

Ներածություն

Դիֆերենցման մեթոդները և դրանց կիրառությունները ուսումնասիրելիս անգնահատելի միջոց են հանդիսանում ինչպես դասական դիֆերենցման մեթոդները, այնպես էլ ժամանակակից դիֆերենցման մեթոդները: Դրանք լայնորեն օգտագործվում են ոչ միայն տեսական հետազոտություններում, այլև ինժեներական, գործնական հաշվարկներում, ֆիզիկական երևույթների մոդելավորման, օպտիմալացման և մեքենայական ուսուցման խնդիրների մեջ: Ժամանակակից աշխարհում, տեխնոլոգիաների արագ զարգացումն ու բարդ խնդիրների լուծման անհրաժեշտությունը, պահանջում են այնպիսի մեթոդներ, որոնք միաժամանակ ճշգրիտ են, և արդյունավետ:

Մագիստրոսական թեզում ուսումնասիրվել և դիտարկվել է դիֆերենցման ժամանակակից և դասական մեթոդները, դրանց կիրառման, լուծման թվային առանձնահատկությունները, ինչպես նաև մշակվել է գործնական ծրագիր (.exe), որը հնարավորություն է տալիս ուսանողներին, ինժեներներին, հետազոտողներին կատարել հաշվարկներ առանց որևէ հատուկ ծրագրային միջավայրի կամ ինտերնետի հասանելիության: Մասնավորապես, ուշադրություն է դարձված ավտոմատ դիֆերենցման մեթոդներին (ուղիղ և հակադարձ), դուալ թվերի տեսության կիրառությանը դիֆերենցման խնդիրներում, ինչպես նաև Նյուտոնյան բաժանված տարբերությունների մեթոդով մոտարկման խնդիրների լուծմանը:

Դուալ թվերի տեսությունը առաջին անգամ սահմանվել և ներկայացվել է անգլիացի մաթեմատիկոս Վիլյամ Քլիֆորդի կողմից, 1873 թվականին: Դուալ թվերի առանձնահատկությունն այն է, որ այն թույլ է տալիս մեկ քայլով ստանալ ինչպես ֆունկցիայի ածանցյալի արժեքը տվյալ կետում, այնպես էլ այդ ֆունկցիայի արժեքը տվյալ կետում: Այդ հատկությունը ընկած է ավտոմատ դիֆերենցման հիմքում, որն այսօր լայնորեն կիրառվում է գրադիենտային վայրէջքի մեթոդներում, հատկապես

մեքենայական ուսուցման հետտարածման ալգորիթմում: Ի տարբերություն թվային կամ սիմվոլիկ դիֆերենցմանը, ավտոմատ դիֆերենցումը ապահովում է բարձր ճշգրտություն, արագագործություն, նվազագույն հաշվարկային սխալներ:

Թեզում դիտարկվել են նաև թվային դիֆերենցման դասական մեթոդները, որոնց հիմքում ընկած է ինտերպոլյացիոն բազմանդամի կառուցումը և բաժանված տարբերությունների աղյուսակի ստացումը: Այդ մեթոդները կիրառվում են այն դեպքերում, երբ ֆունկցիան տրված է վերջավոր կետերով (հանգույցներով), և պահանջվում է ածանցյալի մոտավոր հաշվարկ: Չնայած մեթոդի կիրառման պարզությանը, այն ունի նաև որոշակի թերություններ, ինչպիսիք են կլորացման սխալները, սահմանափակ ճշգրտությունը, և այլն: Այս ամենը հանգեցնում է այն եզրակացությանը, որ ավտոմատ դիֆերենցումը գերազանցում է դասական մեթոդներին գործնական խնդիրներում:

Թեզի հաջորդ կարևոր հատվածում դիտարկվում է դիֆերենցիալ հավասարումների թվային լուծման խնդիրը՝ ցանցային մոտարկման միջոցով: Այդ պատճառով անընդհատ տիրույթը փոխարինվում է վերջավոր ցանցով, իսկ դիֆերենցիալ հավասարումը փոխարինվում է տարբերությանի հավասարումով: Այսինքն, արդյունքում ստացվում է հանրահաշվական հավասարումների համակարգ, որն արդեն կարող է լուծվել համակարգչով: Այդ մոտեցումը առանցքային է ինժեներական և տեխնիկական խնդիրներում, որտեղ մաթեմատիկական մոդելները հաճախ ներկայացվում են դիֆերենցիալ հավասարումների տեսքով:

Դիֆերենցման մեթոդների տեսական ուսումնասիրությանը զուգահեռ, թեզի շրջանակներում իրականացվել է նաև գործնական ծրագիր՝ .exe ֆայլի տեսքով, որը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ իրականացնել Նյուտոնի բաժանված տարբերությունների մեթոդով մոտարկում: Ծրագիրը նախատեսված է ինչպես ուսանողների համար, այնպես էլ հետազոտողների համար, թույլ տալով օգտատիրոջը

մուտքագրել տվյալները և ստանալ ինչպես բաժանված տարբերությունների աղյուսակը, այնպես էլ ինտերպոլյացիոն բազմանդամը, ներառյալ գրաֆիկական արտապատկերումը: Ծրագրի առանձնահատկություններից են՝ վերջին 5 մուտքային տվյալների պահպանումը, սխալ մուտքագրված տվյալների մասին զգուշացնող հաղորդագրության արտաձուլումը, և ֆունկցիոնալ արտահայտությունների (օրինակ՝ $\log(8,2)$ կամ $\sin(\pi/4)$) մշակման ունակությունը:

Թեզի 5-րդ գլխում ուսումնասիրվել է բույսերի հյուսվածքներում ջերմափոխանակությունը մոդելավորող դիֆուզիայի հավասարման թվային լուծումը՝ ավտոմատ և ցանցային դիֆերենցման մեթոդներով: Որտեղ գնահատվել է դրանց ճշգրտությունը, արդյունավետությունը և կայունությունը: Արդյունքները ցույց են տալիս, որ ավտոմատ դիֆերենցումը ապահովում է բարձր ճշգրտություն, իսկ ցանցային մեթոդը՝ հաշվարկային արդյունավետություն:

Այսպսիով, մագիստրոսական թեզում համադրվում են և՛ տեսական մաթեմատիկայի խորը դրույթները, և՛ ժամանակակից ծրագրավորման գործիքակազմերը, ինչը թույլ է տալիս լուծել տարբեր բարդության տեխնիկական, գործնական խնդիրներ: Աշխատանքի արդյունքները արժեքավոր են ոչ միայն տեսական, գիտահետազոտական նպատակներով, այլև ուսուցողական, ինժեներական, տեխնոլոգիական կիրառությունների տեսանկյունից: