БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра информатики

Факультет ИНО

Специальность ИиТП

Контрольная работа № 3

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Выполнил студент: Дегтярев А.А.

группа 393551

Зачетная книжка № 902021-26

Минск 2018

**Контрольное задание №1***Тема: Основные понятия математической статистики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения.*

1. По заданию 5.k типового расчета (часть 1) сформировать выборку случайных величин Yi=φ(xi), где Xi – равномерно распределенное число из интервала [a,b], I = 1, …, n.

Величина *n* задается.

Для этого:

1. Определить параметры равномерного распределения (если они не даны в условии задачи в явном виде).
2. Сформировать программными средствами равномерно распределенное число ξi из интервала [0,1].
3. Преобразовать число ξi в число Xi, имеющее равномерное распределение из требуемого интервала [a,b] по формуле:
4. Получить случайное число Yi=φ(Xi).
5. Для полученной случайной величины построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения СВ Y. Результаты представить в виде таблицы и графика.
6. Найти теоретически функцию распределения СВ Y.  Результаты представить в аналитическом виде и в виде графика.
7. Сравнить полученные результаты, представив графики теоретической и эмпирической функций распределения в одном окне.

Листинг kr3\_1.m

|  |
| --- |
| Начальные данные |
| n = 5;  a = -1;  b = 3;  steps = 2^(n-1) |
| Сформируем равномерно распределенное число ξi из интервала [0,1]. Преобразуем в Xi, имеющее равномерное распределение из требуемого интервала |
| xsi = zeros(0,steps);  X = zeros(0,steps);  for i=0:(steps)  xsi(i+1)=(i)/(steps);  X(i+1)=xsi(i+1)\*(b-a)+a;  end |
| Получим несколько случайных чисел Yi=φ(Xi). |
| Y = zeros(0,steps);  for i=0:(steps)  Y(i+1)=PhiFunc(X(i+1));  End |
| Функция φ(Xi) описана отдельно: |
| function res=PhiFunc(phi\_x)  res = phi\_x^4;  end |
| Вариационный ряд и построение графиков |
| var\_series\_x = zeros(0,steps);  for i=0:steps  var\_series\_x(i+1)=(i)\*(1/steps);  end  xsi  X  Y  var\_series\_x  figure(1);  stairs(Y,var\_series\_x,'r');  hold on;  % Theoretic F(Y)  plot(Y,(Y.^(1/4)/4+1/4),'g');  legend('Empiric','Theoretic'); |
|  |

**Контрольное задание №2***Тема: Статистический ряд. Построение гистограммы равноинтервальным методом*

1. Для полученной случайной величины построить гистограмму равноинтервальным методом, полигон распределения и эмпирическую функцию распределения по сгруппированным данным. Результаты представить в виде таблицы и графика.
2. Найти теоретически плотность распределения СВ Y. Результаты представить в аналитическом виде и в виде графика.
3. Сравнить полученные результаты, представив графики теоретической и эмпирической плотностей распределения в одном окне

|  |
| --- |
| Подсчитаем число интервалов используя рекомендацию в (1.1) |
| if steps <= 100  intervals\_count = floor(sqrt(steps));  else  intervals\_count = floor(2\*log10(steps));  end  intervals\_count |
| Подсчитаем ширину каждого интервала |
| YSorted = sort(Y);  YSorted(steps)  YSorted(1)  delta = (YSorted(steps)-YSorted(1))/intervals\_count; |
| И границы интервалов |
| A=[]; B = []; %left, right  for i=1:intervals\_count  A(i) = Y(i)+(i-1)\*delta;  end  for i=1:intervals\_count-1  B(i) = A(i+1);  end  B(intervals\_count)=Y(steps); |
| Далее подсчитаем кол-во чисел в выборке, попадающих в интервалы |
| interval\_accumulator = zeros(size(B));  for j=1:steps  for i = 1:intervals\_count  if Y(j) >= A(i) && Y(j) <= B(i)  interval\_accumulator(i)=interval\_accumulator(i)+1;  end  end  end |
| Вычисляем среднюю плотность вероятности для каждого интервала |
| f = zeros(size(B));  for i = 1:intervals\_count  f(i)= interval\_accumulator(i)/(steps\*delta);  fprintf("%d : v(i)= %d f(i)= %f /n",i,interval\_accumulator(i),f(i));  end |
| Строим гистограмму |
| if(task2)  figure(2);  stairs(A, f,'r');  hold on;  plot(Y,gY(Y),'g');  end |
| Гистограмма |
|  |

