

Análise e Projeto de Controle com o Diagrama de Bode

Guilherme Martins Specht

Bacharelado em Engenharia de Computação

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

`guilherme.specht@edu.pucrs.br`

March 27, 2025

Abstract

Este trabalho tem como foco a análise e o projeto de sistemas de controle por meio do Diagrama de Bode. A partir de uma função de transferência de quarta ordem, foi realizada a análise da estabilidade em malha aberta, seguida do projeto de um compensador proporcional. Posteriormente, adicionou-se um compensador integral com o objetivo de aprimorar o desempenho do sistema. As validações foram feitas por simulações no MATLAB/Simulink, comparando os resultados teóricos com as respostas obtidas nas diferentes configurações de controle.

1 Introdução

O objetivo deste estudo é analisar e projetar um sistema de controle com base no Diagrama de Bode. A planta considerada é representada por uma função de transferência de quarta ordem, cujos parâmetros foram extraídos de um modelo de referência.

A função de transferência da planta $G(s)$ foi determinada como:

$$G(s) = \frac{124.8(s + 88)}{(s + 26)(s + 22)(s + 2)(s + 1)} \quad (1)$$

Foi adotada uma estrutura clássica de sistema de controle, em que $C(s)$ representa o compensador projetado.

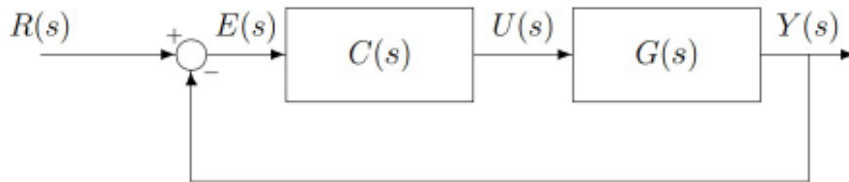


Figure 1: Estrutura do sistema de controle

2 Análise da Planta em Malha Aberta

A análise inicial considerou o sistema em malha aberta. Foram identificados os polos e zeros da função de transferência:

- Zero: -88
- Polos: -26, -22, -2, -1

Como todos os polos se encontram no semiplano esquerdo, conclui-se que o sistema é estável.

2.1 Diagrama de Bode

Com a construção do Diagrama de Bode, foi possível observar o comportamento de magnitude e fase em função da frequência. A cada polo do sistema, a magnitude decresce 20 dB/década, enquanto a fase decai 90°. Para cada zero, ocorre um aumento de 90° na fase.

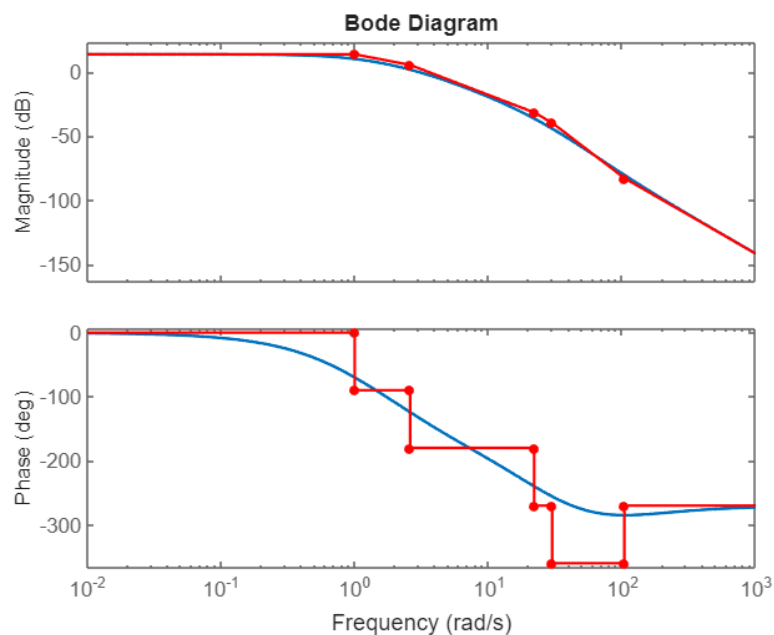


Figure 2: Diagrama de Bode

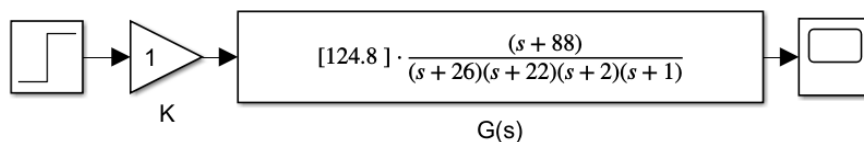


Figure 3: Resposta da planta em malha aberta

A resposta ao degrau unitário é apresentada a seguir:

