Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ

Автор Н.А. Волорова

Указания к практическим занятиям по дисциплине курса «Теория вероятностей и математическая статистика»

Часть I

Для студентов специальности

310304 «Информатика»

Минск 2006

ТЕМА 1. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1.1. Общество из 11 человек садится за круглый стол. С какой вероятностью два определенных человека окажутся сидящими рядом?

1.2. Имеется 10 ключей, из которых лишь один подходит к двери. Ключи пробуют подряд. Какова вероятность, что годный ключ попадется на 4-м шаге?

1.3. Монета радиусом 1 см бросается на стол, расчерченный на квадраты со стороной 10 см. Определить вероятность того, что монета не пересечет сторон квадратов.

1.4. Имеется 26 спортивных команд. Для уменьшения общего числа игр команды разбиты на две подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах.

1.5. Из шести карточек с буквами Р, Е, М, О, Н, Т выбираются наугад в определенном порядке четыре. Какова вероятность получить слово МОРЕ?

1.6. Секретный радиосигнал состоит из определенной комбинации 4-х "точек" и "тире". Найти вероятность того, что противник подделает этот сигнал, пустив в эфир произвольную комбинацию из 4-х "точек" и "тире".

1.7. Телефонный номер состоит из 6 цифр. Определить вероятность p того, что все цифры в номере будут различными. Вычислить величину $x=1/p$.

1.8. На плоскости начерчены две концентрические окружности радиусом 5 и 10 см. Найти вероятность того, что точка, брошенная в большой круг, попадет в кольцо между окружностями.

1.9. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, расстояние между которыми 10 см. На плоскость бросается иголка длиной 2π см. Определить вероятность того, что иголка не пересечет ни одной линии.

1.10. У сборщика 12 деталей, из которых 5 - 1-го сорта, 4 - 2-го, и 3 - 3-го сорта. Какова вероятность p того, что среди 6-ти взятых деталей 3 будут 1-го , 1 - 2-го и 2 - 3-го сорта. Ответ записать числом $x=1/p$.

1.11. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами. Пришедший первым ждет второго 20 мин., после чего уходит. Найти вероятность p того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода между 12 и 13 часами.

1.12. Наудачу взяты два положительных числа x и y, причем $x \leq 2$, $y \leq 2$, Найти вероятность того, что $x+y \leq 2$, $y/x \leq 3$.

1.13 В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах. Вычислить величину $x=1/p$.

1.14. Монету бросают 10 раз. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпадет герб.

1.15 Из партии, в которой 3 детали без дефектов и 11 с дефектами, берут 5 деталей. Найти вероятность p того, что по крайней мере одна деталь будет без дефектов. Вычислить величину $x=1/p$.

1.16. Студенту предлагают 10 дат и 10 событий и просят указать дату каждого события. Студент знает даты 5 событий, остальные он датирует случайным образом. Найти вероятность p того, что он правильно датирует все события. Вычислить величину $x=1/p$.

1.17. Найти вероятность того, что из 3-х взятых наудачу отрезков можно построить треугольник.

1.18. 10 человек разыгрывают четыре одинаковых выигрыша, вытягивая из ящика по очереди 10 билетов. Найти вероятность того, что двум последним в очереди выигрыши не достанутся.

1.19. В урне находятся 5 билетов, из которых один дает право на выигрыш. Пять человек поочередно тянут по одному билету. У которого из них наибольшая вероятность вытянуть "счастливый" билет?

1.20. В колоде имеется 12 карт по 4 карты 3-х цветов. Карты каждого цвета пронумерованы цифрами от 1 до 4. Из колоды вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что среди них не будет карт с номером 4.

1.21. В гостинице имеется 6 одноместных номеров. На эти 6 номеров 10 претендентов (6 мужчин и 4 женщины). Первыми поселяют пришедших раньше. Найти вероятность того, что хотя бы 2 женщины получат номера.

1.22. Из партии 20 радиоприемников случайным образом отбирается 3 приемника. В партии 5 приемников неисправны. Какова вероятность того, что в число отобранных приемников войдет 1 исправный и 2 неисправных?

1.23. Из партии в 31 деталь без дефектов и 6 деталей с дефектами берут наудачу 3 детали. Какова вероятность того, что все выбранные детали будут без дефектов?

1.24. Бросается 5 игральных костей. Найти вероятность того, что ровно у трех из них выпадет одинаковый номер.

1.25. В круг радиусом $R=30$ см бросается точка. Определить вероятность того, что попавшая в этот круг точка попадет и во вписанный в этот круг квадрат.

1.26. 30 студентов получили для распределения по окончании института 15 мест в Минске, 10 в Витебске и 5 в Гомеле. Определить вероятность p того, что 3 наперед заданных студента получат распределение в Гомель, если места распределяются случайным образом. Вычислить величину x=1/p.

1.27. Определить вероятность того, что 4-х значный номер первой встретившейся автомашины содержит ровно две цифры 5.

1.28. Студент к экзамену подготовил 60 вопросов из 90. Экзаменационные билеты содержат по 3 случайным образом сгруппированных вопроса. Определить вероятность того, что студент на экзамене возьмет билет с ровно одним неподготовленным вопросом.

1.29. В партии из 100 резисторов имеется 50 бракованных. Выбирается 4 резистора. Определить вероятность того, что хотя бы один из выбранных резисторов окажется небракованным.

1.30. Определить вероятность того, что произведение двух любых наудачу взятых целых чисел окажется числом нечетным.

ТЕМА 2. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

2.1. Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины возникает сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах соответственно равны 0.8: 0.9; 0.9. Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен.

2.2. Два автомата производят одинаковые детали, которые отбрасываются на общий конвейер. Производительность первого автомата в два раза больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, второй - 84%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет отличного качества.

2.3. В пирамиде установлены 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, для винтовки без оптического прицела - 0.8. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень из наудачу взятой винтовки.

2.3. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0.1; для легковой машины эта вероятность равна 0.2. Найти вероятность того, что к бензоколонке подъедет проезжающая мимо машина.

2.4. Имеются 3 одинаковые на вид урны. В первой урне 2 белых и 1 черный шар, во 2-й - 3 белых и 1 черный, в 3-й - 2 белых и 2 черных. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

2.5. Батарея состоит из трёх орудий. Производится залп. Найти вероятность того, что два орудия попали в цель, если вероятности попадания первым, вторым и третьим орудием соответственно равны 0.4; 0.3; 0.5.

