



# Egalisation Canal

*DUROLLET Pierre*

ENSEEIH Sciences du Numérique - Deuxième année, Parcours Réseaux Locaux

Janvier 2025

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Transmission sur canal sélectif en fréquence : égalisation temporelle</b>	<b>2</b>
2.1	Canal de transmission . . . . .	2
2.1.1	Hypothèses . . . . .	2
2.1.2	Résultats Préliminaires . . . . .	2
2.2	Egaliseurs Temporels à Structure non Contrainte . . . . .	5
2.2.1	Résultats . . . . .	6
2.3	Egaliseurs Temporels à structure RIF . . . . .	7
2.3.1	Résultats obtenus . . . . .	7
2.4	Egaliseur Maximum de Vraisemblance . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>8</b>

# 1 Introduction

Durant les deux TP de cette matière, nous avons abordé l'effet des égaliseurs sur la chaîne de transmission. Le premier TP se focalise sur l'aspect temporel tandis que le deuxième se concentrera sur l'aspect fréquentiel.

## 2 Transmission sur canal sélectif en fréquence : égalisation temporelle

Dans cette partie, nous allons considérer un canal sélectif en fréquence. Une modulation MAQ à M états et avec un mapping de Gray sera également utilisé.

### 2.1 Canal de transmission

#### 2.1.1 Hypothèses

**Canaux** Afin de modéliser des canaux, les canaux test de Proakis seront implémentés. Ceux ci sont défini par :

$$h_a = [0.04, 0.05, 0.07, 0.21, 0.5, 0.72, 0.36, 0, 0.21, 0.03, 0.07]$$

$$h_b = [0.407, 0.815, 0.407]$$

$$h_c = [0.227, 0.460, 0.688, 0.460, 0.227]$$

$$h_d(z) = 1 - az^{-1}, \text{ avec } |a| < 1$$

$$h_e = [1, 0.8 * \exp(i\frac{\pi}{3}), 0.3 * \exp(i\frac{\pi}{6})]$$

**Bruit** Le bruit sera modélisé par un bruit Gaussien. L'effet de ce bruit sera analysé en fonction de sa puissance, définie par le rapport signal sur bruit. On a également sa variance :

$$\sigma = \frac{\sum |h(n)|^2 \sigma_s}{2E_s/N_0}$$

Où :  $\sigma_s^2$  représente la variance des symboles  $s_n$ ,  $h(n)$  la réponse impulsionnelle du canal discret équivalent et  $E_s/N_0$  le rapport signal à bruit par symbole à l'entrée du récepteur.

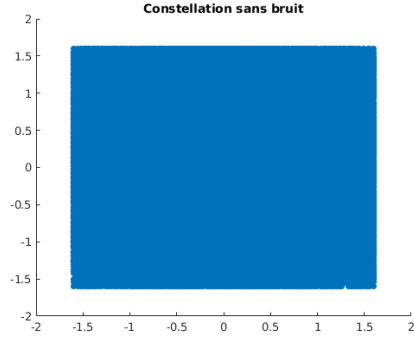
#### 2.1.2 Résultats Préliminaires

Afin de voir l'effet des égaliseurs sur le canal de transmission, il faut d'abord avoir les résultats d'une chaîne sans aucun égaliseur.

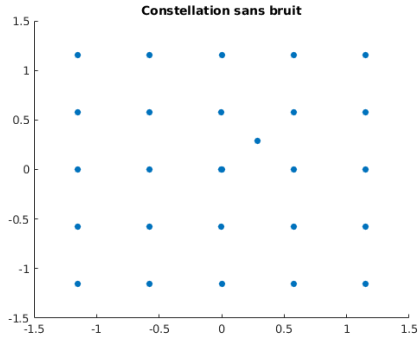
**Constellation des Symboles Reçu sans Bruit** . Sans bruit, on se serait attendu aux constellations correspondantes à la QPSK de la modulation, cependant, on remarque que ce n'est pas le cas, effectivement, c'est dû aux canaux qui créent des interférences intersymboles.

On conclut de ces constellations que plus le vecteur représentant le canal est grand, plus il y aura de points, et que leurs positions relatives les uns aux autres est affectée par leurs valeurs.

