FFVL, tests structure document provisoire

pierre@puiseux.name

21 novembre 2019

1 Le problème

Certaines voiles qui ont échoué aux tests structure chez Aérotest, ont ensuite passé ces mêmes tests avec succès chez Air Turquoise. Ces tests sont encadrés par une norme européenne NF EN 926-1 de 2015, dont le protocole est explicité en Protocole de test en charge en version anglaise et en version française.

Ici, nous tentons de répondre aux questions :

1. comment est-ce possible ?
2. le protocole est-il suffisament précis ou bien est-il ambigu ?
3. *Air Turquoise* triche-il avec la norme ?
4. Le protocole est-il adapté et aux modes de pilotage, de conception et de confection actuelles ?

Une première lecture de la norme [1] fait apparaître de légères différences entre les versions anglaise et française :

- l'enregistrement vidéo n'est pas mentionné dans la version anglaise,
- l'écartement des élévateurs n'est pas mentionné dans la version anglaise,
- l'incertitude sur les mesures n'est pas mentionnée dans la version française. *Cette différence peut être à l'origine du problème, cette hypothèse n'a pas été examinée ici.*

Le pilotage des parapentes s'est considérablement amélioré et affiné depuis l'élaboration du protocole de test en charge. Les nouveaux modes de pilotage, des biplaces comme des voiles solos, banalisent des manœuvres comme les wing-over appuyés, 360 engagés, voire tumbling, vrille à plat ou décrochages dynamiques. Lors de ces manœuvres extrêmes [2], l'agilité des pilotes permet à la voilure de flirter avec des incidences très faibles ou très fortes (proches de la fermeture ou du décrochage) et de subir des accélérations importantes. Pour ce qui est des incidences très faibles (proches de la fermeture), on sait que les suspentes avant sont fortement sollicitées. Le protocole d'homologation en structure permet-il d'approcher ces configurations ? Répondre à cette question, c'est déterminer la plage d'incidence testée lors d'une session, les accélérations subies par la voile, et la répartition de charge dans le suspentage. Une simulation numérique de la dynamique du test, même approximative, doit y pourvoir. Malheureusement une telle simulation, si elle est envisageable, est longue et difficile à mener, et les données disponibles sont très incomplètes.

Pour le deuxième point, s'appuyant sur son expérience, Vincent Teulier met en doute le fait que le camion de *Air Turquoise* reste maîtrisable lors de tests de biplaces et qu'il puisse atteindre les objectifs de la norme. La longueur de piste pourrait être insuffisante, le poids du camion, sa capacité d'accélération également. L'idée serait d'évaluer, même approximativement, la vraisemblance des résultats annoncés par *Air Turquoise*.

2 Les données

Le modèle biplace Sora2 de Supair a été victime récemment d'une ruptures de suspentes, c'est pourquoi nous le prenons comme modèle.

- Les voiles : concernant la Sora2-42, on trouve une représentation graphique des enregistrements dans le rapport de test structure (voir Liens et références) et des données très générales dans la notice utilisateur (cf Liens et références). Mais aucune donnée aérodynamique, aucun enregistrement sous forme numérique.

  Concernant la Sora2-38, aucun enregistrement des tests structure, n'est disponible sur le site d'*Air Turquoise*. Vincent Teulier me dit que le succès de la grande taille (42 m^2) qualifie automatiquement la petite taille (38 m^2).

1. Version anglaise et française de la norme :
   - pour la norme en anglais, nous n'avons pas de version officielle, mais seulement l'extrait que *Air Turquoise* cite dans ses rapports d'homologation.
   - Pour la version française, il s'agit d'un extrait de la version officielle de l'AFNOR.
2. Dans la suite nous apellerons ces vols de type "sensations fortes", par opposition à des vols de type "tranquille"

D'autres voiles biplaces ont été choisie un peu au hasard, chez *Aérotest* et *Air Turquoise*, pour tenter de valider les calculs, et comparer les protocoles de test entre ces deux intervenants. Les données de réferences seront celles de la notice utilisateur du biplace Sora2-42.

— *Air Turquoise* :
  — le camion est un Dodge, à priori dans les 390 cv,
  — son poids à vide (p_c) est 2100 kg, le poids max en charge 3000 kg.
  — lesté à l'arrière (1000 kg) ?
  — Il atteint des charges appliquées à un biplace $F_{max} \sim 2000$ kg,
  — la longueur de la piste est $L \sim 900$ m [3],
  — l'altitude de la piste est $h \sim 430m$
— *Aérotest* :
  — le camion pèse 7 Tonnes, centre de g bas, repartition 1/3 moteur, gueuses a l'ar. (+ 5 tonnes)
  — les vitesses atteintes se situent autour de $V_{max} \sim 100$ km/h,
  — *Aérotest* : pour les biplaces, on atteint des charges $F_{max} \sim 2500$ kg
  — la piste de roulage a une longueur de $L = 1700$ m,
  — l'altitude de la piste est $h \sim ??m$

3 Première analyse

On constate à la lecture des compte-rendus de tests, que les charges maximales F_m atteintes ne sont pas les mêmes chez Aerotest et chez *Air Turquoise*. Voir le Protocole de test en charge.

— Chez *Aérotest*, les deux règles sont satisfaites (5 pics > 10g et 3s > 8g).
— Chez *Air Turquoise* seule la règle des 3s > 8g est satisfaite.

N'ayant pas de diagramme de vitesse des véhicules, ni les enregistrements de charges numérisées, ni les caractéristiques aérodynamiques de la voile, il est très difficile d'analyser ces courbes.

En effet, la charge qui s'applique aux points d'ancrage sur le camion dépend du carré de la vitesse V^2 du parapente et de son incidence α (ou son assiette, ce qui est équivalent ici).

Afin de répondre à la deuxième question, on a besoin d'évaluer la vitesse maximale atteinte par le camion d'*Air Turquoise* sur sa piste.

Dans le paragraphe suivant, on va tenter d'évaluer cette vitesse maximale à partir du diagramme de test en charge.

4 Vitesses maximales et forces maximales

Il faut en premier lieu noter que la vitesse du camion et celle de la voilure ne sont pas les mêmes, eu égard aux fortes oscillations montrées par les graphiques. Sauf précision, nous parlerons de la vitesse du camion.

4.1 Evaluation des vitesses V_m à atteindre

L'effort total mesuré sur la voilure en fonction du temps t est donné par la formule suivante,

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho S V_v^2(t)\sqrt{C_x^2(t) + C_z^2(t)} \tag{1}$$

où ρ est la densité de l'air, S la surface de la voilure, V_v la vitesse de la voile, C_z et C_x les coefficients de portance et de traînée de la voile. Ces coefficients sont généralement du même ordre de grandeur pour tous les parapentes du marché à une époque donnée, mais dépendent très sensiblement de l'incidence de vol α, (qui lui même dépend du temps si la vitesse varie) ce qui aura son importance par la suite.

4.1.1 Vitesse stabilisée

En annexe (cf 8.1 page 11), on tente d'évaluer de deux manières la vitesse V_m que doit atteindre le véhicule pour parvenir à la charge prescrite, en supposant la vitesse stabilisée.

On trouve des vitesses de l'ordre de

— 120 km/h dans un cas (basé sur les données du manuel utilisateur de la Sora2), et

3. Valeur mesurée de l'aérodrome d'Yverdon, sur la carte https ://map.geo.admin.ch

— 300 km/h dans l'autre (plus fiable)

— Une simulation numérique plus récente donne une valeur de 170 km/h pour atteindre 2021 kg.

En mode vitesse stabilisé, il faudrait que le véhicule roule à environ 200 km/h pour atteindre la charge requise. Ces vitesses sont actuellement hors de portée des véhicules utilisés.

4.1.2 Vitesse non stabilisée

On note F_m la force maximale mesurée et V_m la vitesse maximale atteinte.

Dans ce cas, on prend en compte les oscillations de la voile et du couple véhicule-voile, le problème n'est pas élémentaire et demanderait une étude approfondie. On peut cependant faire quelques remarques.

— Des oscillations de la voile (donc des accélérations induisant des montées en charge) peuvent induire des pics $F > F_m$, sans que la vitesse du véhicule n'ait atteint la valeur V_m requise du paragraphe précédent. Il est donc normal que les véhicules n'atteignent pas ces vitesses, bien qu'ils atteignent la charge requise.

— Ces montées en charge ponctuelles impliquent des variations d'incidence α brutales qui reflètent probablement assez bien les valeurs obtenues en vol de type "sensations fortes".

— Les vols de type "tranquille" ne sont pas bien simulés par les tests.

Admettre les oscillations de la vitesse et de la charge est la seule manière d'atteindre les charges requises. Ces oscillations sont essentiellement de nature *mécanique* et non pas aérodynamique (l'interaction entre camion et voile, induit des forces d'inertie importantes).

4.2 Evaluation des vitesses effectivement atteintes par les camions *Air Turquoise* et *Aérotest*

La vitesse nécessaire à atteindre la charge requise est donc inconnue, et difficile à évaluer de manière réaliste et simple. Dans cette partie, on tente d'évaluer, grâce aux graphiques disponibles, les vitesses *réellement atteintes* par les véhicules.

Les graphiques des tests en charge donnent la charge mesurée (en ordonnée) en fonction du temps de roulage (en abscisse). Il semble possible, à partir de ces graphiques, d'évaluer la vitesse maximale (V_m) atteinte durant un run.

