28_02_2023

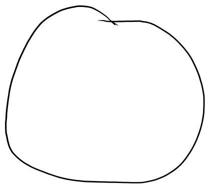
martedì 28 febbraio 2023 09:14

CINEMATICA DEL CORPO

Si intende come si muove un corpo in base alle forze applicate al corpo.

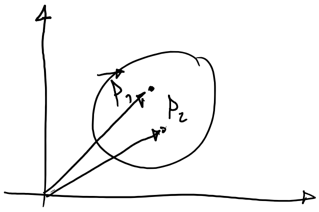
CORPO

insieme continuo di punti



POSIZIONE DEL CORPO

Insieme dei vettori posizione dell'insieme di punti del corpo



SPOSTAMENTO

Insieme delle variazione dei vettori dei punti del corpo

MOTO PIANO

Moto in cui i vettori velocità, accelerazione e spostamento sono paralleli al piano direttore del moto

SPOSTAMENTO INFINITESIMO DEL CORPO

Condizione del moto per cui TUTTI i punti si spostano di una quantità infinitesima

ATTO DI MOTO

Insieme di tutti i vettori velocità dei punti del corpo nell'istante di tempo considerato

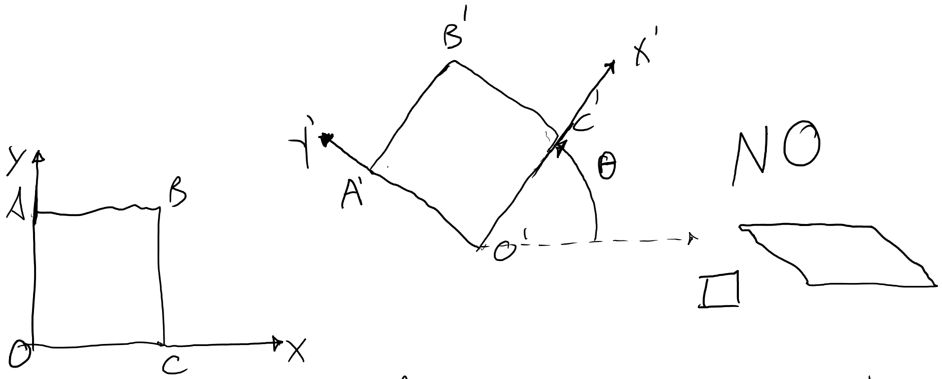
$$\vec{v}_P = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Coincide con lo spostamento infinitesimo (dal punto di vista cinematico)

Coincide con lo spostamento infinitesimo (dal punto di vista cinematico)

CORPO RIGIDO

Corpo che a valle di un qualsiasi spostamento non cambia né dimensione né forma.



Se ho una variazione di forma o dimensione non avrò un corpo rigido

2 PROPRIETÀ:

1) La distanza tra una coppia di punti di un corpo rigido rimarrà la stessa dopo ogni spostamento

2) Qualsiasi coppia di rette passanti per 2 coppie di punti del corpo rigido manterrà inalterato l'angolo compreso a valle di qualsiasi spostamento.

Se considero un corpo flessibile nel piano esso avrà ∞^2 gradi di libertà

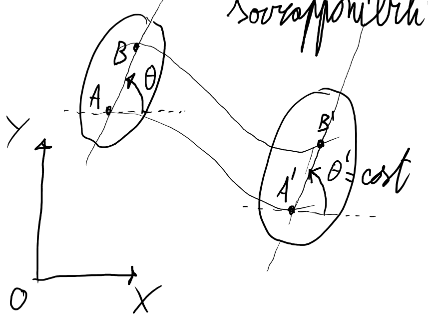
Se considero un corpo RIGIDO nel piano esso avrà 3 gradi di libertà (introduco una coordinata angolare che mi indica la variazione angolare del corpo): X_0, Y_0, θ

POSSIBILITÀ DI MOTO

MOTO IN GRANDE NEL PIANO

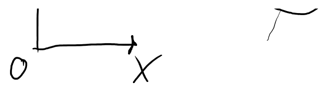
3 possibili movimenti:

1) Traslazione: non modifica la coordinata angolare. Le traiettorie di ogni punto saranno sovrapponibili. La traiettoria può avere qualsiasi forma.