**Контрольное задание №3***Тема: Статистический ряд. Построение гистограммы равновероятностным методом*

1. Для полученной случайной величины построить гистограмму равновероятностным методом, полигон распределения и эмпирическую функцию распределения по сгруппированным данным. Результаты представить в виде таблицы и графика.
2. Сравнить полученные результаты, представив графики теоретической и эмпирической плотностей распределения в одном окне.

|  |
| --- |
| Подсчитаем число интервалов аналогично заданию №2 |
| if steps <= 100  intervals\_count = floor(sqrt(steps));  else  intervals\_count = floor(2\*log10(steps));  end v = floor(steps/intervals\_count) |
| Расчитаем границы интервалов |
| A(1)=ya;  for i = 1:intervals\_count-1  B(i)=(YSorted(i\*v)+YSorted(i\*(v+1)))/2;  A(i+1)=B(i);  end  B(intervals\_count)=yb |
| Вычисляем среднюю плотность вероятности для каждого интервала |
| f = zeros(0,intervals\_count);  h = zeros(0,intervals\_count); %interval height  for i = 1:intervals\_count  h(i)=B(i)-A(i);  f(i)=intervals\_count/(steps\*h(i));  end |
| Строим гистограмму |
| if task3  figure(3);  stairs(A,f,'g');  hold on;  plot(Y,gY(Y),'b');  end |
| Гистограмма |
|  |
| Три диаграммы вместе |
|  |

**Контрольное задание №4***Тема: Проверка статистических гипотез о виде закона распределения.*

1. В соответствии с вариантом (см. задание 1) сформировать выборку из 200 случайных чисел. Проверить гипотезу о соответствии выборке теоретическому закону распределения по критерию согласия Пирсона.
2. В соответствии с вариантом (см. задание 1) сформировать выборку из 30 случайных чисел. Проверить гипотезу о соответствии выборке теоретическому закону распределения по критерию согласия Колмогорова.
3. В соответствии с вариантом (см. задание 1) сформировать выборку из 50 случайных чисел. Проверить гипотезу о соответствии выборке теоретическому закону распределения по критерию согласия Мизеса.