On note

— t_m le temps où la charge maximale est atteinte,

— $F(t)$ la charge au temps t, c'est la fonction lue sur les graphiques, et $F_m = F(t_m)$ la charge maximale imposée par la norme,

— $V(t)$ la vitesse (inconnue) du camion au temps t, et $V_m = V(t_m)$ la vitesse atteinte (inconnue également).

— L ou L_u la distance de roulage.

Le principe de ce calcul est assez simple : connaissant la loi de variation des efforts $F(t)$, on en déduit la loi de variation de la vitesse $V(t)$ (qui est proportionnelle à la racine carrée de l'effort cf 1), puis par simple intégration, la loi du mouvement (ou trajectoire) $X(t)$. Connaissant à tout instant la position et la vitesse, on en déduit une équation très simple qui relie la distance de roulage L ou L_u et la vitesse maximale V_m .

On découpe le domaine de temps en 3 intervalles, chaque intervalle ou palier, est mesuré sur le graphique correspondant :

— $[t_0, t_1]$ "montée en charge".

— $[t_1, t_2]$ "plateau" à vitesse constante.

— $[t_2, t_3]$ "décélération" et fin du test.

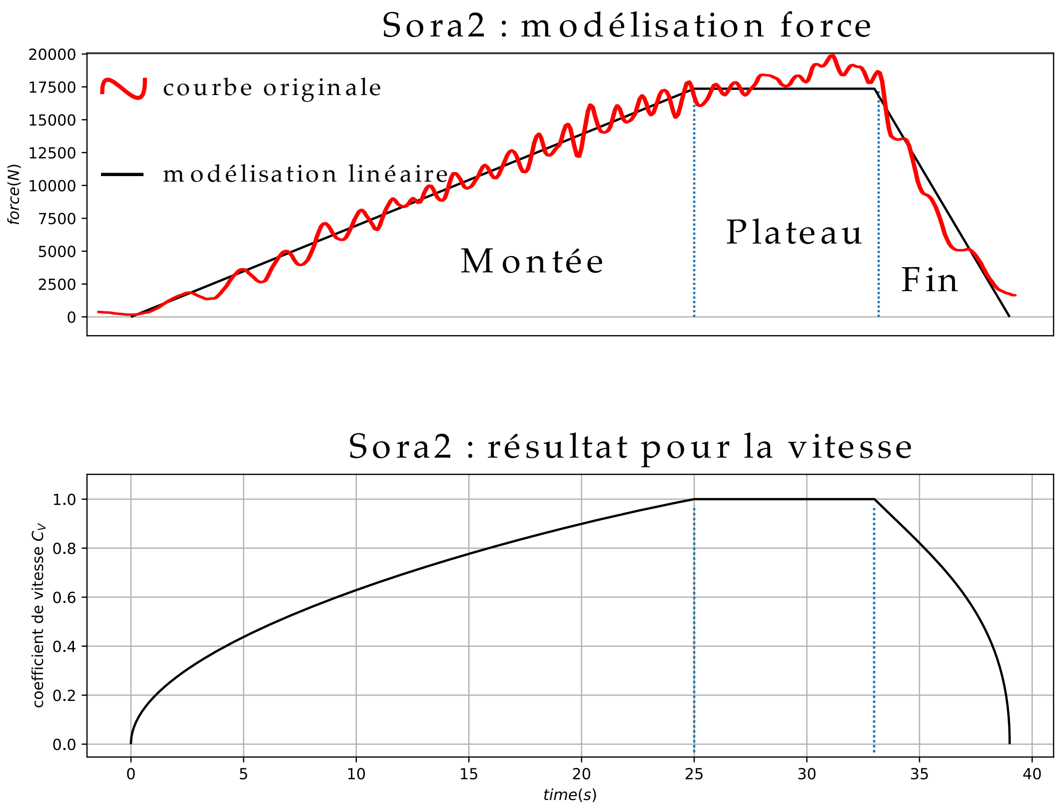
Une étape fastidieuse de relevé des temps de "montée en charge", de "plateau" et de "décélération" doit être réalisée. Pour les résultats sous forme d'un dictionnaire en langage Python, cf. 7.1 page 10.

Quatre modes de détermination de la vitesse V_m atteinte sont ensuite étudiés :

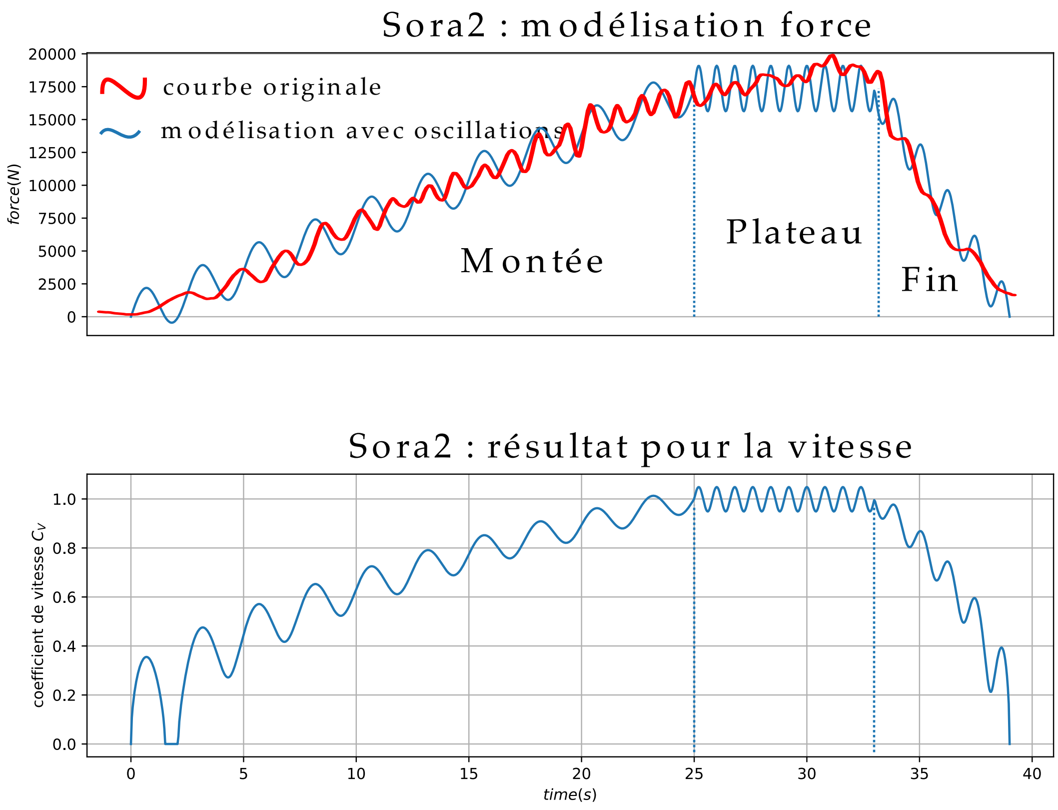
1. on prend en compte uniquement le palier "montée en charge" $[t_0, t_1]$ et on ignore le "plateau" et la "décélération". On évalue par ailleurs la longueur utile L_u de la piste, c'est à dire la longueur de la "montée en charge", jusqu'au "plateau". On modélise le run de deux manières différentes :
   (a) soit avec une approximation de la charge $F(t)$ linéaire par palier (la courbes de montée en charge est assimilée à une droite).
   (b) soit avec oscillations sinusoïdales : $F(t)$ est postulé comme dans le cas linéaire ci-dessus mais on lui ajoute des oscillations sinusoïdale.
2. On prend en compte les trois paliers, et on modélise le run de deux manières différentes :

(a) soit avec une approximation de la charge $F(t)$ linéaire par palier (les courbes de montée en charge, de plateau et de décélération sont assimilées à des segments de droites qui se raccordent).

(b) soit avec oscillations sinusoïdales : $F(t)$ est postulé comme dans le cas linéaire ci-dessus mais on lui ajoute des oscillations sinusoïdale.



(a) Modélisation linéaire



(b) Modélisation avec oscillations

Fig. 1: Diverses modélisations de la courbe de charge de la Sora2 et courbe des vitesses associée

4.2.1 Résultats dans le cas linéaire à un seul palier

On connaît la longueur de la piste L, on estime qu'une partie $L_u < L$ de cette longueur est utilisée pour atteindre la vitesse maximale (voir 7.2 page 10). La charge est alors supposée égale à $F(t) = F_m \frac{t}{t_m}$ et l'équation 6 page 13 nous donne

$$V_m = \frac{3}{2} \frac{L_u}{t_m}$$

La longueur utile L_u est connue avec une incertitude qui correspond aux couples de valeurs données dans le tableau suivant

Modèle	$F_m\,(N)$	$t_m\,(s)$	$L_u\,(m)$	$V_m\,(km/h)$	$\gamma\,(m/s^2)$
BiGolden 4 light	16797	30	450-600	81-108	0.8-1.0
Windtech Ru-Bi 2	17740	29	450-600	84-112	0.8-1.1
Supair Sora 2	17361	31	450-600	78-105	0.7-0.9

Tab. 1: *Air Turquoise* : estimation des vitesses V_m effectivement atteintes et accélérations γ, selon la charge et la longueur de piste utile L_u.

Modèle	$F_m\,(N)$	$t_m\,(s)$	$L_u\,(m)$	$V_m\,(km/h)$	$\gamma\,(m/s^2)$
Hercules	22840	50	1150 - 1300	124 - 140	0.7 - 0.8
MacPara Trike 42	20850	46	1150 - 1300	135 - 153	0.8 - 0.9

Tab. 2: *Aérotest* : estimation des vitesses V_m effectivement atteintes et accélérations γ, selon la charge et la longueur de piste utile L_u.

