



Электронный учебно-методический комплекс по учебной дисциплине

"Теория вероятностей и математическая статистика"

для специальности:

310304 «Информатика»

Оглавление | Программа | Теория | Практика | Контроль знаний | Об авторах

9.1. Случайная точка (X, Y) распределена с постоянной плотностью вероятностей внутри квадрата $R: x + y = 1, y - x = 1, x + y = -1, x - y = 1$. Определить коэффициент корреляции между X и Y .

9.2. В интервале $(0, 1)$ зафиксирована точка A . Случайная точка X распределена равномерно в том же интервале. При каком значении A будет равен нулю коэффициент корреляции между случайной величиной X и расстоянием $Y = |A - X|$ от точки A до X ?

9.3. Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(x) = 1, D(x) = 1$. Случайные величины Y и Z связаны с X зависимостями: $Y = X^2, Z = X^3$. Найти ковариацию $Cov(y, z)$.

9.4. По одной и той же цели производится три независимых пуска ракет. Вероятность попадания в цель одной ракетой $P = 0.9$. Случайная величина X - число попаданий в цель, а случайная величина Y - число промахов. Найти коэффициент корреляции между X и Y .

9.5. X и Y связаны линейной зависимостью $Y = 7X + 2$. Найти коэффициент корреляции X и Y .

9.6. В радиолокационной системе с разнесенным приемом приемники находятся на таких расстояниях друг от друга, что сигналы на выходах приемников X, Y и Z статистически независимы. Законы, распределения вероятностей для сигналов X, Y и Z нормальные с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 3, \sigma_z^2 = 12$. Найти коэффициент корреляции для сигналов $V = X + Z$ и $W = Y + Z$.

9.7. Случайная величина X равномерно распределена в интервале $(-1, 1)$, $Y = X^m$ (m - целое положительное). Найти коэффициент корреляции X и Y . Рассмотреть случаи четного и нечетного m . Вычислить коэффициент корреляции для $m = 2$.

9.8. Функция распределения системы двух случайных величин (X, Y) , заданных в интервалах $(0 \leq x \leq \pi/2), (0 \leq y \leq \pi/2)$, имеет вид:

$F_{xy}(x, y) = \sin x \cdot \sin y$. Определить коэффициент вариации $\sigma(x)/M(x)$ случайной величины X .

9.9. Система двух случайных величин (X, Y) подчинена закону равномерного распределения в треугольнике, ограниченном прямыми $X = 0, Y = 0, X + Y = 2$. Определить коэффициент корреляции случайных величин X и Y .

9.10. Случайные величины X_1 и X_2 независимы и равномерно распределены в интервале $(0, 1)$. Расстояние между точками X_1 и X_2 случайная величина $Y = |X_1 - X_2|$. Найти коэффициент корреляции между X_1 и Y .

9.11. Непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) распределена равномерно в круге радиусом b с центром в точке $(0, 1)$. Найти коэффициент корреляции между X и Y .

9.12. Плотность вероятностей двумерной случайной величины (X, Y)

$$f_x(x, y) = 0.5 \sin(x + y), \quad 0 < x \leq \pi/2 \\ 0 < y \leq \pi/2$$

Определить коэффициент корреляции между X и Y .

9.13. Случайный вектор (X, Y) с неотрицательными компонентами имеет функцию распределения

$$F_{xy}(x, y) = 1 - e^{-\alpha x} - e^{-\beta y} + e^{-\alpha x - \beta y}, \quad \beta > 0, \alpha > 0.$$

Найти коэффициент корреляции между X и Y .

9.14. Случайный вектор (X, Y) равномерно распределен в круге радиусом A с центром в начале координат. Найти отношение математического ожидания расстояния точки (X, Y) от начала координат к среднеквадратическому отклонению этого расстояния.

9.15. Дана плотность вероятностей системы двух случайных величин X и Y :

$$f_{xy}(x, y) = k e^{-4x^2 - 6xy - 9y^2}.$$

Определить ковариацию между X и Y .

