21_02_2023

martedì 21 febbraio 2023 08:36

WeBeep:
- → Lezioni: slide delle lezioni
  appunti: relativi alle lezioni degli anni precedenti
- → Esercitazioni: pdf di esercizi svolti.
- → Temi d'esame: TdE con soluzioni solo numeriche

Il corso tratta dello studio dei movimenti di sistemi.

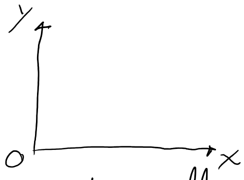
Temi affrontati:
1) Cinematica del punto materiale
2) Statica
3) Dinamica del punto del corpo rigido
4) Dinamica della macchina utilizzatrice
   - → Motore
   - → Trasmissione
   - → Utilizzatore

Esame: 2 prove
- → Scritto
- → Orale: accesso solo se parte scritta sufficiente
  obbligatorio solo se si consegue un voto ≤ 21
  Per gli altri voti è facoltativo però limita il voto a 27 (Esame comunque in 33)

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

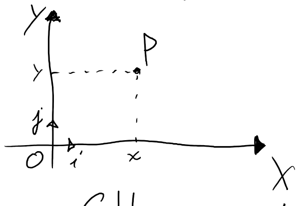
Studio del moto di un sistema indipendentemente dalle forze applicate, fornisce una descrizione matematica del PM tramite posizione, direzione, velocità, accelerazione.

COME:
1) Fisso un osservatore/sistema di riferimento, solitamente cartesiano.



Osservatori differenti danno descrizioni del moto differenti

2) Capire il numero minimo di coordinate necessarie per descriverne il moto (Gradi di Libertà)



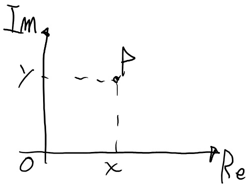
Per definire i GdL posso introdurre coordinate Cartesiane.

Posso introdurre un ... $\vec{P}$ ...

Per definire i GdL posso introdurre coordinate Cartesiane.

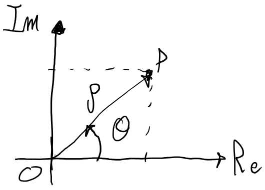
Posso introdurre un vettore $\vec{P} = (P-O) = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j}$

Posso anche considerare i numeri complessi



$$\vec{P} = (P-O) = x + iy = x + \sqrt{-1}\cdot y$$

Posso anche usare coordinate polari



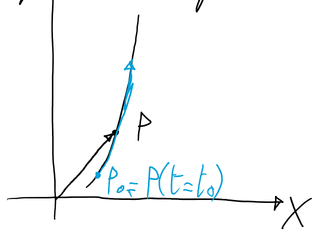
$$(P-O) = \vec{P} = \rho e^{i\theta}$$

$$(P-O) = x + iy = \rho\cdot\cos\theta + i\rho\sin\theta = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho e^{i\theta}$$

Eulero: $\cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases}$$

TRAIETTORIA: curva continua che descrive tutte le posizioni successivamente occupate da P nel moto.



Spostamento

$$\vec{P}(t) = \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad o \quad \begin{cases} \rho = \rho(t) \\ \theta = \theta(t) \end{cases}$$

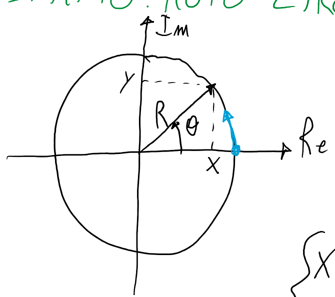
$$\vec{P} = \vec{P}(s(t))$$

ASCISSA CURVILINEA: rappresenta la distanza percorsa da P lungo la traiettoria

↳ Per trovarla basta conoscere la legge oraria.

$$\begin{cases} y = f(x) & \text{traiettoria} \\ s = s(t) & \text{legge oraria} \end{cases}$$

ESEMPIO: MOTO CIRCOLARE



$$x = R\cos\theta = R\cos\omega t$$

$$y = R\sin\theta = R\sin\omega t$$

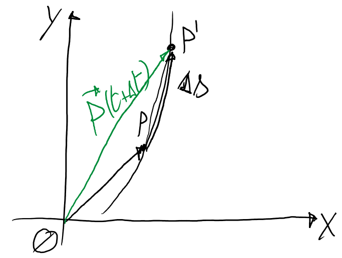
$$\theta = \omega t$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 & \text{traiettoria} \\ s = R\theta = R\omega t & \text{legge oraria} \end{cases}$$

VELOCITÀ

$$\vec{v} = d\vec{P} = \lim \ \vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t) = \lim \Delta\vec{P}$$

