

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Контрольная № 3

Вариант 1

301. Два одинаковых неподвижных положительных заряда по $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл расположены на расстоянии $r = 3,9 \cdot 10^{-9}$ см друг от друга. Вдоль перпендикуляра, проходящего через середину отрезка, соединяющего эти заряды, движется электрон. В какой точке этого перпендикуляра сила взаимодействия электрона и системы неподвижных зарядов максимальна?

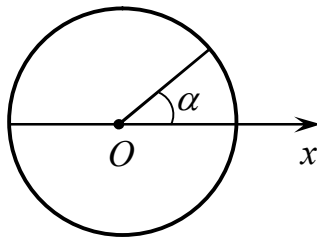


Рис. 3.9

311. По окружности радиусом $R = 12$ см распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = \lambda_0 \sin \alpha$, где $\lambda_0 = 1,7 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ электростатического поля в центре окружности (Рис. 3.9).

321. Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид: $\varphi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, где x, y, z - координаты точки. Найти вектор напряженности \vec{E} поля и его модуль.

331. Бесконечно длинный цилиндр радиусом R имеет положительный объемный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его оси по закону $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, где ρ_0 - константа. Найти напряженность поля внутри и вне цилиндра как функцию расстояния r от его оси. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне цилиндра равна единице.

341. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho > 0$ по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) потенциал электрического поля как функцию расстояния r от центра шара.

351. Две альфа-частицы летят из бесконечности навстречу друг другу. Их скорости v_1 и $v_2 > v_1$. На какое минимальное расстояние x сблизятся частицы и как они будут двигаться после этого? Каковы установившиеся скорости частиц?

361. В проводнике длиной $\ell = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 0,4$ мм² идет ток. Мощность, выделяемая в проводнике, $N = 0,35$ Вт. Определить, из какого металла изготовлен проводник, и напряженность электрического поля, если за 1 с через поперечное сечение этого проводника проходит $1,2 \cdot 10^{19}$ электронов.

371. В медном проводнике диаметром 2 мм поддерживается сила тока 2 А. Какое количество теплоты выделяется в единице объема проводника за одну секунду?

Вариант 2

302. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре квадрата со стороной $a = 15$ см, если по углам квадрата расположены заряды q , $2q$, $-4q$ и $2q$, где $q = 6,2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

312. Тонкий стержень согнут в виде окружности радиусом $R = 25$ см так, что между его концами остался воздушный зазор, равный 1 см. По стержню равномерно распределен заряд $q = 0,33$ нКл. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ поля в центре окружности.

322. Имеется электрическое поле $\vec{E} = \vec{a} \times \vec{i}$. Выяснить, является ли это поле потенциальным. Если да, то найти выражение для потенциала.

332. Бесконечно длинный полый цилиндр радиусом R равномерно заряжен с объемной плотностью ρ . В полости заряды отсутствуют, радиус полости $R_1 < R$. Полагая диэлектрическую проницаемость внутри и вне цилиндра равной единице, найти напряженность электростатического поля как функцию расстояния r до оси цилиндра: а) внутри полости; б) внутри цилиндра; в) вне цилиндра.

342. Фарфоровая пластинка ($\epsilon = 6$) помещена в однородное электростатическое поле напряженностью 100 В/м. Направление поля образует угол 35° с нормалью к пластинке. Найти: а) напряженность поля в фарфоре; б) угол между направлением поля и нормалью в фарфоре.

352. Точечный заряд $q = 3$ мкКл помещается в центре шарового слоя из однородного изотропного диэлектрика ($\epsilon = 3$). Внутренний радиус слоя $a = 25$ см, наружный $b = 50$ см. Найти энергию W , заключенную в диэлектрике.

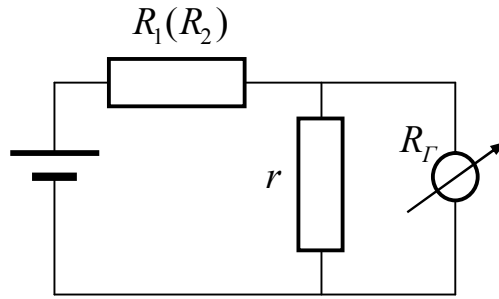


Рис. 3.12

362. Сопротивление гальванометра можно определить методом шунтирования. Для этого гальванометр включают в цепь последовательно с магазином сопротивлений (Рис. 3.12). Включив сопротивление $R_1 = 400 \text{ Ом}$, замечают показания гальванометра. Затем гальванометр шунтируют сопротивлением $r = 12 \text{ Ом}$ и, изменяя сопротивление магазина, добиваются прежнего показания гальванометра. При этом новое сопротивление магазина $R_2 = 150 \text{ Ом}$. Вычислить по этим данным сопротивление гальванометра R_{Γ} .

