2) 试求 y 关于 x 的经验回归方程。

(3) 当 $x = 0.6$ 时，求出 y 的预测值及置信度为 95% 的预测区间。

四、设随机过程 $X(t) = A \cos t + (1 - A) \sin t, -\infty < t < +\infty$, 其中 A 是随机变量, 它取 0 和 1 的概率均为 $1/2$ 。

(1) 求一维分布函数 $F(x, \pi/3)$ 和二维分布函数 $F(x_1, x_2; 0, \pi/2)$ ；

(2) 求均值函数 $m_X(t)$ 和相关函数 $R_X(t_1, t_2)$ 。

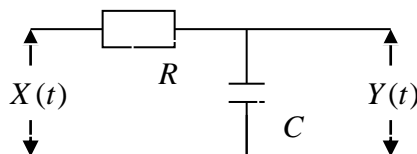
五、设随机过程

$$X(t) = 1/2 + \cos(2t + \Phi), \quad -\infty < t < +\infty$$

其中 Φ 是一个随机变量，它在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布。试讨论 $X(t)$ 的平稳性及各态历经性。

六、在右图所示的 $R-C$ 电路中输入平稳电压 $X(t)$ ，已知 $X(t)$ 的相关函数为

$$R_X(\tau) = \frac{\sigma^2}{2} \cos \omega_0 \tau.$$



其中 σ, ω_0 均为正的常数，试求输出电压 $Y(t)$ 的谱密度和自相关函数。

七、有一个质点在下图所示的网络结点上做随机移动，并且只能在 $1s, 2s, \dots$ 时刻发生随机转移，转移规则是：当质点处在结点 i ($i=1, 3$) 时，下一时刻转移到其它三个结点上的概率均为 $1/3$ ；当质点处在结点 i ($i=2, 4$) 时，下一时刻转移到相邻两个结点上的概率均为 $1/2$ 。以 X_n 表示 n 时刻质点的位置，显然 $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$ 是

马尔科夫链。

(1) 求该马尔科夫链的一步转移概率矩阵、二步转移概率矩阵；

(2) 讨论该马尔科夫链的遍历性。若是遍历的，求其极限分布；

(3) 已知该马尔科夫链的初始概率分布

$$P\{X_0 = i\} = 1/4, i = 1, 2, 3, 4。$$

求绝对概率 $P\{X_2 = 1\}$ 和多维概率 $P\{X_1 = 2, X_3 = 3, X_5 = 4\}$ 。