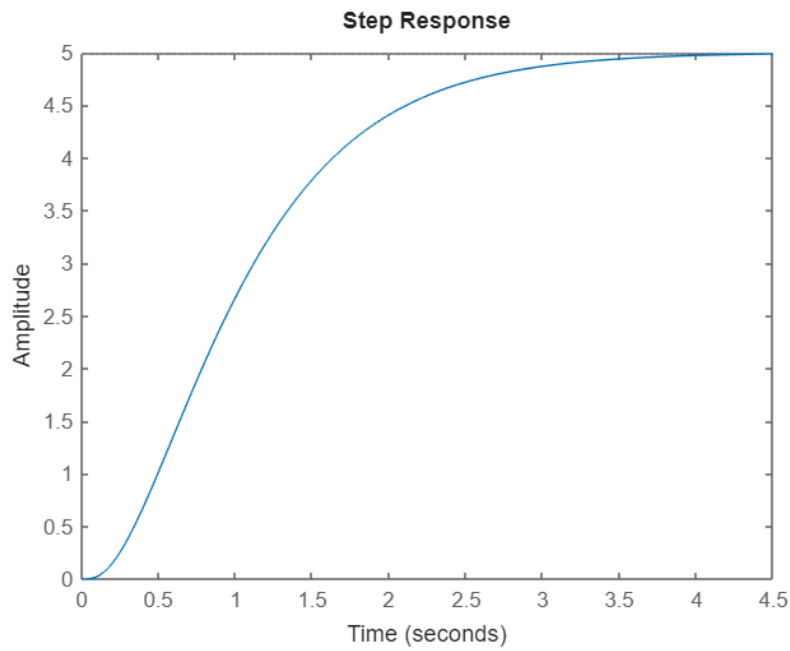


Figure 4: Resposta ao degrau da planta $G(s)$

Além disso, foram simuladas respostas a sinais senoidais com frequências de 1 rad/s e 10 rad/s. A resposta em frequência baixa apresentou maior magnitude que a entrada e pequena defasagem; já para frequência alta, houve redução da magnitude e aumento da defasagem.

