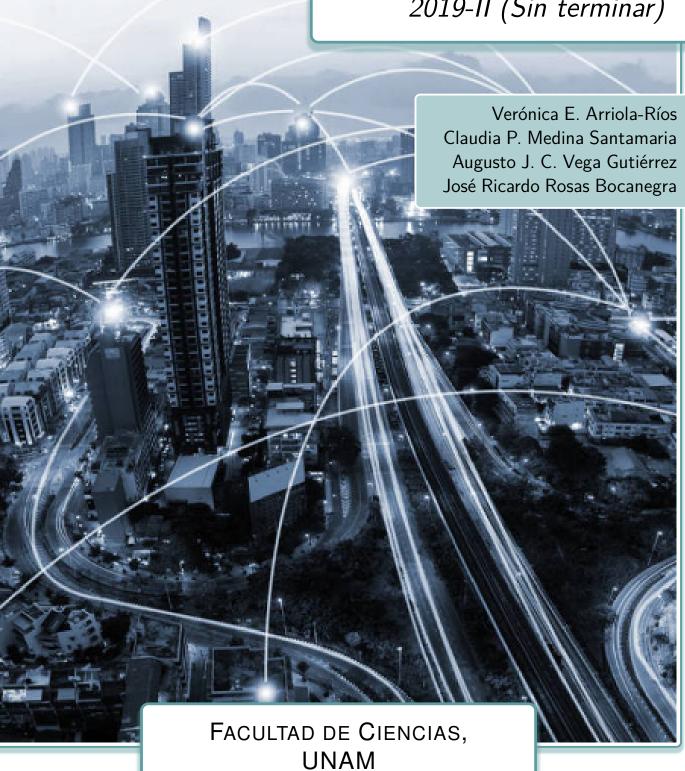


Manual de Prácticas 2019-II (Sin terminar)



Índice general

| ĺn | dice g | general |
|----|--------|-------------------------------------|
| | 0.1 | Forma de entrega |
| I | Pra | ácticas 2 |
| 1 | Con | nplejidad 3 |
| | 1.1 | Meta |
| | 1.2 | Objetivos |
| | 1.3 | Antecedentes |
| | | 1.3.1 Sucesión de Fibonacci |
| | | 1.3.2 Triángulo de Pascal |
| | 1.4 | Desarrollo |
| | 1.5 | Gnuplot |
| | | 1.5.1 Gráficas en 2D |
| | | 1.5.2 Gráficas en 3D |
| | 1.6 | Ejercicios |
| | 1.7 | Preguntas |
| 2 | Vec | tor 11 |
| | 2.1 | Meta |
| | 2.2 | Objetivos |
| | 2.3 | Antecedentes |
| | | 2.3.1 Compilando con ant |
| | 2.4 | Desarrollo |
| | 2.5 | Preguntas |
| 3 | Poli | nomio de direccionamiento |
| | 3.1 | Meta |
| | 3.2 | Objetivos |
| | 3.3 | Antecedentes |
| | | 3.3.1 Vectores de Iliffe |
| | | 3.3.2 Polinomio de direccionamiento |
| | 3.4 | Desarrollo |
| | 3.5 | Preguntas |

| 4 | | 20 |
|----|---|-----------------|
| | 4.1 Meta | 20 |
| | 4.2 Objetivos | 20 |
| | 4.3 Antecedentes | 20 |
| | 4.4 Desarrollo | 21 |
| | 4.5 Preguntas | 22 |
| 5 | Pila con referencias | 23 |
| | 5.1 Meta | 23 |
| | 5.2 Objetivos | 23 |
| | • | 23 |
| | | 25 |
| | | 26 |
| 6 | Pila en arreglo | 27 |
| | • | 27 |
| | | 27 |
| | | 21 27 |
| | | 21 27 |
| | | 21 28 |
| | 0.5 Fregulitas | 20 |
| 7 | | 29 |
| | | 29 |
| | · | 29 |
| | | 29 |
| | | 30 |
| | 7.5 Preguntas | 31 |
| 8 | | 32 |
| | | 32 |
| | , | 32 |
| | 8.3 Antecedentes | 32 |
| | 8.4 Desarrollo | 33 |
| | 8.5 Preguntas | 34 |
| 9 | Lista doblemente ligada | 35 |
| | 9.1 Meta | 35 |
| | 9.2 Objetivos | 35 |
| | · | 35 |
| | | 36 |
| | | 37 |
| 10 | Lista en arreglo | 38 |
| ΤÛ | | 30 38 |
| | | эо 38 |
| | IU.4 ODIEUVUS | വറ |

| | 10.4 Desarrollo | 38 39 40 |
|----------|---|--|
| 11 | I1.1 Meta | 41 41 41 41 |
| 12 | Árboles AVLZ12.1 MetaZ12.2 ObjetivosZ12.3 AntecedentesZ12.4 DesarrolloZ | 44 46 46 46 47 48 |
| | 13.1 Meta 13.2 Objetivos 13.3 Antecedentes 13.4 Desarrollo 13.5 Preguntas 14.1 Meta 14.2 Objetivos 14.3 Desarrollo | 49 49 50 51 53 53 53 |
| II 15 | Aplicación de Pilas: Backtracking 15.1 Backtracking | 5 7 57 57 |
| 16 | 16.1 Meta 6 16.2 Objetivos 6 16.3 Antecedentes 6 16.3.1 Notación prefija o polaca 6 | 50 60 60 61 62 |

ÍNDICE GENERAL

| | 16.3.3 Evaluación | |
|-----|--|----|
| | 16.3.4 Conversión de infija a postfija | 63 |
| | 16.4 Desarrollo | 64 |
| | 16.5 Preguntas | 65 |
| 17 | Aplicación de listas: Directorio | 66 |
| | 17.1 Directorio | 66 |
| | 17.1.1 Ejercicio | 66 |
| 18 | Aplicación de estructuras lineales: Polinomios | 68 |
| | 18.1 Polinomios | 68 |
| | 18.1.1 Ejercicio | |
| 19 | Aplicación de árboles: Agentes en orden | 70 |
| | 19.1 Meta | 70 |
| | 19.2 Objetivos | 70 |
| | 19.3 Antecedentes | |
| | 19.4 Desarrollo | 71 |
| | 19.5 Preguntas | 76 |
| Α | Paquete de visualización | 77 |
| Bil | hliografía | 78 |

Criterios de entrega

FORMA DE ENTREGA

- Asegúrate de borrar todos los archivos generados, incluyendo archivos de respaldo usando ant clean.
- Copia el directorio PracticaX dentro de un directorio llamado:

```
<apellido1_apellido2>
```

donde apellido1 es el apellido paterno apellido2 es el apellido materno. Por ejemplo: marquez_vazquez.

- Borra el directorio libs en la copia.
- Agrega un archivo reporte.pdf dentro del directorio PracticaX de la copia, con el nombre completo del autor de la práctica, las repuestas a las preguntas de la sección final de cada práctica y cualquier comentario que se quiera hacer sobre la práctica.
- Comprime el directorio <apellido1_apellido2> creando

```
<apellido1 apellido2>.tar.gz.
```

Por ejemplo: marquez_vazquez.tar.gz.

• Sube este archivo en la sección correspondiente del aula virtual.

PARTE I PRÁCTICAS

1 | Complejidad

META

Que el alumno visualice el concepto de "función de complejidad computacional".

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Medir la complejidad en número de operaciones de un método de manera experimental.
- Comparar el desempeño entre las versiones iterativas y recursivas de un método.

ANTECEDENTES

Sucesión de Fibonacci.

La sucesión de fibonacci fue descubierta por Fibonacci en relación a un problema de conejos. Supongamos que se tiene una pareja de conejos y cada mes esa pareja cría una nueva pareja. Después de dos meses, la nueva pareja se comporta de la misma manera. Entonces, el número de parejas nuevas nacidas α_n en el n-ésimo mes es α_{n-1} + α_{n-2} , ya que nace una pareja por cada pareja nacida en el mes anterior y cada pareja nacida hace dos meses cria una nueva pareja. Por convención consideremos $\alpha_0=0$ y $\alpha_1=1$.

Actividad 1.1

Define, con estos datos, la función de fibonacci.

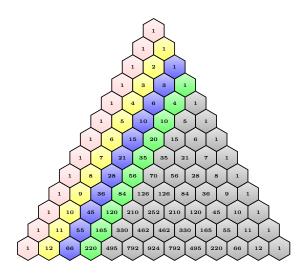


Figura 1.1 Triángulo de Pascal. Autor: M.H. Ahmadi

Triángulo de Pascal.

En la figura Figura 1.1 se muestran algunos términos del Triángulo de Pascal.

Matemáticamente, podemos definir el elemento $Pascal_{ij}$ que corresponde al elemento en la fila i, columna j de la siguiente manera:

$$Pascal_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = 0 \text{ ó } j = i \\ \\ Pascal_{(i-1)(j-1)} + Pascal_{(i-1)(j)} & \text{En cualquier otro caso.} \end{cases} \tag{1.1}$$

DESARROLLO

La práctica consiste en implementar métodos que calculen el triángulo de pascal y el n-ésimo número de fibonacci, al tiempo que estiman el número de operaciones realizadas. Esto se realizará en forma recursiva e iterativa. Se deberá implementar la interfaz IComplejidad en una clase llamada Complejidad. Se entregan pruebas unitarias para ayudar a verificar que estas funciones estén bien implementadas. Adicionalmente deberán llevar la cuenta del número de operaciones estimadas en un atributo de la clase para generar un reporte ilustrado sobre el número de operaciones que realiza cada método.

GNUPLOT

Gnuplot es una herramienta interactiva que permite generar gráficas a partir de archivos de datos planos. Para esta práctica, los datos deben ser guardados en un archivo de este tipo y graficados con gnuplot. Supongamos que el archivo donde se guardan es llamado **datos.dat**.

Por ejemplo, para el método de Fibonacci el archivo **datos.dat** tendría algo semejante al siguiente contenido:

Listing 1.1: data/Fibonaccilt.dat

| | | _ | , | | |
|---|---|---|---|--|--|
| 0 | 1 | | | | |
| 1 | 1 | | | | |
| 2 | 2 | | | | |
| 3 | 3 | | | | |
| 4 | 4 | | | | |
| 5 | 5 | | | | |

donde la primer columna es el valor del argumento y la segunda, el número de operaciones.

Para el método de Pascal el archivo **datos.dat** tendría algo semejante al siguiente contenido:

Listing 1.2: data/PascalRec.dat

| 0 | 0 | 2 |
|---|---|---|
| 4 | 0 | |
| 1 | | 2 |
| 1 | 1 | 2 |
| | | |
| 2 | 0 | 2 |
| | | |
| 2 | 1 | 4 |
| 2 | 2 | 2 |
| _ | _ | |
| | | |
| 3 | 0 | 2 |
| 3 | 1 | 6 |
| | | |
| 3 | 2 | 6 |
| 3 | 3 | 2 |

donde la primer columna es el valor del renglón, la segunda es la columna, y la tercera el número de operaciones. Observa que cada vez que cambies de renglón, debes dejar una linea en blanco para indicarle a gnuplot cuándo cambia el valor en el eje x.

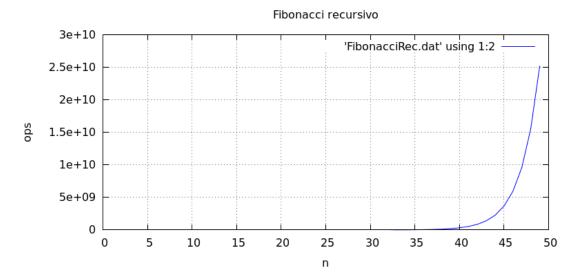


Figura 1.2 Complejidad en tiempo al calcular el n-ésimo coeficiente de la serie de Fibonacci en forma recursiva.