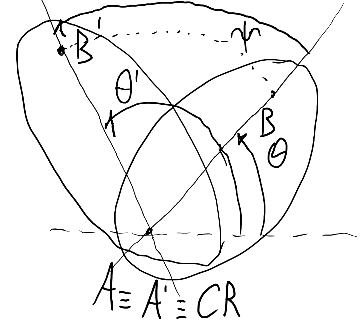


$$\vec{v}_A = \vec{v}_B$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B$$



2) Rotazione: moto in cui posso individuare un punto del corpo che durante tutto l'arco del moto mantiene velocità nulla. Questo punto viene detto centro di rotazione (CR)

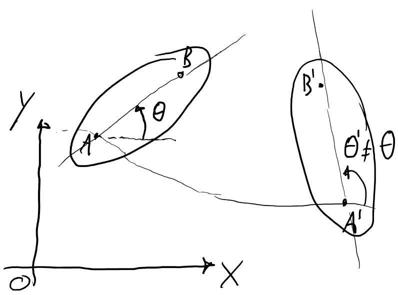


$$\psi = \theta' - \theta$$

$$\vec{v}_A = 0$$

Se ho 2 punti con $\vec{v} = 0$ il corpo non si sta muovendo

3) Rototraslazione: moto in cui il corpo modifica la propria coordinata angolare senza che sia possibile individuare un centro di rotazione



Può essere sempre visto come la sovrapposizione di un moto rotatorio e traslatorio

MOTO IN PICCOLO

Considero l'atto di moto.

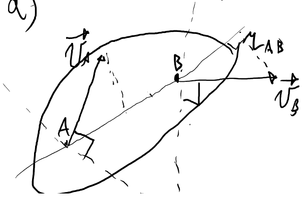
2 TIPOLOGIE DI ATTO DI MOTO

1) TRASLATORIO

2) ROTAZIONE (CIR: Centro Istantaneo Rotazione)

CASO GENERALE

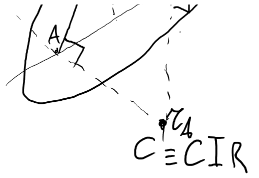
a)



1) Le proiezioni di $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ su r_{AB} devono essere uguali

2) Tutti i punti di r_B devono avere $\vec{v} \perp r_B$

uguali



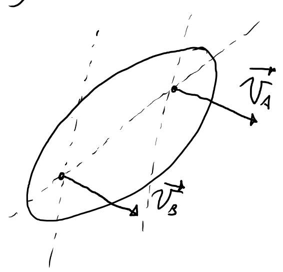
2) Tutti i punti di r_A devono avere $\vec{v} \perp r_A$

3) C punto d'intersezione tra r_A e r_B, $\vec{v}_C$ deve essere nulla e quindi C è il CIR

3.a) Il CIR ha $\vec{v}=0$ solo nell'istante considerato visto che può variare da istante a istante $\Rightarrow a_C \neq 0$

b) $\vec{v}_A \,//\, \vec{v}_B$

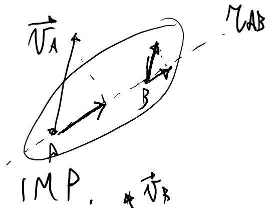
b1) $\vec{v}_A = \vec{v}_B$



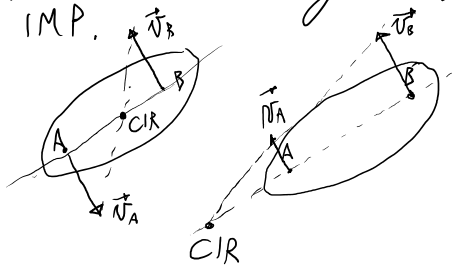
$CIR \to \infty$

Dunque l'atto di moto è traslatorio

b2) $\vec{v}_A \neq \vec{v}_B$



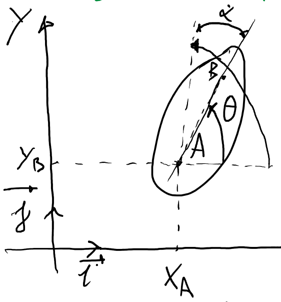
$\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ DEVONO essere perpendicolari a r_{AB} altrimenti non verrebbe rispettata l'ipotesi di corpo rigido. $\Rightarrow CIR \in r_{AB}$



Il CIR può essere individuato se sono note le velocità di 2 punti del corpo.