2.6. В урне 20 шаров, из которых 4 белых. Последовательно вытаскивают 2 шара. Найти вероятность того, что второй шар белый.

2.7. На двух станках обрабатываются одинаковые детали. Вероятность брака для первого станка 0.03, а для второго - 0.02. Обработанные детали складываются в одном месте, причём деталей с первого станка складывается вдвое больше, чем со второго. Вычислить вероятность того, что взятая наудачу деталь не будет бракованной.

2.8. На фабрике машины a,b,c производят соответственно 25, 35, 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4, 2%, 2.9. Какова вероятность того, что случайно выбранное изделие, произведённое на фабрике, дефектно.

2.10. На распределительной базе находятся электролампочки, изготовленные на двух заводах. Среди них 60% изготовлено первым заводом, 40% -вторым. Известно, что из каждых 100 лампочек, изготовленных первым заводом, 90 удовлетворяют стандарту, а из 100 лампочек, изготовленных вторым заводом, удовлетворяют стандарту - 80. Определить вероятность того, что взятая наудачу с базы лампочка будет удовлетворять требованиям стандарта.

2.11. Имеется две партии изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во 2-ю, после чего из второй партии наудачу выбирается изделие. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из 2-й партии.

2.12. Из полного набора костей домино берут одну. Затем берут другую кость. Найти вероятность того, что её можно приставить к первой.

2.13. В двух урнах находится соответственно 4 и 8 белых и 6 и 12 чёрных шаров. Из каждой урны наугад извлекается один шар, а затем из этих двух шаров наудачу берётся один. Какова вероятность, что этот шар белый.

2.14. В тире имеется 5 ружей, вероятность попадания из которых: 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берёт одно из ружей наудачу.

2.15. Для контроля продукции из трех партий деталей взята для испытаний одна. Как велика вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии 3/5 деталей бракованных, а в двух других все доброкачественные.

2.16. С первого автомата на сборку поступает 40%, со второго -35%, ас третьего - 25% деталей. Среди деталей первого автомата 0.2% бракованных, второго - 0.3%, третьего - 0.5%. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная.

2.17. Известно, что 5% всех мужчин и 0.25% всех женщин дальтоники. Какова вероятность того, что наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

2.18. Характеристика материала, взятого для изготовления продукции, с вероятностями 0.09; 0.16; 0.25; 0.25; 0.16; 0.09 может находиться в шести различных интервалах. В зависимости от свойств материала вероятности получения первосортной продукции равны соответственно 0.2; 0.3; 0.4; 0.4; 0.3; 0.2. Определить вероятность получения первосортной продукции.

2.19. Телеграфное сообщение состоит аз сигналов "точка" и "тире". Статистические свойства помех таковы, что искажается в среднем 2/5 сообщений "точка", превращаясь в "тире", и 1/3 сообщений "тире", превращаясь в "точку". Известно, что среди передаваемых сигналов "точка" и "тире" встречаются в соотношении 5:3. Определить вероятность того, что принят сигнал "точка".

2.20. Имеется две партии деталей, причём известно, что в одной партии все детали удовлетворяют техническим условиям, а в другой - 1/4 деталей недоброкачественные. Определить вероятность того, что деталь, взятая из наудачу выбранной партии, оказалась доброкачественной.

2.21. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9 находится по 2 чёрных и по 2 белых шара, а в одной 5 белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлекли шар. Какова вероятность того, что этот шар белый.

2.22. Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощённая схема контроля принимает годной стандартную продукцию с вероятностью 0.98 и нестандартную с вероятностью 0.05. Найти вероятность того, что изделие при контроле признают годным.

2.23. Из партии изделий наудачу взято одно изделие. Количество бракованных изделий равновозможно любое. Какова вероятность того, что изделие оказалось бракованным.

2.24. В урну, содержащую 2 шара, опущен белый шар, после чего из урны извлечен наудачу один шар. Найти вероятность того, что извлечённый шар окажется белым, если равновозможны любые предположения о первоначальном состоянии шаров.

2.25. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что вероятность выхода из леса за час для различных дорог, соответственно равна: 0.6; 0.3; 0.2; 0.1; 0.1. Чему равна вероятность того, что заблудившийся вышел из леса, если дорогу он выбирает случайным образом.

2.26. В пирамиде установлено 5 винтовок, из которых 3 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0.95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0.7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведёт одни выстрел из наудачу взятой винтовки.

2.27. В ящике содержится 12 деталей завода №1, 20 деталей завода №2 и 18 деталей завода №3. Вероятность того, что деталь завода №1 отличного качества, равна 0.9, для деталей заводов №2 и №3 эти вероятности соответственно равны 0.6 и 0.9. Найти вероятность того, что извлечённая наудачу деталь окажется отличного качества.

2.28. В спец.больницу поступает в среднем 50% больных болезнью К, 30% болезнью L, 20% - M. Вероятность полного излечения болезни К равна 0.7; L - 0.8; M - 0.9. Какова вероятность того, что поступивший в больницу больной будет выписан здоровым.

2.29. Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность поражения мишени для первого стрелка - 0.6; для второго - 0.5; для третьего - 0.4. Найти вероятность того, что в мишени будет ровно две пробоины.

2.30. Один из трёх стрелков вызывается на линию огня. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка - 0.3; для второго - 0.6; для третьего - 0.8. Вызванный стрелок производит один выстрел. Найти вероятность того, что он промахнётся.

ТЕМА 3. ТЕОРЕМА ГИПОТЕЗ. ФОРМУЛА БАЙЕСА

3.1. В пирамиде установлено 10 винтовок, из которых 4 с оптическим прицелом. Стрелок попадает в мишень из винтовки с оптическим прицелом с Р=0.95, без оптического прицела с Р=0.8. Известно, что мишень была поражена. Что более вероятно: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него.

3.2. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что вероятность выхода из леса за час для различных дорог соответственно равна: 0.6; 0.3; 0.2; 0.1; 0.1. Чему равна вероятность того, что заблудившийся пошёл первой дорогой, если известно, что он вышел из леса через час.

3.3. Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания первого охотника равна 0.2, а второго - 0.6. В результате первого залпа оказалось одно попадание в цель. Чему равна вероятность того, что промахнулся первый охотник.

