

Fisica Computazionale: Esercitazione 5

1 Stabilità delle stelle: correzione relativistica

Sulla superficie di una stella di neutroni l'accelerazione gravitazionale é approssimativamente 10^{11} piú forte di quella sulla Terra, le equazioni che descrivono la sua stabilità devono quindi includere effetti di relatività generale. La massa gravitazionale é determinata non piú dalla densità di massa ρ ma dalla densità di energia ϵ (diviso c^2). L'equazione per la massa, in unità adimensionali, diventa quindi

$$\frac{d\hat{m}}{d\hat{r}} = \hat{r}^2 \hat{\epsilon} . \quad (1)$$

Anche l'equazione per la pressione viene modificata da effetti relativistici, in unità adimensionali abbiamo infatti

$$\frac{d\hat{P}}{d\hat{r}} = - \frac{(\hat{P} + \hat{\epsilon})(\hat{m} + \hat{r}^3 \hat{P})}{\hat{r}^2 - 2\hat{m}\hat{r}} . \quad (2)$$

Queste sono le equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) usate alle fine degli anni 30 per studiare il primo modello semplice di una stella di neutroni.

Le condizioni di equilibrio usate per trovare le soluzioni per la struttura della stella non sono necessariamente stabili per piccole fluttuazioni della densità centrale ρ_c . Per equazioni di stato con indice politropico $\Gamma > 1$, si può mostrare che configurazioni stabili hanno

$$\frac{dM}{dP_c} > 0 , \quad (3)$$

con P_c la pressione centrale usata quando risolviamo il sistema di equazioni differenziali. Quando questa condizione é violata, la stella diventa instabile per implosione ed eventualmente diventa un buco nero.

1. estendi il codice sviluppato per la soluzione delle equazioni non relativistiche alle equazioni relativistiche discusse sopra. Confronta le soluzioni trovate usando lo stesso intervallo di pressioni centrali adottato per le equazioni non relativistiche con le tre equazioni di stato.
2. [BONUS] usa la condizione di stabilità in Eq. (3) per commentare i risultati ottenuti. Quali stelle sono stabili per le tre equazioni di stato considerate?