ATTO DI MOTO **NON** PUÒ ESSERE ROTOTRASLATORIO

COME DEFINIRE POSIZIONE, DIREZIONE, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE



$\gamma = \theta + \underbrace{\alpha}_{cost}$

3 GdL: $\underbrace{X_A(t) \quad Y_A(t) \quad \theta(t)}_{Note}$

Per individuare la posizione del generico punto B posso usare 3 metodi:

$(B - ...) \; (A - ...) \; (B - A)$ ... $\vec{v} \leftarrow$ Velocità relativa (Moto circolare)

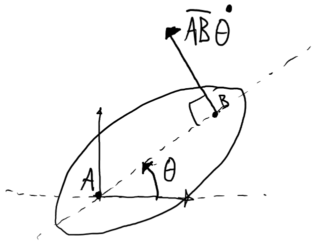
Per individuare la posizione del generico punto B posso usare ...

$$(B-O)=\underbrace{(A-O)}_{(x_A\vec{i}+y_A\vec{j})}+\underbrace{(B-A)}_{\overline{AB}e^{i\theta}}$$

$\vec{v}_{BA}$ ← Velocità relativa (moto circolare) di B per un osservatore traslante in A

$$\vec{v}_{BA}=\overline{AB}\,\dot{\theta}\cdot e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}$$

Velocità: $\dfrac{d}{dt}(B-O)=\vec{v}_B=\dfrac{d}{dt}(A-O)+\dfrac{d}{dt}(B-A)=\vec{v}_A+\overline{AB}\cdot i\dot{\theta}\cdot e^{i\theta}$



$$=\vec{v}_A+\vec{v}_{BA}=\vec{v}_A+\vec{\omega}\wedge(B-A)$$

Se definisco $\vec{\omega}=\dot{\theta}\cdot\vec{K}=\omega\cdot\vec{K}$ vettore velocità angolare ed è unico per tutti i punti del corpo.

$\overline{AB}\cdot\dot{\theta}=\omega\overline{AB}$

Teo. Rivals per le velocità

Rappresenta in forma vettoriale la distribuzione delle velocità all'interno del corpo rigido

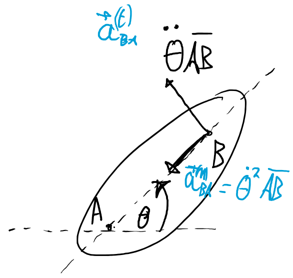
$$\vec{v}_{P_1}=\vec{v}_{P_2}+\vec{\omega}\wedge(P_1-P_2)$$

Velocità legata alla traslazione del corpo legata ad un generico punto del corpo

Moto relativo di rotazione con asse passante per il punto P_2

Per accelerazione

$$\vec{a}_B=\frac{d\vec{v}_B}{dt}=\underset{\uparrow\,\frac{d\vec{v}_A}{dt}}{\vec{a}_A}+\underbrace{\overline{AB}\,\ddot{\theta}e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}}_{\vec{a}_{BA}^{(t)}}-\underbrace{\dot{\theta}^2\overline{AB}\,e^{i\theta}}_{\vec{a}_{BA}^{(n)}}$$



Accelerazione tangenziale / Normale del corpo rigido mentre ruota intorno ad A

$\vec{\omega}=\dot{\theta}\cdot\vec{K}=\omega\vec{K}\Rightarrow\dot{\vec{\omega}}=\ddot{\theta}\vec{K}=\dot{\omega}\vec{K}$ ← Accelerazione angolare

$\vec{a}_B=\vec{a}_A+\dfrac{d\vec{\omega}}{dt}\wedge(B-A)+\vec{\omega}\wedge ...$

$\omega = \dot{\theta} \cdot k = \omega k \Rightarrow \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\theta} k = \dot{\omega} k$ ← ACCELERAZIONE ANGOLARE

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge (B-A) + \vec{\omega} \wedge \frac{d}{dt}(B-A)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge (B-A) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (B-A)]$$

$$\underset{(2D)}{=} \vec{a}_A + \underbrace{\dot{\vec{\omega}} \wedge (B-A)}_{\vec{a}^{(t)}_{BA}} - \underbrace{\omega^2 (B-A)}_{\vec{a}^{(n)}_{BA}}$$

TEO. DI RIVALS PER L'ACCELERAZIONE

L'accelerazione di un generico punto B in un corpo B sarà vedibile come la somma di 2 termini: l'accelerazione di traslazione di un generico punto A e l'accelerazione di rotazione con velocità ω corpo rigido attorno ad un asse passante per A e perpendicolare al piano del moto.