Proyecto Corto 1: Compensador de control para el eje Z de una impresora 3D

Escuela de Electrónica
`EL-5408`: Control Automático
Prof. Leonardo Rivas

Alejandro Sancho Chaves
Área Académica Ing. Mecatrónica
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Cartago, Costa Rica
HDSanch@estudiantec.cr
2018093741

Alfredo Acuña Chacón
Ing. Electrónica
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Cartago, Costa Rica
alfredoaach@estudiantec.cr
2015183035

José Mora Rodríguez
Ing. Electrónica
Instituto Tecnológico de Costa Rica
San José, Costa Rica
mau.m.r@estudiantec.cr
Carne 2015058492

Manuel Garita Brenes
Ing. Electrónica
Instituto Tecnológico de Costa Rica
San José, Costa Rica
magabretec@estudiantec.cr
200770067

***Resumen*—El proyecto introductorio del curso de control automático consiste en realizar el control de una impresora en 3D. Este consiste en un compensador especial que se diseñará más adelante, el control de su actuador, el cual es el motor CD, el del juego de engranajes que interconecta al actuador, un bloque donde la entrada es la velocidad angular y la salida es el desplazamiento angular, y el modelo de una mesa desplazable, así con su sensor de posición, además de encontrar su función de transferencia de lazo cerrado y abierto y diseñar compensadores de adelanto, atraso y adeanto-atraso para lograr cumplir los objetivos.**

***Index Terms*—Función de transferencia, Compensador , Control, Matlab**

I. Introduction

Los sistemas de control requieren de un arduo trabajo de diseño para lograr su objetivo primordial. En este caso, se diseñará el control de una impresora 3D usando principalmente Matblab como herramienta para determinar todo lo necesario para conseguir un control completo del sistema. En primera instancia, el diagrama de bloques del sistema se muestra a continuación:

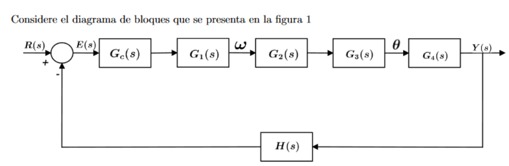

Figura 1. Figura 1: Diagrama de bloques del sistema completo.

Donde Gc(s) es el bloque del compensador que se diseñará más adelante en el procedimiento, y G1(s) se refiere a la función de transferencia del motor CD y está dada por la siguiente ecuación:

$$G_1(s) = \frac{Km}{s^2(TmTe) + S(Tc + Tm) + 1}$$

Donde Tm es la constante de tiempo mecánica del motor, Te la constante de tiempo eléctrica del motor y Km la constante estática del motor. Las ecuaciones que relacionas estas tres entidades están descritas a continuación:

$$T_m + T_e = 13/2$$

$$T_m * T_e = 3/4$$

$$K_m = 1/2$$

Por lo que, realizando las sustituciones de las equivalencias antes mencionadas, la función de transferencia final del motor DC está dada por:

$$G_1(s) = \frac{0.5}{s^2(\frac{3}{4}) + S(\frac{13}{2}) + 1}$$

Seguidamente, G2(s) corresponde a la función de transferencia del juego de engranajes que conectan al actuador, la cual es una relación entre el número de dientes de la rueda conductora y la conducida, siendo esta:

$$G_2(s) = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{4}$$

El bloque G3(s) tiene en la entrada la velocidad angular, y la salida tiene el desplazamiento angular, lo cual puede describirse como un bloque integrador de la siguiente forma:

$$G_3(s) = \frac{1}{s}$$

Para el bloque G4(s), se aplica la transofrmada de Laplace de la función de transferencia del carrito, asumiendo las condiciones iniciales iguales a cero, y se tiene lo siguiente:

$$G_3(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + k} = \frac{1}{s^2 + s + 2.5}$$

y finalmente, para el bloque de realimentación negativa, se tiene la función del sensor de posición dada por:

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

II. Resultados

II-A. *Función de transferencia de lazo cerrado*

Primeramente, se declaran los bloques del sistema en MATLAB para ser utilizafos posteriormente por este:

```
>> G1 = tf(1/2, [3/4 13/2 1]);
G2 = 1/4;
G3 = tf(1, [1 0]);
G4 = tf(1, [1 1 5/2]);
```

Figura 2. Figura 2: Declaración de los bloques del sistema.

```
G(s) * H(s)

ans =

                    0.16667
  -----------------------------------------
  s (s+8.51) (s+1) (s+0.1567) (s^2 + s + 2.5)
```

Figura 3. Figura 3: Función de transferencia de lazo abierto.

