



# Rapport OFDM

Pierre Durollet

November 2024

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Implantation de la chaine de transmission OFDM sans canal</b>	<b>3</b>
2.1	Emission . . . . .	3
2.2	Réception sans canal . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Implantation de la chaine de transmission OFDM avec canal multi-trajets, sans bruit</b>	<b>4</b>
3.1	Implantation sans intervalle de garde . . . . .	4
3.2	Implantation avec intervalle de garde composé de zéros . . . . .	6
3.2.1	Effet de l'Intervalle . . . . .	7
3.2.2	Tracé des constellations . . . . .	7
3.2.3	TEB Trame de Garde . . . . .	7
3.2.4	Interet de la Trame de Garde . . . . .	8
3.3	Implantation avec préfixe cyclique . . . . .	8
3.3.1	Tracé des constellations . . . . .	8
3.3.2	TEB du préfixe cyclique . . . . .	9
3.3.3	Interet du Préfixe Cyclique . . . . .	9
3.4	Implantation avec préfixe cyclique et égalisation . . . . .	10
3.4.1	Zero Forcing Equalizer . . . . .	10
3.4.2	Maximum Likelihood . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Impact d'une erreur de synchronisation horloge</b>	<b>11</b>
4.1	Cas 1 . . . . .	12
4.2	Cas 2 . . . . .	13
4.3	Cas 3 . . . . .	14
4.4	Conclusion . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Implantation de la chaine de transmission OFDM avec canal à bruit additif blanc et gaussiens</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>15</b>

## 1 Introduction

Ce Bureau d'Etude, utilisant MATLAB, vise à réaliser, ainsi que de voir les conséquences d'une chaine de transmission OFDM. Cela sera effectué par étapes, en faisant varier les méthodes d'émissions: avec un mapping BPSK, puis avec un mapping QPSK, sans autres ajouts, avec des trames de garde ou avec un préfixe cyclique. Mais la chaine de réception aussi variera, qu'elle soit simple, avec un égaliseur Zero Forcing, ou de Maximum Likelihood.

L'utilisation de ces différentes techniques permettra d'évaluer leur impact sur les constellations, sur la densité spectrale de puissance, et le plus important, sur le taux d'erreur binaire.

## 2 Implantation de la chaine de transmission OFDM sans canal

Afin de mettre en place la chaine de transmission sans canal, on utilise un mapping BPSK. Donc un mapping qui envoie les bits [0 1] sur [-1 1].

### 2.1 Emission

Dans cette sous partie, nous verrons l'effet de chaque porteuse du signal sur la DSP du signal. Pour cela, on regardera la DSP pratique en considérant certaines porteuses. On se référera également à l'expression théorique de la DSP ci-contre:

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \text{Re}(R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}) + \frac{|m_a|^2}{(T_s)^2} \sum_k |H(\frac{k}{T_s})|^2 \delta(f - \frac{k}{T_s})$$

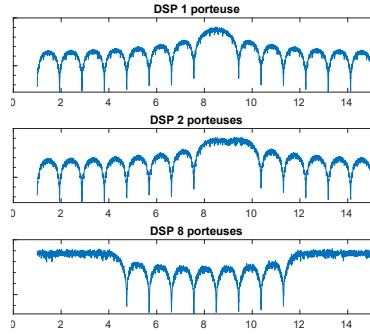


Figure 1: DSPs en fonction du nombre de porteuses

On voit que plus on ajoute de sinus cardinaux, plus cela crée un palier, et donc, à partir d'un certain moment montrera que la DSP d'un signal OFDM est très proche de celle d'un bruit blanc. Et c'est d'ailleurs ce signal émis qui sera utilisé comme base pour tous les cas de ce bureau d'étude.

### 2.2 Réception sans canal

La présence de décision est importante car on passe de Réel à Complexe et re en Réel, ainsi il y aura des différences si on ne fait pas de décision. Le mapping effectué précédemment permet, lors de la décision en retour de simplement utiliser le signe de la partie réelle de l'information reçue afin de repasser sur de l'information binaire.