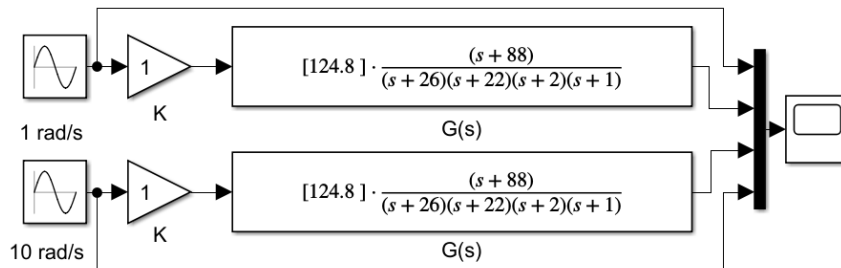


Figure 5: Simulação com sinais senoidais

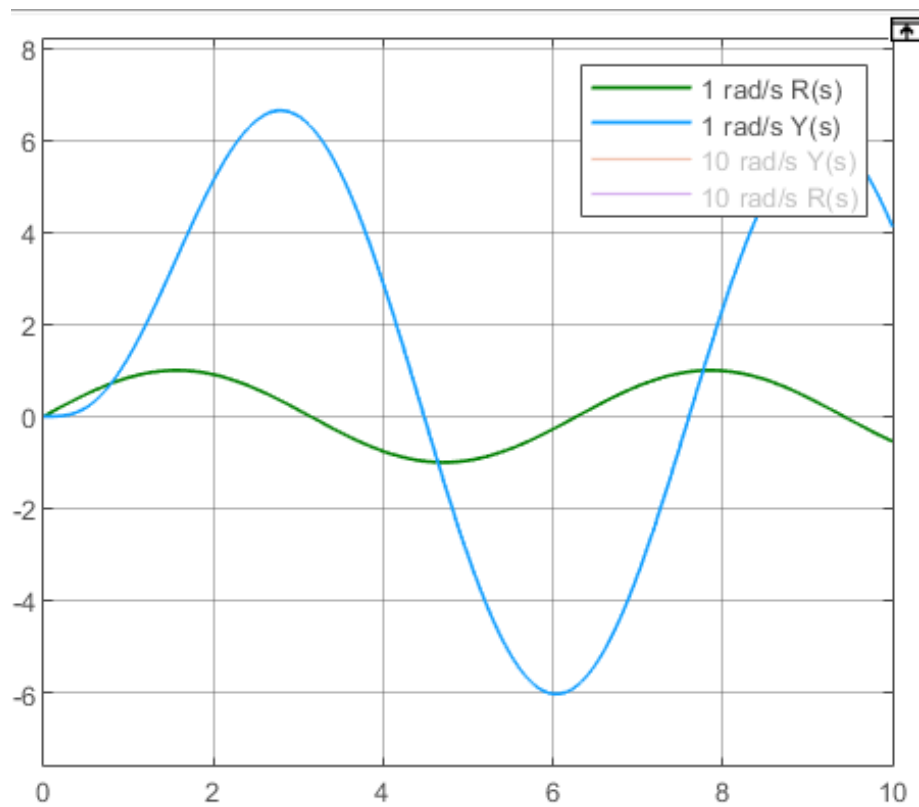


Figure 6: Resposta a 1 rad/s

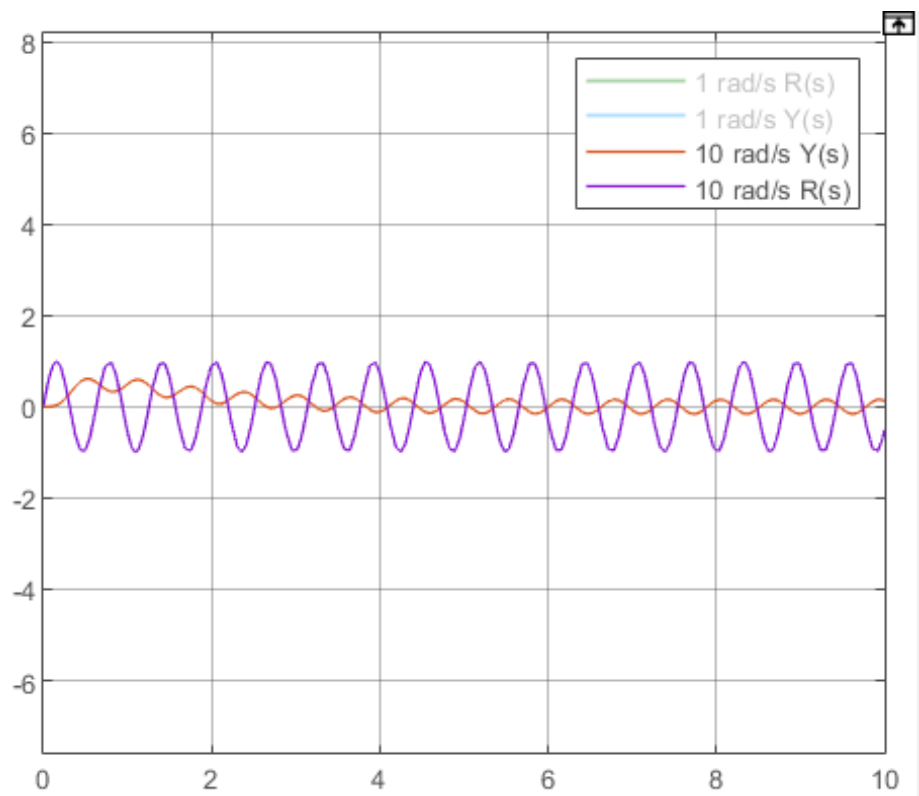


Figure 7: Resposta a 10 rad/s

3 Malha Fechada com Compensador Proporcional

Na sequência, foi implementado um controlador proporcional em malha fechada. A partir do Diagrama de Bode, determinaram-se as margens de ganho e fase, além da constante de erro de posição.