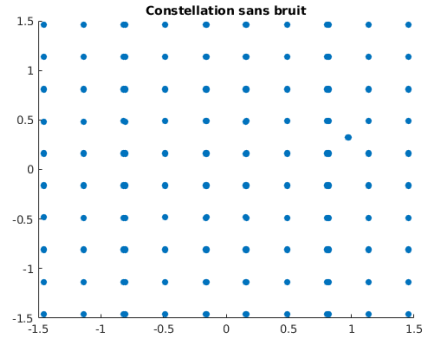
La constellation du canal  $h_a$  semble à priori fautive, mais en réalité, en considérant non seulement le nombre de coefficients du vecteur représentant  $h_a$ , mais aussi la valeur de ces



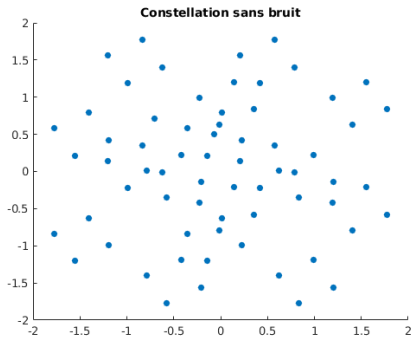
(a) Canal  $h_a$



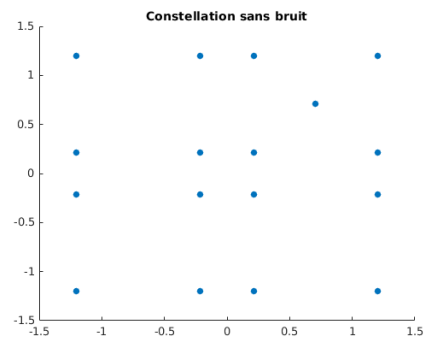
(b) Canal  $h_b$



(c) Canal  $h_c$



(d) Canal  $h_e$



(e) Canal  $h_d$

FIGURE 1

coefficients, cela nous permet avec l'explication du paragraphe juste au dessus, de dire que cette constellation est correcte.

**Constellation des Symboles Reçu avec Bruit** . Afin de limiter le nombre d'images, et comme l'effet du bruit est le même quel que soit le canal, on se concentrera uniquement sur l'effet du bruit sur le canal  $h_c = [1 - a]$  où  $a = 0.7$ .

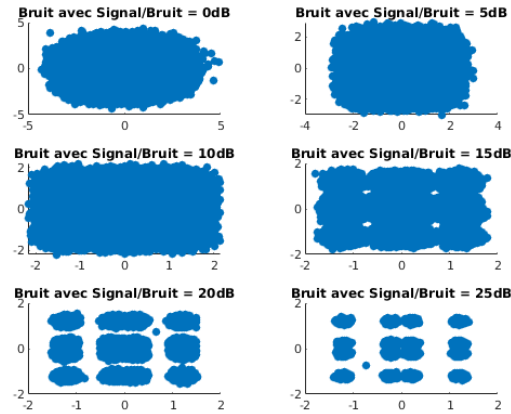


FIGURE 2 – Effet du bruit sur le canal  $h_c = [1 - a]$

Une fois qu'on commence à ajouter du bruit, les points individuels qu'on voyait dans les constellations se transforment en nuages. On voit par ailleurs que plus le rapport signal sur bruit est faible (donc plus le bruit est fort/impactant), plus les nuages grossissent et se mélangent, ce qui créera de plus en plus d'erreurs.

**DSP à l'Émission et à la Réception** Afin de regarder un autre aspect de l'effet des égaliseurs, nous allons nous pencher sur les Densités spectrales de Puissance.

