# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже <u>образцу</u> в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

KNM

Ответ: **\_-0,8**\_\_.

0-0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

### Желаем успеха!

### Справочные материалы

$$\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

Найдите корень уравнения

 $\log_2(7-x)=5.$ 

Ответ:

2 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ:

3 Найдите центральный угол, если он на 28° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_



- 4 Найдите значение выражения
  - $\frac{\log_5 2}{\log_5 13} + \log_{13} 0.5.$

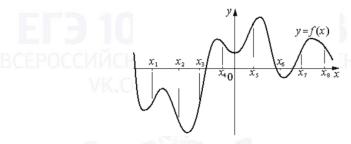
Ответ: \_\_\_\_\_

5 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{2}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 144 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ:

На рисунке изображён график функции y = f(x). На оси абсцисс отмечены восемь точек:  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $x_6$ ,  $x_7$ ,  $x_8$ . В скольких из этих точек производная функции f(x) отрицательна?



Ответ:

7 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0=192$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $\nu$  (в м/с) по закону  $f(\nu)=\frac{f_0}{1-\frac{\nu}{c}}$  (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить

Ответ:

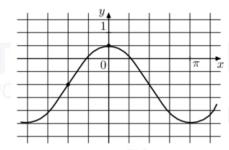
сигналы, а c = 300 м/с. Ответ дайте в м/с.

8 Два велосипедиста одновременно отправились в 160-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 6 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 6 часов раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

# vk.com/ege100ballov

9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a \cos x + b$ . Найдите a.



Ответ:

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,18. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = (x + 10)^2 x + 2$$
 на отрезке  $[-11; -4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_.

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12—18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .
- В основании пирамиды SABCD лежит прямоугольник ABCD со стороной AB = 5 и диагональю BD = 9. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания ABCD отмечена точка E, а на ребре AS точка F так, что SF = BE = 4.
  - а) Докажите, что плоскость *CEF* параллельна ребру *SB*.
  - б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC.
- 14 Решите неравенство

$$\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \le 0.$$

Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят 2t единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят 5t единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей.

Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?



- Около остроугольного треугольника ABC с различными сторонами описали окружность с диаметром BN. Высота BH пересекает эту окружность в точке K.
  - а) Докажите, что AN = CK.
  - б) Найдите KN, если  $\angle BAC = 35^{\circ}$ ,  $\angle ACB = 65^{\circ}$ , а радиус окружности равен 12.
- **17** Найдите все значения *a*, при которых уравнение

$$|\sin^2 x + 2\cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке  $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$  единственный корень.

- Рассмотрим частное трёхзначного числа, в записи которого нет нулей, и произведения его цифр.
  - а) Приведите пример числа, для которого это частное равно  $\frac{113}{27}$ .
  - б) Может ли это частное равняться  $\frac{125}{27}$ ?
  - в) Какое наибольшее значение может принимать это частное, если оно равно несократимой дроби со знаменателем 27?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

### О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <a href="https://vk.com/ege100ballov">https://vk.com/ege100ballov</a> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

### Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим! Для замечаний и пожеланий: <a href="https://vk.com/topic-10175642">https://vk.com/topic-10175642</a> 47937899 (также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:			
ФИО: Евгений Пифагор			
Предмет:	Математика		
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ		
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике		
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora		
Ютуб и	https://www.youtube.com/c/pifagor1		



### Решения и критерии оценивания выполнения заданий

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

с развёрнутым ответом

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

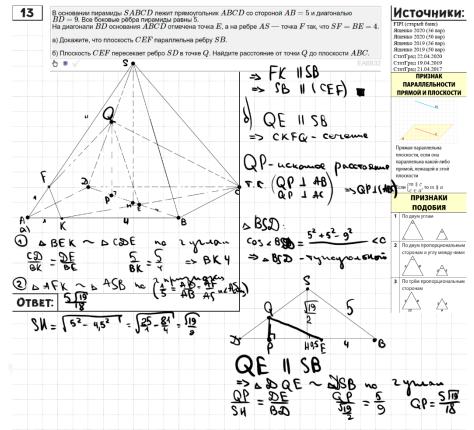
## Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1-11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Видео решение		
1	-25	J.V .	
2	0,125		
3	56		
4	0		
5	342		
6	4		
7	12		
8	10		
9	4PA314K 1,5		
10	0,9676		
11	2		
12	a) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ; $n \in \mathbb{Z}$ 6) $\frac{11\pi}{6}$ ; $\frac{13\pi}{6}$		
13	$\frac{5\sqrt{19}}{18}$		
14	$\left(0; \frac{1}{64}\right] \cup \left[\frac{1}{9}; \frac{1}{5}\right)$		
15	5 800 000 p		
16	12		
17	$(-\infty;0] \cup \left\{\frac{1}{4}\right\}$		
18	а) 339 б) нет в) <sup>931</sup> <sub>27</sub>		



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте $a$ ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта $a$ и пункта $\delta$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



	Содержание критерия	Баллы			
	Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и	3			
	обоснованно получен верный ответ в пункте б	_			
	Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$				
	ИЛИ				
	имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2			
	обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за				
	арифметической ошибки				
1	Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,				
	ИЛИ				
	при обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ	1			
	из-за арифметической ошибки,				
	или				

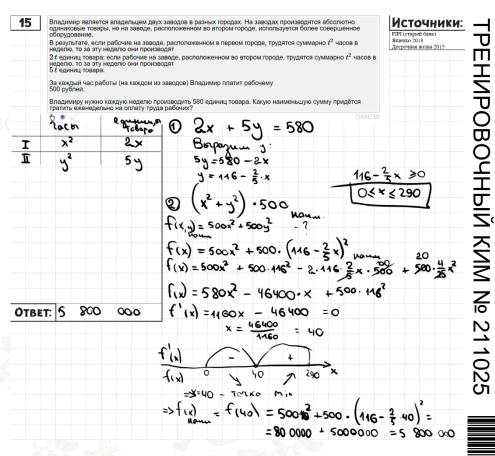




обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием				
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен				
Решение не соответствует ни одному приведённых выше	из критериев, 0			
Максимальный балл				