Le TEB affiché sur le terminal de Matlab une fois que le code est lancée nul, ce qui est attendu car il n'y a aucune interférences.

```
TEB =  
0
```

Figure 2: TEB affiché sans canal

### 3 Implantation de la chaine de transmission OFDM avec canal multi-trajets, sans bruit

Afin de simuler le passage d'un signal dans différents trajets, on utilise la fonction:

$$y(t) = 0,407x(t) + 0,815x(t - Ts) + 0,407x(t - 2Ts)$$

Avec  $x(t)$  le signal en entrée du canal, et  $y(t)$  le signal en sortie.

#### 3.1 Implantation sans intervalle de garde

Afin de déterminer la réponse impulsionnelle, on remplace  $x(t - kTs)$  par  $\delta(t - kTs)$ . La réponse impulsionnelle est donc la suivante:

$$y(t) = 0,407\delta(t) + 0,815\delta(t - Ts) + 0,407\delta(t - 2Ts)$$

Ce qui nous permet de tracer cette évolution de la réponse impulsionnelle, qui se vérifie au travers des coefficients de la fonction modélisant le filtre:

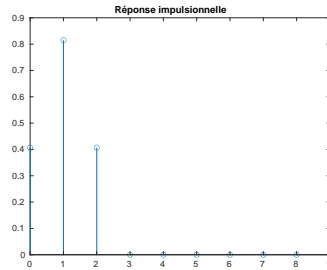


Figure 3: Réponse Impulsionnelle du Canal

Pour la réponse en fréquence, on effectue la transformée de Fourier de  $\delta(t - kTs)$ , donc cela devient  $e^{-i2\pi kTs}$ , ainsi:  $x(t)$  devient 1, et ainsi de suite. On trouve donc que la réponse en fréquence est:

$$Y(f) = 0,407 + 0,815e^{-i2\pi fTs} + 0,407e^{-i4\pi fTs}$$

Ainsi, en partant de cette fonction, on peut en déterminer la fonction de transfer  $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ , et de là, on peut tracer le module et la phase de ce canal.

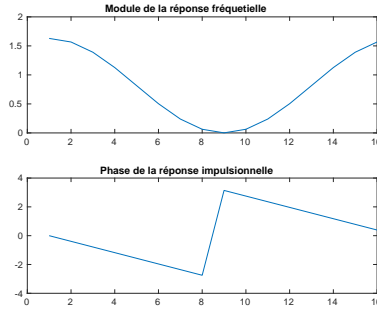


Figure 4: Module et Phase du Canal

On remarque une atténuation croissantes de l'intensité du signal sur les porteuses proches de la porteuse 8.

De là, on va pouvoir appliquer le filtre et récupérer la DSP en sortie du canal avec celle avant d'entrer dans le canal. On affiche donc:

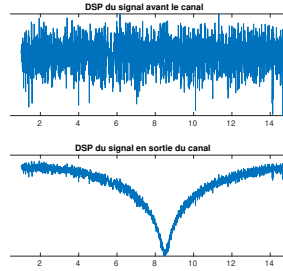


Figure 5: DSP du signal avant et après passage dans le canal

On voit d'après la DSP en sortie de canal que le signal a subi l'équivalent d'un filtre coupe bande en multipliant par le module du canal, car il y a une baisse d'intensité sur une bande.

On peut également en tirer les constellations suivantes via 2 des 16 porteuses, la 6e et la 15e:

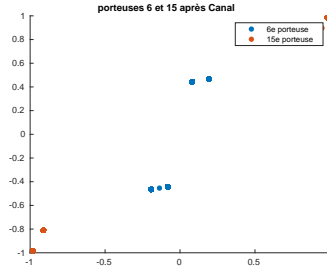


Figure 6: Constellations des Porteuses 6 et 15 du Signal après le Canal

On voit, en regardant la phase du canal des porteuses 6 et 15, qui sont respectivement de environ  $-2\text{rad}$  et environ  $0.75\text{rad}$ , qui équivalent à  $-114^\circ$  et  $73^\circ$ , les constellations devraient donc avoir subi des rotations de même valeurs.

