

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Найдите корень уравнения

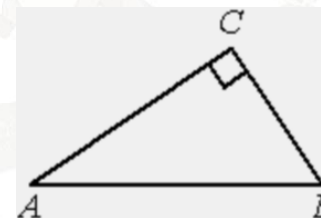
$$\log_7(1 - x) = \log_7 5.$$

Ответ: _____.

- 2** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

Ответ: _____.

- 3** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12$, $\cos B = \frac{3}{5}$. Найдите AB .



Ответ: _____.

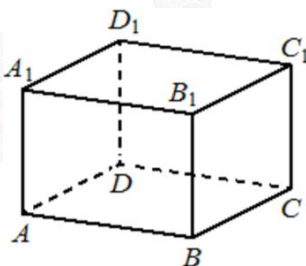


- 4 Найдите значение выражения

$$\frac{{}^{15}\sqrt{5} \cdot 5 \cdot {}^{10}\sqrt{5}}{{}^6\sqrt{5}}.$$

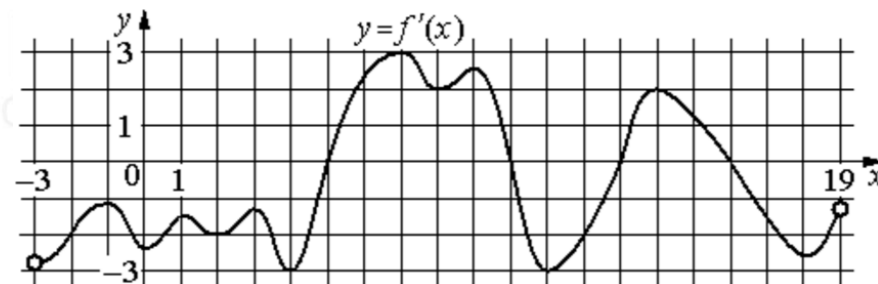
Ответ: _____.

- 5 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1 .



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



Ответ: _____.

- 7 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 60$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

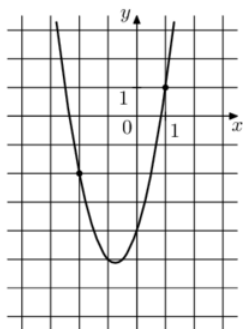
Ответ: _____.

- 8 Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 8 км/ч.

Ответ: _____.



- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-5)$.



Ответ: _____.

- 10 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

- 11 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 4e^x + 4$ на отрезке $[-1; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- 13 Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

- а) Докажите, что грань $ABCD$ – квадрат.
б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

- 14 Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

- 15 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.



16 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
 б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1)$.

18 Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
 б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?
 в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_47937899
 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	-4	
2	0,125	
3	20	
4	5	
5	30	
6	1	
7	12	
8	2	
9	31	
10	0,025	
11	0	
12	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$	
13	$\arctg \frac{5}{3}$	
14	$(0; 1] \cup (2; +\infty)$	
15	7	
16	25/36	
17	$[-1, 25; -1) \cup (-1; 1]$	
18	а) 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 б) нет в) 7, 7, 7, 9, 11 или 7, 9, 11, 14	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



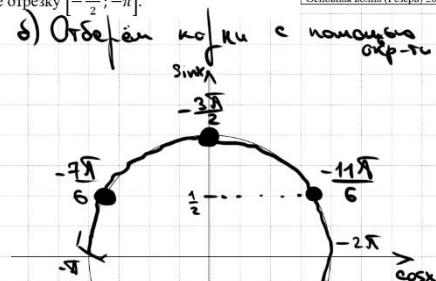
12 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + \frac{1}{2} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

а) $\frac{1 - 3\sin x + 2\sin^2 x}{\sin^2 x} = 0$

$\sin x = 1$ или $\sin x = \frac{1}{2}$
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$



Получим еще: $-\frac{5\pi}{2}$
 $x_1 = -\frac{3\pi}{2}$
 $x_2 = -\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = -\frac{4\pi}{6}$
 $x_3 = -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -\frac{6\pi}{6}$

ОТВЕТ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{4\pi}{6}, -\frac{6\pi}{6}$

Источники:

Основа волна (Резерв) 2020
 Ященко 2018 (20 вар)
 Ященко 2018
 Основа волна (Резерв) 2014

13

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

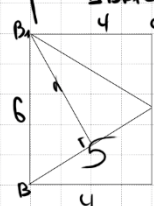
а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6, AB = 4$.