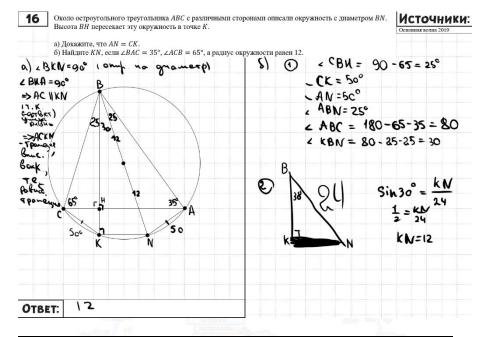
<b>14</b> Решите неравенство $rac{\log_3{(9x)} \cdot \log_4{(64x)}}{5x^2 -  x } \leq 0.$	FIPI (старый	ЧНИКИ: банк)
<b>♦ ®</b> ✓ 80AEFA	СтатГрад 22.0 СтатГрад 21.0	
		ЗАМЕНЫ
[x>0 /		КИТЕЛЕЙ
	Было $\log_a f - \log_a g$	Стало $(a-1)(f-g)$
$\{(\ell_{\infty}(\Theta_X) - \ell_{\infty}(1), (\ell_{\infty}(\Theta_Y) - \ell_{\infty}(1))\}$	$a^f - a^g$	(a-1)(f-g)
(100)3 / (100) / (50)	f  -  g  $\sqrt{f} - \sqrt{g}$	(f-g)(f+g) (f-g)
\ 5×-×	V) - V9	0 37
M x >0		
36 3 (22-3) (183) (1111)		
x (5x-1)		
0 /		
+ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \		
3/// ×		
None is		
Mandén reference @ "C		
<del>\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\</del>		
् हर <b>र</b> इ		
OTBET: (0, &) v [ 1 ; 1 ]		

Содержание критерия	Баллы	
Обоснованно получен верный ответ	2.	Содержание критерия
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного	1 -	Обоснованно получен верный ответ
		Верно построена математическая модель
исключением / включением граничных точек ИЛИ	1	Решение не соответствует ни одному из
получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при	1	перечисленных выше
этом имеется верная последовательность всех шагов решения		Макси
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	
Максимальный балл	2	
VK.COIII	/ E	

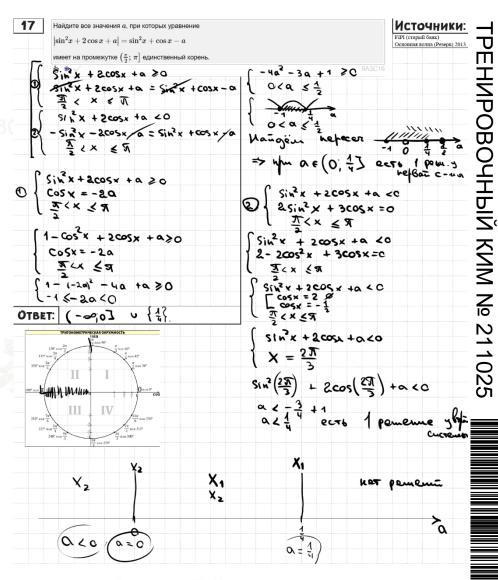


Содержание критерия			
Обоснованно получен верный ответ			
Верно построена математическая модель			
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0		
Максимальный балл			





Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и	3
обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$	
ИЛИ	
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2
обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за	9:
арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,	
или	
при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ	
из-за арифметической ошибки,	1
ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием	
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0
перечисленных выше	U
Максимальный балл	3



Содержание критерия			
Обоснованно получен верный ответ	4		
С помощью верного рассуждения получено множество значений а, отличающееся от искомого конечным числом точе	1 3		



С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$				
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$				
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше				
Максимальный балл				

		грёхзначного числа,				ИСТОЧНИКИ: Основная водна 2016
б) M в) К	ожет ли это част акое наибольшее енателем 27?	числа, для которого ное равняться 125 гг. гг. гг. гг. гг. гг. гг. гг. гг. гг		стное, если оно ра	вно несократимой др 108 + С = 8	оби со Р
		,,,,,		6 - 340	28. 54 m	zbageme zup
2 100·a	+ 106 +c	_ 125		1.3.	9	
	B.c	= <u>125</u> ३न		1.9.	3	
				3.1.	9	
decom	e rucio	<b>₹50</b> 125	mm 350	3.3.	3 9	331 Nouseway
		345	um 500	3 . 0.	1	27 Record.
125 Ø	375 d	625	um 750	9 . 1	3	0/ -0.
10		845	um_	9.3.	1)	
	<u>625</u> 60	ø <u>₹75</u> ø				
_	339					
OTBET: 8	0) NeT					

Содержание критерия				
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл)	4			
результаты	-			
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	3			
результатов	3			
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл)	2			
результатов	2			
Верно получен один из следующих результатов:	/			
– обоснованное решение пункта <i>a</i> ;				
– обоснованное решение пункта $\delta$ ;				
<ul><li>искомая оценка в пункте в;</li></ul>				

$-$ пример в пункте $\epsilon$ , обеспечивающий точность предыдущей							
оценки							
Решение	не	соответствует	НИ	одному	ИЗ	критериев,	0
перечисленных выше							
Максимальный балл							4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;
- 2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