|  |
| --- |
| **Критерий согласия Пирсона** |
| Сформируем выборку из 200 случайных чисел: |
| fprintf("Subtask #1 Pierson");  n = 200;    step = (b-a)/n;  X = zeros(0,n);  Y = zeros(0,n);  x = zeros(0,n);  y = zeros(0,n);  for i = 1:n  X(i)=a+step\*(i-1);  Y(i)=PhiFunc(X(i));  x(i)=a+(b-a)\*rand(1,1);  y(i)=PhiFunc(x(i));  end  x = sort(x);  X  y = sort(y);  Y |
| Построим графики |
| figure(1)  plot(x,'g')  hold on;  plot(X, 'r')  title('f(X)');  legend('Empiric','Theoretic');  hold off;    figure (2)  plot(y,'g')  hold on;  plot(Y, 'r')  title('g(T)');  legend('Empiric','Theoretic');  hold off; |
|  |
|  |
| Аналогично заданию №3 построим Гистограмму равновероятностным способом: |
| % Histogram  if n <= 100  intervals\_count = floor(sqrt(n));  else  intervals\_count = floor(2\*log10(n));  end  v = floor(n/intervals\_count)  % borders  A = zeros(0,intervals\_count);  B = zeros(0,intervals\_count); %left, right  A(1)=y(1);  for i = 1:intervals\_count-1  B(i)=(y(i\*v)+y(i\*(v+1)))/2;  A(i+1)=B(i);  end  B(intervals\_count)=y(n);  %medium density on each interval  f = zeros(0,intervals\_count);  h = zeros(0,intervals\_count); %interval height  for i = 1:intervals\_count  h(i)=B(i)-A(i);  f(i)=v/(n\*h(i));  end  figure(3);  stairs(f,'b');  title("Histogram"); |
|  |
| Вычислим значение хи-квадрат по формуле |
| p = zeros(0,intervals\_count);  pstar = v/n  hi = zeros(0,intervals\_count);  hi2 = 0;  for i = 1:intervals\_count  p(i) = GY(B(i))-GY(A(i));  hi(i) = n\*(p(i)-pstar)^2/p(i);  fprintf("i: %d f(A) %f f(B) %f p(i) %f p\* %f hi(i) %f \n",i,gY(A(i)),gY(B(i)),p(i),pstar,hi(i));  hi2 = hi2 + hi(i);  end  hi2 |
| Результаты: |
| i: 1 f(A) 0.000000 f(B) 24.679996 p(i) 0.042933 p\* 0.100000 hi(i) 15.170485  i: 2 f(A) 24.679996 f(B) 1.407493 p(i) 0.068606 p\* 0.100000 hi(i) 2.873183  i: 3 f(A) 1.407493 f(B) 0.456008 p(i) 0.050861 p\* 0.100000 hi(i) 9.495266  i: 4 f(A) 0.456008 f(B) 0.185512 p(i) 0.056773 p\* 0.100000 hi(i) 6.582811  i: 5 f(A) 0.185512 f(B) 0.038430 p(i) 0.074824 p\* 0.100000 hi(i) 1.694154  i: 6 f(A) 0.038430 f(B) 0.014927 p(i) 0.108949 p\* 0.100000 hi(i) 0.147014  i: 7 f(A) 0.014927 f(B) 0.007195 p(i) 0.110961 p\* 0.100000 hi(i) 0.216548  i: 8 f(A) 0.007195 f(B) 0.004337 p(i) 0.094485 p\* 0.100000 hi(i) 0.064391  i: 9 f(A) 0.004337 f(B) 0.003310 p(i) 0.057339 p\* 0.100000 hi(i) 6.348073  i: 10 f(A) 0.003310 f(B) 0.002315 p(i) 0.084270 p\* 0.100000 hi(i) 0.587259 |
| КСИ: 29.2110 |
| **Критерий согласия Колмогорова** |
| Использовал аналогичный код для построения случайной выборки и графиков расчет самого критерия ниже |
| d = [];  for i = 1:n  d(i) = abs(y(i)-Y(i));  end  dmax = max(d);  % lamda  lambda = sqrt(n)\*dmax/n;  lambda |
| **Критерий согласия Мизеса** |
| Использовал аналогичный код для построения случайной выборки и графиков расчет самого критерия ниже |
| D = [];  for i = 1:n  D(i) = ((y(i) - Y(i))/n).^2;  end    nw2 = 1 / (12 \* n);  for i = 1:n  nw2 = nw2 + D(i);  end  nw2 |
| Критерий 0.3535 |

Вывод: все три метода показали, что мы не можем отклонять нулевую гипотезу,

следовательно, плотности распределения генеральной совокупности и выборок, вероятно,

равны.

**Контрольное задание №5***Тема: Интервальные оценки*

*1. Доверительный интервал для математического ожидания СВ.*

*2. Доверительный интервал для дисперсии СВ.*

|  |
| --- |
| if(task5)  n = 20;  x = [];  for i = 1:n  x(i) = a + (b-a) \* rand(1,1);  end  x = sort(x)  % MX rate  m\_x = sum(x)/n  % Disp rate  S0\_2 = 0;  for i = 1:n  S0\_2 = S0\_2 + (x(i) - m\_x).^2;  end  S0\_2 = 1 / (n-1) \* S0\_2;    t = 2.861;  stud = S0\_2\*t/sqrt(n-1);  m\_left = m\_x - stud;  m\_right = m\_x + stud;  fprintf('interval: %3.4f <= m\_x < %3.4f \n', m\_left, m\_right);    % subtask 2  numer = n\*S0\_2;  hi2\_1 = 38.582; %hi\_{(1-p) / 2}  hi2\_2 = 6.844; %hi\_{(1+p) / 2}  d\_left = numer / hi2\_1;  d\_right = numer / hi2\_2;    fprintf('disp int: %3.4f <= D\_x < %3.4f \n', d\_left, d\_right);  end |
| Для мат ожидания interval: 0.1757 <= m\_x < 1.7368 |
| Для дисперсии disp int: 0.6165 <= D\_x < 3.4752 |
|  |