Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже <u>образцу</u> в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KNM

Ответ: **-0,8**

1-0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

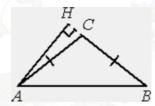
 $\sqrt[3]{x+3} = 5.$

Ответ:

2 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ:

3 В треугольнике $ABC\ AC = BC$, AB = 20, высота AH равна 8. Найдите синус угла BAC.



Ответ:

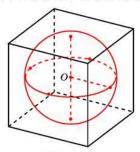


4 Найдите значение выражения

 $\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}.$

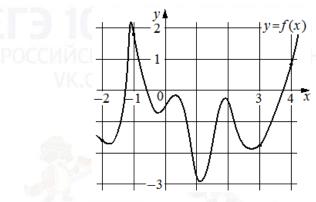
Ответ: _____

5 Шар, объем которого равен 35π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ:

На рисунке изображён график функции y = f(x). На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: ________.

7 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 115~\mathrm{B}$ и внутренним сопротивлением $r = 0.6~\mathrm{Om}$, хотят подключить нагрузку с сопротивлением $R~\mathrm{Om}$. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее $100~\mathrm{B}$? Ответ выразите в омах.

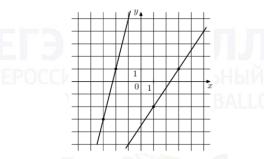
Ответ:

8 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ:



9 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ:

B магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Ответ:

11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$$
 на отрезке [-5; 3].

Ответ: _____

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 12—18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos x = \sqrt{3}\sin 2x - 1.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.
- Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.
 - а) Докажите, что прямые ВМ и МN перпендикулярны.
 - б) Найдите угол между плоскостями ВМN и АВВ₁.
- 14 Решите неравенство

$$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15.$$

- В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:
 - каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.





9

- В трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* углы *ABD* и *ACD* прямые.
 - а) Докажите, что AB = CD.

16

- б) Найдите AD, если AB = 2, BC = 7.
- **17** Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^{2} + (a + 7)^{2} = |x - 7 - a| + |x + a + 7|$$

имеет единственный корень.

- **18** Множество чисел назовём *хорошим*, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.
 - а) Является ли множество {100; 101; 102; ...; 199} хорошим?
 - б) Является ли множество {2; 4; 8; ...; 2²⁰⁰} *хорошим*?
 - в) Сколько *хороших* четырёхэлементных подмножеств у множества {1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим! Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642 47937899 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:				
ФИО:	Евгений Пифагор			
Предмет:	Математика			
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ			
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике			
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora			
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/			



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1-11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение	решение должно быть математически грамо случаи должны быть рассмотрены. Методы
1	122		формы записи ответа могут быть разнь
2	0,5		обоснованно получен правильный ответ,
3	0,4		количество баллов. Правильный ответ пр
4	2		оценивается в 0 баллов.
5	210		Эксперты проверяют только м представленного решения, а особенности з
6	-1		При выполнении задания могут исполь
7	4		ссылок любые математические факты, содерх
8	15 mirror 15		пособиях, входящих в Федеральный перечен
9	4PA310C-5		использованию при реализации имеющих го
10	0,027		образовательных программ среднего общего
11	-21		
12	a) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \ n \in \mathbb{Z}$ 6) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$		
13	$\arccos \frac{\sqrt{10}}{4}$		
14	$(-\infty;0) \cup (\log_5 3;1)$		
15	20		
16	8		
17	$\{-9; -5\}$		
	а) нет		
18	б) да		
	в) 2		
	vk.com	1/eg	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12-18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

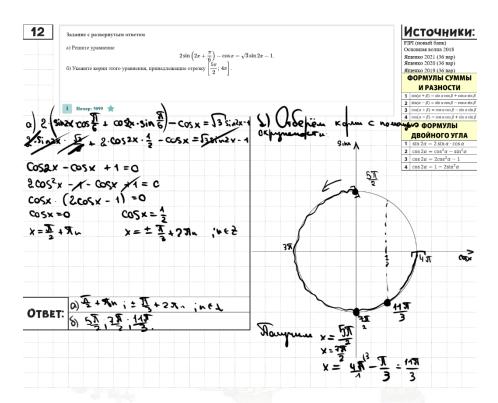
Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