La lecture de ces tables n'évoque aucune anomalie, si ce n'est que les charges atteintes par *Air Turquoise* sont beaucoup moins importantes que celles atteintes par *Aérotest*.

4.2.2 Résultats dans le cas sinusoïdal à un palier

Ce cas n'a pas été traité

4.2.3 Résultats dans le cas linéaire à trois paliers (montée en charge, plateau, décélération)

Chronologiquement, cette modélisation a été traitée en premier.

On décompose les graphiques de montée en charge en trois intervales de temps (paliers) lus sur les graphiques. Dans chaque intervale, la charge est supposée évoluer linéairement (croissante dans le palier "montée en charge", constantes dans le palier "plateau" et décroissante dans le palier "décélération"). Le détail des calculs est présenté en annexe, et aboutit à l'équation 7 page 14

$$V_m = 3 \frac{L}{2t_3 + t_2 - t_1}$$

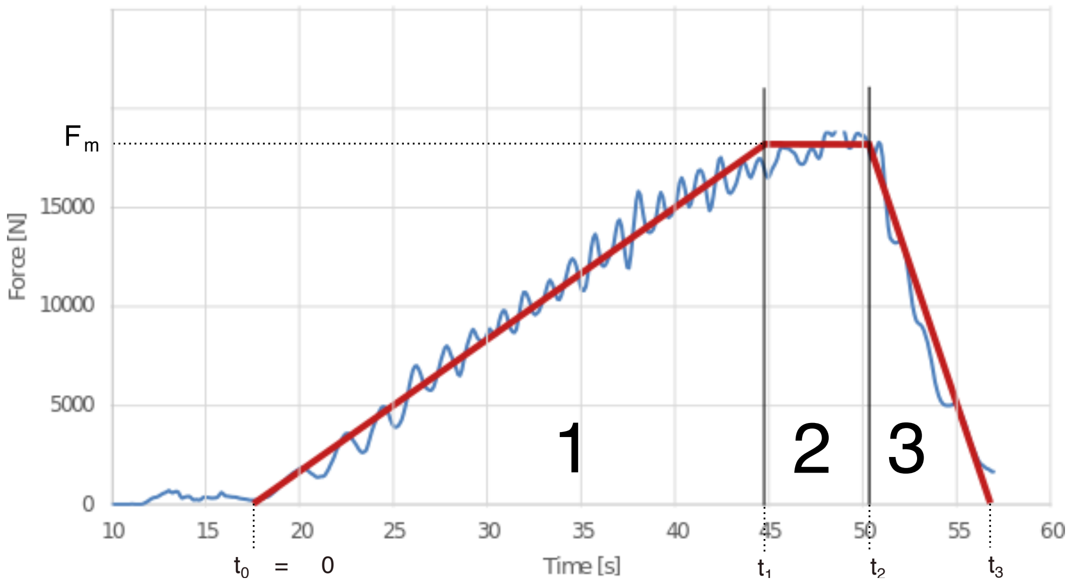


Fig. 2: Modélisation linéaire à 3 paliers de la courbe des efforts (Sora2-42)

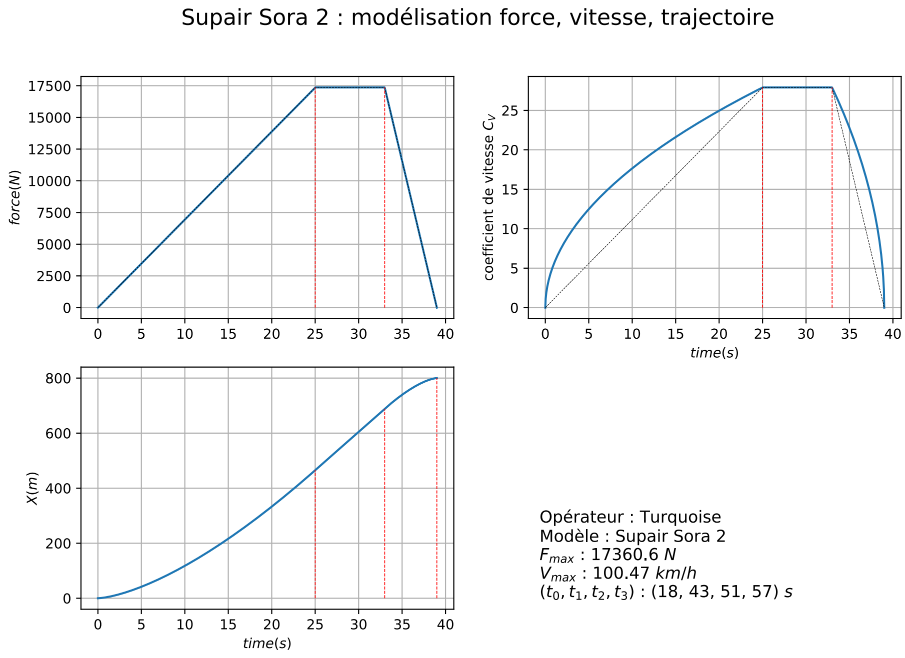


Fig. 3: Estimation des vitesses V_{max} effectivement atteintes, modélisation linéaire à 3 paliers.

Les résultats sont les suivants

opérateur	modèle	F_m (connue, en N)	V_m (évaluée, en km/h)
Aérotest	Hercules	22840	128.0
	MacPara Trike 42	20850	131.8
	Stewart-DGAC	24525	206.9
	Stewart	17265.6	147.5
Air Turquoise	Supair Sora 2	17360.6	100.15
	Supair Sora 1-41	17059.6	80.76

Tab. 3: Estimation des vitesses, modélisation linéaire à 3 paliers

4.2.4 Résultats pour une modélisation sinusoïdal à trois paliers

Cette approche consiste à ajouter une fonction sinusoïdale au modèle linéaire du paragraphe précédent. Elle donne des résultats sensiblement identiques, en sur-évaluant la vitesse atteinte par les véhicules. La vitesse V_m dans ce cas, ne peut pas être calculée analytiquement, on n'a pas de formule. Elle est évaluée donc numériquement.

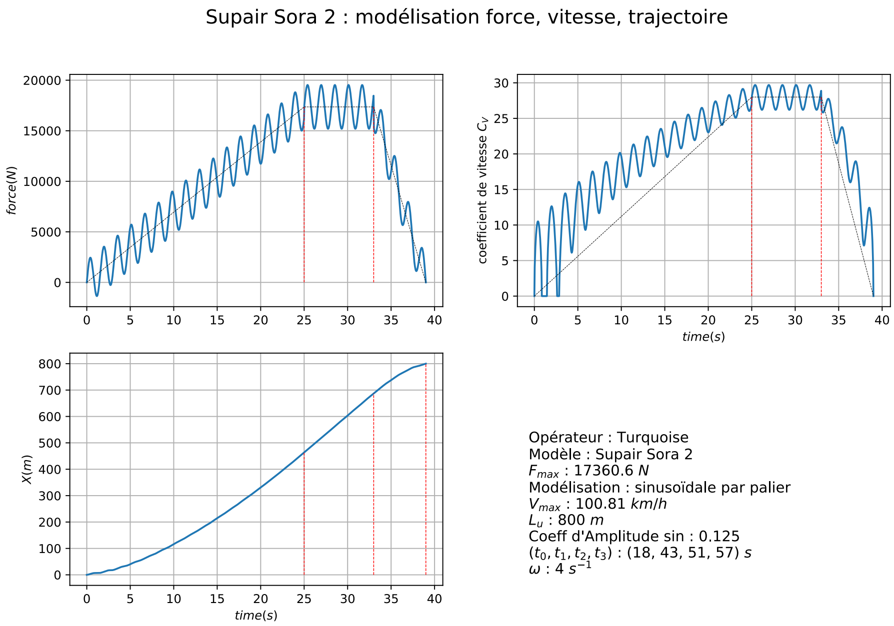


Fig. 4: Estimation des vitesses V_{max} effectivement atteintes, modélisation sinusoïdale à 3 paliers.

Les résultats pour des longueurs de piste $800\,m$ pour *Air Turquoise* et $1600\,m$ pour *Aérotest* :

opérateur	modèle	F_m (connue, en N)	V_m (évaluée, en km/h)
Aérotest	Hercules	22840	128.0
	MacPara Trike 42	20850	131.9
	Stewart-DGAC	24525	208.2
	Stewart	17265.6	147.7
Air Turquoise	Supair Sora 2	17360.6	100.15
	Supair Sora 1-41	17059.6	80.76

Tab. 4: Estimation des vitesses effectivement atteintes, modélisation linéaire, à 3 paliers

Dans tous les cas, on trouve des vitesses beaucoup plus élevées que celles anoncées par Vincent Teulier.

4.2.5 Bilan intermédiaire

Pour exploiter les rares données dont on dispose on est obligé de faire des hypothèses simplificatrices et une modélisation du phénomène. Ces hypothèses n'apportent pas de réponses satisfaisantes. Il apparaît alors que le problème est *essentiellement* conditionné par les oscillations de la voilure au cours du run, et qu'il y a lieu de distinguer la vitesse du véhicule de celle de la voilure.

Ces oscillations font fortement varier les incidences et la répartition des charges dans le suspentage. Il m'est impossible d'en dire plus.

Dans tous les modèles testés, on trouve des vitesses de véhicule beaucoup plus élevées que celles anoncées par Vincent Teulier.