372. Электромотор постоянного тока подключили к напряжению U . Сопротивление обмотки якоря равно R . При каком значении тока в обмотке полезная мощность мотора будет максимальной? Чему она равна? Каков при этом КПД мотора?

Вариант 3

303. Найти напряженность поля, созданного диполем, электрический момент которого $p = 6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$, на расстоянии $r = 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ от середины диполя в точке, лежащей: а) на продолжении диполя; б) на перпендикуляре к диполю.

313. По дуге окружности радиусом $R = 10 \text{ см}$ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}$. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ поля в центре окружности, если длина дуги равна $1/8$ длины окружности.

323. Напряженность некоторого электростатического поля определяется выражением $\vec{E} = \frac{a\vec{r}}{r^4}$, где a - константа. Найти потенциал этого поля $\varphi(r)$.

333. Шар радиусом R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r от его центра по закону $\rho = \rho_0 r$, где ρ_0 - константа. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице. Найти напряженность электрического поля внутри и вне шара как функцию расстояния r .

343. Плоская диэлектрическая пластина ($\varepsilon = 3$) толщиной $a = 1$ см равномерно заряжена с объемной плотностью $\rho = 2,2 \cdot 10^{-12}$ Кл/м³. Найти: а) величину и направление векторов \vec{D} , \vec{E} и \vec{P} в пластине на расстоянии $b = 0,3$ см от плоскости симметрии пластины и вне пластины; б) поверхностную плотность связанных зарядов на поверхности этой пластины.

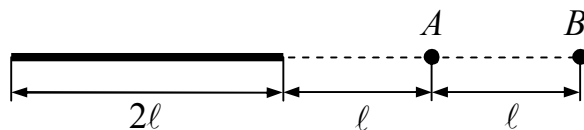


Рис. 3.11

353. На отрезке прямого тонкого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 250$ нКл/м. Найти работу A , которую нужно совершить, чтобы заряд $q = 4,3 \cdot 10^{-9}$ Кл перенести из точки В в точку А (Рис. 3.11).

363. Из никелиновой ленты толщиной $a = 0,2$ мм и шириной $b = 3$ мм нужно изготовить реостат на $R = 2,5$ Ом. Какой длины нужно взять ленту и какое максимальное напряжение можно подать на этот реостат, если допустимая плотность тока для никелина $j_m = 0,2$ А/мм²?

373. Какое количество теплоты выделяется в 1 секунду в единице объема проводника длиной 0,2 м, если на его концах поддерживается разность потенциалов 4 В? Удельное сопротивление проводника 10^{-6} Ом·м.

Вариант 4

304. В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 14$ см расположены заряды $q_1 = 3,2 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_2 = -3,2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_3 = 4,6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти величину и направление силы, действующей на заряд q_3 .

314. По четверти окружности радиусом $R = 5$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ поля в центре этой окружности.

324. Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид: $\varphi = a(x^2 + y^2) + bz^2$, где a и b - положительные константы. Найти вектор напряженности поля \vec{E} и его модуль.

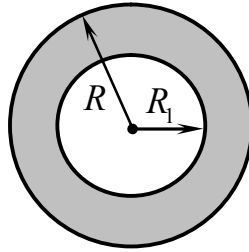


Рис. 3.10

334. Полый шар радиусом R равномерно заряжен с объемной плотностью ρ . Радиус полости $R_1 < R$. Заряды внутри полости отсутствуют. Полагая диэлектрическую проницаемость внутри шара и вне его равной единице, найти напряженность поля как функцию расстояния r от центра шара: а) внутри полости; б) внутри шара; в) вне шара (рис. 3.10).

344. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho > 0$ по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) объемную плотность связанных зарядов.