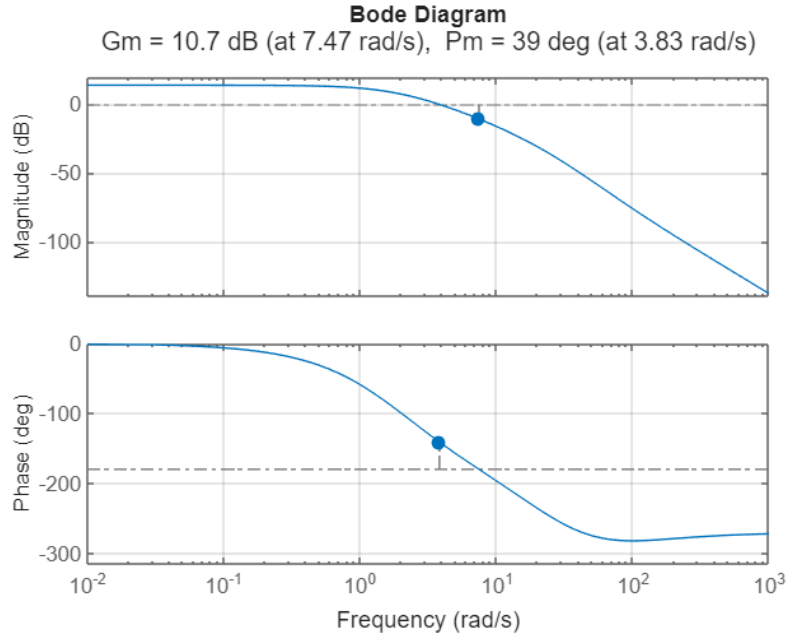


Figure 8: Margens de ganho e fase

- Margem de Ganho: 10.7 dB
- Margem de Fase: 39°

A constante de erro de posição foi estimada com base na magnitude no limite de frequência zero:

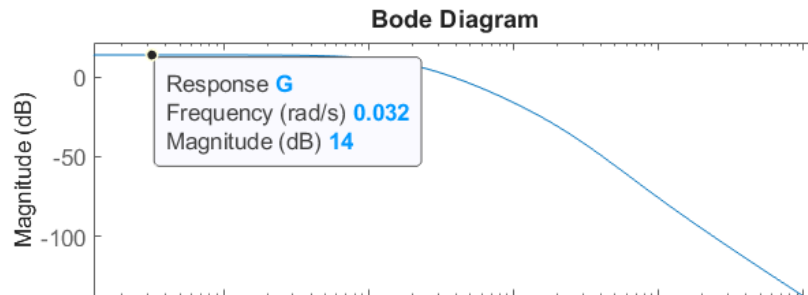


Figure 9: Cálculo de K_p no Diagrama de Bode

$$K_p = 10^{\frac{14}{20}} = 5.0119 \quad (2)$$

$$e_p = \frac{1}{1 + K_p} = 0.1663 \quad (3)$$

O valor máximo admissível para o ganho proporcional foi calculado a partir da margem de ganho:

$$K_{\max} = 10^{\frac{10.67}{20}} = 3.4141 \quad (4)$$

A resposta simulada com ganho unitário $K = 1$ mostrou estabilização após 6 segundos com erro em regime de 0.4. Com $K = K_{\max}$, o sistema ficou próximo da instabilidade.

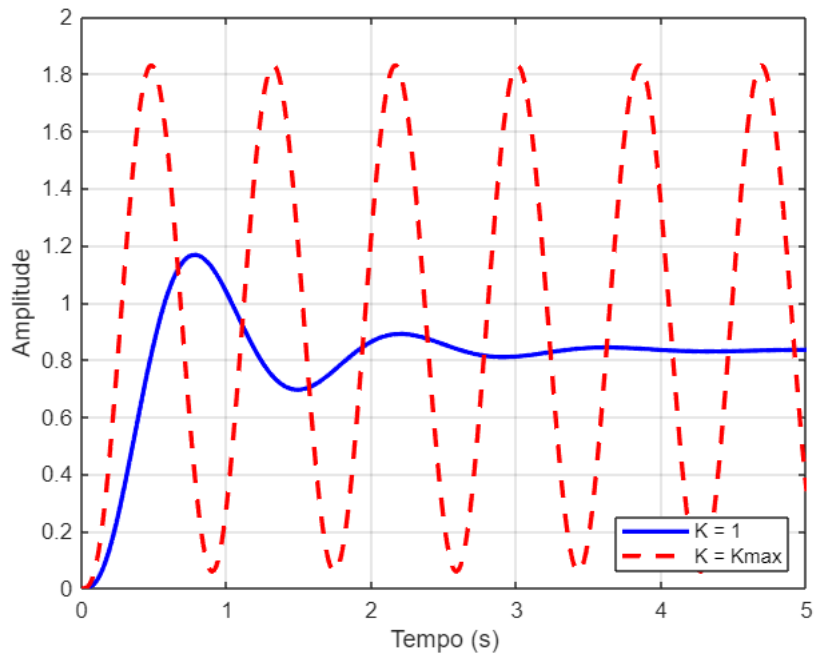


Figure 10: Resposta com ganhos $K = 1$ e $K = K_{\max}$

4 Malha Fechada com Compensador Integral

A etapa final consistiu na adição de um compensador integral $C(s) = \frac{K}{s}$.