La seule indication que l'on puisse en tirer est que les vitesses atteintes chez *Air Turquoise* sont toujours plus faibles que celles atteintes chez *Aérotest*. (environ 20%)

5 Etude aérodynamique

En faisant l'hypothèse que l'accélération **a** est constante, en vertu de la loi fondamentale de la dynamique Newtonienne, la voile est soumise à une force inertielle $F_i = m\mathbf{a}$, proportionnelle à la masse $m = m_v + m_a$, somme de la masse de la voilure et de l'air contenu.

Le calcul du volume délimité par le tissu, permet d'évaluer la masse d'air emmagasinée dans un biplace à $m_a \sim 10\ kg$ et pour la voilure seule $m_v \sim 7\ kg$.

La force due à l'accélération du véhicule est de l'ordre de grandeur de $F_i = \frac{\mathbf{a}}{m} \sim 15\ N$.

Mais la voile subit en plus des accélérations du véhicule, des variations de vitesse très importantes, à la fréquence de 0.8 à 1.1 hertz (le nombre d'oscillation par seconde), qui à leur tour modifient l'accélération du véhicule, et qu'il faudrait pouvoir mesurer.

Ces forces inertielles sont à rajouter au bilan des forces extérieures s'appliquant sur le parapente, en plus de la réaction du point d'attache au camion et des diverses sources de traînée.

Ces forces inertielles dépendent essentiellement du temps, et la mise en équations du phénomène demande une étude poussée de la dynamique de ces tests.

Le temps imparti est insuffisant, mais le problème digne d'intérêt !

5.1 Une étude simplifiée

Il est possible d'étudier rapidement deux problèmes simplifiés :

1. un problème d'aérodynamique où la voilure est soumise à une force d'inertie constante F_i, et de calculer la variation d'incidence qui en résulte,
2. un problème d'élasticité pour calculer la répartition des charges dans le suspentage, avec et sans cette force d'inertie constante.

5.2 La dynamique du parapente en 2d

Rendez-vous est pris avec un professeur de mécanique de l'Université pour mettre en équations la dynamique du vol droit, ce qui devrait permettre d'étudier et de prévoir les oscillations qui apparaîssent lors des tests. Et en déduire la répartition de la charge dans le suspentage en temps réel.

On "voit bien" le processus à l'œuvre lors des tests : le camion accélère, cette accélération se transmet à la voilure sous forme d'une force d'inertie, dirigée vers l'arrière, qui augmente son incidence et sa traînée, la voile "chalute". Cette traînée se transmet à son tour au camion et le freine. Ce qui a pour effet d'inverser le sens de la force d'inertie sur la voile, et la voile accélère, son incidence diminue, et sa traînée également. Libéré de cette traînée, le camion peut à nouveau accélérer et ainsi de suite.

6 Conclusion

par manque de données, cette analyse est très incomplète et approximative. Cependant, il en ressort un point essentiel :

Les phénomènes mis en jeu sont *essentiellement de nature dynamique*, avec de fortes *oscillations* et *variations d'incidence* et il semble impossible d'atteindre un régime de *vol stabilisé* pour les charges imposées.

La vitesse maximale atteinte, V_m, est d'une importance *fondamentale* sur les résultats des tests. La lecture des graphiques montre qu'une vitesse plus importante (en fin de run), induit des oscillations :

— de plus grande amplitude (donc des pics de charge plus violents),

— de plus grande fréquence (donc des pics de charge plus rapprochés).

Pour répondre aux questions posées :

1. Sur le respect de la norme par *Air Turquoise* : *on ne peut pas conclure* avec certitude à une quelconque forme de triche chez *Air Turquoise*. La lecture des graphiques d'*Air Turquoise* semble indiquer que la condition $3\,s > 8\,g$ est effectivement satisfaite (*en temps cumulé*), les termes de la norme sont respectés.
2. Sur le pourquoi cette différence entre les résultats *Aérotest* et *Air Turquoise* : le protocole est appliqué de manière beaucoup plus pénalisante chez *Aérotest* :

- pour les biplaces examinés, le temps d'un run complet chez *Aérotest* est *significativement* $> 60\,s$, tandis que chez *Air Turquoise* il est *significativement* $< 60\,s$.
- La charge appliquée chez *Aérotest* est $F_m > 10g$, tandis que chez *Air Turquoise* elle est $8\,g < F_m < 10\,g$
- Il faudrait connaître les vitesses atteintes chez *Air Turquoise*, mais probablement sont-elles beaucoup plus faibles que chez *Aérotest*, les comportements de la voile sont donc très différents.
- La lecture des graphiques de montée en charge fait apparaître que *Air Turquoise* interprète la norme comme "quelques pics à $8\,g$ pourvu que le temps cumulé soit supérieur à $3\,s$", ce qui finalement est presque équivalent à "quelques pics à $10\,g$", sauf que l'on monte à $8\,g$ au lieu des $10\,g$, ce qui répond en grande partie à la question 1.

3. Sur la norme elle-même :
   - La norme actuelle tente d'imposer une charge à atteindre, si possible *de manière stabilisée.* Or il semble impossible de stabiliser un parapente à ces vitesses. Des pics de charges seront toujours présent à V_m.
   - La norme ne devrait pas laisser de *choix* à l'opérateur comme actuellement (3s>10g *ou* 5 pics>8g) mais imposer une seule condition : atteindre une vitesse stabilisée V_{stab} (à définir), et s'y maintenir pendant un intervale de temps Δt continu (et non pas fractionné, à définir), au cours de cet intervale de temps, n pics de charge devront dépasser $x \times g$ (n et x, à définir). Ceci impose un enregistrement des vitesses.
   - La distinction 8g / 10g devrait disparaître, ainsi que toute référence à la stabilité à V_m.
4. En vrac
   - Lors de ces tests en charge, on peut estimer que la charge F se répartit en une composante verticale $F_z \sim \frac{9}{10}F = 1.8\,T$ et une composante horizontale $F_x \sim \frac{1}{10}F = 200\,kg$, avec des coups de boutoir assez violents. Ceci pourrait être interprété par un expert automobile pour déterminer la manœvrabilité du camion de *Air Turquoise* dans ces conditions.
   - L'accélération du véhicule ajoute une force d'inertie, qui en moyenne est importante, dirigée vers l'arrière, et qui positionne le parapente à une incidence supérieure à une incidence de vol usuelle. A cette incidence, le centre de poussée recule, la voile "chalute" et les rangs A sont, en proportion, moins sollicités qu'ils ne devraient l'être.
5. Pour aller plus loin :
   - Si l'on veut lever les ambiguités et analyser plus finement des résultats de tests, il faudrait à minima disposer
     - de l'enregistrement numérique de la vitesse du bord d'attaque du parapente et
     - de l'enregistrement (sous forme numérique) de la charge aux points d'ancrage,
     - optionnellement de l'enregistrement de la vitesse du camion [4].
   - Les aspects dynamiques (oscillations de la charge) sont d'une grande importance pour répondre aux questions posées. L'analyse de ces problèmes pourrait faire l'objet d'une étude théorique et expérimentale sérieuse.
6. Réflexions ultimes

A bien y réfléchir il me semble que c'est le couple camion-parapente qui crée l'instabilité et les oscillations observées sur les graphiques.

En effet, une accélération du camion a pour effet d'augmenter l'incidence de la voile, qui augmente donc sa traînée, laquelle, en retour, décélère le camion. Ce qui a pout effet une diminution d'incidence qui diminue la traînée, qui a pour effet d'accélérer le camion etc..

Un parapente en soufflerie, même avec une accélération a constante du flux d'air, ne se mettrait pas à osciller car la variation d'incidence et de traînée dûe à l'accélération ne modifie pas, en retour, la valeur de l'accélération de la soufflerie. La traînée additionnelle reste constante, proportionnelle à l'accélération $\mathbf{a}$.

Il devrait être possible de maintenair une vitesse du camion constante $= V_m$ de sorte que le système s'équilibre et que la vitesse de la voilure s'équilibre elle aussi à V_m.

Le système camion-voile s'apparente à un oscillateur harmonique forcé. La période d'un tel pendule est $\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ici $l = s$, longueur de suspentage. Numériquement, on trouve

$$\sqrt{\frac{l}{g}} \simeq 0.90\,s$$

ce qui correspond à la période des oscillations observées sur les graphiques, en fin de montée en charge.

4. Enregistrer les vitesses de la voile serait suffisant. La vitesse du camion resterait accessible puisqu'elle n'est autre que la vitesse moyenne de la voile sur l'intervale de temps Δt, car la voile suit le camion !