Gráficas en 2D

Al iniciar el programa gnuplot aparecerá un promt y se puede iniciar la sesión de trabajo. A continuación se muestra cómo crear una gráfica 2D. Deberás obtener algo como la Figura 1.2.

```
gnuplot> set title "Mi⊔gráfica"
                                      //Título para la gráfica
  gnuplot> set xlabel "EjeuX:un"
                                         //Título para el eje X
  gnuplot > set ylabel "Eje_Y:_ops"
                                         //Título para el eje Y
  gnuplot> set grid "front";
                                         // Decoración
  gnuplot> plot "datos.dat" using 1:2 with lines lc rgb 'blue' //
      \hookrightarrow graficamos los datos
  gnuplot> set terminal pngcairo size 800,400 //algunas caracterí
     \hookrightarrow sticas de la imagen que se guardará
  gnuplot> set output 'fib.png'
                                         //nombre de la imagen que se

→ guardará

  gnuplot> replot
                                         //lo graficamos para que se
     \hookrightarrow guarde en la imagen
```

Gráficas en 3D

A continuación se muestra cómo crear una gráfica 3D. Observa que, en este caso, el archivo de datos requiere tres columnas. Deberás obtener algo como la Figura 1.3.

```
gnuplot> set title "Miugráfica"
gnuplot> set xlabel "EjeuX"
```

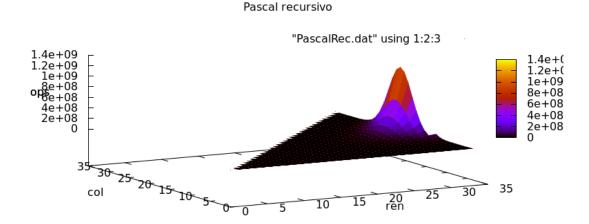


Figura 1.3 Complejidad en tiempo al calcular el coeficiente del triángulo de Pascal para el renglón y columna dados.

```
gnuplot> set ylabel "EjeuY"

gnuplot> set zlabel "EjeuZ"

gnuplot> set pm3d

gnuplot> splot "datos.dat" using 1:2:3 with dots

gnuplot> set terminal pngcairo size 800,400

gnuplot> set output 'pascal.png'

gnuplot> replot
```

EJERCICIOS

- 1. Crea la clase Complejidad, que implemente IComplejidad. Agrega las firmas de los métodos requeridos y asegúrate de que compile, aunque aún no realize los cálculos.
- 2. Programa los métodos indicados en la interfaz. Las pruebas unitarias te ayudarán a verificar tus implementaciones de Fibonacci y Pascal. Compila tu código utilizando el comando ant en el directorio donde se encuentra el archivo build.xml, si compila correctamente las pruebas se ejecutarán automáticamente.
 - En particular, nota que los métodos estáticos se implementan en la interfaz, sólo son auxiliares para escribir los datos en el archivo. El archivo se debe abrir para agregar (modo *append*), de modo que los datos se acumulen entre llamadas sucesivas al método, revisa la documentación de PrintStream y FileOutputStream, te ayudarán mucho en esta parte.
- 3. Abre el archivo ComplejidadTest.java. Lee el código. Observa que cada mé-

todo marcado con la anotación @Test se ejecuta como una prueba unitaria. La expresión assertEquals se utilizar para verificar que el código devuelva el valor esperado. Por lo demás, el archivo contiene la definición de una clase común y corriente. Agrega cuatro métodos que prueben el funcionamiento de los cuatro métodos que programaste para calcular Pascal y Fibonacci. Elige un número y calcula a mano la respuesta correcta, tus pruebas deberán mandar ejecutar el código y comparar su resultado con la respuesta que calculaste.

Para saber más sobre la programación de pruebas unitarias revisa la documentación oficial del paquete org. junit.

4. Agrégale un atributo a la clase para que cuente lo siguiente:

Iterativos El número de veces que se ejecuta el ciclo más anidado. Observa que puedes inicializar el valor del atributo auxiliar al inicio del método y después incrementarlo en el interior del ciclo más anidado.

Recursivos El número de veces que se manda llamar la función. Aquí utilizarás una técnica un poco más avanzada que sirve para optimizar varias cosas. Necesitarás crear una función auxiliar (*privada*) que reciba los mismos parámetros. En la función original revisarás que se cumplan las precondiciones de los datos e inicializarás la variable que cuenta el número de llamadas recursivas. La función auxiliar es la que realmente realizará la recursión. Ya no revises aquí las precondiciones, pues ya sólo depende de ti garantizar que no la vas a llamar con parámetros inválidos. Incrementa aquí el valor del atributo contador, deberá incrementarse una vez por cada vez en que mandes llamar esta función.

A continuación se ilustra la idea utilizando la función factorial: (OJO: tu código no es igual, sólo se ilustra el principio).

```
/** Ejemplo de cómo contar el número de llamadas a la
  * implementación recursiva de la función factorial. */
  public class ComplejidadFactorial {
     /* Número de operaciones realizadas en la última
     * llamada a la función. */
6
    private long contador;
7
8
9
     /** Valor del contador de operaciones después de la ú
        \hookrightarrow ltima
       llamada a un método. */
     public long leeContador() {
11
      return contador;
12
     }
13
14
     /** n! */
     public int factorial(int n) {
16
17
       contador = 1;
       if (n < 0) throw new IndexOutOfBoundsException();</pre>
18
     if (n == 0) return 1;
```

```
return factorialAux(n);
20
     }
21
22
     private int factorialAux(int n) {
       operaciones++;
24
       if (n == 1) return 1;
25
       else return factorialAux(n - 1);
26
27
28
     /** Imprime en pantalla el número de llamadas a la funci
29
        \hookrightarrow \delta n para
         varios parámetros. */
30
     public static void main(String[] args) {
31
       ComplejidadFactorial c = new ComplejidadFactorial();
32
       for(int n = 0; n < 50; n++) {
          int f = c.factorial(n);
34
         System.out.format("Paraun=%duseurealizaronu%du
35

→ operaciones",
36
                              n, c.leeContador());
       }
37
     }
38
  }
39
```

- 5. Crea un método main en una clase code UsoComplejidad que mande llamar los métodos programados para diferentes valores de sus parámetros y que guarde los resultados en archivos de texto. Podrás ejecutarlo con el comando ant run.
- 6. Para el método de fibonacci, genera las gráficas n(entrada) vs número de operaciones y haz un análisis de lo que sucede. ¿Cuál es el orden de complejidad? Justifica.
- 7. Para el método recursivo del cálculo del triángulo de Pascal, genera una gráfica en 3-D en donde el parámetro renglón se encontrará en el eje X, el parámetro columna se encontrará en el eje Y, el número de operaciones en el eje Z y haz un análisis de lo que sucede. ¿Cuál es el orden de complejidad? Justifica.
- 8. Entrega tus resultados en un reporte en un archivo .pdf, junto con tu código limpio y empaquetado.

PREGUNTAS

- 1. ¿Cuál es el máximo valor de $\mathfrak n$ que pudiste calcular para el factorial sin que se alentara tu computadora? (Puede variar un poco de computadora a computadora (± 3) , así que no te esfuerces en encontrar un valor específico).
- 2. ¿Cuál es el máximo valor de ren que pudiste calcular para el triángulo de Pascal sin que se alentara tu computadora?

$1. \ {\sf Complejidad}$

- 3. Justifica a partir del código ¿cuál es el orden de complejidad para cada uno de los métodos que programaste?
- 4. Escribe un reporte con tus gráficas generadas y las respuestas a las preguntas anteriores.

2 Vector

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada arreglos.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Transferir información entre arreglos cuando la capacidad de un arreglo ya no es adecuada.
- Diferenciar entre el tipo de dato abstracto *Vector* y su implementación.

ANTECEDENTES

Un arreglo en la computadora se caracteriza por:

- 1. Almacenar información en una región contigua de memoria.
- 2. Tener un tamaño fijo.

Ambas características se derivan del sistema físico en el cual se almacena la información y sus limitaciones. Por el contrario, un *tipo de dato abstracto* es una entidad matemática y debe ser independiente de el medio en que se almacene. Para ilustrar mejor este concepto, se pide al alumno programar una clase Vector que obedezca a la definición del tipo de dato abstracto que se incluye a continuación, utilizando arreglos y aquellas técnicas requeridas para ajustar las diferencias de comportamiento entre ambas entidades.

Los métodos de manipulación que no devuelven ningún valor no pueden ser definidos estrictamente como funciones, por ello a menudo se refiere a ellos como *subrutinas*. Para resaltar este hecho se utiliza el símbolo $\stackrel{?}{\rightarrow}$ al indicar el valor de regreso.

Definición 2.1: Vector

Un *Vector* es una estructura de datos tal que:

- 1. Puede almacenar n elementos de tipo T.
- 2. A cada elemento almacenado le corresponde un *índice* i con $i \in [0, n-1]$. Denotaremos esto como $V[i] \to e$.
- 3. Para cada índice hay un único elemento asociado.
- 4. La capacidad máxima n puede ser incrementada o disminuida.

Nombre: Vector.

Valores: \mathbb{N} , T , con $\mathsf{null} \in \mathsf{T}$.

Operaciones: Sea inc una constante con inc $\in \mathbb{N}$, inc > 0 y this el vector sobre el cual se está operando.

Constructores:

Vector(): $\emptyset \rightarrow \text{Vector}$

Precondiciones: \emptyset

Postcondiciones:

- Un Vector es creado con n = inc.
- A los índices [0, n-1] se les asigna null.

Métodos de acceso:

lee(this, i) \rightarrow **e:** Vector $\times \mathbb{N} \rightarrow \mathsf{T}$

Precondiciones:

• $i \in \mathbb{N}, i \in [0, n-1]$

Postcondiciones:

• $e \in T$, e es el elemento almacenado en Vector asociado al índice i.

leeCapacidad(this): Vector $\rightarrow \mathbb{N}$

Precondiciones: 0

Postcondiciones: Devuelve n

Métodos de manipulación :

asigna(this, i, e): Vector $\times \mathbb{N} \times \mathbb{T} \stackrel{?}{\to} \emptyset$

Precondiciones:

- $i \in \mathbb{N}, i \in [0, n-1]$
- $e \in T$

Postcondiciones:

• El elemento e queda almacenado en el vector, asociado al índice i. Nota: dado que el elemento asociado al índice es único, cualquier elemento que hubiera estado asociado a i deja de estarlo.

asignaCapacidad(this, n'): Vector $\times \mathbb{N} \stackrel{?}{\to} \emptyset$

Precondiciones: $n' \in \mathbb{N}, n' > 0$

Postcondiciones:

A n se le asigna el valor n'.

- Si n' < n los elementos almacenados en [n', n-1] son eliminados.
- Si n' > n a los índices [n, n' 1] se les asigna null.

aseguraCapacidad(this, n'): Vector $\times \mathbb{N} \stackrel{?}{\to} \emptyset$

Precondiciones: $n' \in \mathbb{N}, n' > 0$

Postcondiciones:

- Si n' < n no pasa nada.
- Si n' > n: sea $nn = 2^i$ inc tal que nn > n', a n se le asigna el valor de nn.

Esta definición puede ser traducida a una implementación concreta en cualquier lenguaje de programación, en particular, a Java. Dado que Java es un lenguaje orientado a objetos, se busca que la definición del tipo abstracto de datos se vea reflejada en la interfaz pública de la clase que le corresponde, mientras que los detalles de implementación se vuelven privados. El esqueleto que se muestra a continuación corresponde a esta definición. Obsérvese cómo las precondiciones y postcondiciones pasan a formar parte de la documentación de la clase, mientras que el dominio y el rango de las funciones están especificados en las firmas de los métodos. Igualmente, el argumento this es pasado implícitamente por Java, por lo que no es necesario escribirlo entre los argumentos de la función; otros lenguajes de programación, como Python, sí lo solicitan.

Actividad 2.1

Revisa la documentación de la clase Vector de Java. ¿Cuáles serían los métodos equivalentes a los definidos aquí? ¿En qué difieren?

Compilando con ant

El código en este curso será editado en Emacs y será compilado con ant. El paquete para esta primera práctica incluye un archivo ant con las instrucciones necesarias.

Actividad 2.2

Abre una consola y cambia el directorio de trabajo al directorio que contiene a src. Intenta compilar el código utilizando el comando:

\$ ant compile

Aparecerán varios errores pues el código no está completo.

Actividad 2.3

Consigue que la clase compile. Agrega los enunciados return que hagan falta, aunque sólo devuelvan null ó 0. Tu clase no ejecutará nada útil, pero será sintácticamente correcta. Por ejemplo, puedes hacer esto con el método lee:

```
public T lee(int i) {
   return null;
}
```

Al invocar ant compile ya no deberá haber errores y el directorio build habrá sido creado. Dentro de build se encuentran los archivos .class.

Actividad 2.4

Intenta compilar el código utilizando el comando:

```
1 $ ant
```

Esto intentará generar una distribución de tu código, pero para ello es necesario que pase todas las pruebas de JUnit, así que de momento te indicará que éstas fallaron. Para ejecutar únicamente las pruebas puedes llamar:

```
1 $ ant test
```

Esta tarea genera reportes en el directorio reportes donde puedes revisar los detalles sobre la ejecución de las pruebas, particularmente cuáles fallaron.

Para cuando termines esta práctica ant habrá creado el directorio dist/lib. Éste contendrá al archivo Estructuras-<timestamp>.jar. Si fueras a distribuir tu código, éste es el archivo que querrías entregar. Para los fines de este curso, más bien querremos el código fuente.

Actividad 2.5

Cuando comentas tu código siguiendo el formato de javadoc es posible generar automáticamente la documentación de tus clases en formato html. Ejecuta la tarea:

```
1 $ ant docs
```

Esto creará el directorio docs, con la documentación.

Actividad 2.6

Para remover todos los archivos que fueron generados utiliza:

1 \$ ant clean

Asegúrate de ejecutar esta tarea antes de entregar tu práctica. Incluso remueve los archivos de respaldo de emacs. Ojo, no remueve los que llevan #. Puedes remover estos a mano o intenta modificar el archivo build.xml para que también los elimine, guíate por lo que ya está escrito.

DESARROLLO

Agrega el código necesario para que los métodos funcionen según indica la documentación. Cada vez que programes alguno asegúrate de que pase sus pruebas correspondientes de JUnit.

1. Obseva que los métodos lee y asigna deben ser programados para pasar cualquier prueba, pues son los métodos de acceso a la información, sin los cuales no es posible probar a los demás. Inicia con éstos.