Posteriormente se calcula la función de transferencia de lazo abierto, haciendo la multiplicación de todos los bloques antes declarados y Gc(s) y H(s)

Para calcular la función de transferencia de lazo cerrado, basta con escribir la línea 'LazoCerrado=feedback(G,H)'. El resultado está descrito por

```
G(s) * H(s)

ans =

                    0.16667
  -----------------------------------------
  s (s+8.51) (s+1) (s+0.1567) (s^2 + s + 2.5)
```

Figura 4. Figura 4: Función de transferencia de lazo cerrado.

II-B. *Error de estado estacionario*

El error de estado estacionario se puede conseguir a partir del teorema del valor final. definimos nuestra función de transferencia otra vez , y realizamos el teorema utilizando la función 'limit' de matlab. Se tienen tres tipos de errores de estado estacionario:

Error de estado estacionario del LGR abierto

$$K_p = \infty$$

$$K_v = 666668/1333517$$

$$K_a == 0$$

Para el error de estado estacionario en lazo cerrado se tiene

$$K_p = \lim_{s \to \infty} G(s)H(s) = 1$$

$$K_v = \lim_{s \to \infty} sG(s)H(s) = 0$$

$$K_a = \lim_{s\to\infty} s^2 G(s)H(s) = 0$$

Finalmente:

$$e_v = \frac{1}{K_v} = 20.0024$$

$$(\frac{1}{K_v})^{100} = 2.0002x10^3$$

II-C. Lugar de las raices

Para el lugar de las raíces, MATLAB posee una función que puede dibujarlo con mucha facilidad, la cual es SISITOOL. Se obtuvieron dos resultados: Primeramente, el lugar de las raícers del sistema a lazo abierto:

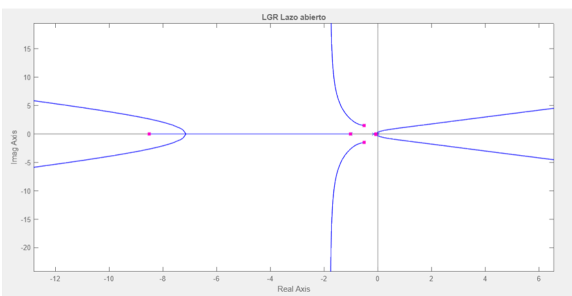

Figura 5. Figura 7: Lugar de las raíces a lazo abierto.

Como tenemos el LGR a lazo abierto, tambien podemos calcular su respuesta al escalón.

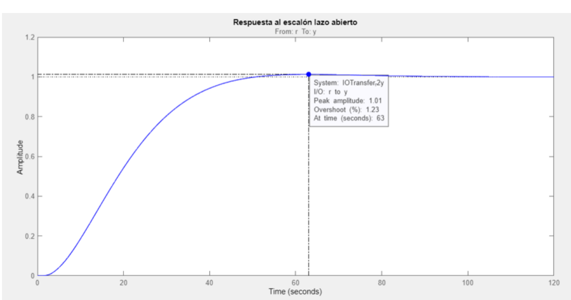

Figura 6. Figura 7: Respuesta al escalón del LGR a lazo abierto.

Y posteriormente, el lugar de las raíces de lazo cerrado.