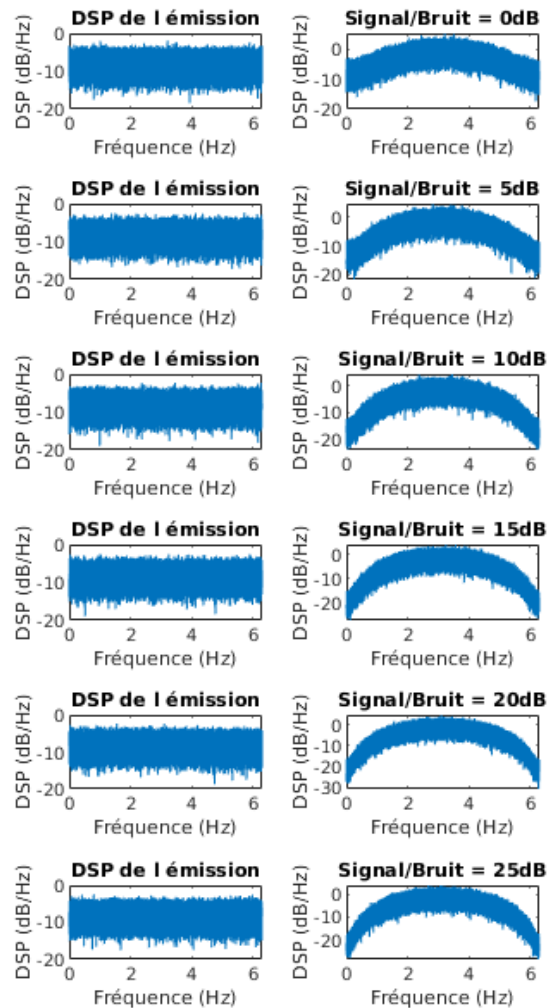


FIGURE 3 – DSP à l'émission et en reception pour différentes puissances de bruit

On voit que la DSP à l'émission est semblable à la dsp d'un bruit blanc. Mais après passage dans le canal, et avec l'ajout du bruit, on voit que la DSP n'est pas la même, et se rapproche plus de la DSP d'un filtre passe bande. On semble également voir un léger effet sur la variation de l'amplitude de la DSP. Effectivement, lorsque le rapport Signal/Bruit est plus fort, donc lorsqu'il y a moins de bruit, l'arc de la DSP est plus fin que lorsqu'il y a plus de bruit.

## 2.2 Egaliseurs Temporels à Structure non Contrainte

Maintenant que nous avons obtenus les résultats sans égaliseur, nous allons pouvoir nous pencher sur l'effet des égaliseurs sur les résultats obtenus à la réception. Pour cela, nous regarderons en particulier l'effet des égaliseurs ZF et MMSE.