Para el método lee observa que tu clase promete entregar un objeto de tipo T, pero el arreglo interno (el atributo buffer) contiene Object. Desafortunadamente el sistema de tipos de Java no permite crear arreglos de un tipo genérico. Por ello será necesario utilizar un casting de la forma siguiente:

T e = (T)(buffer[i]);

Asegúrate de únicamente realizar este casting cuando estés seguro de que el objeto es de tipo T, de lo contrario Java te lo creerá, compilará correctamente, ejecutará el código y *cualquier cosa puede pasar*, desde excepciones tipo ClassCastException y errores extraños hasta que nunca se de cuenta.

- 2. En el método asignaCapacidad debes copiar los elementos del arreglo original cuando cambies el buffer. Por intereses académicos, es necesario que realices esta tarea con un ciclo, sin ayuda del API de Java. TIP: recuerda utilizar una variable local para referirte al arreglo recién creado, al final actualiza la variable de clase.
- 3. Para el método aseguraCapacidad calcula una fórmula que te permita cumplir con la condición indicada en el tamaño $(2^i inc > n')$. Puedes utilizar las funciones Math.log, Math.pow y Math.ceil para realizar el cálculo, utiliza castings a int cuando sea necesario.

PREGUNTAS

- 1. ¿Cuál fue la fórmula que utilizaste para calcular nn en el caso en que es necesario redimensionar el arreglo?
- 2. Explica ¿cuál es el peor caso en tiempo de ejecución para la operación aseguraCapacidad?
- 3. ¿Qué problema se presenta si, después de haber incrementado el tamaño del arreglo en varias ocasiones, el usuario remueve la mayoría de los elementos del Vector, quedando un gran espacio vacío al final? ¿Cómo lo resolverías?

3 Polinomio de direccionamiento

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en arreglos multidimensionales.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

• Almacenar un arreglo de n dimensiones en uno de una sola dimensión.

ANTECEDENTES

Vectores de Iliffe

Los arreglos multidimensionales son aquellos que tienen más de una dimensión, los más comunes son de dos dimensiones, conocidos como matrices. Este tipo de arreglos en Java se ven como arreglos de arreglos, a los cuales se llama vectores de lliffe.

Existen dos momentos fundamentales en la creación de arreglos:

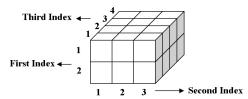
1. Declaración: en esta parte no se reserva memoria, solo se crea una referencia.

```
int [][] arreglo;
float[][][] b;
```

2. Reservación de la memoria y la especificación del número de filas y columnas.

```
1 //matriz con 10 filas y 5 columnas
```

```
2 arreglo = new int[10][5];
3
4 //cubo con 13 filas, 25 columnas y 4 planos
5 b = new float [13][25][4];
```



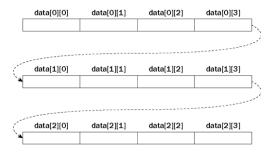
Three-dimensional array with twenty four elements

Nota: Se puede declarar una dimensión primero, pero siempre debe de ser en orden, por ejemplo arreglo = new int[][10]; es erróneo pues las filas quedan indeterminadas. Esta libertad permite crear arreglos de forma irregular, como:

```
int[][] arreglo = new int[3][][];
arreglo[0] = new int[2][];
arreglo[0][1] = {1,2,3};
arreglo[2] = new int[1][2];
// Se ve como:
// {{{1,2,3}, null}, null, {0,0}}
```

Polinomio de direccionamiento

Dado que la memoria de la computadora es esencialmente lineal es natural pensar en almacenar los elementos de un arreglo multidmensional en un arreglo de unidimensional. Por ejemplo, consideren un arreglo de tres dimensiones:



The array elements are stored in contiguous locations in memory.

Generalicemos el ejemplo anterior a uno de n-dimensiones, donde el tamaño de cada dimensión i esta dada por δ_i , entonces tenemos un arreglo n-D: $\delta_0 \times \delta_1 \times \delta_2 \times ... \times \delta_{n-1}$.

Entonces la posición del elemento $a[i_0][i_1][...][i_{n-1}]$ esta dada por:

$$p(i_0, i_1, ..., i_{n-1}) = \sum_{j=0}^{n-1} f_j i_j$$
(3.1)

donde

$$f_{j} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = n - 1 \\ \prod_{k=j+1}^{n-1} \delta_{k} & \text{si } 0 \leq j < n - 1 \end{cases}$$
 (3.2)

DESARROLLO

La práctica consiste en implementar los métodos definidos en la interfaz IArreg1o, la cual convierte un arreglo de enteros de n-dimensiones en uno de una dimensión. El constructor de la clase que implemente la interfaz deberá tener como parámetro un arreglo de ints que representen las dimensiones del arreglo. Por ejemplo para crear un arreglo tridimensional (3 \times 10 \times 5). Observa que entonces el número de dimensiones en la matriz estará dada por la longitud de este primer arreglo. Invocamos el constructor de la siguiente forma:

```
1 Arreglo a = new Arreglo(new int [] {3,10,5});
```

Observa que todas las dimensiones deben ser mayores que cero.

PREGUNTAS

- 1. Explica la estructura de tu código, explica en más detalle tu implementación del método obtenerIndice.
- 2. ¿Cuál es el orden de complejidad de cada método?

4 Colección abstracta

META

Que el alumno aplique la reutilización de código mediante el mecanismo de herencia e interfaces propuesto por el paradigma orientado a objetos en Java.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Escribir código general en una clase padre, sin conocer detalles sobre la implementación de las clases descendientes.
- Utilizar la definición, mediante una interfaz, de un tipo de dato abstracto, para programar funciones generales, sin conocer detalles sobre la implementación de los objetos que utiliza.

ANTECEDENTES

Para reducir la cantidad de trabajo en las prácticas siguientes, se utilizarán las ventajas del paradigma orientado a objetos. Concretamente, se programará una biblioteca con varias estructuras de datos y las operaciones comunes a todas ellas serán implementadas en una clase padre. En esta práctica se trata de completar tantos métodos como sea posible programar eficientemente, aún sin haber programado ninguna de esas estructuras.

Para adquirir algo de habilidad creando código profesional, este paquete trabajará cumpliendo un conjunto de especificaciones dictadas por la API¹ de Java.

¹Interfaz de programación de aplicaciones.

Actividad 4.1

Para familiarizarte con el ambiente de trabajo, revisa la documentación de las clases Collection<E> e Iterator<E> de Java.

Todas las estructuras que programaremos implementarán Collection<E>. No te preocupes, no duplicaremos la labor de las estructuras que ya vienen programadas en Java. La mayoría de nuestras estructuras ofrecerán características distintas a las versiones de la distribución oficial. Más aún, por motivos didácticos y ligeramente nacionalistas, nuestras clases tendrán nombres en español².

Actividad 4.2

Revisa la documentación del paquete java.util. ¿Qué estructuras de datos encuentras incluidas?

La primer clase a programar de nuestro paquete se llama ColeccionAbstracta<E> e implementa la intefaz Collection<E>. Todas nuestras estructuras heredarán de ella, por lo que el trabajo de esta práctica nos ahorrará mucho código en las venideras. Como ColeccionAbstracta<E> no sabe aún cómo serán guardados los datos, no podrá implementar todos los métodos de Collection<E>; de ahí que será de tipo abstracto. Para poder trabajar, hará uso del único conocimiento que tiene de estructuras tipo Collection<E>: que todas ellas implementan el método iterator(), que devuelve un método de tipo Iterator<E>.

Dado que el iterador recorre la estructura (sea cual sea ésta), otorgando acceso a cada uno de sus elementos una única vez, es posible implementar varios de los métodos de Collection<E> haciendo uso de este objeto.

DESARROLLO

- 1. Crea una clase llamada ColeccionAbstracta<E> que implemente la interfaz Collection<E>, dentro del paquete estructuras.
- 2. Agrega un atributo con acceso protected para almacenar en él el número de elementos que tiene la estructura. Su valor inicial por defecto es cero, no lo modificarás en esta clase, pero lo modificarán más adelante sus clases herederas.
- 3. Implementa únicamente los métodos listados a continuación. Una sugerencia es que añadas todas las firmas de los métodos y hagas que devuelvan 0 o null para verificar que tu clase compile. Observa que la clase Conjunto<E> fue provista

²Aunque los métodos seguirán teniendo nombres en inglés, pues así lo requieren las interfaces.

como ejemplo de clase hija. Una vez que agregues los métodos, Conjunto<E> deberá compilar sin problemas, esto será necesario para que las pruebas unitarias funcionen.

- public boolean contains(Object o)
- public Object[] toArray()
- public <T> T[] toArray(T[] a)
- public boolean containsAll(Collection<?> c)
- public boolean addAll(Collection<? extends E> c)
- public boolean remove(Object o)
- public boolean removeAll(Collection<?> c)
- public boolean retainAll(Collection<?> c)
- public void clear()
- public boolean equals(Object o)
- public int hashCode()
- public int size()
- 4. Adicionalmente, sobreescribe el método toString() de la superclase Object para que la colección devuelva una cadena con todos los elementos almacenados en ella. Te será muy útil en el futuro para depurar tus colecciones mientras las programas.

PREGUNTAS

- 1. ¿Qué estructuras de datos incluye la API de Java dentro del paquete que importas, java.util?
- 2. ¿Cuál crees que es el objetivo de la interfaz Collection? ¿Por qué no hacer que cada estructura defina sus propios métodos?
- 3. ¿Qué métodos permite la interfaz Collection que su funcionalidad sea opcional? ¿Qué deben hacer estos métodos opcionales si no se implementa su funcionalidad? ¿Por qué crees que son opcionales?

5 | Pila con referencias

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Pila.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

• Implementar el tipo de dato abstracto *Pila* utilizando nodos y referencias.

ANTECEDENTES

Una Pila es una estructura de datos caracterizada por:

- 1. El último elemento que entra a la Pila es el primer elemento que sale.
- 2. Tiene un tamaño dinámico.

A continuación se define el tipo de dato abstracto Pila.

Definición 5.1: Pila

Una Pila es una estructura de datos tal que:

- 1. Tiene un número variable de elementos de tipo T.
- 2. Cuando se agrega un elemento, éste se coloca en el tope de la Pila.
- 3. Sólo se puede extraer al elemento en el tope de la Pila.

Nombre: Pila.

Valores: \mathbb{N} , T , con $\mathsf{null} \in \mathsf{T}$.



Figura 5.1 Representación en memoria de una pila, utilizando nodos y referencias.

```
Operaciones: sea this la pila sobre la cual se está operando.
   Constructores:
      Pila(): \emptyset \rightarrow Pila
         Precondiciones: \emptyset
         Postcondiciones:

    Una Pilα vacía.

   Métodos de acceso :
      mira(this) \rightarrow e: Pila \times \mathbb{N} \rightarrow T
         Precondiciones: \emptyset
         Postcondiciones:
         • e \in T, e es el elemento almacenado en el tope de la Pila.
   Métodos de manipulación :
      expulsa(this) \rightarrow e: Pila \rightarrow T
         Precondiciones: 0
         Postcondiciones :
         • Elimina y devuelve el elemento e que se encuentra en el tope de la
      empuja(this, e): Pila \times T \stackrel{?}{\rightarrow} \emptyset
         Precondiciones: Ø
         Postcondiciones:
         • El elemento e es asignado al tope de la Pila.
```

Actividad 5.1

Revisa la documentación de la clase Stack de Java. ¿Cuáles serían los métodos equivalentes a los definidos aquí? ¿En qué difieren?

Como se ilustra en la Figura 5.1, en esta implementación los datos se guardan dentro de objetos llamados *nodos*. Cada nodo contiene dos piezas de información:

- El dato¹ que guarda y
- la dirección del nodo con el siguiente dato.

Una clase, a la cual nosotros llamaremos PilaLigada<E>, tiene un atributo escencial:

¹O la dirección del dato, si se trata de un objeto.

• La dirección del primer nodo, es decir, del nodo con el último dato que fue agregado a la pila.

Cada vez que se quiera empujar un dato a la pila, se creará un nodo nuevo para guardar ese dato. El nuevo nodo también almacenará la dirección del nodo que solía estar a la *cabeza* de la estructura, y la variable cabeza ahora tendrá la dirección de este nuevo nodo. Imaginemos que el nuevo dato acaba de *sumergir* un poco más a los datos anteriores (los empujó más lejos). Esos datos no volverán a ser visibles, hasta que el dato en la cabeza haya sido expulsado.

Para expulsar un dato se realiza el procedimiento inverso: la cabeza volverá a guardar la dirección del nodo siguiente y se devolverá el valor que estaba guardado en el nodo de hasta arriba, a la vez que se descarta el nodo que contenía al dato. Cuidado: al realizar estas operaciones en código es importante cuidar el orden en que se realizan, para no perder datos o direcciones en el proceso. A menudo requerirás del uso de variables temporales, para almacenar un dato que usarás depués. Pero recuerda: las variables temporales deben desaparecer cuando se termina la ejecución de un método, es decir, deben ser variables locales. Asegúrate de guardar todo lo que deba permanecer en la pila en atributos de objetos, ya sea en la PilaLigada<E> o algún Nodo adecuado.

