

TD 3 – Coloration de Graphe

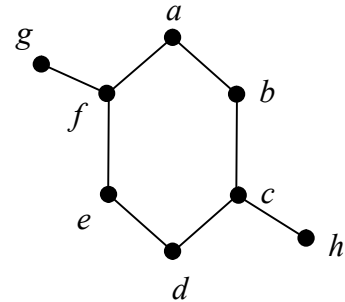
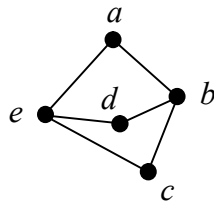
Exercice 1

On ne sait pas toujours trouver le nombre minimum de couleurs pouvant colorer un graphe (le « nombre chromatique » du graphe) ; des algorithmes existent qui donnent un nombre de couleurs possible, ce nombre n'étant pas forcément le plus petit.

Nous considérons l'algorithme de coloration de graphes suivant :

On range les sommets dans l'ordre décroissant de leurs degrés : $s_1, s_2, s_3 \dots s_n$.

On colorie ces sommets dans l'ordre précédemment défini avec pour règle de donner à chaque sommet la couleur la plus petite (on suppose les couleurs numérotées dans l'ordre croissant), en fonction des sommets voisins qui sont déjà colorés.



1. Donner les bornes sup et inf sur le nombre chromatique de chacun de ces deux graphes.
2. Appliquer cet algorithme aux deux graphes représentés ci-dessous.
3. Comparer, pour chaque graphe, le nombre de couleurs obtenues avec son nombre chromatique.

Exercice 2 (coloration d'un graphe de Petersen)

On cherche à colorier le graphe ci-dessous en utilisant des entiers positifs de façon telle que deux sommets voisins ont des couleurs dont la différence, en valeur absolue, est au moins égale à trois.

- ♦ Proposez une coloration de ce graphe. Quel est le plus grand entier utilisé ?
- ♦ Peut-on faire mieux ?
- ♦ Maintenant, on souhaite que, de plus, deux sommets à distance deux aient des couleurs dont la différence, en valeur absolue, est au moins égale à deux. Quelle est la meilleure coloration possible de ce graphe ?

