9_03_2023

giovedì 9 marzo 2023 16:29

SISTEMA MECCANICO

Insieme di corpi rigidi connessi da vincoli tra loro e legati all'esterno (TELAIO) con un insieme di vincoli

STUDIO DELLA CINEMATICA

1) Capire come i vincoli influenzano il moto del sistema (Calcolo i GdL del sistema).

Per farlo applico la regola di GRÜBLER:

Ipotesi:

1) Sistema costituito da corpi rigidi
2) Presenza di soli vincoli elementari
3) Ciascun vincolo connette al più 2 corpi (ad eccezione del telaio)

$n = n_0 - n_V \Leftarrow n \geq \emptyset$ (Posso avere più GdV dei GdL, ma n non ha senso che sia negativo)

n_0: GdL in Assenza di vincoli

$2D = 3 \cdot n_c$ → Corpi rigidi nel sistema

n_V → GdV introdotti dai vincoli:

$n_V = 1 \cdot n_1 + 2 \cdot n_2 + 3 \cdot n_3$

- n_1: Vincoli: - Carrello - Contatto
- n_2: Vincoli: - Cerniera - Pattino - Manicotto - Puro Rotolamento
- n_3: Vincoli: - Incastro

EX.

a)

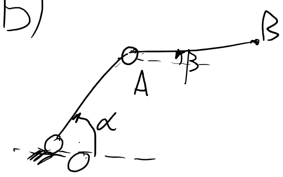
Manipolatore SCARA

Numero di corpi rigidi

$n_c = 2$

$n = n_0 = 3 \cdot n_c = 3 \cdot 2 = 6$ GdL

b)



Impongo un vincolo di cerniera in O e in A

$n_c = 2$

$n_0 = 3 \cdot n_c = 3 \cdot 2 = 6$

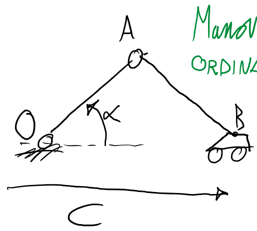
$n_V = 2 \times 2 = 4$

$n = n_0 - n_c = 6 - 4 = 2$

Scelgo i gradi di libertà secondo i vincoli imposti. In questo caso come le rotazioni α e β

Scelgo i gradi di libertà secondo i vincoli imposti: in questo caso come le rotazioni α e β

c)



Manovellismo ORDINARIO

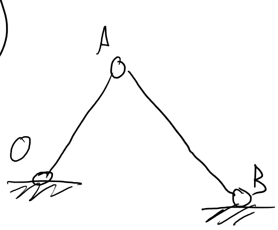
$n_o = 6$ gdl

$n_v = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 5$ gdv

$n = 6 - 5 = 1$ gdl

Posso scegliere una coordinata tra la rotazione α e la corsa c

d)

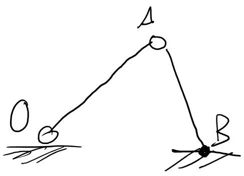


$n_o = 6$ gdl

$n_v = 2 \cdot 3 = 6$ gdv

$n = 6 - 6 = 0 \Rightarrow$ Non c'è più possibilità di moto rigido

e)



$n_o = 6$ gdl

$n_v = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 7$ gdv

$n_o = 6 - 7 = 0$ gdl

$n_v > n_o$

Se $n \geq 1 \Rightarrow$ MECCANISMO (Sistema Ipostatico)
Il sistema può muoversi (Sistemi b, c)

Se $n = 0 \Rightarrow$ STRUTTURA
(Sistemi d, e)

MECCANISMI

CATENE CINEMATICHE APERTE: se ciascun corpo del sistema, incluso il telaio, sia connesso UNICAMENTE al corpo che lo precede e che lo segue nella catena (Posso studiare il moto relativo di un corpo rispetto a quello che lo precede)

CATENE CINEMATICHE CHIUSE: se un corpo del sistema è legato

... rispetto a quello che lo precede)

CATENE CINEMATICHE CHIUSE: se un corpo del sistema è legato a un corpo diverso dal corpo che lo precede e che lo segue (Studio il moto relativo considerando i corpi della catena come i lati di un poligono chiuso che rimane tale durante tutto il moto. Uso l'equazione di chiusura per studiare il moto).