DESARROLLO

Se implementará el TDA Pila utilizando nodos y referencias. Para esto se deberá implementar la intefaz IPila<E> y extender ColeccionAbstracta<E>. Asegúrate de que tu implementación cumpla con las condiciones indicadas en la documentación de la intefaz. Por razones didácticas, no se permite el uso de ninguna clase que se encuentre en el api de Java, por ejemplo clases como Vector<E>, LinkedList<E> o cualquiera otra estructura del paquete java.util.

1. Programa la clase Nodo.

Puedes crear esta clase dentro del paquete ed.estructuras.lineales. Esto te permitirá reutilizarlo cuando programes la siguiente estructura: la cola. Si eliges esta opción, dale acceso de paquete (es decir, la declaración de la clase omite el acceso e inicia con class Nodo<E>... en lugar de public class Nodo...). Esto es para no confundir este nodo con otros nodos que utilizarán futuras estructuras y que tienen características diferentes. Otra opción es programarlo como una clase estática interna de PilaLigada<E>, pero en ese caso, sólo la pila podrá usarlo.

- 2. Programa la clase PilaLigada<E>.
 - Implementa la interfaz IPila<E> y
 - extiende ColeccionAbstracta<E>.

Inicia con los métodos básicos.

3. Luego agrega el iterador que requiere Collection<E>. Puedes programar al iterador como una clase interna, en este caso debes implementar la interfaz Iterator<E> pero no es necesario que tu clase declare una nueva variable de tipo, la <E>. Esto se vería así:

```
import java.util.Iterator;
...
public class PilaLigada < E > ... {
   private class Iterador implements Iterator < E > {
     ...
}
}
```

Aunque en una pila sólo se pueden agregar y remover elementos en un extremo, necesitaremos un iterador que permitar ver todos los elementos en la pila, desde el último insertado hasta el primero. Para esta práctica sólo programarás un constructor, que inicialice el iterador en el tope de la pila, y los métodos next y hasNext del iterador.

PREGUNTAS

- 1. Explica, para esta implementación, cómo funciona el método empuja.
- 2. ¿Cuál es la complejidad, en el peor caso, de los métodos mira, expulsa y empuja?

6 Pila en arreglo

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Pila.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Implementar el tipo de dato abstracto *Pila* utilizando un arreglo.
- Diferenciar entre distintos tipos de implementación para el tipo de dato abstracto Pila.

ANTECEDENTES

Una Pila es una estructura de datos caracterizada por:

- 1. El último elemento que entra a la Pila es el primer elemento que sale.
- 2. Tiene un tamaño dinámico.

La definición del tipo de dato abstracto Pila utilizada en la práctica anterior es igualmente válida para la nueva implementación. La interfaz IPila que se debe implementar también es la misma. La diferencia radica en la forma en que serán almacenados los datos.

DESARROLLO

Se implementará el TDA Pila utilizando arreglos. Para esto se utilizará la clase abstracta ColeccionAbstracta de la práctica anterior, que implementa algunos

métodos de la interfaz Collection.

Además de extender la clase abstracta, se debe implementar la interfaz IPila. Esto se deberá hacer en una clase PilaArreglo. Por razones didácticas, no se permite el uso de ninguna clase que se encuentre en el API de Java, por ejemplo clases como Vector, ArrayList o cualquiera que haga el manejo de arreglos dinámicos.

PREGUNTAS

- 1. Explica, de acuerdo a cada una de tus implementaciones, cómo funciona el método empuja.
- 2. ¿Cuál es la complejidad, en el peor caso, de los métodos mira, expulsa y empuja?
- 3. ¿En qué escenarios conviene más usar una PilaArreglo<E>? ¿Cuándo es mejor una PilaLigada<E>? Justifica tus respuestas.

7 Cola con referencias

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Cola.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

• Implementar el tipo de dato abstracto Cola utilizando nodos y referencias.

ANTECEDENTES

Una Cola es una estructura de datos caracterizada por:

- 1. Ser una estructura de tipo FIFO, esto es que el primer elemento que entra es el primero que sale.
- 2. Tener un tamaño dinámico.
- 3. Ser lineal.

A continuación se define el tipo de dato abstracto Cola.

Definición 7.1: Cola

Una *Cola* es una estructura de datos tal que:

- 1. Tiene un número variable de elementos de tipo T.
- 2. Mantiene el orden de los datos ingresados, permitiendo únicamente el acceso al primero y el último.
- 3. Cuando se agrega un elemento, éste se coloca al final de la Cola.

4. Cuando se elimina un elemento, éste se saca del inicio de la Cola.

Nombre: Vector.

Valores: \mathbb{N} , T , con $\mathsf{null} \in \mathsf{T}$.

Operaciones:

Constructores:

Cola() : $\emptyset \to \text{Cola}$ **Precondiciones** : \emptyset

Postcondiciones: Una Cola vacía.

Métodos de acceso :

mira(this) \rightarrow e: Cola \rightarrow T Precondiciones : \emptyset Postcondiciones :

• $e \in T$, e es el elemento almacenado al inicio de la Cola.

Métodos de manipulación :

forma(this, e) : $\operatorname{Cola} \times \mathsf{T} \stackrel{?}{\to} \emptyset$

Precondiciones: \emptyset **Postcondiciones**:

• El elemento e es asignado al final de la Cola.

atiende(this) \rightarrow e: $Cola \rightarrow T$

Precondiciones : Ø
Postcondiciones :

• Elimina y devuelve el elemento e que se encuentra al inicio de la Cola.

Aunque esta es la definición teórica de la estructura y todas las colas tienen métodos que se comportan de esta manera, para esta práctica no utilizaremos los nombres de los métodos que corresponden a la definición. La API de Java ya incluye una interfaz para la estructura de datos Cola y esa es la que utilizaremos.

Actividad 7.1

Revisa la documentación de la clase Queue de Java. ¿Cuáles serían los métodos equivalentes a los definidos aquí? ¿En qué difieren?

DESARROLLO

Se harán dos implementaciones para el TDA *Cola*: una con referencias y otra con arreglos. En esta práctica se realizará la implementación con referencias. De nuevo se

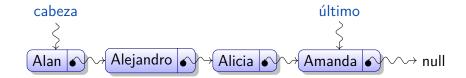


Figura 7.1 Representación en memoria de una cola, utilizando nodos y referencias.

hará una extención de la clase ColeccionAbstracta.

La implementación es análoga a la utilizada para la pila con referencias, con la diferencia de que necesitarás un atributo más en la clase cola: una referencia al último elemento de la estructura, pues ahí se formarán los nodos con los elementos entrantes (Figura 7.1).

- 1. Programa la clase Nodo. Si en la práctica sobre pilas creaste esta clase dentro del paquete estructuras.lineales, puedes utilizar la que ya tienes. Si elegiste programarlo como una clase estática interna de PilaLigada, puedes copiar y pegar el código dentro de tu clase ColaLigada y funcionará igual.
- 2. Programa la clase ColaLigada. No olvides implementar la interfaz Queue<E>. Inicia con los métodos básicos y luego agrega el iterador que requiere Collection<E>. Ojo, para esta implementación no hay límites en la capacidad de la cola, por lo que nunca se lanzan excepciones con los métodos add, remove y element.

PREGUNTAS

- 1. Explica cómo funcionan los métodos offer y poll.
- 2. ¿Cuál es la complejidad de los métodos peek, offer y poll? Justifica tus respuestas.

8 | Cola en arreglo

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Cola.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Implementar el tipo de dato abstracto Cola utilizando un arrelgo.
- Diferenciar entre distintos tipos de implementación para el tipo de dato abstracto Cola.

ANTECEDENTES

Una Cola es una estructura de datos caracterizada por:

- 1. Ser una estructura de tipo FIFO, esto es que el primer elemento que entra es el primero que sale.
- 2. Tener un tamaño dinámico.
- 3. Ser lineal.

La definición del tipo de dato abstracto Cola utilizada en la práctica anterior es igualmente válida para la nueva implementación. La interfaz Cola que se debe implementar, también es la misma. La diferencia radica en la forma en que serán almacenados los datos. Para programar una cola en un arreglo, es necesario utilizar algunos trucos:

1. Se debe tener dos enteros indicando las posiciones del primer elemento (cabeza) y último elemento en la cola.

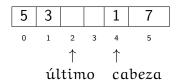


Figura 8.1 Cola en un arreglo, cuando ya se han eliminado elementos de la cabeza y se han formado elementos más allá de la longitud del buffer.

- 2. Los elementos se colocan a la derecha de la cabeza, módulo la longitud del arreglo, siempre que haya espacios disponibles. Si no hay espacios, se debe cambiar el arreglo por uno más grande.
- 3. Los elementos se remueven de la posición de la cabeza y el inidicador de esta se recorre a la casilla siguiente, a la derecha, módulo la longitud del arreglo. Un ejemplo se muestra en la Figura 8.1.

DESARROLLO

En esta práctica se implementará la Cola utilizando arreglos. De nuevo se hará una extención de la clase ColeccionAbstracta. Por razones didácticas, no se permite el uso de ninguna clase que se encuentre en el API de Java, por ejemplo clases como Vector, ArrayList o cualquiera que haga el manejo de arreglos dinámicos.

1. Crea un constructor que reciba como parámetro un arreglo de tamaño cero, del mismo tipo que la clase. Si el arreglo no es de tamaño cero lanza una IllegalArgumentException. Utilizarás este arreglo para crear el buffer en forma genérica. Utiliza la fución Arrays.copyOf() del API de Javapara crear el arreglo. También debe recibir un tamaño inicial para el buffer de tipo entero. El encabezado de tu constructor quedará:

```
public ColaArreglo(E[] a, int tamInicial);
```

2. Crea otro constructor que sólo reciba el arreglo. Asignarás un valor inicial para el buffer con un tamaño por defecto que tú puedes elegir. Puedes llamar a tu otro constructor para no repetir el trabajo:

```
public ColaArreglo(E[] a) {
   this(a, DEFAULT_INITIAL_SIZE);
}
```

- 3. Programa el método para agregar un elemento, en forma semejante a como lo hiciste con la pila. Ojo: en este caso las dimensiones del arreglo no cambian si se llega al final, es posible que haya espacios vacíos al inicio del arreglo y deberás reutilizarlos antes que cambiar el tamaño del arreglo. Así puedes ahorrar tiempo, al no copiar a todos al nuevo arreglo. Verifica que funcione.
- 4. Programa el método para sacar un elemento. Deberás ir recorriendo la cabeza según sea necesario, dejando y hueco a su izquierda. Verifica que funcione.
- 5. Continúa con los otros métodos.

PREGUNTAS

- 1. ¿Qué método utilizas para detectar cuando la cola está vacía?
- 2. ¿Qué fórmula utilizas para detectar cuando el buffer de la cola está lleno?
- 3. ¿Cuál es la complejidad para el mejor y peor caso de los métodos mira, forma y atiende? Justifica.

9 Lista doblemente ligada

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Lista.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Visualizar cómo se almacena una lista en la memoria de la computadora mediante el uso de nodos con referencias a su elemento anterior y su elemento siguiente.
- Programar dicha representación en un lenguaje orientado a objetos.

ANTECEDENTES

Definición 9.1

Una lista es:

$$Lista = \begin{cases} Lista \ vacía \\ Dato \ seguido \ de \ otra \ lista \end{cases}$$

Alternativamente:

Definición 9.2

Una lista es una secuencia de cero a más elementos de un tipo determina-

do (que por lo general se denominará tipo-elemento). Se representa como una sucesión de elementos separados por comas:

$$a_0, a_1, ..., a_{n-1}$$

donde $n \ge 0$ y cada a_i es del tipo **tipo-elemento**.

- Al número n de elementos se le llama longitud de la lista.
- a_0 es el *primer elemento* y a_{n-1} es el *último elemento*.
- Si n = 0, se tiene una **lista vacía**, es decir, que no tiene elementos. Aho, Hopcroft y Ullman 1983, pp. 427

En este caso utilizaremos como definición del tipo de datos abstracto, la interfaz definida por Oracle:

http://docs.oracle.com/javase/8/docs/api/java/util/List.html.

Actividad 9.1

Lee la definición de la interfaz List<E>. ¿Te queda claro lo qué debe hacer cada método? Si no, pregunta a tu ayudante.

Actividad 9.2

Elige los métodos que concideres más importantes y dibuja cómo te imaginas que se ve la lista antes de mandar llamar un método y qué le sucede cuando éste es invocado.

Una **lista doblemente ligada** es una implementación de la estructura de datos lista, que se caracteriza por:

- 1. Guardar los datos de la lista dentro de nodos que hacen referencia al nodo con el dato anterior y al nodo con el siguiente dato.
- 2. Tener una referencia al primer y último nodo.
- 3. Tener un tamaño dinámico, pues el número de datos que se puede almacenar está limitado únicamente por la memoria de la computadora y el tamaño de la lista se incrementa y decrementa conforme se insertan o eliminan datos de ella.
- 4. Es fácil recorrerla de inicio a fin o de fin a inicio.

DESARROLLO

Para implementar el TDA *Lista* se deberá extender la clase:

ColeccionAbstracta<E>

programada anteriormente e implementar la interfaz List<E>. Esto se deberá hacer en una clase llamada

ListaDoblementeLigada<E>.