7 Annexes (données)

7.1 Données relevées sur les graphiques

```
D = dict(
        Turquoise = [900.00,#longueur de la piste
            #(nom, t0,t1,t2,t3,fmax (N))
            [('BiGolden 4 light', 43, 72, 77, 83, 16797.),
            ('Windtech Ru-Bi 2',  48, 78, 82, 92, 17739.59),
            ('Supair Sora 2',     18, 43, 51, 57, 17360.56),
            ('Supair Sora 1-41',  10, 55, 58, 62, 1739*9.81),]
                    ],
         = [1700.00,
            [('Hercules',         6, 54, 61, 63, 22840),
            ('MacPara Trike 42', 7, 51, 56, 58, 20850),
            ('Stewart',          0, 36, 43, 45, 1760*9.81),
            ('Stewart-DGAC',     7, 27, 34, 35, 2500*9.81),
            ('Shuttle',         15, 49, 59, 60, 2500*9.81),]
                    ]
            )
```

7.2 Longueur de piste utile

On se place dans l'hypothèse d'un test biplace, à $V_m > 100\,km/h = 27.7\,m/s$

1. Une étude attentive des graphiques d'*Aérotest* montre que le temps de lever de voile et de stabilisation est de l'ordre de $10\,s$, durant lesquelles la distance de piste consommée est estimée entre $100\,m$ et $150\,m$.
2. Le camion de *Aérotest* roule pendant environ $8\,s$ à $10\,s$, à vitesse V_m, approximativement constante, il parcourt donc $250\,m$ à $300\,m$.
3. La distance d'arrêt d'un véhicule roulant à la vitesse $V\,m/s$ et décélérant à $\gamma\,m/s^2$ est (en mètres)

$$D = \frac{V^2}{2\gamma}$$

   Un véhicule de tourisme doit normalement avoir une capacité de décélération de $5.8\,m/s^2$ selon la norme. Nous admettons que le camion chargé de *Aérotest* décélère entre 5 et $10\,m/s^2$ (une formule 1 décélère à $20\,m/s^2$, une voiture de tourisme standard à $8\,m/s^2$).
   Les graphiques d'*Aérotest* montrent que le camion freine entre 8 et $10\,s$. Pour un test de biplace on a donc une distance d'arrêt de $50\,m$ à $100\,m$.
   Vincent Teulier (*Aérotest*) estime sa distance d'arrêt à une centaine de mètres au maximum.
4. Finalement, compte tenu du levé de voile, de la phase à vitesse V_m et de l'arrêt complet, le camion aura consommé entre $400\,m$ et $550\,m$ de piste.

La longueur de piste disponible pour la montée en charge est donc $L_u = 1700 - 475 = 1225 \pm 75\,m$ pour *Aérotest*, et $L_u = 900 - 475 = 425 \pm 75\,m$ pour *Air Turquoise*.

7.3 Protocole de test en charge

— En résumé, le protocole chez *Air Turquoise* prévoit la validation dès qu'un des objectifs suivants est atteint (1g correspond au poids total en vol maximum recommandé par le constructeur) :
   1. un pic à $8\,g$ stabilisé pendant $3\,s$ en temps cumulé,
   2. cinq pics à $10\,g$, séparés d'au maximum $0.3\,s$.

— Plus précisément : (source : Liens et références)

> *The test specimen (sample) is attached to the electronic sensors on the tow vehicle.*
> *A controller is positioned on the tow vehicle in order to operate the paraglider control lines to stabilize the wing.*
> *The speed of the vehicle is increased as gradually as possible, enabling the controller to obtain satisfactory stabilisation of the flight path of the paraglider.*
> *When the paraglider has stabilized, the speed is increased gradually until either :*

— *the measured load exceeds a load factor of eight times the maximum total weight in flight recommended by the manufacturer, for a minimum cumulative duration of 3 s ;*

— *five peaks separated by at least 0,3 s are obtained above ten times the maximum total weight in flight recommended by the manufacturer, in one run.*

The calculated value include the value minus the uncertainty. The uncertainty stated is the expanded uncertainty obtained by multiplying the standard uncertainty by the coverage factor $k = 2$.

The value of the measurand lies within the assigned range of values with a probability of 95%.

— en Français

Le parapente est attaché au véhicule d'essai et « tracté » pendant que la charge est mesurée.

Relier les élévateurs du spécimen d'essai aux capteurs électroniques qui sont montés sur le véhicule tracteur et écartés l'un de l'autre de (0,42 ± 0,02) m.

Un opérateur peut se tenir sur le véhicule tracteur pour actionner les lignes de commandes du parapente destinées à stabiliser l'aile.

Enregistrer l'essai sur vidéo de façon à montrer le comportement du parapente sous la charge.

Augmenter la vitesse du véhicule aussi progressivement que possible pour que l'opérateur obtienne une stabilisation satisfaisante de la trajectoire du parapente.

Une fois le parapente stabilisé, poursuivre progressivement la montée en vitesse :

— *soit jusqu'à ce que la charge mesurée dépasse un facteur de charge moyen de huit fois le poids total maximal en vol recommandé par le constructeur, pendant une durée cumulée minimale de 3 s ;*

— *soit jusqu'à l'obtention, en une seule fois, de cinq crêtes séparées d'au moins 0,3 s dépassant de dix fois le poids total maximal en vol recommandé par le constructeur.*

7.4 Liens et références

— Les rapports d'homologation de Air Turquoise

— Sora2 42 : rapport d'homologation tests structure

— Notice d'utilisation Sora2

— NF-EN-026-1, édité par l'AFNOR

8 Annexes (autres)

8.1 Evaluation de la vitesse requise V_m pour atteindre la charge prescrite F_m en mode stabilisé

On évalue la vitesse qu'il faudrait atteindre en mode stationnaire, c'est à dire en supposant la vitesse constante, et sans oscillations. La vitesse du camion et la vitesse de la voile sont dans ce cas identiques.

En vol droit, à vitesse V constante, la résultante des forces aérodynamiques sur la voile est

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\rho V^2 \sqrt{C_z^2 + C_x^2} \\ &= \frac{1}{2}\rho V^2 C_z \sqrt{1 + \left(\frac{C_x}{C_z}\right)^2} \end{aligned} \tag{2}$$

8.1.1 En utilisant le manuel utilisateur

D'après la formule 2, la force F est proportionnelle au carré de la vitesse V^2.

$$F = kV^2$$

Les chiffres du constructeur sont PTV maximal : $F = 220\,kg$, et $V = 40\,km/h$. On en déduit la valeur du coefficient k :

$$k = \frac{F}{V^2} \sim 0.1375\,kg.\,(km/h)^2$$

Pour atteindre les charges prescrites en mode stabilisé, on devrait donc rouler à $120\,km/h$ environ. Plus précisément [5] :

5. En réalité, il s'agit d'une vitesse en vol, c'est à dire avec un pilote et sa traînée. Durant les tests en charge, la traînée pilote n'existe pas. Donc les vitesses requises sont plus importantes que celles évaluées ici.

	règle $3s > 8g$	règle 5pics $> 10g$
F_m (kg)	1760	2200
V_m (km/h)	113.1	126.5

Tab. 5: Vitesses V_m requises, utilisant les données du manuel utilisateur du Sora2

8.1.2 Un raisonnement un peu plus élaboré

On sait également que $\frac{C_x}{C_z}$ est l'inverse de la «finesse soufflerie», obtenue en excluant la traînée pilote puisque sur le camion, cette traînée n'intervient pas. Elle est plus grande que la finesse du parapente en vol pour lesquels la traînée pilote intervient. La finesse d'un parapente en vol est de l'ordre 10 donc on peut prendre sans risque $\frac{C_x}{C_z} \sim \frac{1}{10}$ (et même plutôt de $\frac{1}{15}$). Donc la racine carrée qui intervient dans cette équation est évaluée à

$$\sqrt{1+\left(\frac{C_x}{C_z}\right)^2} \sim 1+\frac{1}{2}\left(\frac{C_x}{C_z}\right)^2 \sim 1.005 \sim 1$$

On obtient donc

$$F \sim \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z \tag{3}$$

et

$$V \sim \sqrt{\frac{2F}{\rho S C_z}}$$

Evaluons mintenant C_z : un parapente solo, $S = 25\,m^2$, vole à $V = 10\,m/s$, avec une charge de $F = 1000\,N$ donc en utilisant encore l'équation 3 on obtient

$$C_z \sim \frac{2F}{\rho S V^2} \sim 0.07$$

Numériquement, pour monter un biplace à la charge requise, on utilise les valeurs $C_z \sim 0.1$, $S = 42\,m^2$, $\rho = 1.2\,kg.m^{-3}$ et $F \in \{17265.6\,N, 21582.0\,N\}$

	règle $3s > 8g$	règle 5 pics $> 10g$
F_m	$17265.6\,N$	$21582.0\,kg$
V_m (km/h)	300.0	333.2

Tab. 6: Vitesses V_m requise.

On constate qu'avec ces deux modes d'évaluation, les vitesses à atteindre sont plus élevées que les vitesses réellement atteintes chez *Aérotest*.

Il semble donc qu'atteindre un *palier* stationnaire à 2 tonnes, est *largement au dessus* des capacités des véhicules utilisés.
Seules les oscillations constatées permettent d'atteindre cet objectif, sur des courtes périodes.

Cette table des vitesses $V > V_m$ requises est donc à lire avec précaution, et ne constitue que des ordres de grandeur sur-évalués.

8.1.3 Cas linéaire à un seul palier

On ne considère que la phase de "montée en charge", on ignore le "plateau" et la "décélération".
On fait les hypothèses suivantes :

1. la force $F(t)$ dépend linéairement du temps, à partir de $t = 0$ jusqu'au temps t_m. La valeur de t_m se lit sur les graphiques des montées en charge.
2. l'incidence α du parapente est constante tout au long du run, (hypothèse abusive !)
3. La vitesse de la voile est égale à la vitesse du camion (hypothèse abusive !).
4. La longueur de roulage (appelée L_u pour "longueur utile") pour atteindre la vitesse V_m est inconnue, mais estimée (cf. 7.2).

Reprenant l'équation Evaluation des vitesses V_m à atteindre (1) :

— l'hypothèse 2. implique que le coefficient aérodynamique $C_\alpha = \sqrt{C_x^2(t) + C_z^2(t)}$ ne dépend pas du temps, mais seulement de l'incidence α, constante. Donc

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho S V^2(t) C_\alpha \tag{4}$$

— l'hypothèse 1. peut se formaliser par :

$$F(t) = F_m \frac{t}{t_m} \tag{5}$$

de sorte que F varie bien linéairement de $F(0)$ à $F(t_m) = F_m$.

