

# TPs de Télécommunications

Première année - Département Sciences du numérique

2023-2024

## 1 Introduction

L'objectif de ce travail est de vous initier à l'implantation et l'étude d'une chaîne de transmission, afin que vous soyez capables (via l'étude de quelques cas) :

- D'en évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance.
- D'identifier les solutions possibles pour l'optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- De comparer des chaînes de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

## 2 Notation des TPs

Les différentes questions qui donneront lieu à la note de TPs en télécommunications sont données dans cet énoncé de TPs.

Chaque question permet de valider les différents travaux demandés, leur bonne réalisation et la bonne analyse des résultats obtenus, avant de passer à la suite.

**Cette validation sera réalisée, au fur et à mesure des séances, par votre intervenante ou intervenant de TP.**

**Appelez-la, appelez-le, une fois que vous avez terminé la partie que vous souhaitez faire valider.**

### Attention :

- Les figures demandées doivent être lisibles et toutes comporter un titre, des labels sur leurs axes (utiliser xlabel et ylabel sous matlab) ainsi qu'une légende si plusieurs courbes sont tracées sur la même figure (utiliser legend sous matlab).
- Vos analyse, explications, justifications doivent être concises, précises et employer les bons termes techniques, provenant des cours/TDs (pas d'à peu près, "en gros" est à proscrire...).

## 3 Étude d'une chaîne de transmission en bande de base

La figure suivante présente le schéma de la chaîne de transmission bande de base qui sera étudiée.

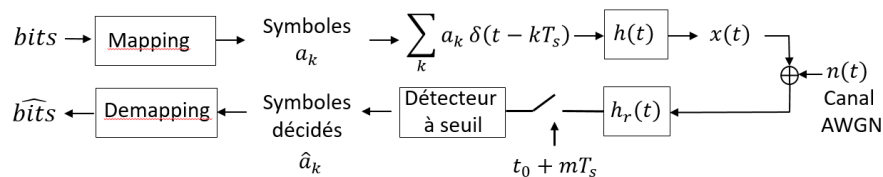


Figure 1: Chaîne de transmission en bande de base à étudier.

Cette chaine de transmission sera implantée en numérique, en utilisant une fréquence d'échantillonnage  $F_e = 24000$  Hz.

Plusieurs combinaisons avec différents mapping et filtres seront considérées par la suite mais le débit binaire à transmettre sera toujours  $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$  bits par seconde.

On rappelle qu'en numérique la période symbole  $T_s$  est constituée de  $N_s$  échantillons distants de  $T_e$ ,  $T_e$  représentant la période d'échantillonnage.  $N_s$  devra être déterminé, pour chaque cas considéré, afin de satisfaire à la transmission du débit binaire souhaité.

### 3.1 Étude de modulateurs bande de base - Efficacité spectrale

Ce premier travail est dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

Les modulateurs à implanter, étudier et comparer, en termes d'efficacité spectrale, sont les suivants :

- **Modulateur 1:**

- Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la période symbole.

- **Modulateur 2:**

- Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée égale à la période symbole.

- **Modulateur 3:**

- Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
- Filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle en racine de cosinus surélevé de roll off égal à 0.5. Vous pouvez utiliser la fonction `rcosdesign.m` de Matlab afin de générer la réponse impulsionnelle de ce filtre. Ce filtre a une bande fréquentielle finie, il a donc une réponse impulsionnelle infinie qui devra être tronquée afin de réaliser un filtre de type RIF. En utilisant  $h = \text{rcosdesign}(\alpha, L, N_s)$ ; vous pouvez réaliser un filtre en racine de cosinus surélevé avec une réponse impulsionnelle de longueur  $N = L \times N_s + 1$  échantillons (ou coefficients) et de roll off  $\alpha$  (paramètre compris entre 0 (filtre passe-bas idéal) et 1).

#### 3.1.1 Travail à réaliser

1. Pour chaque modulateur implanté :

- Tracez le signal généré avec une échelle temporelle correcte en secondes.
- Tracez la densité spectrale de puissance (DSP) du signal généré avec une échelle fréquentielle correcte en Hz.

