

西安工业大学 2015 级研究生 数理统计与随机过程考试试题

一、某消防队考察 4 种不同型号冒烟报警器的反应时间(单位:s)。将每种型号的报警器各 5 个安装在同一烟道中,当烟量均匀时,观测报警器的反应时间,记录数据如下:

| 报警器型号 | 反应时间(s) | | | | |
|-------|---------|-----|-----|-----|------|
| A1 | 5.2 | 6.3 | 4.9 | 6.8 | 3.2 |
| A2 | 7.4 | 8.3 | 5.9 | 4.9 | 6.5 |
| A3 | 3.9 | 6.4 | 7.9 | 4.1 | 9.2 |
| A4 | 12.3 | 9.4 | 7.8 | 8.5 | 10.8 |

问这 4 种型号冒烟报警器的反应时间有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?

二、三种深翻方案与三种施肥方案配合成 9 种育苗方案,进行杨树育苗试验,获得树苗高度数据如下:

| 燃料 \ 施肥 | B1 | B2 | B3 |
|---------|--------|--------|--------|
| A1 | 43, 39 | 37, 29 | 58, 42 |
| A2 | 47, 53 | 41, 30 | 46, 60 |
| A3 | 38, 42 | 48, 47 | 56, 41 |

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下,检验深翻方案、施肥方案及其交互作用对树苗高度是否有显著影响。

三、为了考察某一新的树种的树干外径 Y (单位: cm) 与树龄 x (单位: a) 的相关关系,连续 6 年测量了树干外径,数据如下:

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Y_i | 1.3 | 2.5 | 3.7 | 5.3 | 6.4 | 7.2 |
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

- (1) 画出散点图,直观上是否可以认为此相关关系为一元线性回归模型?
- (2) 求其经验回归方程;
- (3) 试在 $x = 10$ 时求出 Y 的预测值和 95%的预测区间。

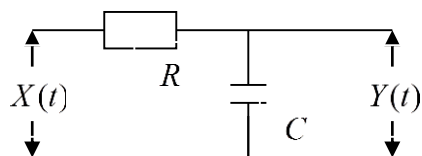
四、设随机过程 $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ 的样本空间只有两个样本函数 $\cos t$ 和 $\sin t$, 且 $X(t)$ 取 $\cos t$ 和 $\sin t$ 的概率均为 $1/2$ 。

- (1) 求一维分布函数 $F(x, 0)$ 和二维分布函数 $F(x_1, x_2; 0, \pi/2)$;
- (2) 求均值函数 $m_X(t)$ 和相关函数 $R_X(t_1, t_2)$ 。

(提示: 考虑 $X(t) = A \sin t + (1 - A) \cos t$, A 取 0 和 1 的概率均为 $1/2$; 或考虑 $X(t) = \cos(t - \phi)$, ϕ 取 0 和 $\pi/2$ 的概率均为 $1/2$ 。)

五、设 $R-C$ 电路(右图所示)中输入电压为 $X(t) = U + \cos(2\pi t + \Theta)$, $0 \leq t \leq +\infty$.

其中 U , Θ 是两个独立的随机变量, U 在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, Θ 在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布。



(1) 讨论输入电压 $X(t)$ 和输出电压 $Y(t)$ 的平稳性和数学期望各态历经性;

(2) 求输入电压 $X(t)$ 和输出电压 $Y(t)$ 的谱密度。

六、有一个质点在下图所示的网络结点上做随机移动, 并且只能在 $1s, 2s, \dots$ 时刻发生随机转移, 转移规则是: 当质点处在结点 i ($i=1, 3$) 时, 下一时刻转移到其它三个结点上的概率均为 $1/3$; 当质点处在结点 i ($i=2, 4$) 时, 下一时刻转移到相邻两个结点上的概率均为 $1/2$ 。以 X_n 表示 n 时刻质点的位置, 显然 $\{X_n, n=0, 1, 2, \dots\}$ 是马尔科夫链。

(1) 求该马尔科夫链的一步转移概率矩阵、
二步转移概率矩阵;

(2) 讨论该马尔科夫链的遍历性。若是遍历的, 求其极限分布;

(3) 已知该马尔科夫链的初始概率分布

$$P\{X_0 = i\} = 1/4, i = 1, 2, 3, 4。$$

求绝对概率 $P\{X_2 = 1\}$ 和多维概率 $P\{X_1 = 2, X_3 = 3, X_5 = 4\}$ 。