3.4. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина равна 0.1, а легковая - 0.2. К бензоколонке подъехала машина для заправки. Найти вероятность того, что машина грузовая.

3.5. Имеется 10 одинаковых по виду урн, из которых в 9 находится, но 2 черных и 2 белых шара, а в одной 5 белых и 1 черный шар. Из наугад взятой урны извлечён шар. Чему равна вероятность того, что этот шар взят из урны, содержащей 5 белых шаров, если он оказался белым шаром.

3.6. Урна содержит 10 белых и 10 черных шаров. Один шар неизвестного цвета утеряй. При испытаниях были вынуты наудачу 1 белый и 1 черный шары. Определить вероятность того, что был утерян белый шар.

3.7. На склад поступает продукция трёх фабрик, причём продукция 1-й фабрики составляет 20%, 2-й - 46%, 3-й - 34%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для 1- 3%, 2 - 2%, 3 - 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие сделано иа 1-й фабрике, если оно стандартно.

3.8. В спец.больницу поступают в среднем 50% больных болезнью К, 30% болезнью L, 20% - М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0.7; L -0.8; М - 0.9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Какова вероятность того, что этот больной болел болезнью К.

3.9. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадёт к. Первому товароведу, равна 0.55, а ко второму - 0.45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным для первого товароведа равна 0.99, а для второго - 0.98.

Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что изделие проверил второй товаровед.

3.10. Имеется три партии деталей по 20 штук в каждой. Число стандартных изделий в 1,2,3 партиях соответственно равно 20,15,10. Из наудачу выбранной партии взята деталь, оказавшаяся стандартной. Найти вероятность того, что деталь была взята из третьей партии.

3.11. Батарея из трёх орудий произвела залп, причём 2 снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель 1-м, 2-м и 3-м орудиями соответственно равны 0.4,0.3,0.5.

3.12. Три стрелка произвели залп, причём одна пуля поразила мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания 1-м, 2-м и 3-м стрелками соответственно равны 0.6, 0.5,0.4.

3.13. Две из 4-х независимо работающих ламп прибора отказали. Найти вероятность того, что отказали 1-я и 2-я лампы, если вероятности отказа ламп соответственно равны 0.1; 0.2; 0.3; 0.4.

3.14. Один из трёх стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятности попадания при одном выстреле для 1,2 и 3-го стрелков соответственно равны 0.3; 0.5; 0.8. Найти вероятность того, что выстрел произведён вторым стрелкам.

3.15. Известно, что 5% всех мужчин и 0.25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

3.16. Телеграфное сообщение состоит из символов "точка" и "тире". Статистические свойства помех таковы, что искажается в среднем 2/5 сообщений "точка", превращаясь в "тире", и 1/3 сообщений "тире", превращаясь в "точку". Известно, что среди передаваемых сигналов "точка" и "тире" встречаются в соотношении 5:3. Определить вероятность того, что передавалась "точка", если принят сигнал "точка".

3.17. Восемнадцать стрелков стреляют в мишень. 5 стрелков имеют вероятность попадания 0.8; 7 стрелков - 0.7; 4 стрелка - 0.6; 2 стрелка - 0.5. Один из восемнадцати стрелков выстрелил и не попал. Определить вероятность, что он из 1-й группы стрелков.

3.18. Трое охотников одновременно выстрелили по вепрю, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что вепрь убит первым охотником, если вероятности для них равны соответственно 0.2, 0.4, 0.6.

3.19. Условие задачи 3.16. Определить вероятность того, что передавалась "точка", если принят сигнал "тире".

3.20 Прибор содержит два блока, исправность каждого из которых необходима для функционирования прибора. Вероятности безотказной работы в течение времени Т для этих блоков соответственно равны 0.4 и 0.5. Прибор испытывался в течение времени Т и вышел из строя. Определить вероятность того, что отказал первый блок.

3.21. Из ящика, содержащего 2 белых и 4 черных шара вытаскивают 3 шара и перекладывают в другой ящик, где имелось 5 белых шаров. Затем из 2-го ящика вытаскивают шар, который оказался черным. Определить вероятность того, что из 1-по во 2-й переложено 2 черных и 1 белый шары.

3.22. Условие задачи 3.21. Определить вероятность, что из 1-го во 2-й переложен 1 черный и 2 белых шара.

3.23. Условие задачи 3.20. Определить вероятность того, что отказал второй блок.

3.24. Трое охотников одновременно выстрелили по вепрю, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что вепрь убит вторым охотником, если вероятности для них равны соответственно 0.2; 0.4; 0.6,

3.25. По линии связи передаётся кодированный с помощью букв А,В,С текст. Вероятности передачи отдельных букв таковы: Р(А)=0.5; Р(В)=0.3; Р(С)=0.2. вероятности искажения при передаче отдельных букв равны соответственно 0.01; 0.03; 0.02. Установлено, что сигнал из двух букв принят без искажений. Чему равна вероятность, что передавался сигнал АВ?

3.26. Условие совпадает с задачей 3.20. Определить вероятность того, что отказали оба блока.

3.27. Имеется две партии деталей, причём известно, что в одной партии все детали удовлетворяют техническим условиям, в другой партии 1/4 деталей недоброкачественные. Деталь, взятая из наудачу выбранной партии, оказалась доброкачественной. Определить вероятность того, что вторая деталь из этой же партии окажется недоброкачественной, если первая деталь после проверки возвращена в партию.

3.28. На вход радиолокационного устройства с вероятностью 0.6 поступает смесь полезного сигнала с помехой, а с вероятностью 0.4 только, одна помеха. Если поступает полезный сигнал с помехой, то устройство регистрирует наличие какого-то сигнала с вероятностью 0.8, если только помеха - с вероятностью 0.2. Известно, что устройство зарегистрировало наличие какого-то сигнала. Найти вероятность того, что в его составе имеется полезный сигнал.

3.29. Счетчик регистрирует частицы трёх типов А,В,С. Вероятности появления этих частиц Р(А)=0.2; Р(В)=0.5; Р(С)=0.3. Частицы каждого из этих типов счётчик улавливает соответственно с вероятностями 0.8; 0.2; 0.4. Счётчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была частица В.