On déduit de ces deux équations, la valeur de la vitesse [6] :

$$\begin{aligned} V_m &= \sqrt{\frac{2F_m}{\rho S C_\alpha}} \\ V(t) &= V_m \sqrt{\frac{t}{t_m}} \end{aligned}$$

et en intégrant de 0 à t_m on calcule la loi horaire (trajectoire du camion) $X(t) = \int_0^t V(s)\,ds$

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{2V_m}{3\sqrt{t_m}} t^{\frac{3}{2}} \\ X(t_m) &= \frac{2}{3} V_m t_m \end{aligned}$$

$X(t_m) = L_u$ est la distance de roulage évaluée, donc $\frac{2}{3} V_m t_m = L_u$ et finalement

$$V_m = \frac{3}{2}\frac{L_u}{t_m} \tag{6}$$

L'accélération est dans ce cas

$$\gamma(t) = \frac{V_m}{\sqrt{t t_m}}$$

c'est une fonction décroissante du temps, infinie en $t = 0$, ce qui dénote une forme de choc à l'origine des temps. Ce qui démontre une fois de plus l'invalidité du modèle.

8.1.4 Cas linéaire, à trois paliers

On raffine la modélisation précédente en faisant les hypothèses suivantes :

— le graphique se décompose en trois paliers (cf 5) : la "montée en charge", le "plateau" à V_m, la "décéleration",

— l'effort $F(t)$ sur la voilure varie linéairement de 0 à F_m (palier 1), puis reste constant (palier 2), puis diminue linéairement de F_m à 0 (palier 3),

— et les coefficients aérodynamiques restent constants tout au long du test, ce qui revient à négliger les déformations aéro-élastiques dans la voilure et le suspentage. Cette hypothèse est très largement abusive.

Les efforts se décomposent alors en :

$$F(t) = \begin{cases} F_m \frac{t}{t_1}, & \text{si } t \in [0, t_1] \\ F_m & \text{si } t \in [t_1, t_2] \\ F_m \frac{t_3 - t}{t_2 - t_3} & \text{si } t \in [t_2, t_3] \end{cases}$$

La formule 1 permet d'évaluer la vitesse en fonction du temps :

$$V(t) = \begin{cases} V_m \times \sqrt{\frac{t}{t_1}}, & \text{si } t \in [0, t_1] \\ V_m & \text{si } t \in [t_1, t_2] \\ V_m \times \sqrt{\frac{t_3 - t}{t_3 - t_2}} & \text{si } t \in [t_2, t_3] \end{cases}$$

6. On notera que cette loi des vitesses impose une accélération $\gamma(t) = \frac{V_m}{\sqrt{t t_m}}$, qui impose une force d'inertie $F_i(t) = m\gamma(t)$ sur la voilure, décroissante au cours du temps, ce qui rend caduque l'hypothèse de l'incidence constante.

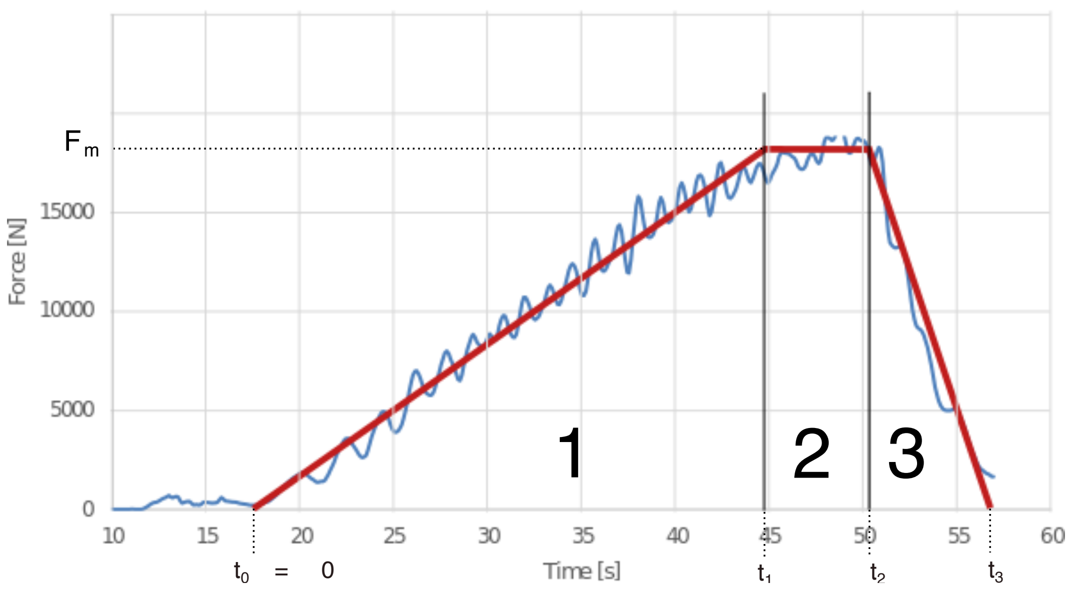


Fig. 5: Approximation de la courbe des efforts (Sora2-42)

Et une intégrale première fournit la trajectoire $X(t) = \int_0^t V(s)\,ds$ et finalement on obtient la distance totale parcourue (pour plus de détails, voir la feuille de calcul Maxima 8.4)

$$D = X(t_3) = \frac{V_m (2t_3 + t_2 - t_1)}{3} \tag{7}$$

Pour chaque run, les temps t_1, t_2 et t_3 sont prélevés sur le graphique, tandis que la distance totale est au plus égale à la longueur de la piste $D = X(t_3) < D_m$.

8.2 Evaluation de la vitesse requise V_m pour atteindre la charge prescrite F_m en mode oscillatoire

8.2.1 Prise en compte des oscillations (3 paliers) [7]

on reprend la modélisation précédente en ajoutant à la force $F(t)$ une sinusoïde, de période et d'amplitude adaptée pour approcher les courbes réelles.

$$F(t) = F_m \times \begin{cases} \frac{t}{t_1} + A\sin(\omega t), & \text{si } t \in [0, t_1] \\ A\sin(\omega t) & \text{si } t \in [t_1, t_2] \\ \frac{t_3 - t}{t_2 - t_3} + A\sin(\omega t) & \text{si } t \in [t_2, t_3] \end{cases}$$

le coefficient d'amplitude A est ajusté pour que les variations de charge soient d'environ $5000\,N$, comme lu sur le graphique de la Sora2. Ce qui donne $2AF_m \simeq 5000\,N$. Pour un biplace, F_m est de l'ordre de $20000\,N$ donc $A = \frac{5000}{2 \times 20000}$

$$A = 0.125$$

La pulsation ω est ajustée pour que la période des oscillations soit de $T = 1.5\,s$, soit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 4.0\,rad/s$$

8.2.2 Autre modélisation à un palier

On suppose que l'accélération du véhicule est de la forme

$$\gamma(t) := \frac{\gamma_m}{t_m}(t + at\sin(\omega t))$$

7. En comptant les nombre d'oscillation par tranche de 10 s, on trouve presque systématiquement dans tous les graphiques,
— le nombre d'oscillations varie entre 6 et 11 par tranche
— le nombre d'oscillation par tranche augmente avec le temps (la vitesse ?)

alors

$$\begin{aligned} V(t) &= \int_0^t \gamma(s)\,ds \\ &= \frac{\gamma_m}{t_m}\left(\frac{a}{\omega^2}\left(\sin(\omega t) - \omega t\cos(\omega t)\right) + \frac{t^2}{2}\right) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} X(t) &= \int_0^t V(s)\,ds \\ &= \frac{\gamma_m}{t_m}\left(\frac{a}{\omega^2}\left(-\frac{\omega t\sin(\omega t) + \cos(\omega t)}{\omega} - \frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right) + \frac{t^3}{6}\right) \end{aligned}$$

on a donc $V_m = \gamma_m\left(t_m - \frac{a}{\omega}\cos(\omega t_m)\right)$ et $X_m = \gamma_m\left(\frac{t_m^2}{2} - \frac{a}{\omega^2}\sin(\omega t_m)\right)$, et en divisant une relation par l'autre, compte tenu de $X_m = L_u$, on obtient

$$V_m = 2L_u\omega\frac{a\cos(\omega t_m) - \omega t_m}{2a\sin(\omega t_m) - (\omega t_m)^2}$$

8.3 Equations du vol en régime de croisière

Vitesse stabilisée, pas d'accélération, les équations de l'équilibre d'un parapente en soufflerie, avec une approximation 2d sont :

$$\begin{aligned} qSC_x - F_x &= 0 \\ qSC_z - F_z &= 0 \\ \tilde{l}C_m + \sin(\alpha)\left(c\tilde{l}C_x - sC_z\right) + \cos(\alpha)\left(sC_x + c\tilde{l}C_z\right) &= 0 \end{aligned}$$

où $q = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$, ρ est la masse volumique de l'air, S la surface à plat de la voile, V_∞ est la vitesse de la soufflerie, (F_x, F_z) les coordonnées de F_{max}, $\tilde{l}$ est la corde moyenne, c est le calage , s la longueur du cône de suspentage, α est l'incidence et les coefficients aérodynamiques C_m, C_x et C_z sont des fonctions de α, du même ordre de grandeur pour tous les parapentes actuels. Ces trois fonctions sont connues, ou bien données par simulation numérique.