- Dentro del paquete correspondiente, programa ListaDoblementeLigada<E> según lo indicado.
- 2. Programa los métodos faltantes. Sólamente sublist() es opcional, los demás son obligatorios.

PREGUNTAS

- 1. Explica la diferencia conceptual entre los tipos Nodo<E> y E.
- 2. ¿Por qué ListIterator sólo permite remover, agregar o cambiar datos después de llamar previous o next?
- 3. Si mantenemos los elementos ordenados alfabéticamente, por ejemplo, ¿cuándo sería más eficiente agregar un elemento desde el inicio o el final de la lista?
- 4. En qué casos sería más eficiente obtener un elemento desde el inicio de la lista o desde el final de la lista.

10 | Lista en arreglo

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Lista, en su implementación *en arreglo*.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Manipular la información almacenada en un arreglo para que se comporte acordemente con la definición del tipo de dato abstracto Lista.
- Implementar una estructura dinámica solicitando la creación de un arreglo nuevo cuando los requerimientos de espacio ya no puedan ser satisfechos por el arreglo utilizado.
- Utilizar su propio código (Vector<T>) para encapsular el problema de implementar una estructura dinámica (Lista) sobre una estructura estática (arreglo).
- Programar dicha representación en un lenguaje orientado a objetos.

ANTECEDENTES

Definición 10.1

Una **lista en arreglo** es una implementación de la estructura de datos lista, que se caracteriza por:

- 1. Los elementos son guardados en celdas contiguas de un arreglo.
- 2. Tener un tamaño dinámico.
- 3. Es fácil agregar y eliminar elementos al final de la lista.
- 4. Agregar y eliminar en una posición distinta del final requiere mover los

elementos posteriores al índice indicado.

DESARROLLO

Para implementar el TDA Listα con arreglos se crea una clase ListaEnArreglo<E> que deberá extender la clase abstracta ColeccionAbstracta<E> e implementar la interfaz List<E>. Los métodos a implementar son:

1. El constructor:

2. Métodos de la interfaz List.

```
public boolean add(E e);
     public void add(int index, E element);
     public boolean addAll(int index, Collection<? extends E> c)
        \hookrightarrow ;
     public E get(int index);
     public int indexOf(Object o);
    public boolean isEmpty();
    public Iterator <E> iterator();
     public int lastIndexOf(Object o);
8
     public ListIterator <E> listIterator();
     public ListIterator <E> listIterator(int index);
10
     public E remove(int index);
11
     public void set(int index, E element);
12
     public int size();
public List<E> subList(int fromIndex, int toIndex);
```

Observa que en este caso el ListIterator requiere guardar el índice del elemento siguiente (un int), mientras que, en la ListaDoblementeLigada, requería referencias a los nodos previo y siguiente.

PREGUNTAS

- 1. Realiza una comparación entre la implementación de listas ligadas y lista en arreglo. Menciona ventajas y desventajas de cada implementación.
- 2. Explica qué hiciste para que el arreglo fuese dinámico.

11 | Árbol binario ordenado

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en un árbol binario ordenado.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Visualizar el uso correcto de referencias para implementar estructuras tipo árbol.
- Manejar con familiaridad el almacenamiento de datos en una estructura utilizando referencias.
- Implementar con mayor habilidad métodos recursivos y/o iterativos para manipular estructuras de datos con referencias.

ANTECEDENTES

Definición 11.1

Un árbol es una colección de elementos llamados *nodos*, uno de los cuales se distingue como *raíz*, junto con una relación de «paternidad» que impone una estructura jerárquica sobre los nodos Vargas 1998.

Formalmente:

- 1. Un solo nodo es, por sí mismo, un árbol. Ese nodo es también la raíz de dicho árbol.
- 2. Supóngase que n es un nodo y que $A_1, A_2, ..., A_k$ son árboles con raíces

 $n_1, n_2, ..., n_k$, respectivamente. Se puede construir un árbol nuevo haciendo que n se constituya en el padre de los nodos $n_1, n_2, ..., n_k$. En dicho árbol, n es la raíz y $A_1, A_2, ..., A_k$ son los *subárboles* de la raíz. Los nodos $n_1, n_2, ..., n_k$ reciben el nombre de *hijos* del nodo n.

Definición 11.2

Un árbol binario se puede definir de manera recursiva:

- 1. Un árbol binario es un árbol vacío.
- 2. Un nodo que tiene un elemento y dos **árboles binarios**: izquierdo y derecho.

Definición 11.3

Un *árbol binario ordenado* contiene elementos de un tipo C tal que todos ellos son comparables mediante una relación de orden. En un árbol ordenado cada nodo cumple con la propiedad siguiente:

- 1. Todo dato almacenado a la *izquierda* de la raíz es *menor* que el dato en la raíz.
- 2. Todo dato almacenado a la *derecha* de la raíz es *mayor o igual* que el dato en la raíz.

DESARROLLO

En esta práctica implementarás no sólo un árbol binario ordenado, sino uno que servirá como clase base para los árboles balanceados de las prácticas siguientes. Por ello algunas de las decisiones de diseño que se incorporarán en esta práctica podrían parecer extrañas, pero sus beneficios saldrán a la luz más adelante.

Como un auxiliar para esta práctica, se provee una interfaz gráfica que dibuja los árboles si implementan correctamente las interfaces en el código adjunto. Esta interfaz es un paquete que funciona de forma muy semejante a junit, por lo que, si deseas agregar pruebas nuevas para tus árboles puedes hacerlo. Observa los ejemplos en el archivo ed/visualización/demos/DemoÁrbolesBinariosOrdenados.java.

Para ver los árboles de manera gráfica, se provee un paquete que los dibuja en pantalla, con la condición de que se encuentren en un estado consistente. El código siguiente muestra el uso del decorador @DemoMethod para graficar los árboles.

Listing 11.1: Estracto de DemoÁrbolesBinariosOrdenados.java

```
package ed.visualización.demos;
import ed.estructuras.nolineales.ÁrbolBOLigado;
4 import ed.estructuras.nolineales.ÁrbolBinarioOrdenado;
import ed.visualización.dibujantes.DibujanteDeÁ

→ rbolBinarioOrdenado;
  public class DemoÁrbolesBinariosOrdenados extends Demo {
      private DibujanteDeÁrbolBinarioOrdenado dibujante;
g
           private ÁrbolBinarioOrdenado < String > creaÁrbol() {
                   return new ÁrbolBOLigado <>();
11
13
       @DemoMethod(name = "Árbol,vacío")
14
      public String dibujaÁrbol0() {
15
           ÁrbolBinarioOrdenado<String> árbol = creaÁrbol();
16
           dibujante = new DibujanteDeÁrbolBinarioOrdenado();
```

Para implementar este **árbol binario ordenado** se deben programar las siguientes clases:

- NodoBOLigado. Esta clase debe implementar la interfaz NodoBinario<C> y sus elementos son del tipo genérico <C extends Comparable<C>. NodoBinario<E> extiende Nodo<E> por lo que tendrás que implementar todos los métodos que requieren estas interfaces.
- ÁrbolBOLigado. Esta clase debe implementar la interfaz ÁrbolBinarioOrdenado<C> contendrá todo el código aplicable a cualquier árbol binario ordenado. No tiene que estar balancedo. Obsérvese que ÁrbolBinarioOrdenado
 C extends
 Comparable <C> > extiende ÁrbolBinario<E>, que a su vez extiende Árbol<E>.
 Por lo tanto tu clase ÁrbolBOLigado
 C extends Comparable<C> > debe implementar todos los métodos definidos por las tres interfaces. Árbol<E> también extiende a Collection<E>, por ello algunos métodos ya se encuentran implementados en la clase ColeccionAbstracta<E>, te conviene extenderla.
- 1. Comienza por programar la clase NodoBOLigado y asegúrate de que compile bien.
- 2. Continúa con la clase ÁrbolBOLigado. Agrégale un método:

Este método creará a los nodos del tipo correspondiente y en futuras prácticas será sobreescrito por clases herederas de ésta. Recuerda crear a todos tus nodos con este método en lugar de con su constructor.

3. Antes de programar al método add, crea un método auxiliar que hará el grueso del trabajo. Este método es:

```
protected NodoBinario < C > addNode (C e) {
    ...
}
```

Este método debe devolver al nodo recién agregado. Los detalles los puedes implementar en el árbol, si tu implementación es iterativa (que es más eficiente), o en el nodo si optas por la versión recursiva. Úsalo después para implementar las otras versiones de agregar que se te solicitan.

- 4. Crea otro método auxiliar que te permita encontrar al primer nodo que contenga al dato pasado como parámetro y lo devuelva.
- 5. Para remover nodos también debes usar un método auxiliar. Aquí utilizaremos un truco curioso para el futuro: este método debe devolver el nodo que se quite del árbol. El último padre de este nodo debe eliminar su referencia hacia él, pero este nodo debe quedarse con la referencia a quien fue su padre. De cualquier modo cuando dejemos de usar este nodo esa referencia desaparecerá, pero lo necesitaremos un poco más para balancear árboles en clases futuras.

Indicaciones adicionales:

- 1. Observa también que ÁrbolBinario<E> solicita un método que devuelve el nodo raíz, éste fue necesario para que el paquete de dibujo pudiera realizar su tarea en forma eficiente. El paquete de dibujo necesita acceso a la estructura del árbol pues eso es lo que va a dibujar. Es un caso de uso distinto al de un programador que sólo quiere al árbol para que almacene sus datos en orden y se los devuelve eficientemente.
- 2. Los métodos contains, remove y add deben cumplir con la complejidad de O(log(n)).
- 3. Para el método iterator utiliza el recorrido inorden, no implementes ni add ni remove.

PREGUNTAS

1. Si se añaden los números del 1 al 10 en orden y luego se pregunta si el 10 están el árbol ¿cuál es la complejidad?

2. Si se añaden los números en un orden aleatorio ¿cuál es la complejidad promedio de preguntar por el 10?

12 | Árboles AVL

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en una Árbol binario ordenado balanceado.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Visualizar cómo se almacenan los datos en una estructura no lineal.
- Analizar la eficiencia de un árbol autobalanceado.
- Dominar el uso de referencias para conectar los nodos de una estructura de datos.
- Experimentar el uso de la herencia de orientación a objetos para reutilizar algoritmos, refactorizando el código de la práctica anterior según se requiera.

ANTECEDENTES

Definición 12.1

Un **Árbol AVL** es un árbol binario tal que, para cada nodo, el valor absoluto de la diferencia entre las alturas de los árboles izquierdo y derecho es a lo más uno. En otras palabras:

- 1. Un árbol vacío es un árbol AVL.
- 2. Si T es un árbol no vacío y T_i y T_d sus subárboles, entonces T es AVL si y sólo si:
 - a) T_i es AVL.

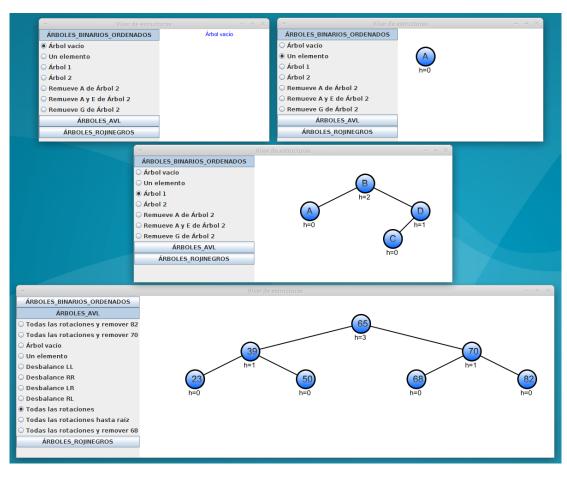


Figura 12.1 Muestra de cómo se debe ver el visor si los árboles están programados correctamente.

```
b) T_d es AVL.
c) |altura(T_i) - altura(T_d)| \le 1
```

Los árboles AVL toman su nombre de las iniciales de los apellidos de sus inventores, Georgii Adelson-Velskii y Yevgeniy Landis.

DESARROLLO

Para ver los árboles de manera gráfica, se provee un paquete que facilita mostrarlos. Como ejemplo vemos el siguiente código:

Listing 12.1: Estracto de DemoÁrbolesAVL.java

```
package ed.visualización.demos;
```

```
import ed.estructuras.nolineales.ÁrbolAVL;
  import ed. visualización. dibujantes. Dibujante De Á

→ rbolBinarioOrdenado;
  public class DemoÁrbolesAVL extends Demo {
       private DibujanteDeÁrbolBinarioOrdenado dibujante;
       @DemoMethod(name = "Desbalance_LLL")
       public String dibujaLL() {
           ÁrbolAVL < String > árbol;
9
           árbol = new ÁrbolAVL<>();
           dibujante = new DibujanteDeÁrbolBinarioOrdenado();
11
           dibujante.setEstructura(árbol);
           árbol.add("C");
13
           árbol.add("B");
           árbol.add("A");
15
           return dibujante.drawSVG();
16
       }
17
18 }
```

Para implementar un Árbol AVL se deben implementar las siguientes clases:

- NodoAVL. Esta clase debe implementar la interfaz NodoBinario, hereda de NodoBOLigado.
- ÁrbolAVL. Esta clase extiende ÁrbolBOLigado. Obseva que no se define una interfaz nueva, pues ÁrbolAVL no define un tipo de dato abstracto, por el contrario es una forma [eficiente] de implementar un árbol binario ordenado.
- 1. Progama en NodoAVL los métodos para realizar rotaciones izquierda y derecha sobre el nodo y para balancearlo, dado que su factor de balanceo es 2 ó -2.
- 2. ÁrbolAVL sobreescribe los métodos para agregar y eliminar de tal modo que se agreguen los pasos para balancear el árbol. Observa que no es necesario eliminar el código que ya tenías para agregar y remover los nodos. Sólo falta recorrer el árbol desde el nodo modificado, hacia arriba, actualizando alturas y revisando los factores de balanceo. Recuerda que, si al balancear cambia la raíz del árbol, debes actualizar el atributo correspondiente en la clase ÁrbolAVL.
- 3. Obseva que el iterador de la práctica pasada sigue funcionando.