3.30. Два из трёх независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказал» 1-й и 2-й элементы, если вероятности отказа 1,2 и 3 элементов соответственно равны 0.2; 0.4; 0.3.

ТЕМА 4. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В задачах 4.1-4.16 случайная величина X задана плотностью вероятностей f(x). Определить константу С, найти функцию распределения F(x) и построить график F(x). Вычислить вероятность того, что X примет значение в интервале [a,b]. Ответ - вероятность.

4.1. $f(x)=\begin{cases} c(3x-x^2), \ 0\le x\le 3 \\ 0, \ x\notin[0,3] \end{cases}$ $\quad a=2, \ b=2.$

4.2. $f(x)=\begin{cases} c\sin x, \ 0\le x\le \pi \\ 0, x\notin[0,\pi] \end{cases}$ $\quad a=\dfrac{\pi}{6}, \quad b=\infty.$

4.3. $f(x)=\begin{cases} c\cos x, \ -\pi/2\le x\le \pi/2 \\ 0, x\notin[-\pi/2,\pi/2] \end{cases}$ $\quad a=0, \quad b=\dfrac{\pi}{2}.$

4.4. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{\sqrt{c^2-x^2}}, \ |x|<c \\ 0, |x|\ge c \end{cases}$ $\quad a=c/2, \quad b=c.$

4.5. $f(x)=\dfrac{4c}{e^x+e^{-x}}$ $\quad a=1, \quad b=\infty.$

4.6. $f(x)=\dfrac{c}{\pi(1+x^2)}$ $\quad a=-1, \quad b=1.$

4.7. $f(x)=\begin{cases} c(4x-x^3), \ 0\le x\le 2 \\ 0, x\notin[0,2] \end{cases}$ $\quad a=-1, \quad b=1.$

4.8. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{2}\sin x, \ 0\le x\le \pi \\ 0, x\notin[0,\pi] \end{cases}$ $\quad a=0, \quad b=\dfrac{\pi}{2}.$

4.9. $f(x)=\dfrac{c}{1+x^2}$ $\quad a=\sqrt{3}, \quad b=\infty.$

4.10. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{2}\sin 3x, \ 0\le x\le \pi/3 \\ 0, x\notin[0,\pi/3] \end{cases}$ $\quad a=\dfrac{\pi}{6}, \quad b=\dfrac{\pi}{4}.$

4.11. $f(x)=2e^{-cx}, \ c>0, \quad x\in[0,\infty]$ $\quad a=-1, \quad b=2.$

4.12. $f(x)=\begin{cases} a\cos x, \ 0 \le x \le \pi/2 \\ 0, x \notin [0, \pi/2] \end{cases}$ $a=0, \quad b=\dfrac{\pi}{6}.$

4.13. $f(x)=2c/(1+x^2)$ $a=-1, \quad b=1.$

4.14. $f(x)=\begin{cases} c\sin 2x, \ 0 \le x \le \pi/2 \\ 0, x \notin [0, \pi/2] \end{cases}$ $a=-1, \quad b=1.$

4.15. $f(x)=\begin{cases} c\,arctgx, \ 0 \le x \le 1 \\ 0, x \notin [0,1] \end{cases}$ $a=0, \quad b=0.5.$

4.16. $f(x)=\begin{cases} c\sin 3x, \ 0 \le x \le \pi/3 \\ 0, x \notin [0, \pi/3] \end{cases}$ $a=\dfrac{\pi}{4}, \quad b=\infty.$

4.17. Случайная величина X имеет следующую функцию распределения:

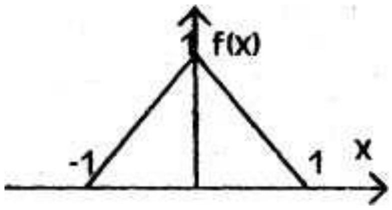
$$F(x)=\begin{cases} 0, \ x<2 \\ a(x-2)^2, \ 2 \le x \le 3 \\ 1, \ x>3 \end{cases}$$

Определить a, плотность вероятностей f(x) и значение f(2.5). Ответ - f(2.5).

4.18. Дана функция $f(x)=a/(x^2+\pi^2)$. Показать, что данная функция может быть плотностью вероятностей. Определить a, вероятность $p(\pi < X < \infty)$ и F(x). Ответ - вероятность.

4.19. Случайная величина X равномерно распределена в интервале [0,2]. Определить плотность вероятностей f(x), функцию распределения F(x) и вычислить вероятность p(0 < X < 0.5). Ответ - вероятность.

4.20. Дан график плотности вероятностей случайной величины X. Записать f(x) в аналитической форме, определить функцию распределения F(x) и p(X < -0.5). Ответ - вероятность.



4.21. Случайная величина X имеет следующую функцию распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \ x \le 0 \\ ax^3, \ 0 < x \le 2 \\ 1, \ x>2 \end{cases}$$

Определить a, плотность вероятностей f(x), вычислять вероятность p(0 < x <

1). Ответ - вероятность.

4.22. Случайная величина X имеет следующую плотность вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}\cos^2 x, \ -\pi/2 \le x \le \pi/2 \\ 0, x \notin [-\pi/2, \pi/2] \end{cases}$$

Определить вероятность того, что случайная величина X в трех испытаниях примет два значения в интервале [0, π/ 4].

4.23. Непрерывная случайная величина X имеет следующую функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \ x < -1 \\ a + b\arcsin x, \ -1 \le x \le 1 \\ 1, \ x > 1 \end{cases}$$

Определить a, b и плотность вероятностей f(x). Ответ - a.

4.24. Случайная величина X имеет следующую плотность вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, \ 0 \le x \le 2 \\ 0, x \notin [0,2] \end{cases}$$

Определить a, F(x) и вероятность $p(|x - m_x| < 0.5)$, где m_x – математическое ожидание X. Ответ - вероятность.

4.25. Случайная величина X имеет следующую плотность вероятностей:

$f(x) = ae^{2x - x^2}, \ a > 0$. Определить a и моду величины X. Ответ - мода.

4.26. Случайная величина X имеет следующую плотность вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} x - \dfrac{a}{4}x^3, \ 0 \le x \le 2 \\ 0, x \notin [0,2] \end{cases}$$

Определить a, медиану величины X и функцию распределения F(x). Ответ медиана.

4.27. Случайная величина X имеет следующую плотность вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases}0.5x-a, & 2\le x\le 4\\ 0, x\notin[2,4]\end{cases}$$

Вычислить а и вероятности р(X < 0,2), р(X < 3), р(X ≥ 3), р(X ≥ 5).

Ответ - а.

4.28. Случайная величина X имеет следующую функцию распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a\sin 2x, & 0<x\le \pi/4\\ 1, & x>\pi/4\end{cases}.$$

Определить а, плотность вероятностей f(x) и значение f(π/4). Ответ - а.

4.29. Случайная величина X равномерно распределена в интервале [-1,1], Определить плотность вероятностей f(x), функцию распределения F(x) и вероятность $p(-\frac{3}{4}<X<\frac{1}{2})$. Ответ - вероятность.

4.30. Случайная величина X равномерно распределена в интервале [-1,4]. Определить плотность вероятностей f(x), функцию распределения F(x) и вероятность $p(|X-m_x|<0.5)$ - где m_x - математическое ожидание. Ответ - вероятность.

ТЕМА 5. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В задачах 5.1-5.15 случайная величина X распределена равномерно на интервале [a,b]. Найти плотность вероятностей *f(y)* случайной величины $Y=\varphi(x)$. В ответ записать $f(y_0)$.

5.1. $Y=x^2$; $a = -2$; $b = 2$; $y_0 =5$.

5.2. $Y=x^3;\ a=-1;\ b=1;\ y_0=0.5$

5.3. $Y=|x|;\ a=-3;\ b=3;\ y_0=2$

5.4. $Y=\sqrt{x};\ a=1;\ b=5;\ y_0=2$

5.5. $Y=\sqrt[3]{x};\ a=-1;\ b=1;\ y_0=0.5$

5.6. $Y=\sqrt{x^3};\ a=-1;\ b=7;\ y_0=2$

5.7. $Y=1/(1+x);\ a=-6;\ b=-2;\ y_0=-0.5$

5.8. $Y=2/(x+2);\ a=-1;\ b=5;\ y_0=1$

5.9. $Y=1/(x+3);\ a=0;\ b=10;\ y_0=0.2$

5.10. $Y=\ln x;\ a=1;\ b=5;\ y_0=1$

5.11. $Y=e^x;\ a=1;\ b=2;\ y_0=3$

5.12. $Y=\cos x;\ a=-\pi/2;\ b=\pi/2;\ y_0=0.5$

5.13. $Y=\sin x;\ a=0;\ b=\pi;\ y_0=0.5$

5.14. $Y=tgx;\ a=0;\ b=\pi/4;\ y_0=0.5$

5.15. $Y=\begin{cases}-2, & x<-1\\ 2x, & |x|\le 1;\\ 2, & x>1\end{cases}\qquad a=-5,\ b=5,\ y_0=1$

В задачах 5.16-5.30 случайная величина X имеет равномерное распределение с параметрами $M[x]=m_x;\ D[x]=\sigma_x^2$. Найти плотность вероятности f(y) случайной величины $Y=\varphi(x)$. В ответ записать значение $f(y_0)$.

5.16. $Y=x^2;\ m_x=1;\ \sigma_x=2\sqrt{3};\ y_0=2$

5.17. $Y=x^3;\ m_x=2;\ \sigma_x=\sqrt{3};\ y_0=2.5$

5.18. $Y = |x|;\ m_x = 3;\ \sigma_x = \sqrt{3};\ y_0 = 2.5$

5.19. $Y = \sqrt[3]{x};\ m_x = -1;\ \sigma_x = \sqrt{3};\ y_0 = 0$

5.20. $Y = e^x;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 2\sqrt{3};\ y_0 = 5$

5.21. $Y = arctgx;\ m_x = 2;\ \sigma_x = 3\sqrt{3};\ y_0 = 2$

5.22. $Y = \begin{cases} -2, & x < -1 \\ 2x, & |x| \le 1; \\ 2, & x > 1 \end{cases} \quad m_x = 5,\ \sigma_x = 5\sqrt{3},\ y_0 = 1$

5.23. $Y = signx;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 3\sqrt{3};\ y_0 = -1$

5.24. $Y = |x|;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 2\sqrt{3};\ y_0 = 2$

5.25. $Y = x^2;\ m_x = 3;\ \sigma_x = \sqrt{3};\ y_0 = 10$

5.26. $Y = x^4;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 2/\sqrt{3};\ y_0 = -0.5$

5.27. $Y = \sin x;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 1/\sqrt{3};\ y_0 = 0.6$

5.28. $Y = 5x;\ m_x = -2;\ \sigma_x = \sqrt{3};\ y_0 = -2$

5.29. $Y = |x^3|;\ m_x = 2;\ \sigma_x = \sqrt{3};\ y_0 = 8$

5.30. $Y = |\cos x|;\ m_x = 1;\ \sigma_x = 2/\sqrt{3};\ y_0 = 0.5$

ТЕМА 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ.

В задачах 6.1 - 6.3 имеется случайная величина X, принимающая значения x_1, x_2, x_3. Известно математическое ожидание случайной величины M(x) и математическое ожидание ее квадрата $M(x^2)$. Найти вероятности принятия X значений x_1, x_2, x_3.

6.1. $x_1 = -1,\ x_2 = -2,\ x_3 = -3;\ M(x) = 2.3,\ M(x^2) = 5.9.$

6.2. $x_1 = 2,\ x_2 = -1,\ x_3 = 4;\ M(x) = 2.9,\ M(x^2) = 10.9.$

6.3. $x_1 = -1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 3;\ M(x) = 0.61,\ M(x^2) = 2.9.$

В задачах 6.4 - 6.6 имеется партия из n деталей, в которой m нестандартных. Из нее наугад берется k деталей. Найти математическое ожидание случайной величины: числа нестандартных деталей из k взятых.

6.4. n=10, m=3, k=2. 6.5. n=20, m=4, k=3, 6.6. n=15, m=4, k=3.

В задачах 6.7-6.9 имеется устройство, состоящее из m элементов. Вероятность выхода из строя одного элемента в течение опыта равна p. Найти математическое ожидание числа таких опытов, в каждом из которых выйдет из строя n элементов, если производится k опытов. Опыты считать независимыми.

6.7. m=10, p=0.25, n=3, k=5. 6.8. m=12, p=0.2, n=3, k=4.