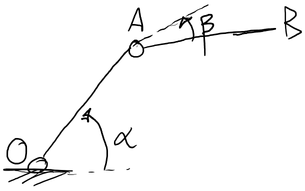
STRUTTURE

ISOSTATICHE: $n_o = n_v$

IPERSTATICHE: $n_v > n_o$ ← INTRODUCONO LA DEFORMAZIONE DEI CORPI

STUDIO DI UN SISTEMA MECCANICO

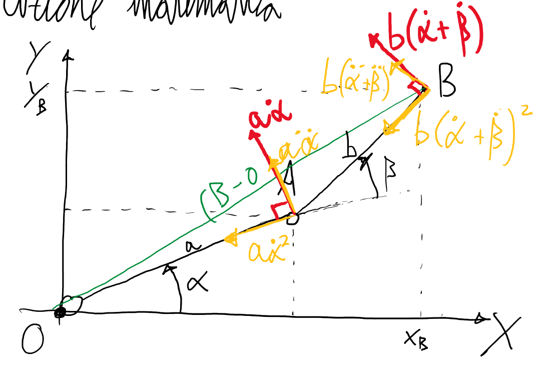
MANIPOLATORE SCARA



Utilizzato per spostare oggetti sul piano, effettuare tagli su una traiettoria sul piano. Usato anche nella stampa 3D se svincolato dal piano.

Studieremo il moto del punto B (Hand effector) rispetto alla cerniera in O.

Descrizione matematica



■ Velocità
■ Accelerazione

2 gdl: α, β

$\alpha(t), \beta(t)$ NOTE

? $\vec{s}_B(t)$, $\vec{v}_B(t)$, $\vec{a}_B(t)$

$(B-O) = (A-O) + (B-A)$ NON È UN'EQUAZIONE DI CHIUSURA

$$= a \cdot e^{i\alpha} + b e^{i(\alpha+\beta)} \Rightarrow \begin{cases} X_B = a\cos\alpha + b\cos(\alpha+\beta) = X_B(t) \\ Y_B = a\sin\alpha + b\sin(\alpha+\beta) = Y_B(t) \end{cases}$$

$$i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\vec{v}_B(t) = \frac{d(B-O)}{dt} = i a\dot\alpha e^{i\alpha} + i(\dot\alpha+\dot\beta) b \cdot e^{i(\beta+\alpha)} = a\dot\alpha e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} + b(\dot\alpha+\dot\beta) e^{i(\alpha+\beta+\frac{\pi}{2})}$$

$$\vec{v}_{Bx} = -\dot{\alpha}\, a \sin(\alpha) - (\dot{\alpha}+\dot{\beta})\, b \sin(\alpha+\beta) \quad = \vec{v}_{Bx}(t)$$

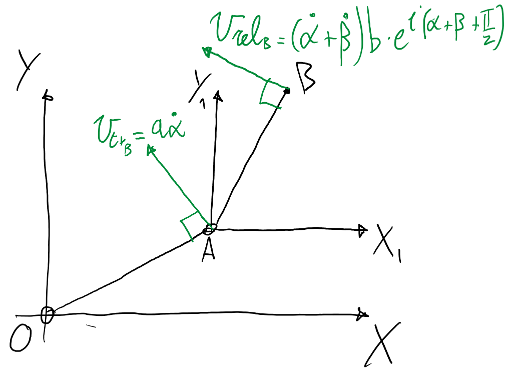
$$\vec{v}_{By} = \dot{\alpha}\, a \cos(\alpha) + (\dot{\alpha}+\dot{\beta})\, b \cos(\alpha+\beta) \quad = \vec{v}_{By}(t)$$

$$\vec{a}_B = \frac{d\vec{v}_B(t)}{dt} = a\cdot\ddot{\alpha}\cdot e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} - a\cdot\dot{\alpha}^2\cdot e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} + b(\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})e^{i\left(\alpha+\beta+\frac{\pi}{2}\right)} - b(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 e^{i(\alpha+\beta)}$$

$$a_{Bx} = -a\cdot\ddot{\alpha}\cdot\sin\alpha - a\dot{\alpha}^2\cdot\cos\alpha - (\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\cdot b\cdot\sin(\alpha+\beta) - b(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2\cdot\cos(\alpha+\beta) = a_{Bx}(t)$$

$$a_{By} = a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\cdot\dot{\alpha}^2\sin\alpha + b(\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\cos(\alpha+\beta) - b(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2\sin(\alpha+\beta) = a_{By}(t)$$