PREGUNTAS

1. Explique cómo se sabe si se hace una rotación izquierda, derecha o una doble rotación, para balancear el árbol.

13 | Árboles rojinegros

META

Que el alumno domine el manejo de información almacenada en un *Árbol binario* ordenado, implementando un Árbol Rojinegro.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Visualizar cómo se almacenan los datos en una estructura no lineal.
- Entender el comportamiento de un Árbol Rojinegro.
- Programar dicha estructura en un lenguaje orientado a objetos, reutilizando los algoritmos implementados anteriormente.

ANTECEDENTES

Definición 13.1

Un **Árbol Rojinegro** es un árbol binario de búsqueda que cumple con las propiedades siguientes:

- 1. Todo nodo tiene un atributo de color cuyo valor es rojo o negro.
- 2. La raíz es de color negro.
- 3. Todas las hojas (NIL) son también de color negro.
- 4. Un nodo rojo tiene 2 hijos negros.
- 5. Cualquier camino de un nodo a cualquiera de sus hojas tiene el mismo número de nodos negros (*altura negra*).

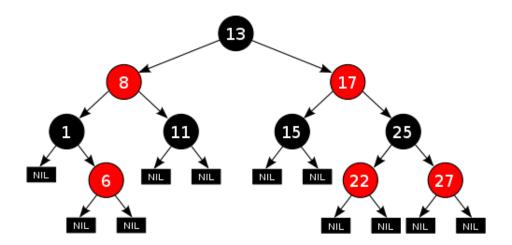


Figura 13.1 Ejemplo de Árbol Rojinegro

DESARROLLO

Para implementar este tipo de Árboles Binarios se programarán las clases siguientes:

• NodoRojinegro<C extends Comparable<C>.

Esta clase deberá implementar la interfaz NodoBinario. Puedes implementarla directamente o extender NodoAVL<C>, pues contiene los mismos métodos, pero asegúrate de sobreescribir los métodos para insertar/borrar/balancear según corresponda y agrega:

```
public Color getColor();
public void setColor(Color c);
```

Para declarar el color de los nodos se utilizará una enumeración que debes declarar dentro de :

```
public enum Color{
ROJO,
NEGRO
}
```

Así nuestro atributo color será de tipo Color: private Color color;

• ÁrbolRojinegro<C extends Comparable<C>.

Esta clase deberá extender ÁrbolB0Ligado<E>. Se añade el requisito de que al agregar o remover nodos, el árbol debe continuar siendo un árbol rojinegro válido por lo que estos métodos deberán ser sobre-escritos y deben tener complejidad $O(\log n)$ Cormen y col. 2009.

Para ver los árboles de manera gráfica, se provee un paquete que facilita mostrarlos.

Listing 13.1: Estracto de DemoÁrbolesRojinegros.java

```
package ed. visualización. demos;
  import ed.estructuras.nolineales.ÁrbolRojinegro;
  import ed. visualización. dibujantes. Dibujante De Árbol Rojinegro;
   /**
6
    * @author veronica
    */
  public class DemoÁrbolesRojinegros extends Demo {
       private DibujanteDeÁrbolRojinegro dibujante;
11
12
       @DemoMethod(name = "Árbol:vacío")
13
       public String dibujaÁrbol0() {
14
           ÁrbolRojinegro < Integer > árbol;
15
           árbol = new ÁrbolRojinegro <>();
           árbol.add("A");
17
           árbol.add("C");
           return dibujante.drawSVG();
19
       }
21
       @DemoMethod(name = "Caso_11_1(izquierda)")
       public String dibujaÁrbol4() {
23
           ÁrbolRojinegro < String > árbol;
           árbol = new ÁrbolRojinegro();
25
           dibujante = new DibujanteDeÁrbolRojinegro();
           dibujante.setEstructura(árbol);
27
           árbol.add("C");
28
           árbol.add("B");
           árbol.add("D");
30
           árbol.add("A");
31
32
           return dibujante.drawSVG();
       }
33
  }
34
```

 Para esta práctica no se incluyen pruebas unitarias, pero el paquete para visualizar los resultados cumple esta función.

PREGUNTAS

- 1. ¿Qué ventajas encuentras sobre los árboles AVL? ¿Qué desventajas?
- 2. ¿Por qué, en teoría, NodoRojinegro no extiende NodoAVL, aunque reutilice prácticamente todo su código? ¿Qué prefieres: copiar y pegar o heredar a pesar

de lo anterior? ¿Por qué?

14 | Ordenamientos

META

Que el alumno comprenda e implemente algoritmos de ordenamiento.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Implementar algoritmos de ordenamiento en un lenguaje orientado a objetos
- Identificar los mejores y peores casos de un algoritmo de ordenamiento.

DESARROLLO

En esta práctica se programarán objetos capaces de ordenar arreglos de objetos tipo Comparable<T>. Estos objetos pertenecerán a clases que implementarán la interfaz IOrdenador<C>. Observe que es una interfaz genérica. Cada clase representará a un algoritmo de ordenamiento y por lo tanto se llamará igual que él, pero con la terminación Sorter (ej. BubbleSorter para BubbleSort). De este modo programarás una clase por cada algoritmo. El ordenamiento se realizará de forma ascendente (de menor a mayor).

Los algoritmos de ordenamiento a implementar serán los siguientes:

- BubbleSort.
- SelectionSort.
- InsertionSort.
- MergeSort.

• QuickSort. En este caso se implementará tomando como pivote el primer elemento del arreglo, para que sea más fácil generar el peor caso.

Además para cada ordenamiento se debe implementar el método que devuelve un arreglo de enteros, el cual representará el peor caso, en términos de complejidad, para cada uno de los algoritmos mencionados previamente.

```
* Codigo utilizado para el curso de Estructuras de Datos.
    * Se permite consultarlo para fines didacticos en forma personal
4
  package ed.ordenamientos;
   * Interfaz que representa las acciones que debe realizar
8
       \hookrightarrow cualquier objeto
    * capaz de ordenar los elementos en un arreglo.
    * @author blackzafiro
  public interface IOrdenador < C extends Comparable < C >> {
12
13
            /**
14
             * Crea un arreglo nuevo con los elementos ordenados.
15
             * @param a El arreglo cuyos elementos se quieren ordenar
16
                \hookrightarrow .
             * Oreturn Un arreglo nuevo, del mismo tipo de <code>a</
17
                \hookrightarrow code> pero con los
                        elementos en el orden dictado por <code>
18
                \hookrightarrow compareTo</code>.
19
            C[] ordena(C[] a);
21
            /**
             * Devuelve un arreglo de enteros de tal manera que, si
                \hookrightarrow es ordenado con
             * un objeto de esta clase, será el peor caso para la
24
                \hookrightarrow complejidad en tiempo.
             * @param tam La longitud del arreglo a generar.
25
             * Oreturn Arreglo con el peor caso para el algoritmo de
26
                \hookrightarrow ordenamiento
                        implementado.
            int[] peorCaso(int tam);
29
30
31
             * Intercambia indicadas en el arreglo los elementos en
                \hookrightarrow las posiciones.
             * @param a
             * @param i
34
             * @param j
```

PREGUNTAS

- 1. Explique cómo generó cada uno de los peores casos y por qué es el peor caso para ese algoritmo, además de mencionar el orden de la complejidad del peor caso.
- 2. Explique cuáles son los mejores casos para los mismos algoritmos y cuál es su complejidad.
- 3. ¿En qué algoritmos la complejidad en el peor y el mejor caso es la misma?¿Cuál es ésta?
- 4. ¿En qué algoritmos difiere? Mencione sus complejidades en el mejor y peor caso.

PARTE II APLICACIONES

15 | Aplicación de Pilas: Backtracking

BACKTRACKING

Una aplicación de las pilas es el algoritmo conocido como *backtracking*. Se utiliza para buscar soluciones a problemas en forma sistemática. En esta sección se utilzará una pila para resolver el problema de las *n-reinas* utilizando backtracking (Main 2003).

Problema de las n-reinas

Dado un tablero de ajedrez de $n \times n$ casillas, se desea colocar n reinas sin que se coman las unas a las otras. 1 En la Figura 15.1 se muestra la solución para un tablero 5×5 .

Actividad 15.1

Busca a mano una solución para el problema de 8×8 . Sí hay solución.

Ejercicio

Harás un programa que, dado el número $\mathfrak n$ de reinas, determine si existe una solución para el problema en un tablero $\mathfrak n \times \mathfrak n$. En caso de existir imprimirá la columna y renglón donde se debe colocar cada reina, de lo contrario imprimirá un aviso indicando que no existe solución para ese tamaño del tablero.

El algoritmo funciona de la siguiente manera: para que las reinas no se coman, deben estar en renglones distintos. Por lo tanto, ya sabes que debes colocar una reina por renglón y falta averiguar en qué columna. Irás probando a colocar las reinas una por una de izquierda a derecha incrementando renglón por renglón. A continuación se incluye el pseudocódigo correspondiente. Tu labor es implementarlo en Java utilizando

¹Recuerda que una reina en el ajedrez se puede comer a las piezas que se encuentran en la misma columna, mismo renglón o sobre cualquiera de las dos diagonales.

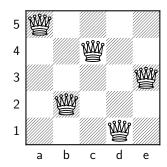


Figura 15.1 Solución al problema para 5-reinas.

la pila que acabas de programar, con su iterador. Nota que los renglones se cuentan a partir de 1 y las columnas se indican con letras, puedes representar internamente a las columnas con números, si así lo prefieres, pero el programa debe imprimir los resultados usando la notación con caracteres.

Algoritmo 1 Backtracking N-Reinas.

```
1: function RESUELVENREINAS(n)
       pila \leftarrow' a'
2:
                                                                 \triangleright Iniciamos con (1, \alpha)
       while pila \neq \emptyset do
 3:
           if La última reina agregada es comida por alguna de las anteriores then
 4:
               while pila \neq \emptyset y mira(pila) = n do
                                                            ▷ Se acabaron las opciones
 5:
                   expulsa(pila)

⊳ Regresa un renglón

 6:
               if pila \neq \emptyset then
 7:
                   mira(pila) \leftarrow mira(pila) + 1
                                                        ▷ Prueba la siguiente columna
8:
9:
           else if tamaño(pila) = n then
10:
               return pila
                                                             else
11:
               pila \leftarrow' a'
12:
                                                                  if pila = \emptyset then return Fallo
13:
14:
       elsereturn pila
```

- 1. Agrega una clase en el paquete ed.aplicaciones. En esta clase implementarás el algoritmo y deberás incluir un método main para ejecutarlo. Eres libre para diseñar tu clase, pero procura seguir las buenas prácticas de orientación a objetos.
- 2. Modifica el archivo build.xml para que al escribir ant run se ejecute tu programa.

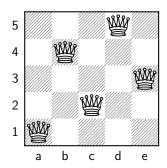




Figura 15.2 Otra solución al problema para 5-reinas, obtenida con *backtracking*. En el tablero 2×2 no hay solución.

3. Prueba tu código para varios valores de n y verifica que las soluciones encontradas sean válidas, añade algunos ejemplos a tu reporte.

Este es un ejemplo de solución, que corresponde a la Figura 15.2:

Listing 15.1: Solución 5x5

```
Tablero 5x5
Renglón 5, columna e
Renglón 4, columna c
Renglón 3, columna f
Renglón 2, columna d
Renglón 1, columna b

Tablero 2x2
No hay solución
```

Un tablero 2×2 es un ejemplo de n para la cual no existe solución.

16 | Aplicación de pilas y colas: Intérprete matemático

META

Que el alumno utilize la estructuras de datos lineales pila y cola para resolver un problema de cómputo.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Valorizar el uso de la estructura de datos correcta para implementar un algoritmo.
- Utilizar una interfaz de texto para interactuar dinámicamente con el usuario.
- Visualizar cómo se utiliza un intérprete de comandos para ejecutar las instrucciones dadas por el usuario.
- Evaluar operaciones en notación infija con precedencia, prefija y postfija.
- Pasar de notación infija a alguna de las otras dos.