6.9. m=15, p=0.1, n=4, k=8

В задачах 6.10-6.12 отдел технического контроля проверяет детали на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, p. В одной партии m деталей. Найти математическое ожидание таких партий, в которых окажется к стандартных деталей, если проверке подлежит n партий.

6.10. p=0.8, m=10, k=8, n=6. 6.11. p=0.9, m=12, k=8, n=5 .

6.12: p=0.8, m=15, k=12, n=10 .

В задачах 6.13-6.15 производятся последовательные испытания n приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Найти математическое ожидание испытанных приборов, если вероятность выдержать испытание для каждого из них p.

6.13. n=10, p=0.8. 6.14. n=12, p=0.7. 6.15. n=9, p==0.9.

В задачах 6.16-6.17 по заданной функции распределения найти математическое ожидание случайной величины X.

6.16. $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ a(1-\cos x), & x\in[0,\pi]\\ 1, & x>\pi\end{cases}$ 6.17. $F(x)=A+B\,arctg\dfrac{x}{a}$

6.18. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [2,5]. Найти ее математическое ожидание.

6.19. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [1,7]. Найти ее математическое ожидание.

В задачах 6.20-6.23 найти математическое ожидание случайной величины X, заданной плотностью вероятностей.

6.20. $f(x)=\begin{cases}0, & |x|\ge 2\\ \dfrac{A}{\pi\sqrt{4-x^2}}, & |x|<2\end{cases}$ 6.21. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{A}, & x\in[0,3]\\ 0, & x\notin[0,3]\end{cases}$

6.22. $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ A/x^4, & x\ge 1\end{cases}$ 6.23. $f(x)=\begin{cases}0, & |x|>2\\ \dfrac{A}{\pi}\cos^2 x, & |x|\le 2\end{cases}$

В задачах 6.24 - 6.30 найти математическое ожидание квадрата случайной величины X, заданной плотностью вероятностей.

6.24. $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ A\sin x, & x\in[0,\pi]\\ 0, & x>\pi\end{cases}$ 6.25. $f(x)=\dfrac{A}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-1.5)^2}{2}}$

6.26. $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ A\cos x, & x\in[0,\pi/2]\\ 0, & x>\pi/2\end{cases}$ 6.27. $f(x)=Ae^{-|x|}$

6.28. $f(x)=\begin{cases}A\sin x, & x\in[0,\pi]\\ 0, & x\notin[0,\pi]\end{cases}$ 6.29. $f(x)=\begin{cases}0, & x<5\\ x-5, & 5\le x\le 6\\ 7-x, & 6<x\le 7\\ 0, & x>7\end{cases}$

6.30 $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 2, & x\ge 0\end{cases}$

ТЕМА 7. ДИСПЕРСИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В задачах 7.1-7.3 дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения x_1, x_2, x_3 с вероятностями p_1, p_2, p_3 - Известно M[x]. Найти D[x].

7.1. $x_1 = 7,\ x_2 = 8,\ x_3 = ?;\ p_1 = 0.4,\ p_2 = 0.5,\ p_3 = ?;\ M[x] = 8.7.$

7.2. $x_1 = 3,\ x_2 = ?,\ x_3 = 4;\ p_1 = 0.2,\ p_2 = 0.3,\ p_3 = ?;\ M[x] = 4.3.$

7.3. $x_1 = ?,\ x_2 = 6,\ x_3 = 7;\ p_1 = ?,\ p_2 = 0.4,\ p_3 = 0.4;\ M[x] = 6.8.$

В задачах 7.4-7.15 найти дисперсию случайной величины X, заданной функцией распределения.

7.4. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \le x \le \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$

7.5. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x^2}{4}, & 0 \le x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

7.6. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x^2}{9}, & 0 \le x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$

7.7. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x}{4}, & 0 \le x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$

7.8. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2 \\ \cos x, & -\pi/2 \le x \le 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$

7.9. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2ax, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

7.10. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x + \dfrac{\sin x}{2}, & x \in [0, \dfrac{\pi}{2}] \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$

7.11. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x}{3}, & 0 \le x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$

7.12. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

7.13. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \dfrac{x+1}{2}, & -1 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

7.14. $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x}{4}, & 0 \le x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$

7.15. $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -2 \\ \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{2}, & -2 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

В задачах 7.16-7.30 найти дисперсию случайной величины X по заданной плотности вероятностей.

7.16. $f(x)=\begin{cases}\frac{a}{2}(1-\frac{|x|}{2}), & -2\le x\le 2\\ 0, & |x|>2\end{cases}$

7.17. $f(x)=\begin{cases}\frac{a}{2e}, & |x-a|\le e\\ 0, & |x-a|>e\end{cases}$

7.18. $f(x)=\begin{cases}\frac{a}{\ell}(1-\frac{|x|}{\ell}), & |x|\le \ell\\ 0, & |x|>\ell\end{cases}$

7.19. $f(x)=\begin{cases}axe^{x^2}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

7.20. $f(x)=\begin{cases}ax^2, & 0\le x\le 1\\ 0, & x\notin[0,1]\end{cases}$

7.21. $f(x)=\begin{cases}\frac{3ax^2}{8}, & 0\le x\le 2\\ 0, & x\notin[0,2]\end{cases}$

7.22. $f(x)=\begin{cases}a\sin 2x, & 0\le x\le \pi/2\\ 0, & x\notin[0,\pi/2]\end{cases}$

7.23. $f(x)=\begin{cases}2ae^{-2x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

7.24. $f(x)=\begin{cases}\frac{2a}{\ell}(1-\frac{x}{\ell}), & 0\le x\le \ell\\ 0, & x\notin[0,\ell]\end{cases}$

7.25. $f(x)=\begin{cases}0, & |x|>2\\ \frac{1}{\pi\sqrt{4-x^2}}, & |x|\le 2\end{cases}$

7.26. $f(x)=\frac{1}{2}\ell^{-|x|}$

7.27. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}, & |x|<a\\ 0, & |x|\ge a\end{cases}$

7.28. $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x\le 3\\ 9, & x\notin[0,3]\end{cases}$

7.29. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & 0\le x\le 2\\ 0, & x\notin[0,2]\end{cases}$

7.30. $f(x)=\begin{cases}\frac{3ax^2}{2}, & 0\le x\le 2\\ 0, & x\notin[0,2]\end{cases}$

ТЕМА 8. СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

В задачах 8.1-8.30 (конкретные параметры приведены в табл. 8.1) двухмерный случайный вектор (X, У) равномерно распределен внутри выделенной жирными прямыми линиями на рисунке области B. Двухмерная плотность вероятности f(x,y) одинакова для любой точки этой области B:

$$f(x,y)=\begin{cases} c, & (x,y)\in B, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Вычислить коэффициент корреляции между величинами X и Y.

