Egalisation
Modèle de canal à interférences entre symboles.

C. Poulliat

18 octobre 2021

Plan

Plan

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal émis en bande de base

On considère une modulation de type QAM d'ordre M.

$$s(t) \quad = \quad \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h_e(t - kT), \; s_k \in \mathbb{C}$$

- $\{s_k = I_k + jQ_k\}$: séquence de symboles émis appartenant à une constellation M-QAM $\mathcal{S}$ ($|\mathcal{S}| = M = 2^m$),
- T : période symbole,
- $h_e(t)$: filtre de mise en forme à l'émission.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal émis en bande transposée (signal modulé)

$$\begin{aligned}
\tilde{s}(t) &= \sqrt{2}Re[s(t)e^{i2\pi f_0 t}] \\
&= Re[s(t)]\sqrt{2}cos(2\pi f_0 t) - Im[s(t)]\sqrt{2}sin(2\pi f_0 t) \\
&= I(t)\sqrt{2}cos(2\pi f_0 t) - Q(t)\sqrt{2}sin(2\pi f_0 t) \qquad (1)
\end{aligned}$$

avec

- $I(t) = \sum_k i_k h_e(t - kT)$: signal en phase (PAM voie I),
- $Q(t) = \sum_k q_k h_e(t - kT)$: signal en quadrature (PAM voie Q),

Canal à interférences entre symboles

Modélisation : canal à bruit additif Gaussien

Signal reçu en bande transposée (signal modulé)

$$\begin{aligned} \tilde{r}(t) &= \tilde{s}(t) + \tilde{b}(t) \\ &= \sqrt{2} Re\left[r(t) e^{j2\pi f_0 t} \right] \end{aligned} \tag{2}$$

avec $\tilde{b}(t)$: bruit blanc thermique Gaussien

$$\begin{aligned} \tilde{b}(t) &= \sqrt{2} Re[b(t) e^{i2\pi f_0 t}] \\ &= Re[b(t)] \sqrt{2} cos(2\pi f_0 t) - Im[b(t)] \sqrt{2} sin(2\pi f_0 t) \\ &= b_i(t) \sqrt{2} cos(2\pi f_0 t) - b_q(t) \sqrt{2} sin(2\pi f_0 t) \end{aligned}$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation : canal à bruit additif Gaussien

Signal reçu en bande de base (signal modulé)

$$
\begin{aligned}
r(t) &= s(t) + b(t) \\
&= \sum_k s_k h_e\,(t - kT_s) + b(t)
\end{aligned}
$$

où $b(t)$ est un processus de bruit blanc complexe.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation : canal à bande limitée sélectif en fréquence

Signal reçu en bande transposée (signal modulé)

$$\tilde{r}(t) = \tilde{h}_c * \tilde{s}(t) + \tilde{b}(t)$$

où

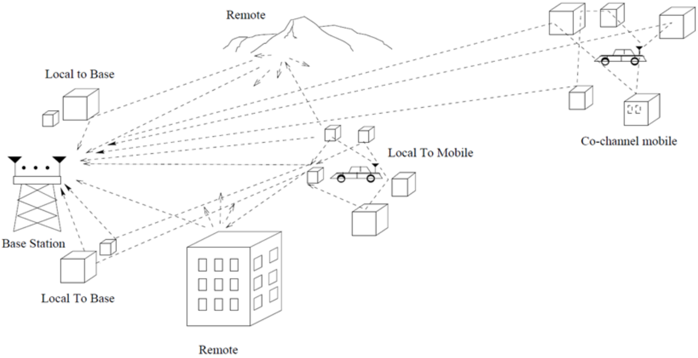
$$\tilde{h}_c(t) = 2Re\left[h_c(t)e^{j2\pi f_0 t}\right]$$

Signal reçu en bande de base (signal modulé)

$$\begin{aligned} r(t) &= h_e * s(t) + b(t) & (3) \\ &= \sum_k s_k h_c * h_e(t - kT_s) + b(t) & (4) \end{aligned}$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation : canal à multi-trajets