2. Comparez les modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale, en vous appuyant sur un tracé superposé des Densités Spectrales de Puissance (DSP) des différents signaux générés pour un même débit binaire (fonction `hold.m` pour superposer des tracés sur une même figure)

3. Déduisez-en l'identification des éléments, des paramètres, permettant, quand on implante un modulateur numérique en bande de base, d'augmenter l'efficacité spectrale de la transmission.

### 3.1.2 Validation (4 points)

Présentez, à votre intervenante ou intervenant de TP :

- La figure traçant de manière superposées les DSPs des différents signaux générés pour un même débit binaire. Attention l'échelle fréquentielle doit être correcte.
- Une analyse de cette figure qui montre que vous avez compris ce qui est représenté et la propriété mise en évidence (ici l'efficacité spectrale de la transmission).
- Les éléments, les paramètres, permettant, quand on implante un modulateur numérique en bande de base, d'augmenter l'efficacité spectrale de la transmission.

## 3.2 Étude des interférences entre symbole - Critère de Nyquist

Vous allez devoir implanter ici une chaîne de transmission en bande de base sans canal et l'analyser en vous focalisant sur les interférences entre symboles : leur impact sur la transmission et l'influence du respect ou du non respect du critère de Nyquist.

On considérera un mapping binaire à moyenne nulle. Les filtres de mise en forme et de réception auront les mêmes réponses impulsionnelles : rectangulaires de durées égales à la période symbole et de hauteur 1.

### 3.2.1 Travail à réaliser

1. Tracez le signal en sortie du filtre de réception et expliquez le tracé obtenu en vous appuyant sur l'étude théorique du bloc modulateur/démodulateur considéré.
2. Tracez la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission et expliquez le tracé obtenu en vous appuyant sur l'étude théorique du bloc modulateur/démodulateur considéré. .
3. A partir du tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, déterminez les instants d'échantillonnage optimaux  $n_0 + mN_s$ .
4. Tracez le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception. Vous pouvez utiliser pour cela l'instruction `plot(reshape(z, Ns, length(z)/Ns))`, si  $z$  représente le signal en sortie du filtre de réception et que vous souhaitez tracer ce diagramme de l'oeil sur une durée correspondant à une période symbole, soit  $N_s$  échantillons en numérique.
5. Expliquez le tracé obtenu pour le diagramme de l'oeil en vous appuyant sur l'étude théorique du bloc modulateur/démodulateur considéré.
6. Retrouvez les instants d'échantillonnage optimaux  $n_0 + mN_s$  à partir du tracé du diagramme de l'oeil.
7. Implantez le détecteur à seuil avec seuil optimal afin de retrouver les symboles émis à partir du signal échantillonné.
8. Implantez le demapping adapté au mapping réalisé et calculez le taux d'erreur binaire (TEB) de la transmission.
9. Modifiez les instants d'échantillonnage dans votre implantation précédente pour échantillonner à  $n_0 + mN_s$ , avec  $n_0 = 3$  (tous les autres éléments restant identiques par ailleurs). Estimez le taux d'erreur binaire de la transmission et expliquez le résultat obtenu.

### 3.2.2 Validation (7 points)

Présentez, à votre intervenante ou intervenant de TP :

- La figure traçant la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission et son analyse pour en déduire les instants optimaux d'échantillonnage. Vous devez également être capables d'expliquer la forme prise par cette réponse impulsionnelle globale en vous appuyant sur l'étude théorique de la chaîne implantée.
- La figure traçant le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception et son analyse pour en déduire les instants optimaux d'échantillonnage. Vous devez, également, être capables d'expliquer la forme prise par le diagramme de l'oeil en vous appuyant sur l'étude théorique de la chaîne implantée.
- Les résultats obtenus en termes de TEB quand vous échantillonnez aux instants optimaux et lorsque vous échantillonnez à  $n_0 + mN_s$ , avec  $n_0 = 3$  et l'explication de la différence obtenue entre les deux mesures.

### 3.3 Étude de l'impact d'un canal à bruit additif, blanc et Gaussien - Efficacité en puissance

Cette dernière partie va être dédiée à l'étude de l'impact du bruit introduit par le canal sur la transmission : influence du choix du filtre de réception, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB) pour comparer les chaînes de transmission en termes d'efficacité en puissance.

