21_03_2023

martedì 21 marzo 2023 09:00

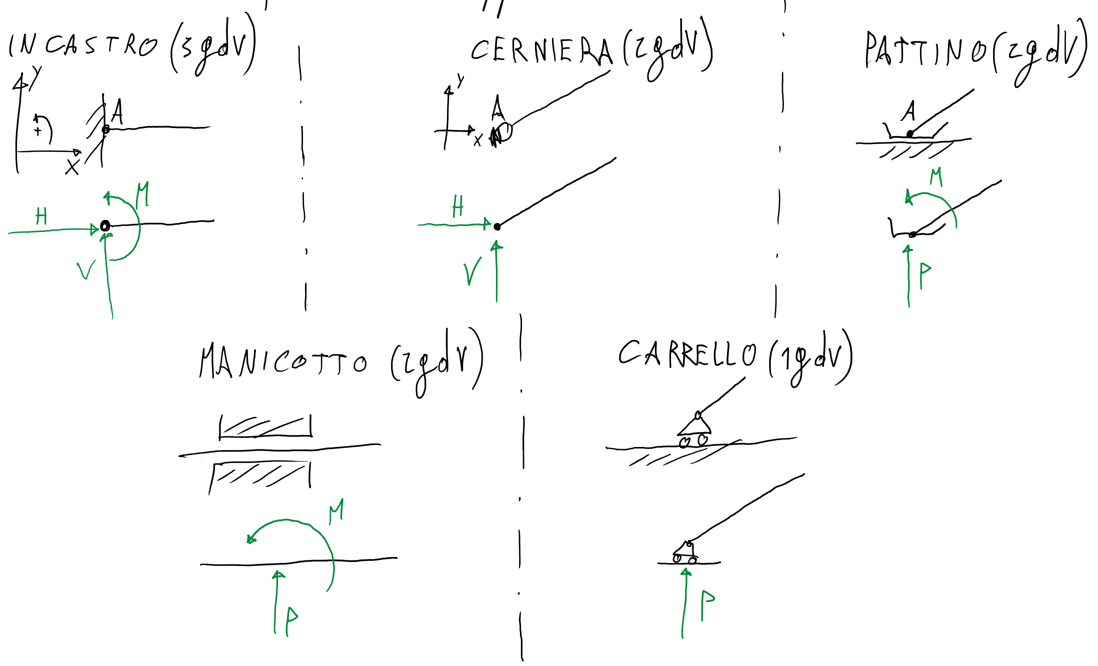
STATICA DI UN SISTEMA MECCANICO

Le forze applicate al sistema sono bilanciate in modo da produrre un'assenza di moto (Corpo fermo in una posizione detta d'equilibrio statico)

FORZE AGENTI SU UN CORPO

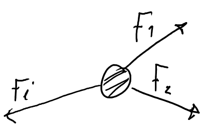
2 Tipologie:

- Forze Attive: forze agenti sul corpo
- Forze reattive / Reazioni vincolari: traducono gli effetti di un vincolo, traducono il fatto che i vincoli sopprimono una o più possibilità di movimento del corpo. Ogni vincolo introduce un numero di reazioni vincolari pari ai moti soppressi dal vincolo.



COME CALCOLARE LA POSIZIONE DI EQUILIBRIO STATICO / LE FORZE CHE CONSENTONO DI MANTENERE LA POSIZIONE D'EQUILIBRIO

STATICA PUNTO MATERIALE



Condizione Necessaria e Sufficiente per l'equilibrio statico del PM è che si annulli la sommatoria delle forze attive e reattive.

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F_i} = \emptyset \Rightarrow \begin{cases} R_x = \emptyset \\ R_y = \emptyset \end{cases}$$

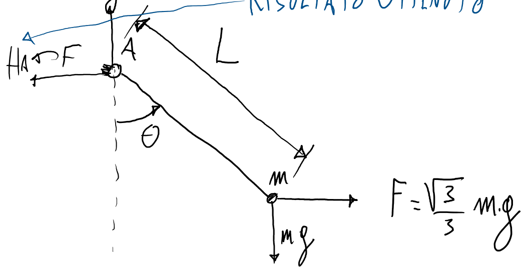
Attive — Reattive

Equazione cardinale della statica per il PM

1) Mi permette sempre di calcolare le reazioni vincolari.