De plus, en utilisant le module que celui de la porteuse 6 est d'environ 0.5 et que celui de la 15e porteuse est d'environ 1.4. Ce sont des rapports que l'on observe bien sur le graphique car il ne faut pas oublier la rotation de la constellation. Par exemple pour la 15e porteuse, on identifie clairement une distance allant du point  $(-1, -1)$  au point  $(0,0)$ , ce qui équivaut à:  $\sqrt{2} = 1.4$ . Ce qui est en correspondance avec le module du canal.

De là, on fini l'implantation de la chaine de réception et on en tire le TEB suivant:

```
TEB_3_1_6 =
    0.3519
```

Figure 7: TEB du signal avec canal

Le TEB est cette fois-ci non nul car il y a des interférences inter-symboles.

### 3.2 Implantation avec intervalle de garde composé de zéros

Maintenant, nous allons ajouter une intervalle de garde afin d'éviter les interférences inter-symboles ce qui consiste à écarter le temps d'émission entre deux symboles. Nous allons simuler ceci en insérant des 0 entre chaque symbole émis afin d'avoir des interférences entre symboles nulles.

Pour cela, il faut que pour chaque symbole émis, on soit sûr que la réponse impulsionnelle du filtre soit finie. Ils doivent donc être envoyés au minimum tout les  $\tau_{max}$ , où  $\tau_{max}$  est la valeur maximale du décalage de  $x(t)$  dans le filtre. Concrètement:  $x(t - \tau_{max}T_s)$ . Or, ici  $\tau_{max} = 2$ . Donc la taille minimale de la trame de garde est 2.

### 3.2.1 Effet de l'Intervalle

Comme on retarde l'envoi de symboles de 2 périodes d'envoi, cela triple la durée d'émission totale du signal, par conséquent réduisant l'efficacité temporelle. Cependant, la valeur des interférences inter-symboles sera plus faible.

### 3.2.2 Tracé des constellations

On peut alors en tracer les constellations suivantes:

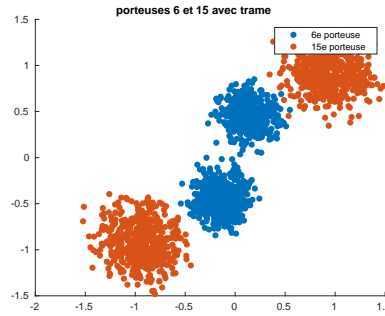


Figure 8: Constellation des Porteuses 6 et 15 avec une Trame de Garde

On voit que les nuages sont situés environ aux mêmes endroit que sans la trame de garde. Cependant ils sont plus condensé qu'avant, ce qui est en lien avec le fait que la trame de garde ne fait qu'éviter les interférences inter-symboles, les autres influences sont donc toujours présentes. On va donc essayer, avec les parties suivantes à les éliminer.

### 3.2.3 TEB Trame de Garde

Après avoir implanté toute la chaîne, on va pouvoir en tirer le TEB suivant:

$$\begin{aligned} \text{TEB\_trame} = \\ 0.3681 \end{aligned}$$

Figure 9: TEB du Signal avec Trame de Garde

Le TEB n'est pas nul malgré l'absence des interférences inter symboles car il subsiste toujours les interférences inter porteuses à cause de la rupture de l'orthogonalité des porteuses.

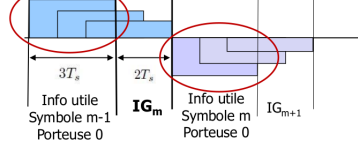


Figure 10: Effet de la Rupture de l'Orthogonalité

### 3.2.4 Interet de la Trame de Garde

L'intérêt de l'utilisation d'une trame, est d'émettre les symboles plus tard dans le temps afin qu'ils ne se chevauchent pas lors du passage dans le canal, et donc ne s'interfèrent pas mutuellement. Cependant, en plus de la durée d'émission qui est multipliée, on voit bien que la rupture de l'orthogonalité des porteuses crée des interférences entre les porteuses, qui ne sont pas nulles. Ce qui limite l'avantage de l'utilisation des trames de gardes.

## 3.3 Implantation avec préfixe cyclique

Maintenant au lieu d'ajouter une trame de garde, on va ajouter un préfixe cyclique, donc on va simplement doubler certains symboles émis.