ANTECEDENTES

Alterar el orden en que se ejecutan ciertas operaciones dentro de una expresión matemática puede alterar el resultado final (es decir, la propiedad de asociatividad no siempre se cumple entre operaciones distintas). Por ello es necesario introducir el concepto de *precedencia* de operaciones para establecer una forma canónica para realizar estas operaciones de tal forma que el resultado final sea único. En la Tabla 16.1 se asocia una precedencia mayor a aquellas operaciones que deben realizarse primero. Un ejemplo de este fenómeno se puede observar entre las operaciones *suma* y *multiplicación*, como se muestra a continuación:

| Precedencia | Operación | Símbolo |
|-------------|----------------|---------|
| 1 | suma | + |
| 1 | resta | _ |
| 2 | multiplicación | * |
| 2 | división | / |
| 2 | módulo | % |

Tabla 16.1 Precedencia de operaciones. A mayor precedencia, más pronto debe realizarse la operación.

Ejemplo 16.1 Sin precedencia de operadores, la expresión matemática siguiente se evalúa:

$$2 + 5 \times -2 = 10 \times -2 = -20 \tag{16.1}$$

con precedencia (las multiplicaciones y divisiones se evalúan antes que las sumas y restas) esto es:

$$2 + 5 \times -2 = 2 - 10 = -8 \tag{16.2}$$

Para obtener un resultado equivalente a la Ecuación 16.1, pero con precedencia, debemos utilizar paréntesis:

$$(2+5) \times -2 = 10 \times -2 = -20 \tag{16.3}$$

Esta es una característica de la notación que utilizamos para las operaciones binarias, donde el operador se escribe entre los dos operandos, razón por la cual a esta notación se le llama *infija*.

Una calculadora científica o un intérprete matemático de comandos debe ser capaz de evaluar expresiones utilizando precedencia de operadores.

Existen notaciones alternativas que no requiren de la especificación del orden de precedencia. Se trata de las notaciones *prefija o polaca* y *posfija o polaca inversa*. En estas notaciones el operador se coloca a la izquierda o derecha de los operandos, respectivamente.

Notación prefija o polaca

La estructura básica de la notación prefija para operadores binarios está dada por:

```
<operación> ::= <operador> <operando> <operando> <operando> ::= <número> | <operación>
```

Por ejemplo:

$$+ 4 -2 = 2$$

 $+ 4 - 8 3 = + 4 5 = 9$
 $+ 3 * 4 2 = + 3 8 = 11$
 $* + 3 4 2 = * 7 2 = 14$

Aquí, el orden en que se ejecutan las operaciones depende de la posición que ocupan sus elementos: para ejecutar una operación se requiere evaluar primero sus dos operandos, si éstos a su vez consisten en otra operación, deben ser evaluados antes de proceder. El proceso es recursivo.

Ejemplo 16.2 La Ecuación 16.1 en notación prefija se ve:

$$\times + 2 5 - 2 \tag{16.4}$$

Mientras que la Ecuación 16.2 se convierte en:

$$+ 2 \times 5 -2 \tag{16.5}$$

Notación postfija o sufija

Es similar a la prefija, pero el operador se escribe a la derecha de los operandos.

```
<operación> ::= <operando> <operando> <operador>
<operando> ::= <número> | <operación>
```

Por ejemplo:

$$4 - 2 + = 2$$
 $4 8 3 - + = + 4 5 = 9$
 $3 4 2 * + = + 3 8 = 11$
 $3 4 + 2 * = * 7 2 = 14$

Actividad 16.1

Escribe algunos ejemplos de operaciones en notación infija utilizando operaciones con diferentes órdenes de precedencia. Escribe algunas variantes utilizando paréntesis para alterar el orden de evaluación. Ahora trata de expresar estas operaciones en las notaciones prefija y postfija. Utilizarás estos ejemplos para probar tu código más adelante.

Evaluación

Evaluar una expresión prefija o postfija es más sencillo que evaluar una expresión infija. Sólo se require de una pila como estructura auxiliar.

La expresión se lee símbolo por símbolo de izquierda a derecha. Obsérvese que en la notación postfija los operandos aparecen primero y el operador al final. Conforme vayamos leyendo, en la pila se guardarán los operandos hasta que se lea la operación que se debe aplicar sobre ellos. El algoritmo en pseudocódigo se muestra en Algoritmo 2.

Algoritmo 2 Evaluación postfija

```
1: for all símbolo ∈ expresión do
2: if símbolo ∈ Números then
3: pila ← símbolo
4: else
5: operando2 ← pila.pop()
6: operando1 ← pila.pop()
7: pila ← operando1 operación(símbolo) operando2
8: end forreturn pila.pop()
▷ El resultado queda al fondo de la pila
```

Para la notación prefija basta con leer la expresión de derecha a izquierda y se aplica el mismo algorimo. Obsérvese sin embargo, que los operandos salen de la pila en el orden contrario a este caso.

Conversión de infija a postfija

Este algoritmo requiere de dos estructuras auxiliares: una pila y una cola.

Pila La pila nos ayudará a mantener en memoria las operaciones que ya vió el sistema, pero que aún no puede evaluar, pues no se está seguro de si ya les toca o va otra primero.

Cola En la cola se irán guardando los símbolos en el orden requerido por la notación postfija.

El algorimo se muestra en Algoritmo 3.

Algoritmo 3 Infija a postfija

```
1: for all símbolo ∈ expresión do
       if símbolo ∈ Números then
2:
           cola ← símbolo
3:
 4:
       else
 5:
           if símbolo es ) then
               while pila.peek() no es ( do
 6:
                   cola ← pila.pop()
7:
               pila.pop()
           else
8:
               prec ← precendecia(símbolo)
9:
               while precendecia(pila.peek()) >= prec do
10:
11:
                   cola \leftarrow pila.pop()
               pila ← símbolo
12:
13: end for
14: while pila no está vacía do
15:
       cola \leftarrow pila.pop()
    return cola
```

DESARROLLO

Harás un programa que evalúe expresiones introducidas por el usuario en las tres notaciones.

- 1. Revisa el código auxiliar que acompaña esta práctica. Puedes compilarlo con ant y ejecutar la interfaz de texto con ant run.
- 2. Revisa el código y la documentación de la clase Fija. Implementa los métodos. Observa que ya tiene un método main donde puedes probar tu código, sólo que deberás ejecutarlo a mano pues ant no lo reconoce. TIP: Para distinguir a los números de los operadores, revisa el funcionamiento de Double.parseDouble(String s).
- 3. Revisa el código y la documentación de la clase Infija. Implementa los métodos. Aquí está el método main que te permite elegir entre cualquiera de las notaciones.
- 4. La interfaz de usuario ya realiza las funciones adecuadas, pero falta que imprima un guía para el usuario donde indique cómo utilizar la interfaz. Agrega estas instrucciones.
- 5. A cambio de un punto extra (es proyecto por lo que este punto pesará más en tu calificación final), agrega pruebas unitarias para las funciones evaluaPrefija, evaluaPostfija, infijaASufija y evaluaInfija.

Este es un ejemplo de interacción con el usuario (no es necesario imprimir los tokens, pero aquí se utilizó para verificar lo que está haciendo el programa):

Listing 16.1: Infija

```
Calculadora en modo notación infija
4 + 5 - (2 * 5)
Tokens: [4, +, 5, -, (, 2, *, 5, ,)]
Sufija: [4, 5, +, 2, 5, *, -]
= -1.0
4.2 + 5 - (2.1 * -5)
Tokens: [4.2, +, 5, -, (, 2.1, *, -5, ,)]
Sufija: [4.2, 5, +, 2.1, -5, *, -]
= 19.7
prefija
Cambiando a notación prefija
+ -4 - 8 2
[+, -4, -, 8, 2]
= 2.0
postfija
Cambiando a notación postfija
3 5 -7 * 3 -
[3, 5, -7, *, 3, -]
= -38.0
exit
```

PREGUNTAS

- 1. ¿Cuál es el orden de complejidad del algoritmo para evaluar una expresión en notación prefija? Justifica.
- 2. ¿Cuál es el orden de complejidad del algoritmo para pasar de notación infija a postfija? Justifica.

17 | Aplicación de listas: Directorio

DIRECTORIO

Una aplicación inmediata de una lista es una lista de contactos o directorio telefónico. Sus principales usos son:

- Alamcenar nombre, dirección, teléfono y correo electrónico de tus contactos.
- Permitirte consultar los datos de algún contacto, dando su nombre o parte de él.
- Listar todo su contenido.
- Agregar contactos.
- Remover contactos.

Ejercicio

- 1. Crea una clase Registro con atributos tipo cadena para almacenar *nombre*, *dirección*, *teléfono* y *correo electrónico* de un contacto.
- 2. Agrega un método boolean contains (String nom) que devuelva true si el nombre contiene las subcadena nom.
- 3. Sobreescribe el método toString() para que el registro devuelva una cadena con sus datos, tal y como te gustaría que aparecieran en la consola.
- 4. Crea una clase Directorio, que tenga una lista de registros como atributo.
- Agrega un método que liste (imprima en la consola) todos los registros cuyo nombre contenga una subcadena dada, junto con el índice de la posición que ocupan en la lista.

- 6. Agrega un método para guardar el contenido del directorio en un archivo de texto.
- 7. Agrega un método para cargar el directorio desde un archivo de texto.
- 8. Crea una interfaz de texto para el usuario con opciones para:
 - a) Cargar un directorio desde un archivo.
 - b) Guardar el directorio en un archivo.
 - c) Listar el contenido del directorio.
 - d) Agregar un registro nuevo.
 - e) Buscar con subcadena.
 - f) Borrar o modificar un registro dado su índice.

18 | Aplicación de estructuras lineales: Polinomios

POLINOMIOS

El objetivo de este proyecto es implementar y probar una clase que permita representar y operar con polinomios. La definición del tipo de dato abstracto *polinomio* se corresponde con la definición algebraica.

Como parte del ejercicio, esta vez deberás implementar tus propias pruebas unitarias, para ir verificando que tu código funciona como lo esperas. En los pasos siguientes deberás ir añadiendo pruebas y probando conforme progresas. No intentes programar todo sin haber probado lo que vas construyendo.

Ejercicio

- 1. Redacta la definición del tipo de dato abstracto (TDA) polinomio e inclúyela en tu reporte, recuerda que parte de esta definción incluye la especificación de las operaciones que es posible realizar con polinomios. Dado que esta definición depende de la definición de monomio, incluye ésta también como TDA.
- 2. Programa una clase Monomio y una clase Polinomio. Al determinar los atributos que debe tener, considera elegir la estructura de datos apropiada para representar polinomios de cualquier longitud (cualquier número de monomios). Debes decidir si guardarás estos monomios en un orden predeterminado; toma en cuenta que más adelante tendrás que operar con ellos.
- 3. Define el o los constructores que vas a necesitar. Agrega un método toString() que permita visualizar el contenido del polinomio regresando una cadena adecuada. Crea pruebas unitarias que te permitan verificar la creación de tus polinomios.
 - Crea un monomio, utiliza el método toString() y verifica que la cadena devuelta sea igual a la que esperabas, de paso imprímelo en pantalla.

- Crea varios polinomios: compuestos por uno, dos o varios monomios. Utilizar toString() para verificar que quedaron escritos como esperabas. Si gustas, puedes imprimirlos en pantalla.
- 4. Programa el método simplifica(), que agrupe términos semejantes y devuelva un nuevo polinomio con el resultado. Observa que el nuevo polinomio debe estar hecho de monomios nuevos. Observa que, para simplificar tu polinomio, te convendrá agregar operaciones a la clase monomio tales como suma(Monomio m). Ve modificando a Monomio conforme lo vayas requiriendo. Agrega las pruebas unitarias para verificar que el método funciona como esperabas.
- 5. Programa el método suma (Polinomio p), de tal modo que sume este polinomio con p y devuelva un nuevo polinomio con el resultado. Observa que el nuevo polinomio debe estar hecho de monomios nuevos.
- 6. Programa el método multiplica (Polinomio p), de tal modo que multiplique este polinomio por p y devuelva un nuevo polinomio con el resultado. Observa que el nuevo polinomio debe estar hecho de monomios nuevos.
- 7. No olvides documentar tu código.
- 8. Agrega un método main donde hagas una pequeña demostración (unos cinco ejemplos) de cómo funciona tu clase Polinomio.

19 | Aplicación de árboles: Agentes en orden

META

Desarrollar una aplicación donde se utilicen árboles balanceados para mantener ordenados los datos.

OBJETIVOS

Al finalizar la práctica el alumno será capaz de:

- Aplicar un árbol ordenado balanceado a la solución de un problema concreto.
- Introducir el uso de envolturas (*wrappers*) para conectar código de dos APIs distintas (en este caso el API de Java y el API del curso de estructuras de datos).
- Desarrollar una aplicación con una interfaz gráfica de usuario, con una estructura de datos avanzada como auxiliar para el manejo de datos.

ANTECEDENTES

Aunque las interfaces de usuario parecieran estar basadas en botones, listas y tablas, el manejo de su información por detrás puede ser mucho más complejo de lo que parece. Esto es con la finalidad de simplificar la interacción con el usuario, mientras que el código optimiza el uso de recursos para mantener a las aplicaciones respondiendo a los requerimientos del usuario rápidamente y con poco uso de espacio.

