

西安工业大学 2019 级研究生 数理统计与随机过程考试试题

一、在牛的体内分别注入三种常用抗生素，测得抗生素与血浆蛋白结合的百分比如下：

青霉素：29.6，24.3，28.5，32.0

链霉素：5.8，6.2，11.0，8.3

红霉素：21.6，17.4，18.3，19.0

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验这些百分比的均值有无显著的差异。

二、在塑料形成过程中，成形产品尺寸与射出压力（因素 A）和模腔温度（因素 B）有关，某工程师根据不同水平设置的射出压力和模腔温度试验得出某成型产品的关键尺寸如下：

A \ B	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	30.51, 30.60	30.70, 30.67	30.84, 30.88
A ₂	30.97, 30.80	30.29, 30.42	30.79, 30.89
A ₃	30.99, 30.26	39.86, 30.11	30.62, 30.56

试问两种因素及其交互作用对成形产品的关键尺寸是否有显著影响（取 $\alpha = 0.05$ ）？

三、某种产品表面进行腐蚀刻线实验，测得腐蚀深度 y （单位：毫米）与腐蚀时间 x （单位：秒）对应的数据如下：

y_i	10	13	17	23	29	46
x_i	10	20	40	60	90	120

（1） y 对 x 的经验回归方程；

（2）当 $x = 1200$ 时 y 的预测值和 95% 的预测区间。

四、设随机过程 $X(t) = 1 + \cos(t - \Phi)$, $-\infty < t < +\infty$ 。其中 Φ 是一个随机变量，它取 $0, \pi/2, \pi$ 的概率分别为 $1/2, 1/3, 1/6$ 。

（1）求一维分布函数 $F(x;0)$ 和二维分布函数 $F(x, y; \pi/2, \pi)$ ；

（2）求均值函数 $m_X(t)$ 和相关函数 $R_X(t_1, t_2)$ 。

五、设随机过程

$$X(t) = A \sin \pi(t + \phi), \quad -\infty < t < +\infty$$

其中 A 是常数， Φ 是在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布的随机变量。试讨论 $X(t)$ 的平稳性及各态历经性。

六、设定常线性系统的脉冲响应函数为

$$h(t) = \begin{cases} 2e^{-2t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

如果系统输入 $X(t)$ 是一个平稳过程，其谱密度为

$$S_X(\omega) = \frac{1}{(1 + \omega^2)(2 + \omega^2)}$$

试求输出 $Y(t)$ 的谱密度 $S_Y(\omega)$ 和自相关函数 $R_Y(\tau)$ 。

七、设马尔科夫链 X_n 的初始概率分布为

$$P\{X_0 = i\} = 1/3, i = 1, 2, 3.$$

X_n 的一步转移概率矩阵为

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

- (1) 证明马尔科夫链 X_n 是遍历的；
- (2) 求此链转移概率的极限分布；
- (3) 求多维概率 $P\{X_1 = 1, X_3 = 2, X_5 = 3\}$ 。