Vous allez devoir implanter, sous Matlab, trois chaînes de transmission complètes, comme celle représentée par la figure 1, toutes utilisant un même filtre de mise en forme rectangulaire de durée égale à la période symbole et de hauteur 1 mais avec des mapping et filtres de réception différents :

- **Chaîne 1** : symboles binaires à moyenne nulle et filtre de réception rectangulaire de durée égale à la période symbole et de hauteur 1.
- **Chaîne 2** : symboles binaires à moyenne nulle et filtre de réception rectangulaire de durée égale à la moitié de la période symbole et de hauteur 1.
- **Chaîne 3** : symboles 4-aires à moyenne nulle et filtre de réception rectangulaire de durée égale à la période symbole et de hauteur 1.

Le canal de propagation est supposé à bruit additif et Gaussien (canal AWGN : Additive White Gaussian Noise). Le bruit sera généré en utilisant :

$$\text{bruit} = \sigma_n * \text{randn}(1, \text{length}(x));$$

où  $x$  représente le signal à bruiteur et  $\sigma_n^2$  la puissance du bruit, donnée en fonction du rapport signal à bruit par bit souhaité à l'entrée du récepteur,  $\frac{E_b}{N_0}$ , par (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

avec  $N_s$  qui représente le facteur de suréchantillonnage,  $M$  l'ordre de la modulation et  $P_x$  la puissance du signal à bruiteur (signal en sortie du modulateur bande de base).  $P_x$  peut être obtenue sous matlab de la manière suivante :  $P_x = \text{mean}(\text{abs}(x).^2)$ .

L'échantillonnage devra être fait aux instants optimaux, les décisions sur les symboles se feront par détecteur à seuil avec seuil(s) optimal(aux) et le demapping devra être adapté au mapping utilisé.

#### 3.3.1 Étude de chaque chaîne de transmission

Travail à réaliser

Pour chaque chaîne de transmission étudiée :

1. Commencez par identifier, sans bruit, les instants optimaux d'échantillonnage et le ou les seuil(s) optimal(aux) de décision. Vérifiez après implantation que le TEB obtenu est bien nul.

2. Introduisez ensuite le bruit et, à partir de la chaîne de transmission bruitée :

- (a) Observez l'impact du bruit sur le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$ .
- (b) Tracez, superposés sur une même figure, le taux d'erreur binaire obtenu par simulation et le taux d'erreur binaire théorique de la chaîne étudiée.

Tous deux devront être tracés **en échelle log**, en fonction de  $E_b/N_0$  pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission.

**Attention à la précision de vos mesures pour les TEBs simulés (voir en annexe).**

#### Validation (6 points)

**Présentez, à votre intervenante ou intervenant de TP, pour chaque chaîne de transmission implantée :**

- Les diagrammes de l'oeil obtenus sans bruit et pour quelques valeurs de  $E_b/N_0$ . Vous devez être capables d'expliquer la forme prise par les diagrammes de l'oeil sans bruit en vous appuyant sur l'étude théorique de la chaîne implantée et d'utiliser ces diagrammes de l'oeil pour en déduire les instants optimaux d'échantillonnage  $n_0 + mN_s$ . Vous devez également être capable d'analyser l'impact du bruit, à partir de ces diagrammes de l'oeil.
- Les tracés, superposés sur une même figure, du taux d'erreur binaire obtenu par simulation et du taux d'erreur binaire théorique. Vous devez être capables de donner l'expression théorique du TEB, en expliquant d'où elle provient.

### 3.3.2 Comparaison des chaînes de transmission implantées

#### Travail à réaliser

1. Tracez, superposés sur la même figure, les TEBs obtenus par simulation pour les chaînes de transmission 1 et 2.

Tous deux devront être tracés **en échelle log**, en fonction de  $E_b/N_0$  pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

**Attention à la précision de vos mesures pour les TEBs simulés (voir en annexe).**

2. Comparez les chaînes de transmission 1 et 2 en termes d'efficacité en puissance. Les similitudes ou différences obtenues devront être expliquées et les éléments ayant un impact sur l'efficacité en puissance identifiés.

3. Tracez, superposés sur la même figure, les TEBs obtenus par simulation pour les chaînes de transmission 1 et 3. Tous deux devront être tracés **en échelle log**, en fonction de  $E_b/N_0$  pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

**Attention à la précision de vos mesures pour les TEBs simulés (voir en annexe).**

4. Comparez les chaînes de transmission 1 et 3 en termes d'efficacité en puissance. Les similitudes ou différences obtenues devront être expliquées et les éléments ayant un impact sur l'efficacité en puissance identifiés.

