

Bifurkationen und Toggle-Switch

3. Juni 2022

1 Bifurkationen

Aufgabe 1 Grundlagen

Beantworte die folgenden Fragen

- Was ist eine Bifurkation?
- Wann entsteht eine Bifurkation?
- Was ist das mathematische Kriterium für eine Bifurkation?
- Welche Formen von Bifurkationen gibt es?
- Was können Beispiele für Biologische Systeme mit Bifurkationen sein? (2 Stück)

Aufgabe 2 Python erstes Beispiel

Das python-script "Bifurkationen.py" bietet eine erste einfache Möglichkeit, Bifurkationen zu plotten. Es ist noch leicht unvollständig. Verstehe das Skript und vervollständige es. Das Endergebnis sollte dann aussehen wie in Figur 1.

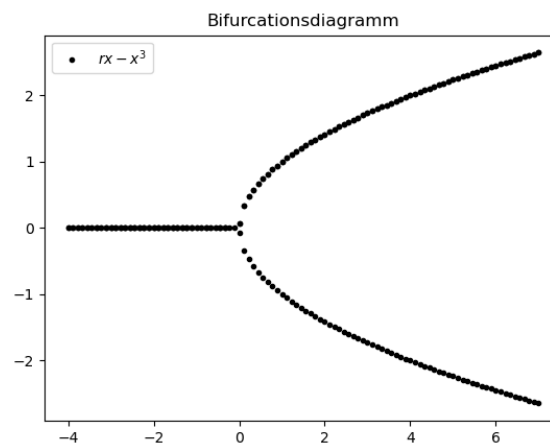


Abbildung 1: Bifurkation geplottet mit python

Aufgabe 3 Auf Papier: Erwartungen an Systeme

Betrachte die folgenden Gleichungen jeweils als einzelstehende Ordinary Differential Equations (ODEs). Welche davon zeigen Bifurkationen? Welche weiteren Verhaltensweisen sind zu erwarten? Wie viele Gleichgewichtszustände gibt es?

$$\dot{x} = -rx^3 + x \quad (1)$$

$$\dot{x} = x - rx^3 \quad (2)$$

$$\dot{x} = ax + bx^2 - rx^3 \quad (3)$$

$$\dot{x} = -(x-r)(x-1+r)^2 - (x-r)^2(x-1+r) \quad (4)$$

$$\dot{x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(1 - e(-(x-r)^2)\right)^2 \left(1 - e(-(x-1+r)^2)\right)^2 \quad (5)$$

$$\dot{x} = -\frac{\partial V}{\partial x}(x) \quad (6)$$

wobei $g(x)$ gegeben ist durch Diagramme aus Figur 2.

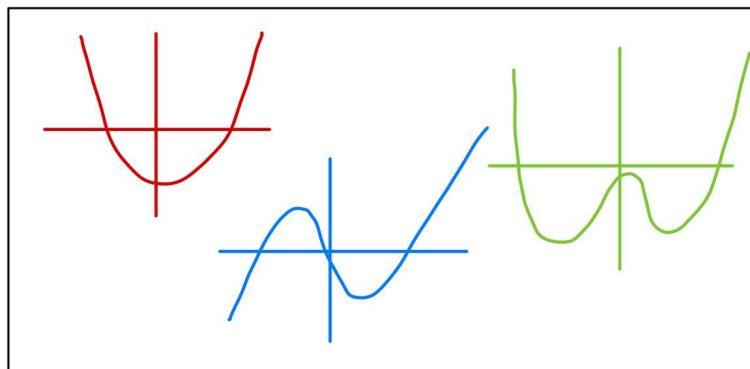


Abbildung 2: Plots für Möglichkeiten von $V(x)$.

Aufgabe 4 Erwartungen überprüfen

Benutze das python-script von zuvor, um die oben beschriebenen Systeme zu plotten und mit deinen Erwartungen zu vergleichen.

2 Toggle-Switch Model

Aufgabe 5 Grundlagen

Beantworte die folgenden Fragen

- Gehört dieses System von ODEs zu einer Reaktion, die wir aufschreiben können?
- Was möchte man mit diesem mathematischen model biologisch simulieren?
- Was ist eine Nullcline? Warum ist sie hilfreich?

Aufgabe 6 Analyse des Models

...