9.16. Случайные величины X и Y независимы и нормально распределены с одними и теми же параметрами: $M(x) = M(y) = a, D(x) = D(y) = \sigma^2$. Найти коэффициент корреляции величин $z_1 = 3x + 2y$ и $z_2 = 3x - 4y$.

9.17. Случайные величины X_1, X_2, \dots, X_{n+m} ($n > m$) независимы, одинаково распределены и имеют дисперсию σ^2 . Найти коэффициент корреляции между суммами:

$$S_1 = X_1 + X_2 + \dots + X_n, \quad S_2 = X_{n+1} + X_{n+2} + \dots + X_{n+m}, \quad \text{если } n = 50, m = 20.$$

9.18. Случайный вектор (X, Y) равномерно распределен в круге радиусом R с центром в начале координат. Найти коэффициент корреляции X и Y .

9.19. Плотность вероятностей системы двух случайных величин (X, Y) имеет вид

$$f_{xy}(x, y) = \frac{2}{\pi(x^2 + y^2 + 1)^3}.$$

Определить коэффициент корреляции X и Y .

Дана плотность вероятностей двумерного случайного вектора (X,Y)

$$f_{xy}(x,y) = \frac{1}{\pi} \exp \left\{ -\frac{1}{2}(x^2 + 2xy + 5y^2) \right\}.$$

Найти коэффициент корреляции X и Y.

9.21. Плотность распределения вероятности системы двух случайных величин (X,Y) равна

$$f_{xy}(x,y) = \begin{cases} x+y & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}.$$

Найти коэффициент корреляции между X и Y.

9.22. Некоторая величина отклоняется от своего среднего значения под воздействием двух случайных факторов A и B. Среднее квадратичное отклонение, вызванное фактором A, равно 1.2, а фактором B - 1.1. Коэффициент корреляции между этими отклонениями равен 0.3. Найти среднее квадратическое отклонение этой величины, вызываемое совместным действием (A+B) обоих факторов.

9.23. В продукции завода брак вследствие дефекта A составляет 3%, а вследствие дефекта B - 4%. Годная продукция составляет 95%. Найти коэффициент корреляции дефектов A и B.

9.24. Брак продукции завода вследствие дефекта A составляет 6%; причем среди забракованной по признаку A продукции в 4% случаев встречается дефект B, а в продукции свободной от дефекта A, дефект B встречается в 1% случаев. Найти коэффициент корреляции между признаками A и B.

9.25. Случайная величина Z есть сумма двух случайных величин

$$Z = X + Y, M(X)=1, M(Y)=2, D(X)=0.01, D(Y)=4, k_{xy} = 0.2. \text{ Найти } M(z) / \sqrt{D(z)}.$$

9.26. Дан случайный вектор (X,Y). $M(X)=M(Y)=0, D(X)=100, D(Y)=25, \text{cov}(X,Y)=16$. Используя линейное преобразование $Z_1 = X, Y = aZ_1 + Z_2$, привести данный вектор к вектору (Z_1, Z_2) с некоррелированными составляющими. Найти дисперсию $Z_1 + Z_2$.

9.27. События A и B имеют одинаковую вероятность 0.4. Какова должна быть условная вероятность $P(A/B)$, чтобы коэффициент корреляции между A и B был равен 0.7.

9.28. В таблице записано распределение двух дискретных случайных величин X и Y

$y_i \setminus x_j$	1	2	3
1	1/4	1/8	1/8
2	1/8	1/16	1/16
3	1/8	1/16	1/16

Найти коэффициент корреляции между X и Y.

9.29. В урне лежит 100 шаров, из них 25 - белых. Из урны последовательно вытаскивают два шара. Пусть X_i - число белых шаров, появившихся при вытаскивании i-го шара ($i=1,2$). Найти коэффициент корреляции между X_1 и X_2 .

9.30. Случайные величины взаимно x_1, x_2, \dots, x_n некоррелированы и имеют одинаковую дисперсию. Пусть

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Найти коэффициент корреляции между $x_j - \bar{x}, x_i - \bar{x} \ (i \neq j) \text{ при } n=11$.