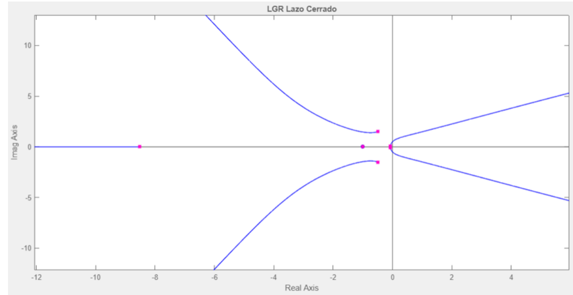

Figura 7. Figura 8: Lugar de las raíces a lazo cerrado.

De igual forma, la respuesta al escalón está dada por:

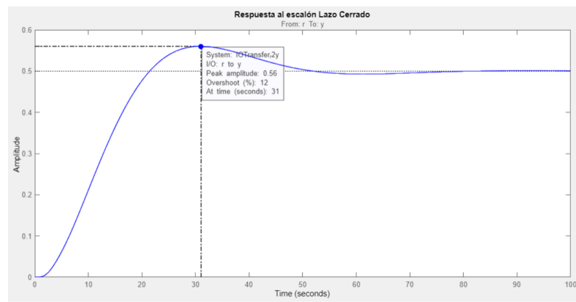

Figura 8. Figura 8: Lugar de las raíces a lazo cerrado.

Observamos que el sobreimpulso excede el 10 por ciento permitido por el problema en cuestión, así que el LGR debe modificarse (la ubicación de sus polos) para lograr este sobreimpulso. los resultados de la modificación son los siguientes

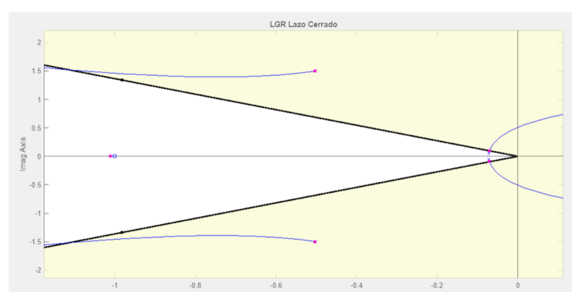

Figura 9. Figura 8: Lugar de las raíces a lazo cerrado.

Y su respuesta al escalón es:

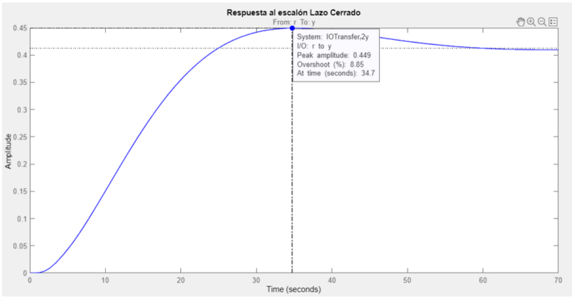

Figura 10. Figura 8: Lugar de las raíces a lazo cerrado.

Observamos que el sobreimpulso ahora se encuentra en el rango aceptable.

II-D. *Diseño del compensador Gc(s)*

Para el compensador Gc(s), se variaron los parámetros de Matlab de tal forma que el sobre impulso no excediera el 10 por ciento, como se pedía en el enunciado. Esto dio un valor de compensador de aproximadamente 0.7034

II-E. *Compensador de Adelanto*

Para calcular los valores de este compensador se siguió el siguiente proceso matemático

$$Mp < 10\,\%, ts < 0.5s, e < 3$$

Despejando las fórmulas:

$$\delta = \sqrt{\frac{(\frac{ln(Mp)}{\pi})^2}{1 + \frac{ln(Mp)}{\pi}}} = 0.59$$

Usando el tiempo de estabilización del 2 %

$$ts2\,\% = \frac{4}{\delta Wn}, Wn = \frac{4}{\delta * ts} = 13.55$$

Entonces, los polos dominantes deseados son:

$$PDD = -\delta * Wn \pm j * Wn\sqrt{1-\delta^2} = -7.99 \pm j * 10.98$$

Para el CAD, sustituyendo el valor de los PDD en cada s de cada polo y cero de CL