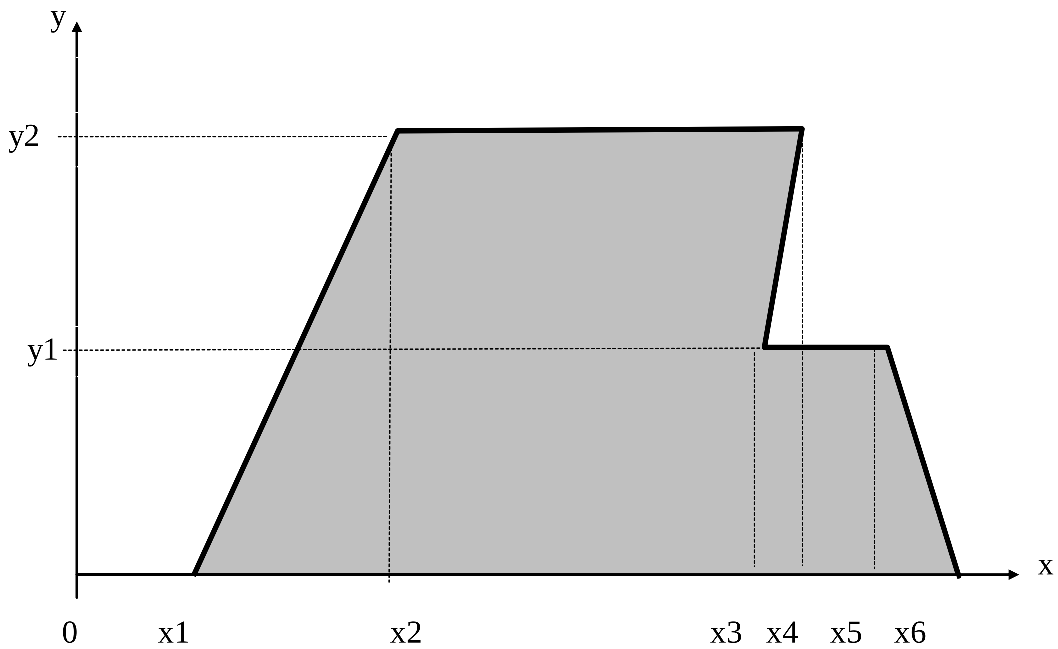


Таблица 1.4

Вариант	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	y2
8.1	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**
8.2	**0**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**1**	**2**
8.3	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**2**	**1**	**2**
8.4	**0**	**2**	**4**	**4**	**4**	**4**	**1**	**2**
8.5	**0**	**0**	**3**	**2**	**3**	**4**	**1**	**2**
8.6	**0**	**2**	**5**	**6**	**5**	**4**	**1**	**2**
8.7	**2**	**0**	**5**	**4**	**5**	**6**	**1**	**2**
8.8	**0**	**0**	**2**	**2**	**4**	**4**	**1**	**2**
8.9	**0**	**0**	**1**	**2**	**1**	**0**	**1**	**2**
8.10	**0**	**0**	**4**	**4**	**2**	**2**	**1**	**2**
8.11	**0**	**2**	**3**	**2**	**3**	**4**	**1**	**2**
8.12	**0**	**2**	**5**	**4**	**5**	**6**	**1**	**2**
8.13	**0**	**2**	**4**	**2**	**4**	**6**	**1**	**2**

8.14	0	4	5	4	5	6	1	2
8.15	0	2	2	4	2	0	1	2
8.16	0	0	5	4	5	6	1	2
8.17	0	0	4	4	4	4	1	2
8.18	0	4	4	4	4	4	1	2
8.19	0	0	2	0	2	4	1	2
8.20	0	2	6	6	6	6	1	2
8.21	0	0	4	2	4	6	1	2
8.22	0	0	4	4	4	6	1	2
8.23	0	0	2	4	2	0	1	2
8.24	0	0	6	6	4	4	1	2
8.25	0	4	6	4	6	8	1	2
8.26	0	4	7	6	7	8	1	2
8.27	0	2	6	4	6	8	1	2
8.28	0	2	4	4	6	6	1	2
8.29	0	2	4	4	5	6	1	2
8.30	0	2	5	4	6	7	1	2

ТЕМА 9. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

9.1. Случайная точка (X,Y) распределена с постоянной плотностью вероятностей внутри квадрата R: x + y = 1, y - x = 1, x+ y = -1, x -y = 1. Определить коэффициент корреляции между X и Y.

9.2. В интервале (0,1) зафиксирована точка A. Случайная точка X распределена равномерно в том же интервале. При каком значении A будет равен нулю коэффициент корреляции между случайной величиной X и расстоянием Y=|A-X| от точки A до X ?

9.3 Случайная величина X распределена по нормальному закону с M(x)=1, D(x)=l. Случайные величины Y и Z связаны с X зависимостями: $Y = X^2;\ Z = X^3$. Найти ковариацию Cov(y,z).

9.4. По одной и той же цели производится три независимых пуска ракет. Вероятность попадания в цель одной ракетой P=0.9. Случайная величина X - число попаданий в цель, а случайная величина Y - число промахов. Найти коэффициент корреляции между X и Y.

9.5. X и Y связаны линейной зависимостью Y=7X+2. Найти коэффициент корреляции X и Y.

9.6. В радиолокационной системе с разнесенным приемом приемники находятся на таких расстояниях друг от друга, что сигналы на выходах приемников X, Y и Z статистически независимы. Законы, распределения вероятностей для сигналов X, Y и Z нормальные с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $\sigma_x^2 = \sigma_y^3 = 3,\ \sigma_z^2 = 12$. Найти коэффициент корреляции для сигналов V=X+Z и W=Y+Z.