1. La troisième équation permet le calcul de l'incidence α. En première approximation, on peut la linéariser car l'incidence de l'ordre de $\alpha \sim 5\,° \sim 0.0873$ degrés, ce qui autorise les approximations classiques $\sin(\alpha) \sim \alpha$ et $\cos(\alpha) \sim 1$. On obtient ainsi :

   $$\tilde{l}C_m + \left(s - \alpha c\tilde{l}\right)C_x + \left(c\tilde{l} - \alpha s\right)C_z = 0$$

   Il est remarquable que cette équation ne dépend en aucune façon ni de la vitesse, ni de la charge. L'incidence α et la finesse $\varphi = \frac{C_z}{C_x}$, sont donc indépendants de V_∞ et de $\mathbf{F}$.

2. Avec les deux premières équations, on obtient facilement $\frac{F_z}{F_x} = \frac{C_z}{C_x}$ qui est la finesse du parapente, que l'on notera φ. Cette finesse varie peu quand la charge varie. On peut supposer que les déformations de la voilure augmentent légèrement la traînée, et donc pénalise légèrement la finesse. Les finesses annoncées pour les parapentes modernes sont de l'ordre de 10, disons $\varphi \sim 10$, soit $\frac{F_z}{F_x} = 10$, la composante verticale de l'effort est de $F_z = 10F_x$, donc approximativement :

   $$\begin{aligned} F_z &\sim \frac{9}{10}F_{max} \\ F_x &\sim \frac{1}{10}F_{max} \end{aligned}$$

Pour un biplace, $F_{max} \sim 2000\,kgf$ donc la composante verticale doit être $F_z \sim 1,8\,T$.

8.3.1 Avec une accélération $\mathbf{a}(t)$

Deux forces d'inertie apparaîssent, qui s'exercent au centre de gravité G du parapente (donc à proximité de la voilure, à l'intrados) :

— la force d'inertie d'entraînement $\mathbf{F}_i = -m\mathbf{a}$ et

— la force de Coriolis $\mathbf{F}_c = -2m\vec{\omega} \wedge \mathbf{v}_r$ où $\vec{\omega} = \frac{d\alpha}{dt}\mathbf{j}$ est le vecteur rotation autour du point d'ancrage, et $\mathbf{v}_r$ la vitesse du point G par rapport au point d'ancrage

La prise en compte de ces forces amène les termes correctifs suivants dans les équations (le terme *coriolis* est à évaluer, le signe du terme ma également) :

$$\begin{aligned}
qV_\infty^2 C_x - F_x \pm m\,a &= 0\\
qV_\infty^2 C_z - F_z &= 0\\
\tilde{l}C_m + \sin(\alpha)\left(c\tilde{l}C_x - sC_z\right) + \cos(\alpha)\left(sC_x + c\tilde{l}C_z\right) \;-m\,\sin(\alpha)\,c\tilde{l}\,a \quad + coriolis &= 0
\end{aligned}$$

Il faut coupler ces équations avec celle du camion...

8.4 Feuille de calcul Maxima pour le calcul des trajectoires

```
kill(all);

/* [wxMaxima: section start ]
Calcul formel
   [wxMaxima: section end   ] */


/*A est l'ampitude relative des oscillations : F_max*A~4000N, doit Ãªtre Ã  peu pres constant, Ã  lire sur
les k_i sont des entiers de sorte que au bout des intervalles les F_i  et les V_i se raccordent*/;

parametres:[k_1=20,k_2=10,k_3=5,A=0.2];

times:[t_1=43-18,t_2=51-18,t_3=57-18];

declare (k_1, integer);declare(k_2,integer);declare(k_3,integer);

assume(t>=0,t_1>0,t_2>t_1,t_3>t_2);

V_1(t):=V_m*sqrt(t/t_1+A*sin(2*k_1*%pi*(t/t_1)));
V_2(t):=V_m*sqrt(1+A*sin(2*k_2*%pi*((t-t_1)/(t_2-t_1))));
V_3(t):=V_m*(sqrt((t_3-t)/(t_3-t_2)+A*sin(2*k_3*%pi*((t_3-t)/(t_3-t_2)))));

is (V_1(0)=0 and
    V_1(t_1)=V_2(t_1) and
    V_2(t_1)=V_m and
    V_2(t_2)=V_m and
    V_2(t_1)=V_2(t_2) and
    V_2(t_2)=V_3(t_2) and
    V_3(t_3)=0);

X_1(t):=integrate(V_1(s),s,0,t)
;

X_2(t):=X_1(t_1)+integrate(V_2(s),s,t_1,t)
;

X_3(t):=X_2(t_2)+integrate(V_3(s),s,t_2,t);

/*assume(t>0);
x_1(r):=subst([V_m=1,t=r],subst(times,subst(parametres,X_1(t))));
v_1(r):=subst([V_m=1,t=r],subst(times,subst(parametres,V_1(t))));*/;

D:factor(X_3(t_3));

S:solve(X_3(t_3)=d, V_m);/*Resolution de D=f(V_m)*/

/*V(x,a,b,c) := subst(c,t_3,subst(b,t_2,subst(a,t_1,subst(x,d,rhs(S)))));*/;

V(x,a,b,c):=substitute([d=x, t_1=a,t_2=b,t_3=c],rhs(S[1]));
```

```
V(d,t_1,t_2,t_3);

[k_1=20,k_2=10,k_3=5,A=0.2];

/*subst(s,w(x,a,b,c));*/;

/* [wxMaxima: page break    ] */


/* [wxMaxima: section start ]
Turquoise
   [wxMaxima: section end   ] */


/* [wxMaxima: subsect start ]
Supair Sora 2, 42 m^2
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[18,43,51,57]$
L:800;

/*VV:V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0);*/;

/*subst(k1,50,VV);*/;

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/;

/* [wxMaxima: subsect start ]
Supair Sora 1-41 (2015)
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[10,55,58,62]$
L:800;

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/

/* [wxMaxima: subsect start ]
Windtech Ru-Bi 2
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[48,78,82,92]$L:800$

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/

/* [wxMaxima: page break    ] */



/* [wxMaxima: section start ]
AÃ©rotest
   [wxMaxima: section end   ] */


L:1700;

/* [wxMaxima: subsect start ]
Hercules
```

```
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[6,56,61,63]$

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/

/* [wxMaxima: subsect start ]
MacPara Trike 42
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[7,51,56,58]$

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/

/* [wxMaxima: subsect start ]
Stewart
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[0,27,34,35]$

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/

/* [wxMaxima: subsect start ]
Stewart-DGAC
   [wxMaxima: subsect end   ] */


[t0,t1,t2,t3]:[7,27,34,35]$

/*3.6*float(V(L,t1-t0,t2-t0,t3-t0));*/
```