### 3.3.1 Tracé des constellations

On va alors pouvoir en tirer cette constellation:

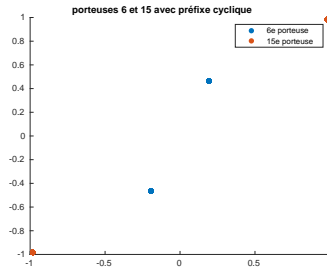


Figure 11: Constellations des Porteuses 6 et 15 avec Préfixe Cyclique

On voit ici toujours la même influence du module et de la phase du canal. Cependant nous n'avons plus des nuages, mais de simples points. Cela est dû à l'avantage qu'à le préfixe cyclique par rapport à la trame de garde: celui-ci enlève les interférences inter porteuses.



### 3.3.2 TEB du préfixe cyclique

Ce qui nous permet d'obtenir le TEB suivant:

$$\begin{array}{|l} \text{TEB}_{\text{cyc}} = \\ 0.4997 \end{array}$$

Figure 12: TEB du signal avec Préfixe Cyclique

Malgré avoir enlevé des interférences qui subsistaient en plus d'éliminer comme la trame de garde, les interférences inter symboles. Le TEB n'est toujours pas nul, et il est même plus élevé car on passe de 0.36 à 0.5. Cela est dû à l'effet de la FFT. En effet, celle-ci introduit une permutation circulaire des informations. Il faudra donc ajouter un composant qui permettra de régler ceci. On verra dans la partie suivante que ce composant est l'égaliseur.

### 3.3.3 Interet du Préfixe Cyclique

L'intérêt du préfixe cyclique est le même que pour la trame de garde, sauf que le préfixe cyclique lui, évite les interférences entre les porteuses et est donc plus adapté dans cette situation de multi porteuses.

### 3.4 Implantation avec préfixe cyclique et égalisation

Après avoir ajouté un préfixe cyclique, on va également ajouter une égalisation en plus. Pour voir l'effet de différentes égalisations, on va en tester 2: le Zero Forcing Equalizer (ZFE), et le Maximum Likelihood (ML).

#### 3.4.1 Zero Forcing Equalizer

Le ZFE a la réponse impulsionnelle suivante  $H = [H(0) H(1) \dots H(N-1)]$ , avec  $H(k) = \frac{1}{C(k)}$  où  $k \in \{1, 2, 3, \dots, N-1\}$ .

On peut donc, en appliquant ceci comme filtre obtenir ces constellations, toujours pour les porteuses 6 et 15:

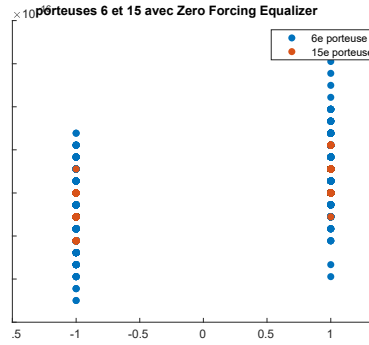


Figure 13: Constellations des Porteuses 6 et 15 avec un Egaliseur Zero Forcing

Ici il faut faire attention à l'échelle, qui est en  $10^{-6}$ . On voit qu'il y a plus de points pour la 6e porteuse que pour la 15e, cela est dû au fait que l'égaliseur augmente l'effet du bruit pour les porteuses dont le composant  $C(k)$  est plus faible.

Avec cette implantation, on retrouve en réception les bits permettant de déterminer le TEB:

$$\text{TEB\_ZFE} = 0$$

Figure 14: TEB du signal avec un ZFE

Ceci montre que l'égaliseur ZFE avec le préfixe cyclique fonctionne très bien pour obtenir, en arrivée le mapping BPSK fait à l'origine, et cela montre aussi par la même occasion l'efficacité de cette combinaison.

### 3.4.2 Maximum Likelihood

On passe maintenant à l'égaliseur ML dont la réponse impulsionnelle est la suivante  $H = [H(0) H(1) \dots H(N-1)]$ , avec  $H(k) = C^*(k)$  où  $k \in \{1, 2, 3, \dots, N-1\}$ .