- а) Построение сеч.
 ① Пусть $A, S = A_1 B_1$
 $B, C = C_1 F$
 Тогда $SF \parallel AC$
 $D_1 E \parallel SF$
 ② Построим SB
 $SB \cap AA_1 = K$
 ③ Построим BF
 $BF \cap CC_1 = E$
 ④ Построим KD_1 и $D_1 F$
 $\Rightarrow D_1 E K$ — сечение

ОТВЕТ: $\arctg \frac{5}{3}$

Рассмотрим $\triangle B D_1 E$.



$S_{\triangle B D_1 E} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h = \frac{3+6}{2} \cdot 4 - \frac{3 \cdot 4}{2}$
 $\frac{5}{2} h = \frac{24}{2} \quad h = 4,8$

Источники:

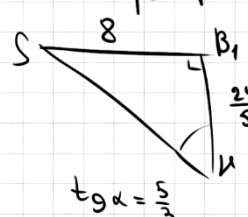
ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Горюхи #14 2019
 Досрочная волна 2017

$BR = KD_1$ (т.е. сечение ромб)

A, K — с. м. $\triangle S B D_1$
 $\Rightarrow K$ — середина AD_1

Пусть $BK = y = KD_1$
 $A, K = x = AK$
 Тогда $AD_1 = \sqrt{y^2 - x^2} = AB$
 $\Rightarrow AB = AD_1 = AD$
 $\Rightarrow ABCD$ — квадрат

б) BE — прямая пересечения
 т.е. BE — перпендикуляр к плоскости α
 Пусть B, K — пересечение BE и AA_1
 B, K — проекция B на AA_1
 SK на (BCC_1)
 $\Rightarrow SK \perp BE$ (по т.т.)
 $\Rightarrow \angle SKB$ — искомый
 $\triangle S B K$ — прямоугольный



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,	1



ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

$$\frac{1}{3^x-1} + \frac{9^x \cdot 9^{\frac{1}{2}} - 3^x \cdot 3^3}{3^x-9} + 3 - 3^x \cdot 3 \geq 0$$

$$\frac{4t-12}{(t-1)(t-9)} \geq 0$$

ОТВЕТ: $(0; 1] \cup (2; +\infty)$

Источники:

Основная волна (Резерв) 2021
Основная волна (Резерв) 2017

15

15-го января планируют взять кредит в банке на шесте месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг	1 = 1000	0,6 = 600	0,4	0,3	0,2	0,1	0

(в млн рублей)

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Решение:

1-й шаг: 1 млн = 1000 руб

2-й шаг: 1000 · (1 + $\frac{r}{100}$) = 1000 + 10r

3-й шаг: 1000 + 10r = 600

4-й шаг: 10r = 600 - 1000 = -400

5-й шаг: r = -40

6-й шаг: r = -40

7-й шаг: r = -40

8-й шаг: r = -40

9-й шаг: r = -40

10-й шаг: r = -40

11-й шаг: r = -40

12-й шаг: r = -40

13-й шаг: r = -40

14-й шаг: r = -40

15-й шаг: r = -40

16-й шаг: r = -40

17-й шаг: r = -40

18-й шаг: r = -40

19-й шаг: r = -40

20-й шаг: r = -40

21-й шаг: r = -40

22-й шаг: r = -40

23-й шаг: r = -40

24-й шаг: r = -40

25-й шаг: r = -40

26-й шаг: r = -40

27-й шаг: r = -40

28-й шаг: r = -40

29-й шаг: r = -40

30-й шаг: r = -40

31-й шаг: r = -40

32-й шаг: r = -40

33-й шаг: r = -40

34-й шаг: r = -40

35-й шаг: r = -40

36-й шаг: r = -40

37-й шаг: r = -40

38-й шаг: r = -40

39-й шаг: r = -40

40-й шаг: r = -40

41-й шаг: r = -40

42-й шаг: r = -40

43-й шаг: r = -40

44-й шаг: r = -40

45-й шаг: r = -40

46-й шаг: r = -40

47-й шаг: r = -40

48-й шаг: r = -40

49-й шаг: r = -40

50-й шаг: r = -40

51-й шаг: r = -40

52-й шаг: r = -40

53-й шаг: r = -40

54-й шаг: r = -40

55-й шаг: r = -40

56-й шаг: r = -40

57-й шаг: r = -40

58-й шаг: r = -40

59-й шаг: r = -40

60-й шаг: r = -40

61-й шаг: r = -40

62-й шаг: r = -40

63-й шаг: r = -40

64-й шаг: r = -40

65-й шаг: r = -40

66-й шаг: r = -40

67-й шаг: r = -40

68-й шаг: r = -40

69-й шаг: r = -40

70-й шаг: r = -40

71-й шаг: r = -40

72-й шаг: r = -40

73-й шаг: r = -40

74-й шаг: r = -40

75-й шаг: r = -40

76-й шаг: r = -40

77-й шаг: r = -40

78-й шаг: r = -40

79-й шаг: r = -40

80-й шаг: r = -40

81-й шаг: r = -40

82-й шаг: r = -40

83-й шаг: r = -40

84-й шаг: r = -40

85-й шаг: r = -40

86-й шаг: r = -40

87-й шаг: r = -40

88-й шаг: r = -40

89-й шаг: r = -40

90-й шаг: r = -40

91-й шаг: r = -40

92-й шаг: r = -40

93-й шаг: r = -40

94-й шаг: r = -40

95-й шаг: r = -40

96-й шаг: r = -40

97-й шаг: r = -40

98-й шаг: r = -40

99-й шаг: r = -40

100-й шаг: r = -40

101-й шаг: r = -40

102-й шаг: r = -40

103-й шаг: r = -40

104-й шаг: r = -40

105-й шаг: r = -40

106-й шаг: r = -40

107-й шаг: r = -40

108-й шаг: r = -40

109-й шаг: r = -40

110-й шаг: r = -40

111-й шаг: r = -40

112-й шаг: r = -40

113-й шаг: r = -40

114-й шаг: r = -40

115-й шаг: r = -40

116-й шаг: r = -40

117-й шаг: r = -40

118-й шаг: r = -40

119-й шаг: r = -40

120-й шаг: r = -40

121-й шаг: r = -40

122-й шаг: r = -40

123-й шаг: r = -40

124-й шаг: r = -40

125-й шаг: r = -40

126-й шаг: r = -40

127-й шаг: r = -40

128-й шаг: r = -40

129-й шаг: r = -40

130-й шаг: r = -40

131-й шаг: r = -40

132-й шаг: r = -40

133-й шаг: r = -40

134-й шаг: r = -40

135-й шаг: r = -40

136-й шаг: r = -40

137-й шаг: r = -40

138-й шаг: r = -40

139-й шаг: r = -40

140-й шаг: r = -40

141-й шаг: r = -40

142-й шаг: r = -40

143-й шаг: r = -40

144-й шаг: r = -40

145-й шаг: r = -40

146-й шаг: r = -40

147-й шаг: r = -40

148-й шаг: r = -40

149-й шаг: r = -40

150-й шаг: r = -40

151-й шаг: r = -40

152-й шаг: r = -40

153-й шаг: r = -40

154-й шаг: r = -40

155-й шаг: r = -40

156-й шаг: r = -40

157-й шаг: r = -40

158-й шаг: r = -40

159-й шаг: r = -40

160-й шаг: r = -40

161-й шаг: r = -40

162-й шаг: r = -40

163-й шаг: r = -40

164-й шаг: r = -40

165-й шаг: r = -40

166-й шаг: r = -40

167-й шаг: r = -40

168-й шаг: r = -40

169-й шаг: r = -40

170-й шаг: r = -40

171-й шаг: r = -40

172-й шаг: r = -40

173-й шаг: r = -40

174-й шаг: r = -40

175-й шаг: r = -40

176-й шаг: r = -40

177-й шаг: r = -40

178-й шаг: r = -40

179-й шаг: r = -40

180-й шаг: r = -40

181-й шаг: r = -40

182-й шаг: r = -40

183-й шаг: r = -40

184-й шаг: r = -40

185-й шаг: r = -40

186-й шаг: r = -40

187-й шаг: r = -40

188-й шаг: r = -40

189-й шаг: r = -40

190-й шаг: r = -40

191-й шаг: r = -40

192-й шаг: r = -40

193-й шаг: r = -40

194-й шаг: r = -40

195-й шаг: r = -40

196-й шаг: r = -40

197-й шаг: r = -40

198-й шаг: r = -40

199-й шаг: r = -40

200-й шаг: r = -40

201-й шаг: r = -40

202-й шаг: r = -40

203-й шаг: r = -40

204-й шаг: r = -40

205-й шаг: r = -40

206-й шаг: r = -40

Источники:

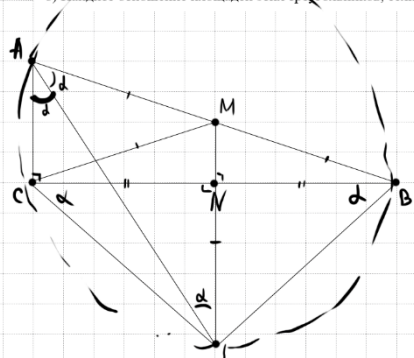
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Демо 2021
Демо 2020
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Досрочная волна 2021
Основная волна 2016
СтатГрад 15.05.2020
СтатГрад 17.05.2019
СтатГрад 18.05.2017
Семёнов 2018

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

- 16 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N — середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

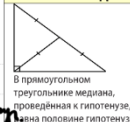


- а) ① MN — ср. линия $\triangle ABC$
 $\Rightarrow ML \parallel AC$
 $\Rightarrow \angle CAL = \angle ALM = \alpha$
 $\Rightarrow \triangle AML$ — равноб.