$$< ceros - < polos = 180$$

en nuestro caso:

$$50.5741 - 33.5384 - 50.5429 - 107.62 - 103.6773 = -244.3$$

$$-244.38 + 180 = 64.38 = \phi_{PDD}$$

Para ubicar el PDD:

$$90 - \phi_{PDD} = 25.62 = \phi_p$$

Así obtenemos el polo del CAD y su cero:

$$Sp = 7.9945 + \frac{10.99}{tan(\phi_p} = 30.81$$

$$Sz = s + RePDD = s + 7.9945$$

Finalmente:

$$CAD = Kc * \frac{s + 7.9945}{s + 30.81}$$

Y para calcular el Kc tenemos:

$$Kc = \lim_{s \to \infty} s * FTlazoCerrado * \frac{s + 7.9945}{s + 30.81} = 58574821$$

Finalmente, el compensador tiene la forma:

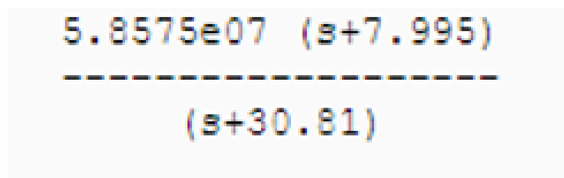
```
5.8575e07 (s+7.995)
-------------------
     (s+30.81)
```

Figura 11. Figura 8: Compensador Gc(s).

Y el LGR del CAD, junto con su respuesta al escalón se muestran a continuación

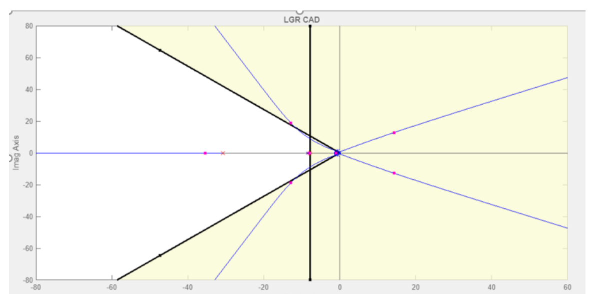

Figura 12. Figura 8: Compensador Gc(s).

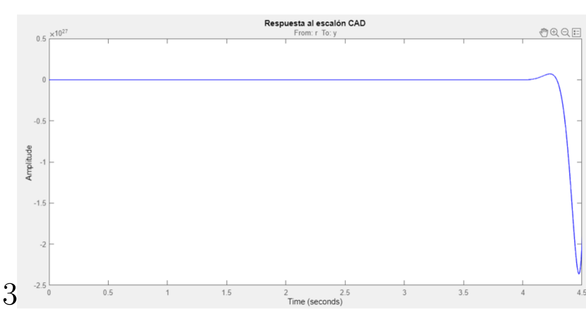

Figura 13. Figura 8: Compensador Gc(s).

Pero nuevamente, tenemos el detalle del que el Mp no se encuentra en el rango esperado, asi que nuevamente se debe modificar el LGR para cumplir con este propósito. El nuevo LGR y la nueva respuesta al escalón se muestran a continuación

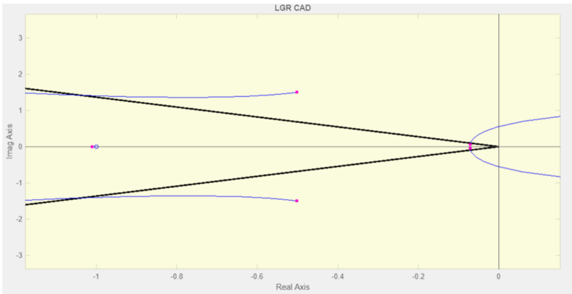

Figura 14. Figura 8: Compensador Gc(s).