Une fois cela implanté, nous obtenons les constellations suivantes:

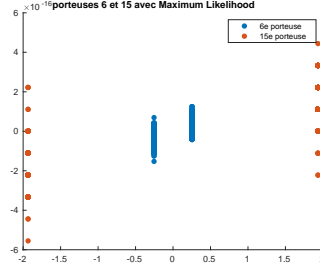


Figure 15: Constellations des Porteuses 6 et 15 avec un Egaliseur Maximum Likelihood

Comme précédemment, il faut garder un oeil sur l'échelle. On déduit, du fait de la forme les mêmes éléments que pour le ZFE, à la différence que les porteuses n'ont pas les mêmes valeurs sur l'axe des abscisses, donc il n'y aura pas d'interférences inter porteuses. Ce qui rends cette dernière plus efficace lors d'OFDMs.

Et pour le TEB, on obtient alors:

$$\text{TEB\_ML} = 0$$

Figure 16: TEB du Signal avec Egaliseur ML

On en déduit, comme pour le ZFE que l'égaliseur ML fonctionne très bien.

## 4 Impact d'une erreur de synchronisation horloge

Dans cette partie, on verra l'effet de différents réglages de la synchronisation horloge sur les interférences, celle-ci étant capitale afin que l'information arrive dans le bon ordre au récepteur. Car le moindre décalage entrainerait des interférences. Pour analyser son effet, on reprends le principe du préfixe cyclique et on va tripler ce préfixe. Donc comme il était de 2, il sera donc de 6. On en tirera également les constellations des porteuses 6 et 15 pour chaque cas.

## 4.1 Cas 1

Dans un premier temps, on réglera l'horloge de manière à ce que le retard  $\tau$  soit tel que:  $\tau > \Delta - \tau_{max}$ .

Ainsi, il y aura des interférences entre les symboles, ce qui fera baisser l'efficacité. Pour le montrer, on en tire les constellations suivantes:

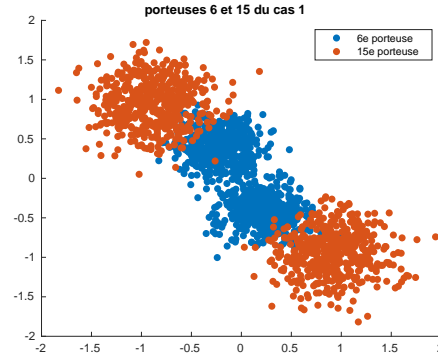


Figure 17: Constellations des Porteuses 6 et 15 avec une Horloge trop en Avance

On voit ici clairement des chevauchements entre les porteuses, et également entre les symboles des porteuses dont le module est plus faible, et qui seront donc plus rapprochées de 0.

Une fois ceci fait, on peut obtenir le TEB suivant:

$$\begin{aligned} \text{TEB\_cyc\_cas\_1} = \\ 0.5134 \end{aligned}$$

Figure 18: TEB du signal avec une Horloge trop en avance

Le TEB n'est plus nul car on a enlevé l'égaliseur de la chaîne. Et donc ses avantages ne sont plus présents.

## 4.2 Cas 2

Dans ce deuxième cas, le réglage de l'horloge est tel que :  $\tau < \Delta - \tau_{max}$ .  
Ce qui est un réglage correcte de l'horloge.

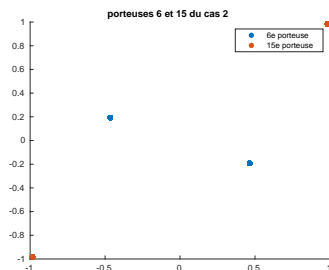


Figure 19: Constellations des Porteuses 6 et 15 avec une Horloge Correctement Réglée

On voit un changement total des constellations car un bon réglage de l'horloge nous ramène au cas du préfixe cyclique. On y observe donc une constellation similaire. Elle n'est pas exactement pariel, car un préfixe cyclique plus grand va modifier l'orientation de certaines porteuses.