En este proyecto se utilizará un árbol AVL para mantener ordenadas alfabéticamente una serie de cadenas. El pretexto para el proyecto es mantener una lista de agentes secretos, aunque en realidad podría ser cualquier lista de palabras. La interfaz gráfica

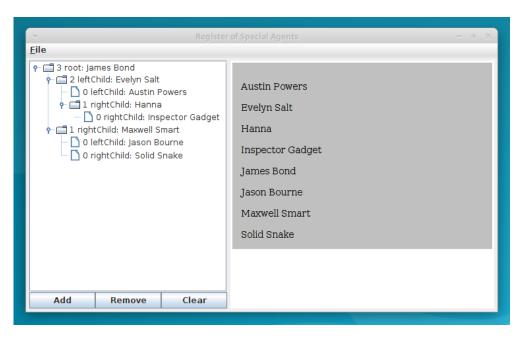


Figura 19.1 El panel izquierdo muestra la estructura del árbol binario en un árbol al estilo de los utilizados para listar archivos y directorios. El panel derecho muestra un listado para una interfaz gráfica programada con HTML.

se desarrollará también con un artefacto auxiliar para que el programador visualice lo que está pasando, por ello diremos que el lado izquierdo es para el programador y el lado derecho para un usuario normal (ver Figura 19.1).

DESARROLLO

Para realizar este proyecto trabajarás más rápido si utilizas un IDE (Entorno de Desarrollo Integrado), por ello te introduciremos a Netbeans. Netbeans te permitirá abrir los archivos adjuntos a este proyecto, como un proyecto de Netbeans [Figura 19.2].

Netbeans te permitirá ver la estructura de tus paquetes en un panel izquierdo (con un menú en forma de árbol;)), compilará tu código conforme lo escribes y subrayará en rojo tus errores de compilación. Si haces click sobre las palabras subrayadas con el botón derecho del ratón te ofrecerá sugerencias sobre cómo arreglarlos y, si eliges una, la realizará por tí. Esta es una forma muy rápida de detectar qué métodos debes programar cuando una clase implementa una interfaz, por ejemplo. Sin embargo ten cuidado, como dijera aquel tío sabio "con un gran poder viene una gran responsabilidad". Netbeans es sólo una herramienta auxiliar para el programador, no sustituye al programador. No intentes que Netbeans haga funcionar el código que tú no sabes porqué no funciona porque podrías terminar peor que si no te hubieran ayudado. Procura sólamente seguir una sugerencia si comprendes perfectamente lo que hace.

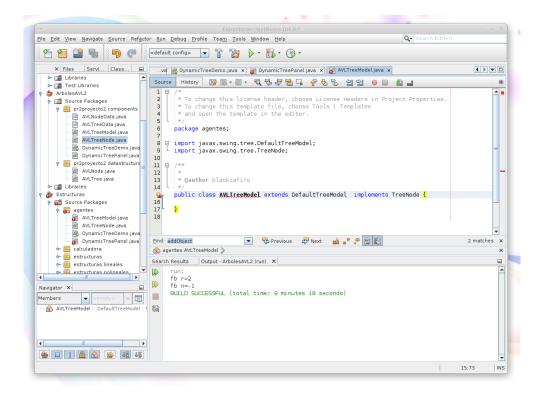


Figura 19.2 IDE Netbeans

1. Abre tu proyecto con Netbeans. Notarás un triangulito verde al lado de la clase DynamicTreeDemo. Esto indica que esa clase tiene un método main y puede ser ejecutada. Haz click con el botón derecho del ratón, verás que aparece un menú contextual desde donde puedes correr tu programa. De momento si lo intentas sólo lanzará errores porque falta tu código.

Seguramente ya habrás notado los signos de admiración en círculos rojos, esos indican errores de compilación. Pero recuerda que los errores no siempre están donde los marca el compilador. Aquí lo único que sucede es que el código no está completo.

Comienza por leer el código de las clases DynamicTreeDemo y DynamicTreePanel<C>. Trata de inferir, cada vez que DynamicTreePanel<C> manda llamar a su instancia de AVLTreeModel<C> qué es lo que espera que haga esta clase, porque eso es lo que vas a programar. A continuación veremos lo que falta hacer.

2. Deberás programar dos clases: AVLTreeModel<C extends Comparable<C» y AVLTreeNode<C extends Comparable<C». Ambas serán envolturas, es decir, no vas a tener que programar otra vez un árbol AVL y sus nodos, porque ya te costó mucho trabajo hacerlo para la práctica correspondiente, así que no queremos que pases por ello otra vez. Queremos usar las clases que ya tienes con el API de Java, pero como los programadores de Java no saben de los usos y costumbres de tu curso, no podemos esperar que su código sea</p>

compatible con el nuestro en el primero intento. Como ellos de todos modos querían que pudiéramos usar su código, definieron los tipos abtractos de datos que necesitaban por medio de dos interfaces: javax.swing.tree.TreeModel y javax.swing.tree.TreeNode.

Aparentemente, bastaría con que tu ÁrbolAVL<> y sus nodos implementaran estas interfaces pero ¡hey! tu código se volvería horrible debido a métodos que no tienen sentido para tus clases y podrían descomponer otras cosas que ya estaban bien en su paquete... además de que tu código se volvería más pesado, sería menos evidente cómo usarlo para otras aplicaciones debido a los métodos añadidos que no tendrían mucha relación, etc. Entonces no, tampoco vas a modificar tu código.

La solución es crear una clase árbol que contenga una instancia de uno de tus árboles y mande llamar sus métodos cuando le pidan algo; igualmente programarás un nodo que contenga a un nodo NodoAVL<>. Cada vez que TreeModel necesite devolver un nodo, le pedirás el nodo a AVLTreeModel<> y lo envolverás en un nuevo TreeNode.

AVLTreeModel<> extenderá a javax.swing.tree.DefaultTreeModel, una clase que ya implementa TreeModel y tiene algunos métodos programados por lo que no hay que partir de cero. La otra clase será AVLTreeNode<>, que implementará javax.swing.tree.TreeNode. Aquí la parte delicada es que estas clases deben comportarse según espera el API de Java y eso es algo conceptualmente diferente a los árboles binarios que hemos estado utilizando, pues DefaultTreeModel y TreeNode trabajan con árboles con cualquier número de hijos. Tendrás que implementar los métodos de tal manera que el nodo diga que sólo tiene un hijo si sólo tiene un hijo derecho, por ejemplo; y si le piden al hijo en la posición 0 deberá enviar al primero que tenga, etc. Como ejemplo, veamos el código para getChildAt:

```
@Override
    public TreeNode getChildAt(int childIndex) {
2
       switch(childIndex){
3
         case 0:
Δ
              if(nodo.getHijoI() == null && nodo.getHijoD() !=
5
                 → null) return new AVLTreeNode <> (nodo.getHijoD
                 \hookrightarrow ());
              return new AVLTreeNode <> (nodo.getHijoI());
         case 1:
              if(nodo.getHijoD() == null) throw new

→ IndexOutOfBoundsException("This | node | doesn't | )

    have □a □ second □ child.");
              return new AVLTreeNode <> (nodo.getHijoD());
9
         default:
              throw new IndexOutOfBoundsException("This_is_a_
                 \hookrightarrow binary tree. Landex + childIndex + "
                 \hookrightarrow requested");
       }
```

13 }

- 3. Crea un constructor para AVLTreeNode<> que reciba un NodoAVL<> como parámetro e implementa los métodos que solicita la interfaz TreeNode. Tip: cuando vayas a implementar algún método que devuelva un nodo, declara que su tipo de regreso es AVLTreeNode<C> en lugar de TreeNode, esto se puede hacer porque el tipo de regreso no es parte de la firma del método y AVLTreeNode<C> implementa TreeNode, te ahorrará varios castings en el futuro.
- 4. Agrega un método para AVLTreeNode<> que devuelva un arreglo con el camino que va desde la raíz hasta este nodo. El método debe tener el encabezado public Object[] getPath().
- 5. Crea un constructor para AVLTreeModel<> que no reciba parámetros e inicialize su ÁrbolAVL vacío.

Revisa bien la documentación oficial para identificar los métodos de DefaultTreeModel que vas a necesitar, pon especial atención a setRoot, reload, nodesWereInserted y nodesWereRemoved. Implementa los métodos siguientes:

```
* Removes all the nodes from the tree and requests the
          \hookrightarrow GUI to be updated.
       public void clear() {}
4
     /**
       * Adds a child node to the tree, with the indicated <code
          \hookrightarrow >Comparable </code>
       * inside and rebalances.
       * Oparam child Object to be inserted.
       * @return The newly created node.
10
11
     public AVLTreeNode<C> addObject(C child) { return null; }
12
13
14
       * Removes the value of <code>node</code>, while
       * keeping the tree sorted and balanced.
17
       * Oparam node
18
     public void removeNodeFromParent(AVLTreeNode < C > node) {}
19
20
21
       * Returns a string containing all the elements of the
           \hookrightarrow AVLTree in order
       * with html format.
23
       * @return The html string.
24
       */
25
     public String toHtml(){ return "; | }
26
```

```
28 🔟 / * *
 29 UUUU * Saves the tree to the indicated file.
              ____*_@param_file_Object_with_access_to_the_file_where_the_
                                    \hookrightarrow tree_will_be_saved.
31 UUUU*u@throwsuIOException
 32 | | | | | | | | | * /
 33 UUDublicUvoidUsaveTree(FileUfile)UthrowsUIOExceptionU{U}
 34
 35 🔟 /**
_{\square} 
              uuuu*u@paramufileuObjectuwithuaccessutoutheufileuwhereutheu
                                     \hookrightarrow tree_iis_istored.
  _{\square\square\square\square}*_{\square} @throws_{\square}FileNotFoundException
 39 ⊔⊔⊔⊔*⊔@throws⊔IOException
  40 000 */
 41 ⊔⊔public⊔void⊔loadTree(File⊔file)⊔throws⊔

    FileNotFoundException, □IOException{
 42 uuuuuuclear();
              ULLULLU // setRoot (new_AVLTreeNode ((AVLNode) avlTree.loadTree (
                                    \hookrightarrow file)));
 44 UUUUUUTeload();
 45 👊 }
 46 11
```

- 6. Sobre-escribe el método toString en AVLTreeNode<> y, si no lo has hecho aún, también el de NodoAVL<>, lo que devuelvan estos métodos es lo que se verá en el árbol del panel izquierdo de la interfaz. Te será de utilidad mostrar datos como el altura actual del nodo, su factor de balanceo y si se trata de un hijo izquierdo o derecho.
- 7. Una vez que tu árbol ya luzca bien en el panel izquierdo deberás resolver el panel derecho implementando el método String toHtml() en la clase AVLTreeModel. Recorre a tu árbol en inorden y genera el código HTML para la lista. Esto lo lograrás haciendo que por cada nodo visitado se genere una cadena de la forma Data. El texto html debe quedar como sigue:

Listing 19.1: Texto html

```
<html>Austin PowersEvelyn SaltHanna
\hookrightarrow \text{ James Bond} Jason BourneMaxwell Smart
<math display="block">\hookrightarrow \text{ >Solid Snake} </html>
```

8. El último paso es guardar y leer de un archivo los datos de los agentes. Los datos que aparecen actualmente fueron insertados en el código, pero ahora queremos que además puedas guardar y recuperar datos desde un archivo usando los menús. No es diferente al paso anterior: recorre tu árbol y guarda los nombres, uno en cada renglón de un archivo de texto. Por eficiencia al momento de reconstruir el árbol (cuando cargues el archivo) es recomendable guardar los datos de los nodos en amplitud. Para recuperar el árbol abre el archivo y por

cada línea crea un nodo con el dato que acabas de leer. Puede ser que para esta parte te interese agregarlo a tus clases originales, pero si lo prefieres también puedes dejar que las envolturas realicen este trabajo. El archivo de texto se puede ver así:

Listing 19.2: Contenido del árbol guardado

```
James Bond
Evelyn Salt
Maxwell Smart
Austin Powers
Hanna
Jason Bourne
Solid Snake
```

PREGUNTAS

- 1. ¿Qué te pareció más complicado al mostrar el árbol en el panel izquierdo? ¿A qué se debe?
- 2. ¿Por qué se dice que es más eficiente reconstruir el árbol si guardas sus datos con un recorrido en amplitud? ¿Con qué recorrido obtienes el peor caso?
- 3. Da dos ejemplos de programas en el mundo real, que sospeches que podrían estar programados con estructuras avanzadas para manejar los datos. ¿Cómo te imaginas que sean esas estructuras? Justifica.

A | Paquete de visualización

El paquete de para ver de manera gráfica el resultado de las prácticas sobre árboles tiene la siguiente estructura:



IOGRAFÍ

Bibliografía

Aho, Alfred V., John E. Hopcroft y Jeffrey D. Ullman (1983). *Data Structures and Algorithms*. Addison-Wesley. 427 pagetotals.

Cormen, T. H. y col. (2009). Introduction to Algorithms. The MIT Press.

Main, Michael (2003). *Data Structures & Other Objects Using Java*. 2nd. Pearson Education, Inc. 808 **pagetotals**.

Preiss, Bruno R. (2000). *Data Structures and Algorithms with Object-Oriented design patterns in Java*. John Wiley & Sons.

Vargas (1998). Estructuras de datos y Algoritmos. Trad. por Jorge Lozano Moreno (colaboración de Guillermo Levine Gutiérrez) América Vargas Villazón. 438 pagetotals.