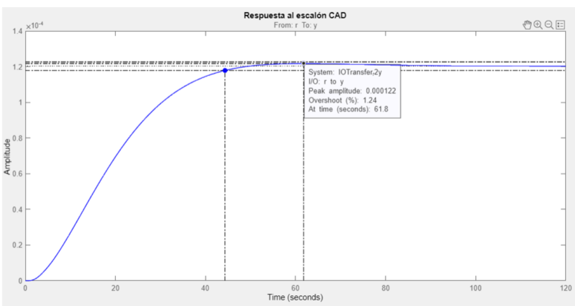

Figura 15. Figura 8: Compensador Gc(s).

II-F. *Compensador de Atraso*

Para esta sección tenemos que:

$$e < 3, 1 < \beta < 15, K = 1$$

Tenemos además:

$$CAT = Kc * \frac{s + 1/t}{s + 1/\beta}$$

$$beta = K_{req}/Kv$$

Ahora, asumimos un valor arbitrario para β de 14 y debido a que 1/e es nuestro K requerido, podemos redondearlo a un valor más exacto como 0.4. Así pues calculamos el Kv

$$Kv = 0.4/14 = 0.1028$$

Asumimos también que 1/t = -0.05, entonces

$$Sz = s + 0.05$$

$$Sp = s + 3.57x10^{-}3$$

Ahora, verificamos que cumple con los criterios de un CAT

$$\frac{s + 0.05}{s + 3.57x10^3} = 1$$

Se cumple K, además:

$$\phi < 5 = \phi_z - \phi p = 53.93 - 53.67 = 0.16$$

Se cumple la regla de los ángulos. Finalmente nos queda que:

$$CAT = 0.714 * \frac{s + 0.05}{s + 3.57x10^3}$$

Y su LGR está dado por:

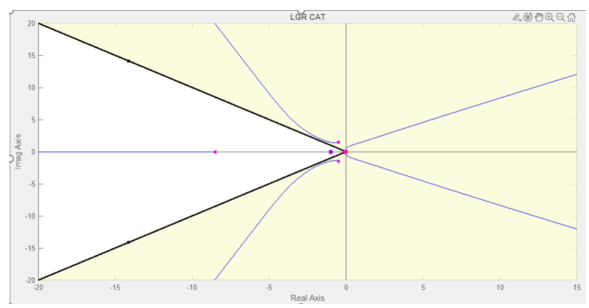

Figura 16. Figura 8: Compensador Gc(s).

Y su respuesta al escalón es:

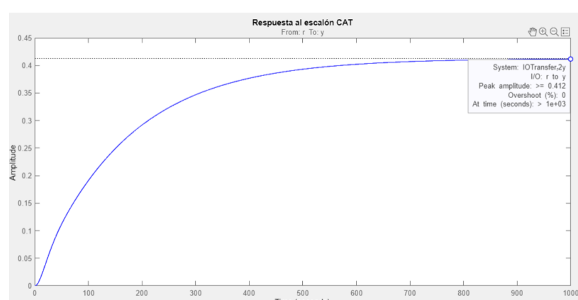

Figura 17. Figura 8: Compensador Gc(s).

II-G. *Compensador Adelanto-Atraso*

Este compensador es la cohesión entre los dos compensadores calculados anteriormente, por lo que su función de transferencia está dada por:

```
Value:
  1.6124e07 (s+7.995) (s+0.05)
  ----------------------------
    (s+30.81) (s+0.003571)
```

Figura 18. Figura 8: Compensador Gc(s).

Y su LGR y respuesta bal escalón están mostradas a continuación.

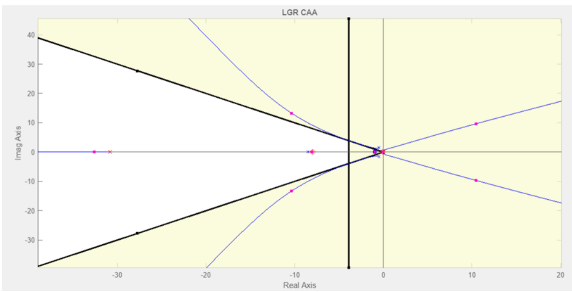

Figura 19. Figura 8: Compensador Gc(s).

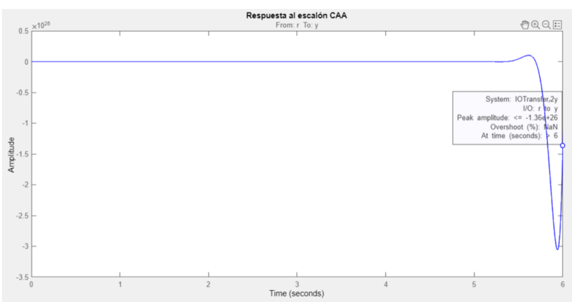

Figura 20. Figura 8: Compensador Gc(s).

Finalmente, como no logra cumplir el sobreimpulso del 10 % , debe hacerse una modificación al LGR, la cual se muestra a continuación.

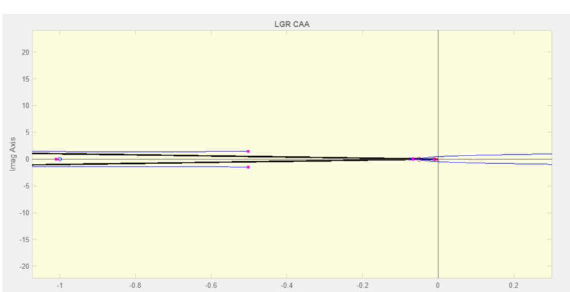

Figura 21. Figura 8: Compensador Gc(s).

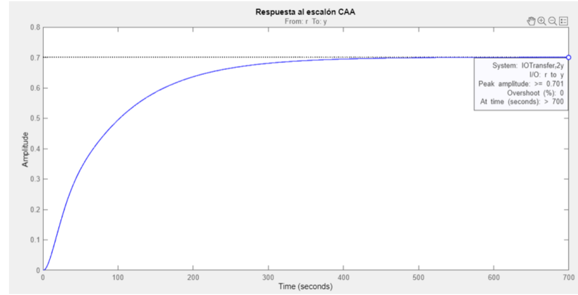

Figura 22. Figura 8: Compensador Gc(s).

La función de transferencia del CAA por lo tanto también tuvo modificaciones. La función final de transferencia está dada por:

```
Value:
  0.91739 (s+7.995) (s+0.05)
  --------------------------
    (s+30.81) (s+0.003571)
```

Figura 23. Figura 8: Compensador Gc(s).

Y con esto se cumplen todos los requerimientos del proyecto introductorio.

III. ANALISIS DE RESULTADOS

A traves de todos los diferentes puntos del proyecto fuimos amortiguando la funcion de lazo cerrado poco a poco fuimos cumpliendo los diferentes requerimentos sin embargo, al llegar al tiempo de estabilizacion este era imposible de realizar ya que la unica forma de cumplir este requerimento se da al cancelar los polos complejos del sistema y movilizar algun cero real hasta que se cumpla la condicion , sin embargo ningun compensador de los utilizados en el proyecto nos permite algo similar,luego analizando los tiempos podemos con estos elegir cual compensador nos permite tener un mayor tiempo de estabilizacion; el cual sera el que mejor resultados nos brinde por lo que el que cumple esto seria el compensador de adelanto con 60 segundos sin embargo ajustando el valor de la constante solamente nos brinda mjores resultados ya que este se estabiliza cerca de los 30 s

IV. Conclusiones

Se realizaron todos los pasos y se comprendio el diseño y realizacion de Compensadores de adelanto y atraso

Se estudio y aplico el uso de matlab como herramienta basica de simulación de sistemas para el control automatico.

Se logro realizar un analisis mas acertado utilizando la herramienta de sisotool y se verifico como compensar a partir de diferentes valores y opciones , la estabilizacion,amortiguacion,tiempo de estabilizacion

V. Referencias

[1] Mathworks.com.

[2] Ogata, Katsuhiko: Ingenier ıa de Control Moderna, Prentice Hall, Madrid,4a edicion, 2003.

[3] Dorf y R. H. Bishop. Sistemas de control moderno, Pearson, 10a edicion,2008.