Canal à interférences entre symboles

Modélisation : canal à multi-trajets

Signal reçu en bande transposée (signal modulé)

$$
\begin{aligned}
\tilde{r}(t) &= \alpha_0 \tilde{s}(t) + \sum_{l=1}^{L-1} \alpha_l \tilde{s}(t-\pi) + \tilde{b}(t) \\
&= \alpha_0 \sqrt{2} Re\left[s(t) e^{+i2\pi f_0 t}\right] + \sum_{l=1}^{L-1} \alpha_l \sqrt{2} Re\left[s\left(t-\tau_l\right) e^{+i2\pi f_0 (t-\tau_l)}\right] + \tilde{b}(t) && (5) \\
&= \sqrt{2} Re\left[\sum_{k=0}^{L-1} \alpha_k e^{-i2\pi f_0 \pi} s\left(t-\tau_k\right) e^{+i2\pi f_0 t}\right] + \sqrt{2} Re\left[b(t) e^{+i2\pi f_0 t}\right] && (6) \\
&= \sqrt{2} Re\left[r(t) e^{+i2\pi f_0 t}\right] && (7)
\end{aligned}
$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal reçu équivalent en bande de base

$$
\begin{aligned}
r(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k \left[\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \exp\left(-j2\pi f_0 \tau_l\right) h_e(t - kT - \tau_l) \right] + b(t) \\
&= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h_c * h_e(t - kT) + b(t) \\
&= h_c * s(t) + b(t) \qquad (8)
\end{aligned}
$$

avec $h_c(t)$: canal de propagation *équivalent* en bande de base

$$
\begin{aligned}
h_c(t) &= \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l e^{-j2\pi f_0 \tau_l} \delta(t - \tau_l) \\
H_c(f) &= \mathcal{F}\left(h_e(t)\right) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l e^{-j2\pi f_0 \tau_l} e^{-j2\pi \tau_l f} \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation - Filtrage adapté blanchissant

Filtrage adapté et modèle équivalent bande de base

$$
\begin{aligned}
y(t) &= h_r * r(t) + h_r * b(t) \\
&= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h_r * h_c * h_e(t - kT) + h_r * b(t) \\
&= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h(t - kT) + b_r(t) \qquad (10)
\end{aligned}
$$

avec $h(t) = h_r * h_c * h_e(t)$: enveloppe complexe du canal global *équivalent* en bande de base

- Récepteur optimal : *Whitened Matched Filter* [Forney]
  1. $h_r(t)$ est le filtre adapté à $g(t) = h_c * h_e(t)$,
  2. échantillonnage au rythme symbole T_s, IES toujours présente et nécessité d'un filtre blanchissant,
  3. détection au sens ML ou critère de détection sous-optimaux.

  pas très réaliste dans un contexte canal $h_c(t)$ variable

Canal à interférences entre symboles

Modélisation - Filtrage adapté partiel

Filtrage adapté et modèle équivalent bande de base

$$\begin{aligned} y(t) &= h_r * r(t) + h_r * b(t) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h_r * h_c * h_e(t - kT) + h_r * b(t) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} s_k h(t - kT) + b_r(t) \end{aligned} \tag{11}$$

avec $h(t) = h_r * h_c * h_e(t)$: enveloppe complexe du canal global *équivalent* en bande de base

- Récepteur sous-optimal : *Partial Matched Filter*
  1. $h_r(t)$ est le filtre adapté à $h_e(t)$,
  2. échantillonnage au rythme symbole T_s, IES toujours présente, mais plus nécessité d'un filtre blanchissant,
  3. détection au sens ML ou critère de détection sous-optimaux (égalisation linéaire).

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Modèle discret équivalent bande de base (Temps symbole)

$$
\begin{aligned}
y[n] &\triangleq y(nT) \\
&= \sum_{k\in\mathbb{Z}} s_k h((n-k)T) + b_r(nT) \\
&= \sum_{k\in\mathbb{Z}} s_k h_{n-k} + b[n]
\end{aligned}
\tag{12}
$$

avec $h[n] = h_r * h_c * h_e(nT)$: réponse impulsionnelle discrète du canal équivalent en bande de base.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Bruit échantillonné

$b_r(t)$ est Gaussien car filtré de b(t), $b[n]$ non corrélés et Gaussiens donc indépendants

$$
\begin{aligned}
\mathring{\Gamma}_b(f) &= N_0 \\
\mathring{\Gamma}_{b_r}(f) &= N_0 |H_e(f)|^2 \\
\gamma_b(p) &= N_0 \delta(p)
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Bibliographie

- B. P. Lathi and Zhi Ding, Modern Digital and Analog Communication Systems, Oxford University Press, 2009.
- John Barry, Edward Lee, David Mersserschnitt, Digital Communications, Kluwer Academic Publisher, Third edition.
- Andreas F. Molisch, Wireless Communications, 2nd Edition, IEEE Press-Wiley, 2010.
- Digital Communications, 4th edition, John G. Proakis, Mc Graw -Hill.
- J. Choi, Adaptive and Iterative Signal Processing in Communications, Cambridge University Press, 2006.
- Zhi Ding and Ye Li, Blind Equalization and Identification , Marcel Dekker, New York, 2001.