9.7. Случайная величина X равномерно распределена в интервале (-1,1), $Y = X^m$ (m - целое положительное). Найти коэффициент корреляции X и Y. Рассмотреть случаи четного и нечетного m. Вычислить коэффициент корреляций для m=2.

9.8. Функция распределения системы двух случайных величин (X,Y), заданных в интервалах $(0 \le x \le \pi/2),\ (0 \le y \le \pi/2)$, имеет вид:

$F_{xy}(x, y) = \sin x \cdot \sin y$. Определить коэффициент вариации $\sigma(x)/M(x)$ случайной величины X.

9.9. Система двух случайных величин (X,Y) подчинена закону равномерного распределения в треугольнике, ограниченном прямыми X=0, Y=0, X+Y=2. Определить коэффициент корреляции случайных величин X и Y.

9.10. Случайные величины X_1 и X_2 независимы и равномерно распределены в интервале (0,1). Расстояние между точками X_1 и X_2

случайная величина $Y = | X_1 - X_2 |$. Найти коэффициент корреляции между X_1 и Y.

9.11. Непрерывная двумерная случайная величина (X,Y) распределена равномерно в круге радиусом 6 с центром в точке (0,1). Найти коэффициент корреляции между X и Y.

9.12. Плотность вероятностей двумерной случайной величины (X,Y)

$$f_{\infty}(x,y) = 0.5\sin(x+y),\ 0 < x \le \pi/2$$
$$0 < y \le \pi/2$$

Определить коэффициент корреляции между X и У.

9.13. Случайный вектор (X,Y) с неотрицательными компонентами имеет функцию распределения

$$f_{xy}(x,y) = 1 - e^{-\alpha x} - e^{-\beta x} + e^{-\alpha x - \beta y},\ \beta > 0,\ \alpha > 0.$$

Найти коэффициент корреляция между X и Y.

9.14. Случайный вектор (X,Y) равномерно распределен в круге радиусом A с центром в начале координат. Найти отношение математического ожидания расстояния точки (X,Y) от начала координат к среднеквадратическому отклонению этого расстояния.

9.15. Дана плотность вероятностей системы двух случайных величин X и Y:

$$f_{xy}(x,y) = ke^{-4x^2 - 6xy - 9y^2}.$$

Определить ковариацию между X и Y.

9.16. Случайные величины X и Y независимы и нормально распределены с одними и теми же параметрами: $M(x) = M(y) = a,\ D(x) = D(y) = \sigma^2$. Найти коэффициент корреляции величин $z_1 = 3x + 2y$ и $z_2 = 3x - 4y$.

9.17. Случайные величины X_1, X_2, X_{n+m} (n>m) независимы, одинаково распределены и имеют дисперсию σ^2. Найти коэффициент корреляции между суммами:

$S_1 = X_1 + X_2 + \ldots + X_n,\ S_2 = X_{m+1} + X_{m+2} + \ldots + X_{m+n}$, если n=50, m=20.

9.18. Случайный вектор (X,Y) равномерно распределен в круге радиусом R с центром в начале координат. Найти коэффициент: корреляции X и Y.

9.19. Плотность вероятностей системы двух случайных величин (X,Y) имеет вид

$$f_{xy}(x,y)=\frac{2}{\pi(x^2+y^2+1)^3}.$$

Определить коэффициент корреляции X и Y.

Дана плотность вероятностей двумерного случайного вектора (X,Y)

$$f_{xy}(x,y)=\frac{1}{\pi}\exp\left\{-\frac{1}{2}(x^2+2xy+5y^2)\right\}.$$

Найти коэффициент корреляции X и Y.

9.21. Плотность распределения вероятности системы двух случайных величин (X,Y) равна

$$f_{xy}(x,y)=\begin{cases}x+y \quad \textit{при} \quad 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\\ 0,\ \textit{в} \quad \textit{остальных} \quad \textit{случаях}\end{cases}.$$

Найти коэффициент корреляции между X и Y.

9.22. Некоторая величина отклоняется от своего среднего значения под воздействием двух случайных факторов А и В. Среднее квадратичное отклонение, вызванное фактором А, равно 1.2, а фактором В - 1.1. Коэффициент корреляции между этими отклонениями равен 0.3. Найти среднее квадратическое отклонение этой величины, вызываемое совместным действием (А+В) обоих факторов.

9.23. В продукций завода брак вследствие дефекта А составляет 3%, а вследствие дефекта В - 4%. Годная продукция составляет 95%. Найти коэффициент корреляции дефектов А и В.

9.24. Брак продукции завода вследствие дефекта А составляет 6%; причем среди забракованной по признаку А продукций в 4% случаев встречается дефект В, а в продукций свободной от дефекта А, дефект В встречается в 1% случаев. Найти коэффициент корреляции между признаками А и В.

9.25. Случайная величина Z есть сумма двух случайных величин

Z==X+Y. M(X)=1, M(Y)=2, D(X)=0.01, D(Y)=4, $k_{xy}=0.2$. Найти $M(z)/\sqrt{D(z)}$.

8.26. Дан случайный вектор (X,Y). M(X)=M(Y)=0, D(X)=100, D(Y)=25, cov(X,Y)=16. Используя линейное преобразование $Z_1=X,\ Y=aZ_1+Z_2$, привести данный вектор к вектору (Z_1,Z_2) с некоррелированными составляющими. Найти дисперсию Z_1+Z_2.

8.27. События А и В имеют одинаковую вероятность 0.4. Какова должна быть условная вероятность P(A/B), чтобы коэффициент корреляции между А и В был равен 0.7.

8.28. В таблице записано распределение двух дискретных случайных величин X и Y

$y_i \setminus x_j$	1	2	3
1	1/4	1/8	1/8
2	1/8	1/16	1/16
3	1/8	1/16	1/16

Найти коэффициент корреляции между X и Y.

8.29. В урне лежит 100 шаров, из них 25 - белых. Из урны последовательно вытаскивают два шара. Пусть X_i - число белых шаров, появившихся при вытаскивании i-го шара (i=l,2). Найти коэффициент корреляции между X_1 и X_2.

8.30. Случайные величины взаимно $x_1, x_2, ..., x_n$ некорреклированы и имеют одинаковую дисперсию. Пусть

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Найти коэффициент корреляции между $x_j - \bar{x},\ x_i - \bar{x}\ \ (i \neq j)\ \ при\ \ n = 11.$