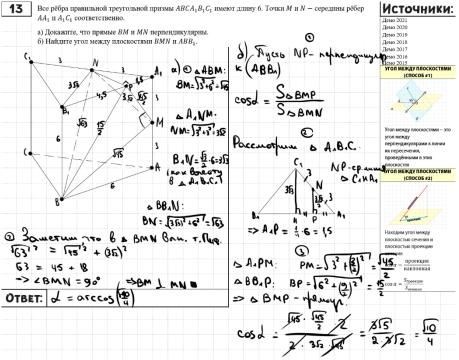
При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





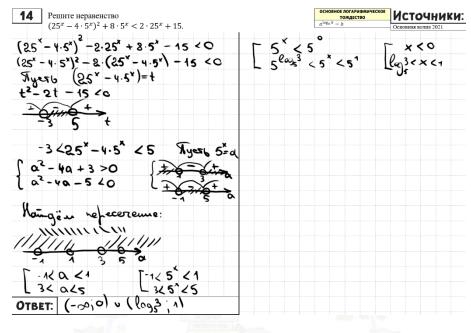


Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта a и пункта b	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3





Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

	в июле планируется взять кредит в лет. Условия его возврата таковы		млн рублей на срок			Источники
	каждый январь долг возрастает с февраля по июнь каждого год; в июле каждого года долг долже	на $r\%$ по сравнени а необходимо выпла	ію с концом предыдущ атить часть долга;		ущего года.	FIPI (старый банк) FIPI (новый банк) Основная волна 2019 Яшенко 2020 (36 вар) Яшенко 2019 (36 вар) Основная волна 2015
H	Найдите r , если известно, что наибрамменьший — не менее 0,6 млн р	ольший годовой пл рублей.	атёж по кредиту соста	and the second second second second		
Tyer	* (1+ \frac{1}{100}) = 01	•••		Bornes	ام مهام	MXX yor Barry
note	- necan hiorenca	Pray L	0,5	apropa.	morpeccu	χ ° °
2050	Cysus garra	9	0.5.0	=> 4,50	a'-'4	- Maus mater
Juse	4,5	9 m	£6.0,5 a	0,50	۵	- Hause masi
Sub	4,5 · a) [r	0			
1 1	\$ 4,5 a -4					
)(u	Bomes a y way	(4,5	a - 4 & 1,4	∫ 4,5 o	< 5,4	: 4,5
[D	4.0	1 0,50	≥0,6	₹ 0,5	o ≥96	1.5
2 M	64.a - 3,5)	(as	1,2	
"3(u	3,5 mm			1 a >	1,2	
ي [و	3,5a			=> a:	=12	
200 M	3,50 - 3					
1\u	3			1 + 10	c = 1,2	
•••				Γ.	0.2	r-209
OTBET:	20			100 -	٧,٠	, = 10/6