354. Длинный цилиндр радиусом $R = 1$ см равномерно заряжен с линейной плотностью $\lambda = 10^{-5}$ Кл/м. α -частица, попавшая в поле цилиндра, перемещается от поверхности цилиндра до точки, находящейся на расстоянии $a = 4$ см от его поверхности. Как при этом изменится кинетическая, потенциальная и полная энергия α -частицы?

364. Сколько ламп мощностью по $N = 300$ Вт каждая, рассчитанных на напряжение $U = 100$ В, можно установить в здании, если проводка от магистрали сделана медным проводом общей длиной $\ell = 100$ м и сечением $S = 9$ мм² и если напряжение в магистрали поддерживается равным $U_0 = 127$ В?

374. Найти количество теплоты, выделяемой в единицу времени веществом с удельным сопротивлением 10^9 Ом·м, которое заполняет все пространство между двумя сферическими оболочками. Радиусы оболочек $a = 1$ см и $b = 2$ см, между ними поддерживается разность потенциалов $U = 1000$ В.

Вариант 5

305. Два точечных заряда $q_1 = 3,3 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q = -13,3 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в точках с координатами $(2,0,0)$ и $(-2,0,0)$. Найти: а) величину и направление электрического поля в

точке с координатами (0,3,4); б) координаты точек, где поле отсутствует. Значения координат даны в сантиметрах.

315. На отрезке тонкой прямой ленты длиной $\ell = 16$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Определить напряженность \vec{E} и потенциал φ поля в точке, лежащей на продолжении ленты на расстоянии $a = 20$ см от ее ближайшего конца.

325. Найти вектор напряженности \vec{E} электрического поля, потенциал которого имеет вид $\varphi = \vec{a} \cdot \vec{r}$, где \vec{a} - постоянный вектор.

335. Шар радиусом R имеет заряд, плотность которого меняется по закону $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$, где ρ_0 - константа, r - расстояние от центра шара. Найти напряженность электростатического поля как функцию расстояния r . Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице.

345. Фарфоровая пластинка ($\varepsilon = 6$) помещена в однородное электростатическое поле напряженностью 100 В/м. Направление поля образует угол 35° с нормалью к пластинке. Найти плотность связанных зарядов на границе фарфор-воздух.

355. Воздушный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r_1 = 1,5$ см и радиус внешнего $r_2 = 3,5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U = 1300$ В. Какую скорость получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния $x_1 = 2,5$ см до расстояния $x_2 = 2$ см от оси цилиндра?

365. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с ЭДС ε_1 и ε_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 .

375. По проводнику сопротивлением 6 Ом протекло количество электричества 30 Кл. Найти количество теплоты, выделенное в проводнике, если ток в проводнике равномерно убывает до нуля в течение 24 с.

Вариант 6

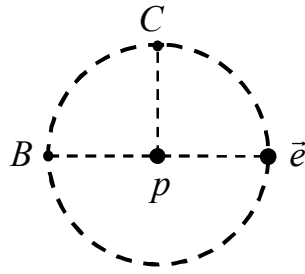


Рис. 3.7

306. Принимая протон и электрон, из которых состоит атом водорода, за точечные заряды, находящиеся на расстоянии $r = 5,3 \cdot 10^{-9}$ см, найти напряженность поля E в точках В и С, отстоящих на таком же расстоянии от протона, как и электрон, и расположенных, как показано на (Рис. 3.7).

316. По дуге окружности радиусом $R = 15$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Найти напряженность поля \vec{E} в центре этой окружности, если длина дуги равна $3/8$ длины окружности.

326. Имеется электрическое поле с компонентами $\vec{E}_x = 2y\vec{i}$, $\vec{E}_y = (2x + 3z)\vec{j}$. Выяснить, является ли это поле потенциальным. Если да, то найти выражение для потенциала.

336. Напряженность некоторого электрического поля зависит от координат x и y по закону $\vec{E} = a(x\vec{i} + y\vec{j})/(x^2 + y^2)$, где a - константа, \vec{i} и \vec{j} - орты осей x и y . Найти заряд, заключенный внутри сферы радиусом R с центром в начале координат.

346. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho > 0$ по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) поверхностную плотность связанных зарядов.

356. По теории Бора электрон в атоме водорода вращается вокруг ядра по круговой орбите радиусом $r = 0,53$ нм. Найти: а) скорость v вращения электрона; б) кинетическую, потенциальную и полную энергию электрона.

366. ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление равны соответственно $\epsilon = 1,6$ В и $r = 0,5$ Ом. Чему равен КПД элемента при токе $I = 2,4$ А?

376. В проводнике сопротивлением 3 Ом ток равномерно увеличивается от 0 до некоторого максимального значения в течение времени 10 с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты, равное 1 кДж. Найти скорость нарастания тока в проводнике.

Вариант 7

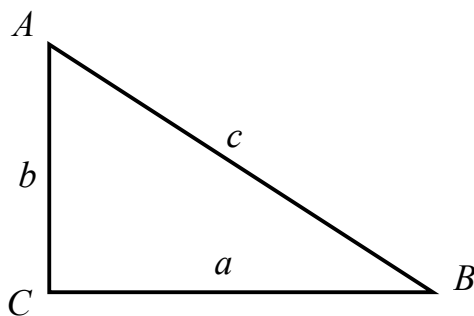


Рис. 3.8

307. Три одинаковых заряда по $q = 4,5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый, расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = 42$ см и $b = 36$ см. Найти силу, действующую на заряд, расположенный в вершине А (рис. 3.8).

317. Полусфера равномерно заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 7,5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ поля полусферы в ее центре.

327. Потенциал некоторого поля зависит от координат x и y по закону $\varphi = a(x^2 + y^2)$. Найти вектор напряженности поля \vec{E} и его модуль.

337. Пользуясь теоремой Гаусса в дифференциальной форме, вычислить напряженность электрического поля равномерно заряженной бесконечной пластинки толщиной $2a$. Объемная плотность заряда ρ . Диэлектрическая проницаемость внутри и вне пластинки равна единице.

347. Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 5,00$ создано однородное электрическое поле напряженностью 100 В/м. Радиус шара $R = 3,0$ см. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов и полный связанный заряд одного знака.

357. Заряд $q = 23$ Кл распределен равномерно по объему шара радиусом $R = 1$ км. Найти отношение энергии W_1 электрического поля внутри шара к энергии W_2 в окружающем его пространстве.

367. По сети длиной 5 км необходимо передать энергию от источника с напряжением 110 В и имеющего мощность 5 кВт. Какого минимального диаметра d_{\min} должен быть медный провод, чтобы потери энергии в сети не превышали 10 % от мощности источника?

377. В проводнике сопротивлением 100 Ом ток равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Найти количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике.

Вариант 8

308. Молекулу воды можно рассматривать как диполь, электрический момент которого $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Найти наибольшее F_{\max} и наименьшее F_{\min} значения силы взаимодействия этой молекулы с ионом водорода, находящимся на расстоянии $r = 3 \cdot 10^{-7}$ см.

318. По дуге окружности радиусом $R = 14$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Найти напряженность \vec{E} и потенциал ϕ поля в центре этой окружности, если дуга опирается на центральный угол $\alpha = 60^\circ$.

328. Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид $\phi = ax^3 - by^2 + cz^2$. Найти вектор напряженности \vec{E} поля и его модуль.

338. Бесконечно длинный цилиндр радиусом R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его оси по закону $\rho = \rho_0 r$, где ρ_0 - константа. Полагая диэлектрическую проницаемость цилиндра и окружающего его пространства равной единице, найти напряженность электрического поля как функцию расстояния r : а) внутри цилиндра; б) вне цилиндра.

348. Металлический шар радиусом $R = 2,0$ см с зарядом $q = 8,1 \cdot 10^{-9}$ Кл окружен вплотную прилегающим к нему слоем диэлектрика ($\epsilon = 3$) с внешним радиусом $a = 50$ см. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на обеих сторонах слоя диэлектрика.

358. Сферическую оболочку радиуса R_1 , равномерно заряженную зарядом q , расширили до радиуса R_2 . Найти работу, совершенную при этом электрическими силами.

368. Батарея элементов при замыкании на сопротивление 5 Ом дает ток 1 А, ток короткого замыкания равен 6 А. Определить наибольшую полезную мощность, которую может дать батарея.

378. В проводнике сопротивлением 10 Ом сила тока I меняется со временем t по закону $I = A + Bt$, где $A = 4$ А, $B = 2$ А/с. Найти количество теплоты, выделившееся в этом проводнике за интервал времени от 2 с до 6 с.