### 2.2.1 Résultats

**TEB** Une fois les deux égaliseurs ajoutés au code, nous obtenons les courbes de TEB suivantes :

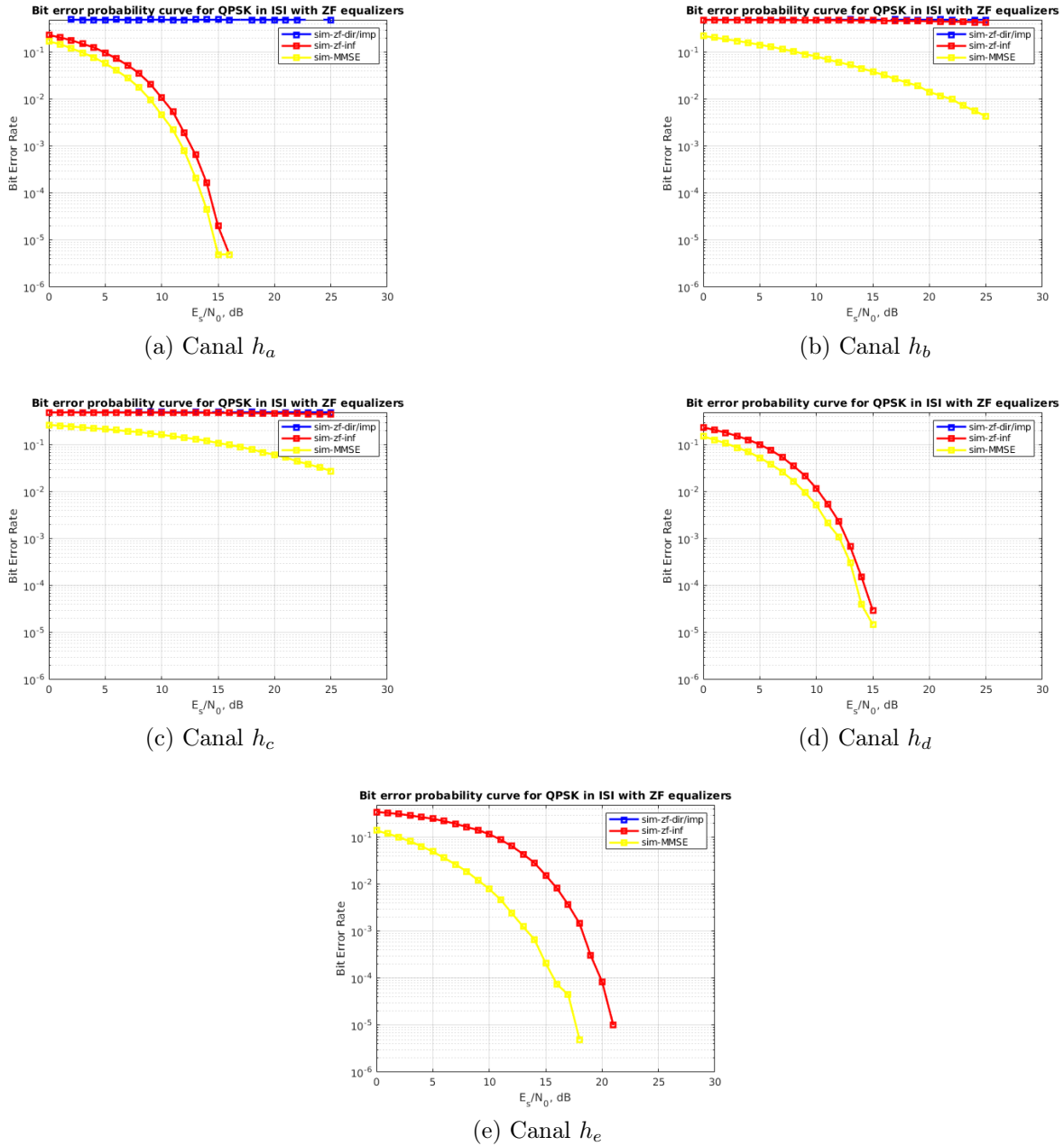


FIGURE 4

On y voit que quel que soit le canal choisi, l'égaliseur MMSE est plus efficace que l'égaliseur ZF. Cependant, on remarque que cette différence peut être plus ou moins marquée.

On remarque de plus que lorsque les canaux sont modélisés par un vecteur symétrique ( $h_b$  et  $h_c$ ), le ZF n'arrive pas à régler les erreurs rencontrées et le MMSE peine à le faire.

**Effet du MMSE à différents ratios de Signal sur Bruit** Comme il n'y a pas de délai, le filtre MMSE a pour expression :

$$H_{MMSE}(z) = \frac{H_c^*(z)}{|H_c(z)|^2 + \frac{N_0}{P_s}}$$

On remarque alors que lorsque le bruit devient faible, *ie* lorsque  $\frac{N_0}{P_s} \rightarrow 0$ . L'expression de  $H_{MMSE}(z)$  peut s'approximer à une autre, on remarque alors dans ce cas que :

$$H_{MMSE}(z) \rightarrow \frac{1}{|H_c(z)|} = H_{ZF}(z)$$

De plus, on voit sur les courbes des TEBs (lorsque les vecteurs ne sont pas symétriques, ou n'ont pas de valeurs en double), que les TEB des deux égaliseurs commencent à se rapprocher l'une de l'autre lorsque le bruit devient plus faible.

Cependant, on remarque chez les autres canaux que cette remarque ne s'applique pas à eux. Ceux-ci montrent que les canaux ne sont pas causaux, et donc que la théorie ne s'applique pas à eux.

## 2.3 Egaliseurs Temporels à structure RIF

Après avoir évalué les performances des égaliseurs non contraints, on regardera ici les mêmes égaliseurs, mais cette fois-ci, contraints en terme de taux d'erreurs binaires.

### 2.3.1 Résultats obtenus

**Comportement du filtre MMSE en fonction du bruit** Une fois les filtres en mode RIF implantés, on se restreint au canal  $h_c$  afin de limiter le nombre d'images. On peut alors observer ces courbes :

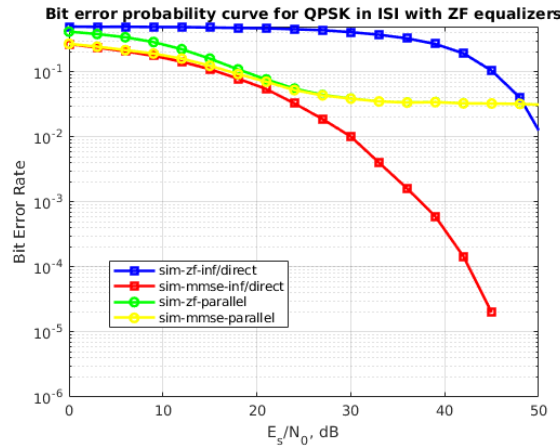


FIGURE 5 – Enter Caption

Les courbes bleues et rouges sont celles du même canal non contraint. On voit donc que les canaux à structure RIF sont tous deux meilleurs que l'égaliseur ZF non contraint.