STUDIO TRAMITE TEOREMA DEI MOTI RELATIVI



$O_1X_1Y_1$ traslante $\Rightarrow \vec{\omega}_t = 0$

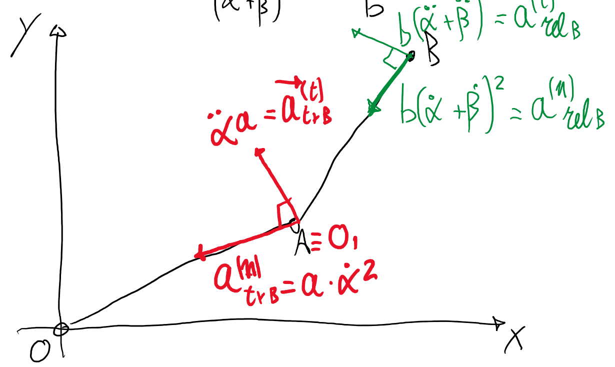
$$\vec{v}_B = \vec{v}_{trB} + \vec{v}_{relB}$$

$$\vec{v}_{trB} = \vec{v}_{O_1} + \cancel{\vec{\omega}_1 \wedge (B-O_1)} = \vec{v}_{O_1} = \underbrace{\vec{\omega}_1}_{\dot{\alpha}\cdot\vec{K}} \wedge \underbrace{(A-O)}_{a} = a\dot{\alpha}e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$$

0 visto che $\omega_t = 0$

$\vec{\omega}_2 = (\dot{\alpha}+\dot{\beta})\vec{K}$ velocità di rotazione dell'asta AB

$$\vec{v}_{relB} = \underbrace{\vec{\omega}_2}_{(\dot{\alpha}+\dot{\beta})} \wedge \underbrace{(B-A)}_{b} = (\dot{\alpha}+\dot{\beta})\, b\, e^{i\left(\alpha+\beta+\frac{\pi}{2}\right)}$$



OT

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{tr} + \vec{a}_{rel_B} + \vec{a}_{Co}$$

$$\hookrightarrow 2\cancel{\vec{\omega}_t} \wedge \vec{v}_{rel_B} = \emptyset$$

$$\vec{a}_{tr} = \vec{a}_{O_1} + \cancel{\dot{\vec{\omega}}_t \wedge (B-O_1)} + \cancel{\vec{\omega}_t \wedge [\vec{\omega}_t \wedge (B-O_1)]} = \vec{a}_{O_1} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \overbrace{\dot{\vec{\omega}}_1 \wedge (O_1-O)}^{tg} + \overbrace{\vec{\omega}_1 \wedge [\vec{\omega}_1 \wedge (O_1-O)]}^{norm}$$

La terna trasla ma non ruota

$$\vec{a}_{rel_B} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \underbrace{\dot{\vec{\omega}}_2 \wedge (B-A)}_{a^{(t)}_{rel_B} = (\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\, b e^{i(\alpha+\beta+\frac{\pi}{2})}} + \underbrace{\vec{\omega}_2 \wedge [\vec{\omega}_2 \wedge (B-A)]}_{a^{(n)}_{rel_B} = -(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 \cdot b\, e^{i(\alpha+\beta)}} = (\ddot{\alpha}+\ddot{\beta})\, b e^{i(\alpha+\beta+\frac{\pi}{2})} + b(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2 \cdot e^{i(\alpha+\beta)}$$

In più posso dare una interpretazione fisica dei termini presenti:

Vettori tangenti rappresentano il moto rotatorio

Vettori normali rappresentano il moto traslatorio