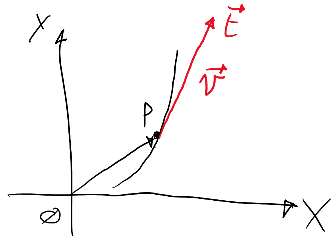
VELOCITÀ



$$\vec{v}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{P}(t+\Delta t)-\vec{P}(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{P}(s(t))}{dt}=\frac{d\vec{P}(t)}{ds}\cdot\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{\dot{s}}=\dot{s}\cdot\frac{d\vec{P}}{ds}=\dot{s}\cdot\vec{t}$$

$\frac{d\vec{P}}{ds}=\lim_{\substack{\Delta s\to 0\\(\Delta t\to 0)}}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta s}$ più $\Delta s\to 0$ più $\left|\frac{d\vec{P}}{ds}\right|$ tende a 1 (versore tangente alla traiettoria)



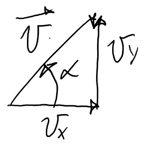
$$\vec{v}=\dot{s}\cdot\vec{t}=v\cdot\vec{t}$$

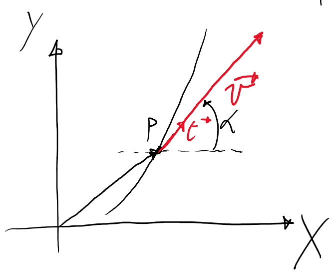
IMPORTANTE
1) $\vec{v}$ è sempre tangente alla traiettoria
2) Modulo dipende dall'ascissa curvilinea

La velocità può essere espressa nei sistemi visti prima

$\vec{v}=\dot{x}\vec{i}+\dot{y}\vec{j}=v_x\vec{i}+v_y\cdot\vec{j}$ | $\vec{v}=v_x+i\,v_y$ $\begin{cases}v_x=\dot{x}\\v_y=\dot{y}\end{cases}$

$\vec{v}=v e^{i\alpha}$





$$tg\,\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{dy}{dx}$$

ACCELERAZIONE

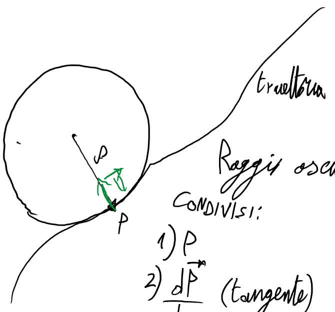
Derivata di $\vec{v}$ rispetto al tempo

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\dot{s}\cdot\frac{d\vec{P}}{ds}\right)=\ddot{s}\overbrace{\frac{d\vec{P}}{ds}}^{\vec{t}}+\dot{s}\frac{d^2\vec{P}}{ds}\cdot\dot{s}=\ddot{s}\vec{t}+\dot{s}^2\cdot\frac{d^2\vec{P}}{ds^2}=\ddot{s}\vec{t}+\frac{\dot{s}^2}{\rho}\vec{n}$$

$\hookrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{P}(s(t))}{ds}\right)$

RAGGIO OSCULATORE

OSCULATORE

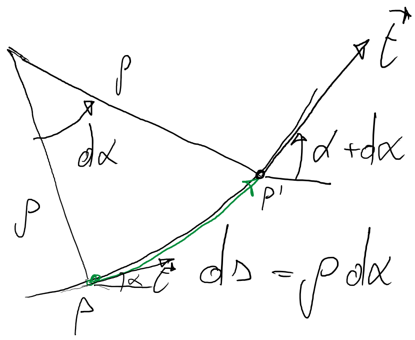


Raggio osculatore

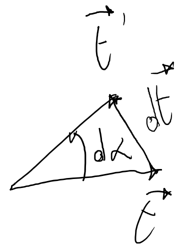
CONDIVISI:

1) P
2) $\frac{d\vec{P}}{ds}$ (tangente)
3) $\frac{d^2\vec{P}}{ds^2} = \frac{1}{\rho}$

$$\frac{d^2\vec{P}}{ds^2} = \frac{d}{ds}\underbrace{\left(\frac{d\vec{P}}{ds}\right)}_{\vec{t}} = \frac{d\vec{t}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \vec{t}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\vec{t}' - \vec{t}}{\Delta s}$$



$ds = \rho\, d\alpha$



$$|d\vec{t}'| = \underbrace{|\vec{t}|}_{1} \cdot d\alpha = d\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{d\alpha}{\rho\, d\alpha} \cdot \vec{n} = \frac{1}{\rho}\vec{n}$$

Dunque l'accelerazione è SEMPRE composta da 2 termini: uno TANGENZIALE e uno NORMALE

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \ddot{s}\vec{t} + \underbrace{\frac{\dot{s}^2 \vec{n}}{\rho}}$$

$\dot{v}\vec{t}$

Se moto costante è 0

Sempre diretta in modo centripeto modulo $= \frac{v^2}{\rho}$

Si annulla per un moto

$\frac{v}{\rho}$

Si annulla per un moto rettilineo