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и	3
обоснованно получен верный ответ в пункте δ	3
Получен обоснованный ответ в пункте δ	
ИЛИ	
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2
обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ из-за	9
арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта a ,	
или	
при обоснованном решении пункта δ получен неверный ответ	
из-за арифметической ошибки,	1
ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте δ с использованием	
утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0
перечисленных выше	U
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнени			Источники:	
$x^2 + (a+7)^2 = x-7-1 $ имеет единственный корень.	a + x + a + 7	,	FIPI (старый банк) FIPI (новый банк)	Ū
$x^{2} + (\alpha + 7)^{2} - x - 7 - \alpha - x + \alpha + 7 = 0$	19171 (1947	- 2 =0	Ященко 2019 (36 вар) Семёнов 2015	m
Tyes f(x) = x2 + (a+3)2 - 1x-7-a)-1x+a+	1 a+71=0 \ w	<i>)</i> .	Сеновная волна 2013 1 = 2	T
f(-x)=(-x)2+(a+7)2-1-x-7-a1-1-x+a+71	a=-7	a = -	S	=
= x2 + (0+312-1x+2+01-1x-0-21		0=-	9	Ħ
=> f(-x)=f(x) => f(x) - 7erual P-4	ul Masselm .	hu kaku	y us soux	ИРОВ
	THEY O &	ger egun	erb kopens:	H
	5		1	\approx
Cguerbamoni Kolomo révina & P-ye		or, F-= a		\mathcal{L}
monces week Toucko com 2705	x2 = x + x			HPO
kohenb x=0	$ x _5 - 2 x = 0$			ᆂ
	1×1 · (1×1 -2)	= 0		<u>U</u>
u - 1 0	1x1=0	/×/ = 5		ШŽ
Hangen, um kaken () , ser =0 64				_
helmenge	5 > ym Q=-	7 Syger	3 pen	\leftarrow
Com x=0,70 02+(0127= 1-2-0)+ 0+21		- 00		Ž M
(a+1)2-2/4+71 = 0	<u> </u>			\leq
$ \alpha+3 ^2-\lambda \alpha+3 =0$	ردب	~ a = -5 ;	ro	Z
OTBET: -5 ,-9	x2 + 4 = 1x-21	+ 1x+21		10
()	_			2
Crew (1=-9, 70	x+2 - + + x-2 - 2 -	2 + ×		_
$X_5 + A = X+5 + X-5 $	Cun x <- 2, 70	x2 + 4 = -	x+2-x-2	$\frac{1}{2}$
x=0-egunck vopen		x2+2x +	4=0	
' I I		X,+5×+4	+3=0	22
		(x+1/5 t	3 =0	. •
	-	Ø		
,	, , , , , , , , , , , , , , ,	x2+4 =	-x+2+x+2	
		x2:0	Omusel	
		(x =0)	- O repent	
[cun x>2, 70		x-2 + x+2	
		X2-7x+	u =0	
		Ø		

Содержание критерия		
Обоснованно получен верный ответ	4	
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3	
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений α	2	
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1	

Решение перечисле	соответствует	НИ	одному	ИЗ	критериев,	0
			Ма	ксим	альный балл	4

18 Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмн а) Является ли множество $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$ хорошим?	ожества с одинаковым произвед	дением чисел. VCTOЧНИКИ: FIPI (старый банк)
5) Является ли множество $\{2;4;8;\dots;2^{200}\}$ хорошим?		FIPI (новый банк)
в) Сколько <i>хороших</i> четырёхэлементных подмножеств у множества		Досрочная волна 2016
{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12}?		\
0 6 1	of 8 21.220	7 47/2/3 199
	ox 3/2'·2	(50 . 24 2 197) 50 about
incer, normer 199	2 2	wash 2 2 3 Though
	25.2196	no 121 2. 2196 (ho 2201
\cap	297 2404	298" 2103
Unpolum 199 6 agua uz glyx nogun	293. 2102	2100 . 2101
Oliveram 122 a oduc nã dest voêm	romano	
	2-4	workseine 0
199 · · · · · · ·	50·2°°-	hellors brokers
Torga Ogue uz npouzlagemin syg		highworkerla ~
	B1 5,7 41	- whocters were Kotoker
1 22 00 100 a offere wes 26	Mex chean	MINISTER - COMMITTEE STORY
The handegens Holygy he patric	o. deta	Stores and America
1 0 0 000	Octaérce	{1;3,4;6;9;12}
		(, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
	1:37	ζ α
a) he abr.	1,127 F	3
-/-	1, 45 1	\ Ø
OTBET: 8 Da	1,63	· } Ø
B 2 (3)4/9/12 U 1/3/4/12)	1,93	⟨ ♂ √
	51, 123	3.437
	141125	٧ الت
{3.43 \$1.423 mee 6 mis	(12)	0 9
{3,45 {1,125 year 6000	(५,६५	₹} %
{ 3.6} \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	{4:93	33:103 ynco 6huc
53 a2 5 2 Ø	ξ 4,423	i (Ø
(2:42) 11 91	1 " - 1	1, 2
(3, 16) [4, 3] V	(6)	2 0
	\6,9} {	10,
	6,12}	(\mathcal{O})
	{9;42}	۱ ۵
	(3,16)	

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	
результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	2.
результатов	

Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта <i>a</i> ; — обоснованное решение пункта <i>б</i> ; — искомая оценка в пункте <i>в</i> ; — пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;
- 2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12-18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.