Вариант 9

309. В вершинах правильного шестиугольника со стороной a расположены точечные заряды одинаковой величины q . Найти потенциал ϕ и напряженность поля E в центре шестиугольника при условии:

- а) знак всех зарядов одинаков;
- б) знаки соседних зарядов противоположны.

319. По кольцу радиусом $R = 26$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 7,2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Найти напряженность \vec{E} и потенциал φ поля в точке, находящейся на оси кольца, на расстоянии $a = 29$ см от его центра.

329. Потенциал поля внутри заряженного шара зависит только от расстояния r до его центра по закону $\varphi = ar^2 + b$, где a и b - константы. Найти вектор напряженности \vec{E} поля, его модуль и распределение объемного заряда $\rho(r)$ внутри шара.

339. Пользуясь теоремой Гаусса, найти напряженность поля бесконечно длинной нити, заряженной равномерно с линейной плотностью заряда λ , как функцию расстояния r от нити.

349. Плотность связанных зарядов на поверхности слюдяной пластинки, служащей изолятором в плоском конденсаторе, $\sigma' = 2,66 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Толщина пластинки $d = 0,2$ мм. Найти разность потенциалов U между обкладками конденсатора.

359. Электрон, находящийся в однородном электрическом поле получает ускорение, равное $a = 10^{12}$ м/с². Найти: а) модуль напряженности электрического поля; б) скорость, которую приобретает электрон за 1 мкс своего движения, если начальная скорость его равна нулю; в) работу сил электрического поля, совершенную за это время; г) модуль разности потенциалов, пройденной при этом электроном.

369. Если к аккумулятору подключить последовательно амперметр и вольтметр, то они показывают соответственно 0,1 А и 10 В. Если приборы соединить параллельно и подключить к источнику, то их показания равны 1 А и 1 В. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора.

379. В цепь включены медная и стальная проволоки равной длины и диаметра. Найти: а) отношение количеств тепла, выделившегося в этих проволоках; б) отношение падения напряжения на этих проволоках. Рассмотреть случаи последовательного и параллельного соединения проволок.

310. N точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n расположены в вакууме в точках с радиусами-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$. Написать выражения для потенциала φ и напряженности поля \vec{E} в точке, определяемой радиусом-вектором \vec{r} .

320. Заряд $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл распределен равномерно по объему шара радиусом $R = 4$ см. Найти потенциал φ в центре шара. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице.

330. Известно, что напряженность электрического поля внутри длинного цилиндра радиусом R , заряженного с объемной плотностью ρ , зависит от расстояния r от оси

цилиндра по закону $\vec{E} = \frac{\rho \vec{r}}{2\epsilon_0}$. Найти разность потенциалов между точкой, лежащей на оси цилиндра, и точкой, лежащей на поверхности цилиндра $\varphi_0 - \varphi_R$.

340. Бесконечно длинный цилиндр радиусом R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его оси по закону $\rho = \rho_0(R - r)$, где ρ_0 - константа. Полагая диэлектрическую проницаемость цилиндра и окружающего его пространства равной единице, найти напряженность электрического поля как функцию расстояния r : а) внутри цилиндра; б) вне цилиндра.

350. Между пластинами плоского конденсатора находится диэлектрик. На пластины подана разность потенциалов $U_0 = 200$ В. Расстояние между пластинами 1 мм. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов между пластинами возрастет до $U_1 = 800$ В. Найти: а) поверхностную плотность связанных зарядов; б) диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

360. Имеется шаровое облако ионизированных частиц. Найти энергию электрического поля внутри шара W_1 и за его пределами W_2 . Изменится ли отношение энергий W_1 / W_2 , если облако будет расширяться? Радиус облака $R = 1$ км, заряд $q = 23$ Кл распределен равномерно по облаку.

370. Имеется прибор с ценой деления $C = 5$ мкА/дел. Шкала прибора имеет 150 делений, внутреннее сопротивление $r = 100$ Ом. Как из этого прибора сделать: а) вольтметр для измерения напряжения до 75 В; б) амперметр для измерения тока до 150 мА?

380. Найти суммарный импульс электронов в прямом проводе длины 1000 м, по которому течет ток 70 А