On en tire alors le TEB suivant:

$$\text{TEB\_cyc\_cas\_2} = 0.4997$$

Figure 20: TEB du Signal avec une Horloge correctement Réglée

Comme pour le cas 1, la non nulité du TEB s'explique par l'absence de l'égaliseur, et donc les interférences liées à la FFT et les permutations qu'elle effectue.

### 4.3 Cas 3

Enfin, dans ce troisième cas, au lieu d'être en avance, l'horloge sera en retard. Donc les lignes prises vont se chevaucher, de manière similaire au cas 1.

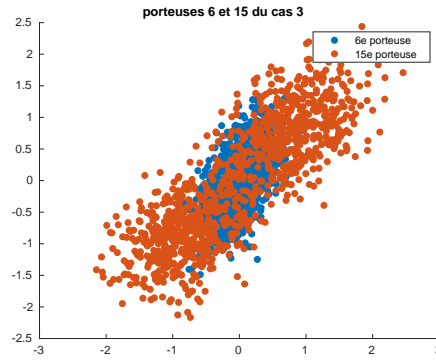


Figure 21: Constellations des porteuses 6 et 15 avec une Horloge en Retard

Les interférences ici ont la même conséquence que pour le cas 1, un mauvais réglage qui crée des chevauchements de symboles. Les nuages ne sont pas les mêmes dû à de nombreux décalages possibles, chacun avec ses effets sur les interférences.

```
TEB_cyc_cas_3 =  
0.3731
```

Figure 22: TEB du Signal avec une Horloge en Retard

Toujours comme les cas 1 et 2, le TEB n'est pas nul du fait de la présence du décalage du FFT.

### 4.4 Conclusion

On voit que les cas 1 et 3 comportent de mauvaises attributions de symboles à cause de la FFT, car ce sont des situations inverses, dans le sens où le retard pour le symbole précédent est l'avance pour le symbole suivant. Même si les interférences et les constellations ne sont pas les mêmes, c'est dû à la possibilité de battement des réglages.

On constate également que le cas 2 n'a pas d'interférences. Ce qui est dû à un bon réglage de l'horloge. Ce qui marque l'importance du bon réglage de l'horloge de synchronisation.

## 5 Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal à bruit additif blanc et gaussiens

Dans cette dernière partie, on ajoutera une partie non négligeable afin d'avoir des simulations proches de la réalité: le bruit, et celui-ci sera modélisé par un bruit additif blanc gaussien (AWGN).

Pour ce faire, on gardera le préfixe cyclique et l'égaliseur. Et on passera à un mapping QPSK au lieu du BPSK utilisé jusqu'ici. Ceci, afin de tracer la courbe du TEB en fonction du rapport signal sur bruit. Avec différentes puissances de bruit, que l'on pourra comparer à la courbe dans la réalité. On obtient alors cette courbe:

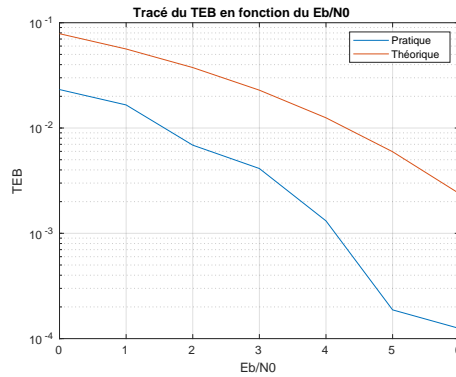


Figure 23: Evolution du TEB du Signal en fonction du rapport  $E_b/N_0$

On voit que la courbe simulée est en dessous de la courbe théorique, ce qui est normal considérant que nous sommes en OFDM, donc dans une situation où on a moins d'erreurs que ce qu'on aurait sans OFDM, ce qui est la situation théorique. Donc on a un pratique OFDM meilleure que la théorie sans OFDM, ce qui montre l'intérêt de l'utilisation de l'OFDM.

## 6 Conclusion

Ainsi, nous avons montré l'utilité d'utiliser différents composants en série, c'est à dire, un préfixe cyclique avec une taille minimale, un égaliseur ML. Et pas n'importe lesquels, car on a, en utilisant différentes possibilités, montré les avantages de certains lorsqu'on est dans un canal OFDM.