## Validation (3 points)

**Présentez, à votre intervenante ou intervenant de TP :**

- Les tracés, superposés sur une même figure, des TEBs obtenus par simulation pour les chaines de transmission 1 et 2.
- Les tracés, superposés sur une même figure, des TEBs obtenus par simulation pour les chaines de transmission 1 et 3.
- La comparaison, en termes d'efficacité en puissance, des chaines implantées et l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité en puissance.

## 4 Annexes

### 4.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission

#### 4.1.1 Chaîne de transmission bande de base

On introduit un bruit de densité spectrale de puissance  $N_0/2$  dans la bande  $F_e$ . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où

- $E_s$  représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur :  $E_s = \log_2(M) E_b$ , si  $E_b$  représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et  $M$  l'ordre de la modulation,
- $T_s$  représente la durée symbole,
- $N_s$  représente le facteur de suréchantillonnage :  $T_s = N_s T_e$ ,  $T_e = 1/F_e$  étant la période d'échantillonnage
- $P_x$  représente la puissance du signal à bruite (signal en sortie du modulateur bande de base).

#### 4.1.2 Chaîne de transmission sur porteuse

On introduit un bruit réel de densité spectrale de puissance  $N_0/2$  dans la bande  $F_e$ . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- $E_s$  représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur :  $E_s = \log_2(M) E_b$ , si  $E_b$  représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et  $M$  l'ordre de la modulation,
- $T_s$  représente la durée symbole,
- $N_s$  représente le facteur de suréchantillonnage :  $T_s = N_s T_e$ ,  $T_e = 1/F_e$  étant la période d'échantillonnage
- $P_x$  représente la puissance du signal à bruite (signal en sortie de la transposition de fréquence).

#### 4.1.3 Chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse

On ajoute, à l'enveloppe complexe  $x_e(t)$  associée au signal modulé sur porteuse  $x(t)$ , un bruit complexe  $n_e(t) = n_I(t) + j n_Q(t)$  (voir figure ??). Il viendra s'ajouter sur la bande  $F_e$  avec une même puissance sur chaque voie ( $\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$ ), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur  $E_b/N_0$  souhaités de la manière suivante :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = N_0 F_e = \frac{E_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x T_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{x_e} T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{x_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- $E_s$  représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur :  $E_s = \log_2(M)E_b$ , si  $E_b$  représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et  $M$  l'ordre de la modulation,
- $T_s$  représente la durée symbole,
- $N_s$  représente le facteur de suréchantillonnage :  $T_s = N_s T_e$ ,  $T_e = 1/F_e$  étant la période d'échantillonnage
- $P_{x_e}$  représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal sur porteuse :  $P_{x_e} = \frac{P_x}{2}$ , si  $P_x$  représente la puissance du signal sur porteuse.

## 4.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires  $X_k$  prenant leurs valeurs dans l'ensemble  $\{0, 1\}$  avec les probabilités  $P[X_k = 0] = 1 - p$  (pas d'erreur) et  $P[X_k = 1] = p$  (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2},$$

où  $m_{TEB}$  et  $\sigma_{TEB}^2$  représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB. La précision sur les mesures de TEB sera donnée par  $\epsilon$ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N (1 \times p + 0 \times (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E \left[ \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \right)^2 \right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k X_i] - p^2$$

- si  $k = i$  ( $N$  cas) alors  $E[X_k^2] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1 - p) = p$
- si  $k \neq i$  ( $N^2 - N$  cas) alors  $E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} \{Np + (N^2 - N)p^2\} - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand  $N$  augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{Np} \simeq \frac{1}{Np} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer,  $N$ , de manière à obtenir une précision  $\epsilon$  fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de  $10^{-2}$  avec une précision de 10%, il faudra générer  $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$  bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer  $1/\epsilon^2$  erreurs pour obtenir une mesure avec une précision  $\epsilon$  fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision  $\epsilon = 10\%$ , il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir  $1/\epsilon^2 = 10^2$  avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.