Les deux égaliseurs à structure RIF se rejoignent pour former un pallier vers un TEB de  $2 \cdot 10^{-2}$  lorsque le bruit devient trop petit.

**Comportement des filtres en fonction de leur taille** La raison du pallier auquel font face les égaliseurs est lié aux limitations physiques, en effet, la réalité force une limite au niveau de la taille du filtre. Et c'est cette taille limitée qui crée ce pallier, car le filtre ne pourra pas inverser totalement les interférences intersymboles.

## 2.4 Egaliseur Maximum de Vraisemblance

Après s'être concentrés sur les égaliseurs ZF et MMSE, on se penche maintenant sur un 3e égaliseur : le Maximum de Vraisemblance, ou Maximum Likelihood (ML).

Comme son nom l'indique, il inclue les probabilités. Mais plus exactement il utilise l'algorithme de Viterbi afin de sélectionner la suite de bits émise la plus probable. Cependant, cela se fait au détriment d'une simplicité d'implantation, car cela augmente grandement la complexité de l'égaliseur, mais en plus, comme il ne peut pas décemment conserver des dizaines, centaines de milliers de bits en mémoire, que ça soit pour un problème de mémoire, ou de congestion, ou plus simplement de nombre de paquets, la probabilité ne pourra se faire que sur un certain nombre de bits limitées.

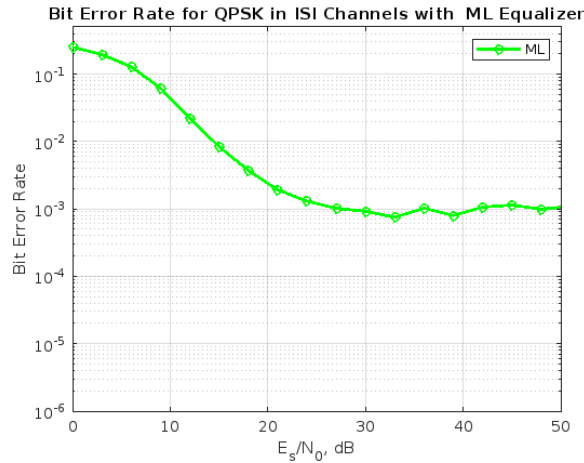


FIGURE 6 – Egaliseur ML

On voit comme les autres égaliseurs en mode RIF, que l'égaliseur ML arrive après un certain temps, à un palier de TEB. La raison est la même, dans la vraie vie, la longueur et les caractéristiques de l'égaliseurs sont limitées. Cependant, on remarque, en regardant les axes, que l'égaliseur ML est plus efficace, en effet, la courbe du TEB dans le cas ML croise la valeur de  $TEB = 10^{-1}$  pour  $E_s/N_0 \simeq 7dB$ , alors que cela n'arrive qu'à  $E_s/N_0 \simeq 15dB$  pour la meilleure des courbes de la figure 5. De plus, le plateau de l'égaliseur ML est à un TEB d'environ  $10^{-3}$ , alors qu'il est à  $10^{-2}$  pour les égaliseurs ZF et MMSE en mode RIF.

## 3 Conclusion

Ainsi, on a montré l'utilité des égaliseurs par rapport à une situation sans égaliseurs, cependant, on a également apporté l'utilité de ne pas prendre pour valeur comptante les résultats des égaliseurs ZF et MMSE dans une situation virtuelle, il faut effectivement prendre en compte les restrictions matérielles de la réalité.

Ces résultats montrent alors que pour ces égaliseurs (plus simples à réaliser), le MMSE est plus efficace que le ZF. Avec des différences variantes en fonction du canal considéré.

Ensuite, on montre que l'égaliseur Maximum Likelihood, au travers d'une complexité, non seulement accrue, mais aussi exponentielle en fonction des données conservées en mémoire, arrive à de bien meilleurs résultats que les égaliseurs ZF et MMSE vu précédemment.