ОТВЕТ: $\frac{25}{36}$

Источники:

Основная волна 2016
СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



- ② CM — медиана в $\triangle ABC$
 $\Rightarrow CM = AM = BM = ML$
 \Rightarrow Можно построить скр-то, проходящую через точки A, B, L, C
- ③ $\angle CAL = \angle BCL$ (опр. на одну дугу)
 ④ $\triangle BCL$ — равноб. (т.к. LN — высота медианы)
 $\Rightarrow \angle BCL = \alpha$
 $\Rightarrow \triangle AML \sim \triangle BLC$ по 2 углам (α и α)
- б) ① $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$
 $1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{25}$
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ $\cos \alpha = \frac{4}{5}$
 ② $k = \frac{AM}{BL} = \frac{\frac{1}{2}AB}{BL} = \frac{AB}{2BL}$
 ③ $\triangle ABL$ — прямоугольный, т.к. $\angle ALB$ опр. на диаметр
 $\sin \alpha = \frac{BL}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AB}{BL} = \frac{5}{3}$
 $\Rightarrow \frac{AB}{2BL} = \frac{5}{6}$
 $\frac{S_{AML}}{S_{BLC}} = k^2 = \frac{25}{36}$

обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Максимальный балл

0

3

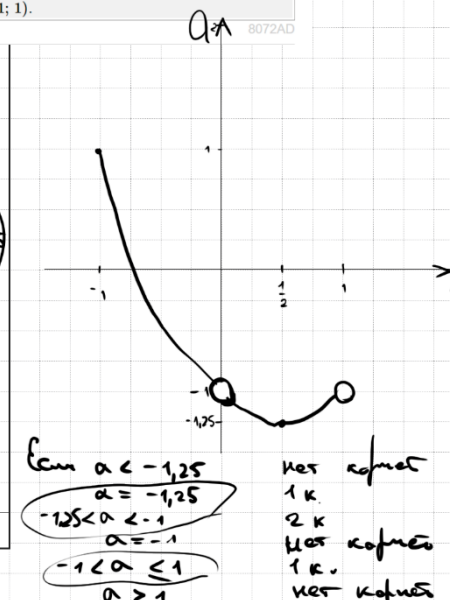
- 17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a-x+2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1]$.

$$\begin{cases} (1-x)^2 = a-x+2 \\ 1-x > 0 \\ 1-x \neq 1 \\ x^2 - 2x + 1 + x - 2 = a \\ x < 1 \\ x \neq 0 \\ a = x^2 - x - 1 \quad \left(x_0 = \frac{1}{2} \quad a_0 = -1,25 \right) \\ x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

ОТВЕТ: $[-1,25; -1) \cup (-1, 1]$



Содержание критерия

Обоснованно получен верный ответ

С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек

С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a

Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Максимальный балл

Баллы

4

3

2

1

0

4



18 Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

Источники:
 ЕПР (старый банк)
 ЕПР (новый банк)
 Ященко 2018
 Ященко 2018
 Семёнов 2015
 Основная волна 2017
 Основная волна 2013

а) Задуманные
 Набор
 1 1 1 1 1 1
 1 2 3 4 5 6 7
 12 4
 11 2 3

б) Задуманные
 Набор
 1 3 4 6 7 8 10 11 12 13 15 16 17 19 20 22

в) Задуманные
 Набор
 7 9 11 14 16 18 20 21 23 25 27 30 32 34 41

1 - первое задуманное
22 - сумма всех задуманных
⇒ 21 - сумма всех задуманных, кроме первого, но в наборе числа 21 нет
⇒ не существует

2 - 14 можно получить двумя способами
 7 7 9 11
 7 9 11 14

3 - 16 среди задуманных нет, т.к. сумма будет меньше 16
 18 = 20 и т.д.

ОТВЕТ:
 а) 1 1 1 1 1 1
 б) нет
 в) 7 7 9 11 или 7 9 11 14

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