2) Mi permettono di determinare la posizione d'equilibrio note le forze e viceversa posso determinare le forze nota la posizione d'equilibrio

EX: $mg \rightarrow V_A$ ← RISULTATO OTTENUTO

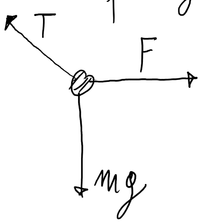


$F = \frac{\sqrt{3}}{3} mg$

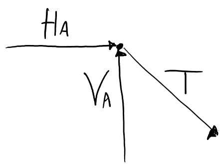
F nota

Determino θ (Posizione d'equilibrio statico)

Considero le forze agenti su B:



Considero le forze agenti su A:



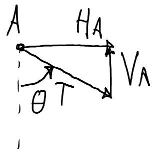
$$\vec{R} = \vec{\emptyset} = \begin{cases} R_x = \emptyset & F - T\sin\theta = \emptyset \\ R_y = \emptyset & T\cos\theta - mg = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = T\sin\theta \\ mg = T\cos\theta \end{cases} \quad tg\,\theta = \frac{F}{mg} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30°$$

Equilibrio su A determino le reazioni vincolari V_A e H_A:

$T = 2F$

$$\begin{cases} H_A = -T\sin\theta = -F \\ V_A = T\cos\theta = mg \end{cases}$$



STARE ATTENTI AL MANTENERE LE CONVENZIONI DURANTE TUTTO L'ESERCIZIO

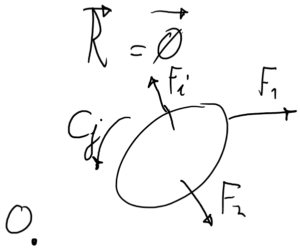
STATICA DEL CORPO RIGIDO

Nel caso ... che la risultante delle forze applicate sia nulla per

STATICA DEL CORPO RIGIDO

Non basta imporre che la risultante delle forze applicate sia nulla per definire tutti i gradi di movimento del corpo. Devo introdurre l'annullamento dei momenti rispetto ad un polo O generico

$\vec{R} = \vec{0}$



$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{0} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \\ \vec{M}_0 = \sum_i (P_i - O) \wedge \vec{F}_i + \sum_k \vec{C}_k = \vec{0} \end{cases}$$

2 equazioni scalari $\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$

1 equazione scalare $M_0 = 0$

Attive, Reattive — MOMENTO

Attive, Reattive — Coppia

Equazioni Cardinali della Statica del Corpo Rigido

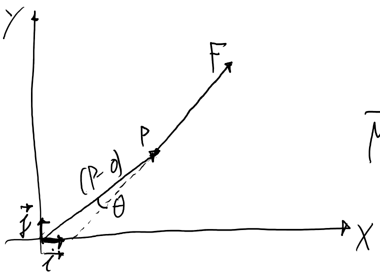
$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ M_0 = 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} R_x \\ M_Q = 0 \\ M_0 = 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} M_P = 0 \\ M_Q = 0 \\ M_0 = 0 \end{cases}$$

Con $\overline{OQ} \not\perp$ asse x

(Equazioni non più linearmente indipendenti)

Posso sostituire le equazioni $R_x = 0$ e $R_y = 0$ con altri Momenti relativi ad altri assi purchè questi assi non siano perpendicolari all'asse x.

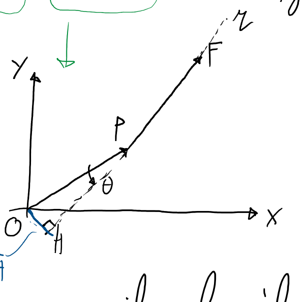
MOMENTO



$$\vec{M}_o = (P-O) \wedge \vec{F} = \overline{PO} \cdot F \sin\theta \, \vec{K} = (X_P \vec{i} + Y_P \vec{j}) \wedge (F_x \vec{i} + F_y \vec{j}) = X_P F_y \vec{K} - Y_P F_x \vec{K} = (X_P F_y - Y_P F_x) \vec{K}$$

$$\vec{M}_o = F \cdot \overline{OH} \, \vec{K} = F \cdot b \, \vec{K}$$

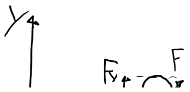
braccio

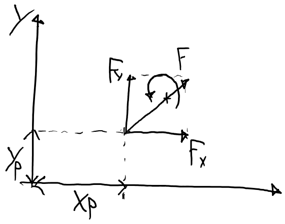


Se la retta d'azione della forza passa per il polo il Momento si annulla.