8.5 Programme Python

```python
#!/usr/bin/python
#coding:utf-8
import sys
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
from numpy import asarray
from math import pi, sqrt, sin
import scipy.integrate as integrate
class A(object):
    def __init__():
        pass


def Kg2N(x) : return x*9.81
def ms2Kmh(x) : return x*3.6

def toLaTeX(boite, bis) :
    hline = "\\hline"
    def dataLine(bi) :
        name, fmax, dt, L, comm = bi
        gamma = L/(dt**2)
        V = ms2Kmh(gamma*dt)
        return "%s & %.0f & %.1f  & %.1f & %.1f & %s \\tabularnewline"%(name,fmax,dt,gamma,V,c

    lines = []
```

```
    lines = ["\\begin{tabular}{|l|l|l|l|l|l|}"]
    lines.append(hline)
    lines.append("\\noalign{\\vskip0.1cm}")

    lines.append("ModÃšle & $\\Delta F\\ \\left(N\\right)$ & $\\Delta t\\ \\left(s\\right)$
    lines.append("\\noalign{\\vskip0.1cm}")
    lines.append(hline)
    for bi in bis :
        lines.append(dataLine(bi))
    lines.append(hline)

    lines.append("\\end{tabular}")
    return '\n'.join(lines)

class Trajectoire():
    #Valeurs par dÃ©faut
    # params = dict(options='sin', om=2, A=0.05)
    params = dict(options='sin', om=2, A=0.08)
    # def __init__(self,operator,L,name,t0,t1,t2,t3,Fmax)
    def __init__(self,**kargs):
        for arg, value in self.params.items():
            setattr(self, arg, value)

        for arg, value in kargs.items():
            setattr(self, arg, value)
        #on se ramÃšne Ã  t0 = 0
        self.t1 -= self.t0
        self.t2 -= self.t0
        self.t3 -= self.t0
        if self.A==0.0 or 'lin' in self.options :
            #modelisation linÃ©aire
            self._Cv = self._CvLin
        elif 'sin' in self.options:
            #modelisation sinusoide+droite
            self._Cv = self._CvSin
        else :
            raise NotImplementedError
        #le nombre de pic par palier
        self.k1 = self.om*self.t1
        self.k2 = self.om*(self.t2-self.t1)
        self.k3 = self.om*(self.t3-self.t2)

    def Cv(self,t):
        """
        Coef de vitesse = V/Vmax;
        """
        Cv =  self._Cv(t)
        return sqrt(Cv) if Cv>0 else 0.0

    def F(self,t):
        return self.Fmax*self._Cv(t)

    def _CvSin(self,t):
        if 0.0 <= t <= self.t1 :
            return t/self.t1 + self.A*sin(self.k1*(t/self.t1))
        elif self.t1 <= t <= self.t2:
            return 1 + self.A*sin(self.k2*((t-self.t1)/(self.t2-self.t1)))
        elif self.t2 <= t <= self.t3:
            return (self.t3-t)/(self.t3-self.t2) + self.A*sin(self.k3*((self.t3-t)/(self.t3
        else :
            return 0.0

    def _CvLin(self,t):
        """Vitesse linÃ©aire """
        if 0.0 <= t <= self.t1 :
            return t/self.t1
```

```
        elif self.t1 <= t <= self.t2:
            return 1
        elif self.t2 <= t <= self.t3:
            return (self.t3-t)/(self.t3-self.t2)
        else :
            return 0.0

    @property
    def Vmax(self) :
        if not hasattr(self,'_Vmax') :
            self._Vmax = self.L/self.__T(self.t3)
        return self._Vmax

    def X(self,t) :
        return self.Vmax*self.__T(t)

    def __T(self,t):
        """La trajectoire X(t) divisÃ©e par Vmax, homogene Ã  un temps"""
        if not 0.0 <= t <= self.t3 :
            return np.nan
        if t < self.t1 :
            return integrate.quad(self.Cv,0,t,limit=100)[0]
        elif t < self.t2:
            T1 = integrate.quad(self.Cv,0,self.t1,limit=100)[0]
            T2 = integrate.quad(self.Cv,self.t1,t,limit=100)[0]
            return T1+T2
        else:
            T1 = integrate.quad(self.Cv,0,self.t1,limit=100)[0]
            T2 = integrate.quad(self.Cv,self.t1,self.t2,limit=100)[0]
            T3 = integrate.quad(self.Cv,self.t2,t,limit=100)[0]
            return T1+T2+T3

    def plot(self):
        n = 1000
        T = np.linspace(0.0, self.t3, n)
        fig, axs = plt.subplots()
        plt.subplot(221)
        plt.grid(True)
        F = asarray([self.F(t) for t in T])
        plt.plot(T,F)
        plt.plot([0.0, self.t1,self.t2,self.t3],[0.0,self.Fmax,self.Fmax,0],
            'k--',linewidth=0.4)
        plt.plot([self.t1, self.t1],[0.0,self.Fmax],'r--',linewidth=0.6)
        plt.plot([self.t2, self.t2],[0.0,self.Fmax],'r--',linewidth=0.6)
        plt.ylabel('$force (N)$')

        plt.subplot(222)
        plt.grid(True)
        V = asarray([self.Vmax*self.Cv(t) for t in T])
        plt.plot(T,V)
        plt.plot([0.0, self.t1,self.t2,self.t3],[0.0,self.Vmax,self.Vmax,0],
            'k--',linewidth=0.4)
        plt.plot([self.t1, self.t1],[0.0,self.Vmax],'r--',linewidth=0.6)
        plt.plot([self.t2, self.t2],[0.0,self.Vmax],'r--',linewidth=0.6)
        plt.xlabel('$time (s)$')
        plt.ylabel('coefficient de vitesse $C_V$')

        plt.subplot(223)
        plt.grid(True)
        X = asarray([self.X(t) for t in T])
        plt.plot(T,X)
        plt.plot([self.t1, self.t1],[0.0,self.X(self.t1)],'r--',linewidth=0.6)
        plt.plot([self.t2, self.t2],[0.0,self.X(self.t2)],'r--',linewidth=0.6)
        plt.plot([self.t3, self.t3],[0.0,self.X(self.t3)],'r--',linewidth=0.6)
        plt.ylabel('distance (m)')
        plt.xlabel('$time (s)$')
```

```
        plt.ylabel('$X (m)$')

        plt.subplot(224)
        plt.grid(False)
        plt.axis([0, 10, 0, 10])
        msg = '\n'.join(self.LaTeX())
        print(msg)
        plt.text(0.3,0.5,msg,{'color': 'black', 'fontsize': 12}, horizontalalignment='left'
        plt.setp(plt.gca(), frame_on=False, xticks=(), yticks=())
        fig.suptitle('%s : modÃ©lisation force, vitesse, trajectoire'%self.name, fontsize=1


        plt.show()

    def LaTeX(self) :
        msgs = [
        ('OpÃ©rateur', self.operator,''),
        ('ModÃšle',self.name,''),
        ('$F_{max}$',self.Fmax,'$N$'),
        ('$V_{max}$',"%.2f"%(3.6*self.Vmax),'$km/h$'),
        ('$L_u$',self.L,'$m$'),
        ('$(t_0, t_1, t_2, t_3)$', (self.t0, self.t1+self.t0,self.t2+self.t0,self.t3+self.t
        ]
        if 'lin' in self.options or self.A == 0:
            msgs.insert(3,('ModÃ©lisation', 'linÃ©aire par palier', ''))
        else:#if 'sin' in self.options and self.A != 0:
            msgs.insert(3,('ModÃ©lisation', 'sinusoÃ¯dale par palier', ''))
            msgs.insert(6,('Coeff d\'Amplitude $\\sin$', self.A, ''))
            msgs.insert(8,('$\\omega$', self.om, '$s^{-1}$'))
        # ('$(k_1, k2, k3)$', (round(self.k1/(2*pi),1),round(self.k2/(2*pi),1),round(self.k
        return ['%s : %s %s'%(key,value,unit) for key,value,unit in msgs]

    def __str__(self):
        msgs = [
        ('OpÃ©rateur', self.operator),
        ('ModÃšle',self.name),
        ('Fmax (N)',self.Fmax),
        ('Vmax (km/h)',"%.2f"%(3.6*self.Vmax)),
        ('longueur utile (m)',self.L),
        ('(t1, t2, t3)(s)', (self.t1,self.t2,self.t3)),
        ]
        if 'lin' in self.options or self.A == 0:
            msgs.insert(2,('ModÃ©lisation', 'LinÃ©aire par palier'))
        if 'sin' in self.options and self.A != 0:
            msgs.insert(2,('ModÃ©lisation', 'SinusoÃ¯dale par palier'))
            msgs.insert(6,('A, om', (self.A,self.om)))
            msgs.insert(7,('(k1, k2, k3)', (round(self.k1/(2*pi),1),round(self.k2/(2*pi),1)

        return "<Trajectoire> :\n"+'\n'.join(['%20s = %s'%(key,value) for key,value in msgs]


if __name__ == '__main__' :
    D = dict(
        Turquoise = [900.00,#longueur de la piste
            #(nom, t0,t1,t2,t3,fmax (N))
            [('BiGolden 4 light', 43, 72, 77, 83, 16797.),
            ('Windtech Ru-Bi 2',  48, 78, 82, 92, 17739.59, ),
            ('Supair Sora 2',     18, 43, 51, 57, 17360.56),
            ('Supair Sora 1-41',  10, 55, 58, 62, 1739*9.81),]
                    ],
        AÃ©rotest = [1700.00,
            [('Hercules',        6, 54, 61, 63, 22840),
            ('MacPara Trike 42', 7, 51, 56, 58, 20850),
            ('Stewart',          0, 36, 43, 45, 1760*9.81),
            ('Stewart-DGAC',     7, 27, 34, 35, 2500*9.81),
            ('Shuttle',         15, 49, 59, 60, 2500*9.81),]
```

```
                    ]
            )
    """
    - option est le type de modÃ©lisation de F(t) : linÃ©aire ou linÃ©aire+sinusoÃ¯de
    - om la frÃ©quence ? pulsation ? pour les sinusoÃ¯des sin(om*t)
    - A est l'ampitude relative des oscillations : F_max*A~4000N, doit Ãªtre Ã  peu pres const
        Ã  lire sur les diagrammes.
    - operateur = 'AÃ©rotest' ou 'Turquoise' ou autre
    - L est la longueur utile de la piste pour les 3 paliers "montÃ©e en charge", "plateau", '
    - name est le nom du modÃšle
    - t0, t1, t2, t3 sont les temps limites des trois paliers, Ã  lire sur les diagrammes. t0
    - Fmax est la charge exigÃ©e par la norme
    """
    #valable pour tous
    P0 = dict(options='sin', om=4, A=0.125)

    #Pour AÃ©rotest uniquement
    P = dict(operator='AÃ©rotest', L=1600)
    AeroTest = [
                Trajectoire(name='Hercules',          t0=6,  t1=54, t2=61, t3=70, Fmax=round(22
                Trajectoire(name='MacPara Trike 42', t0=7,  t1=51, t2=56, t3=70, Fmax=round(20
                Trajectoire(name='Stewart-DGAC',     t0=7,  t1=27, t2=34, t3=45, Fmax=round(25
                Trajectoire(name='Stewart',          t0=0,  t1=36, t2=43, t3=55, Fmax=round(17
                Trajectoire(name='Shuttle',          t0=15, t1=49, t2=59, t3=70, Fmax=round(25
                ]

    #Pour Turquoise uniquement
    P = dict(L=800, operator='Turquoise')
    Turquoise = [
                Trajectoire(name='Supair Sora 2',    t0=18, t1=43, t2=51, t3=57, Fmax=round(17
                Trajectoire(name='Supair Sora 1-41', t0=10, t1=55, t2=58, t3=62, Fmax=round(17
                Trajectoire(name='BiGolden 4 light', t0=43, t1=72, t2=77, t3=83, Fmax=round(16
                Trajectoire(name='Windtech Ru-Bi 2', t0=48, t1=78, t2=82, t3=92, Fmax=round(17
                ]

    for i, T in enumerate(AeroTest) :
        pass
        print("%s"%T)
        if i>=0 : T.plot()
    for i, T in enumerate(Turquoise) :
        print("%s"%T)
        if i>=0 : T.plot()
```

8.6 Conversions

1. Pour convertir une charge de kilogrammes en Newtons :

$$x_N = x_{kg} \times 9.81$$

2. Pour convertir une vitesse de km/h en m/s :

$$x_{m/s} = x_{km/h} \times 0.28$$

$$x_{km/h} = x_{m/s} \times 3.6$$