Il punto d'applicazione della forza può essere spostato lungo la retta d'azione senza modificare il valore del Momento

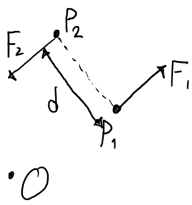
Può essere utile in alcuni casi scomporre la forza F nelle sue componenti F_x e F_y





Coppia

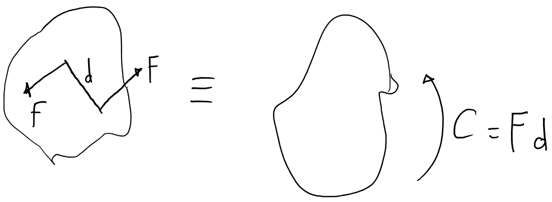
Insieme di due forze con Risultante nulla MA Momento diverso da zero indipendentemente dal polo considerato.



1) $|F_1| = |F_2| = F$
2) $\vec{F_1} \parallel \vec{F_2}$
3) $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$

$$\vec{M_o} = (P_1 - O) \wedge \vec{F_1} + (P_2 - O) \underbrace{\wedge \vec{F_2}}_{-\vec{F_1}} = \left[(P_1 - O) - (P_2 - O)\right] \wedge \vec{F_1} =$$

$$= \underbrace{(P_1 - P_2)}_{d} \wedge \vec{F_1} = F d \vec{K} = \vec{C}$$



$$\begin{cases} \vec{R} = \sum_i \vec{F_i} = \vec{\emptyset} \\ \vec{M_o} = \sum_i (P_i - O) \wedge \vec{F_1} + \sum_k \vec{C_k} = \emptyset \end{cases}$$

↳ 3 equazioni

Caso Isostatico

(piano) $n_o = 3 = n_v$ → Permette di calcolare le 3 reazioni vincolari (Uniche incognite del sistema)

$n_v = 3$ reazioni vincolari

Caso Ipostatico

$n \geq 1$

1) n_v reazioni vincolari

CASO IPOSTATICO

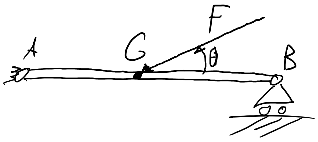
$n \geq 1$

$n = n_0 - n_v$ → 3 nel piano

1) n_v reazioni vincolari

$\Rightarrow$ 2) Posizione d'equilibrio (Note le forze) / Forze/Coppie (Nota Pos. D'equilibrio)] n incognite, $n = 3 - n_v$

Ex 1:



F, θ noti
piano orizzontale

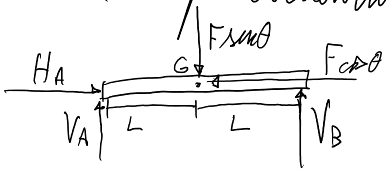
Determino i gdL:

$n_0 = 3$

$n_v = 2 + 1 = 3$

$n = n_0 - n_v = \emptyset \Rightarrow$ La posizione indicata e' già quella d'equilibrio

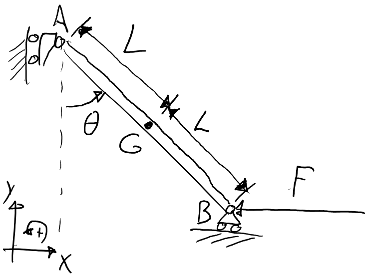
Isolo i corpi evidenziando le forze:



Uniche incognite sono le reazioni vincolari:

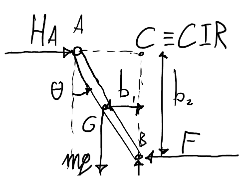
$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_A = F\cos\theta \\ V_A + V_B = F\sin\theta \\ -F\sin\theta \cdot L + V_B \cdot 2L = \emptyset \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A = F\cos\theta \\ V_A = \frac{F}{2}\sin\theta \\ V_B = \frac{F\sin\theta}{2} \end{cases}$$

Ex 2



θ nota   Piano Verticale
$F = ?$

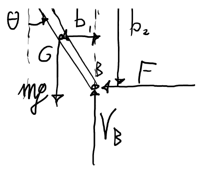
$n = \underbrace{3}_{n_0} - \underbrace{2}_{n_v} = 1 \text{ gdl} = \theta$



$R_x = \emptyset \Rightarrow H_A = F$

$R_y = \emptyset \Rightarrow V_B = mg$

[illegible]



$$F_y = 0 \Rightarrow V_B = mg$$

$$M_c = 0 \Rightarrow mg\, b_1 - F b_2 = 0 \Rightarrow F = \frac{mg L \sin\theta}{2L\cos\theta} = \frac{mg}{2}\tan\theta$$

bracci di F e G $\begin{cases} b_1 = L\sin\theta \\ b_2 = 2L\cos\theta \end{cases}$