4.1 Margens de Estabilidade

O novo Diagrama de Bode do sistema foi gerado e, a partir dele, foram obtidas as margens de estabilidade:

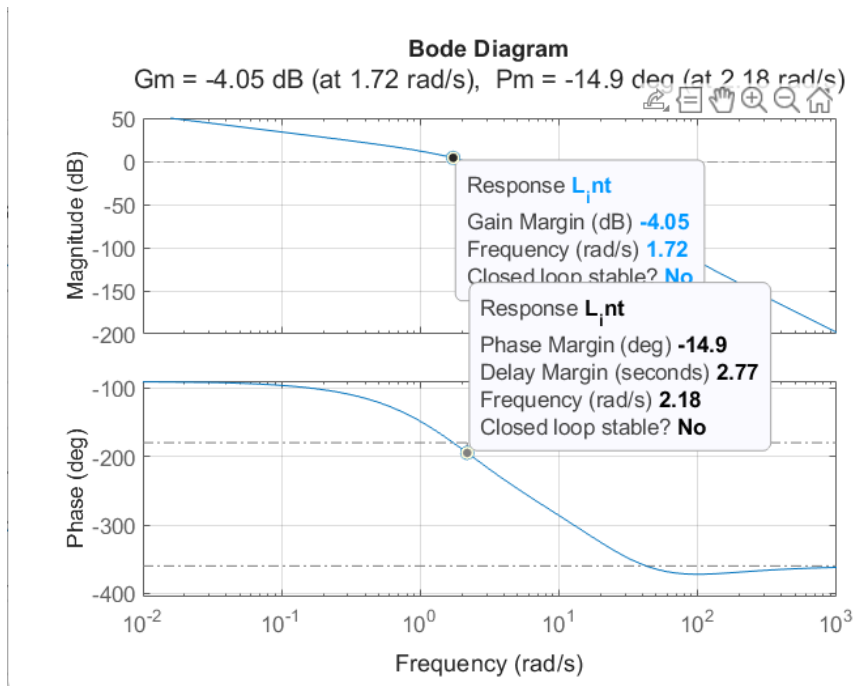


Figure 11: Margens com compensador integral

- Margem de Ganho: -4.05 dB
- Margem de Fase: -14.9°

4.2 Ajuste do Ganho K

Foi selecionado um valor de K que proporcionasse margem de fase entre 40° e 50°:

$$K_{\max} = 10^{\frac{-16.7}{20}} = 0.1567 \quad (5)$$

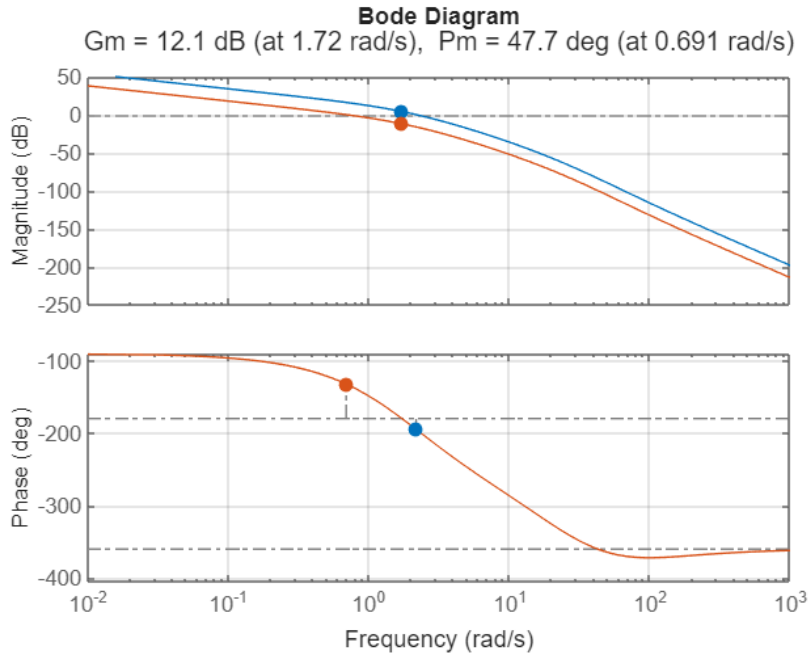


Figure 12: Diagrama de Bode com novo ganho K

- Margem de Ganho: 12.1 dB
- Margem de Fase: 47.7°

4.3 Constantes de Erro

Com o novo diagrama, calcularam-se as constantes de erro:

Erro de Posição:

$$K_p = \infty \Rightarrow e_p = 0 \quad (6)$$

Erro de Velocidade:

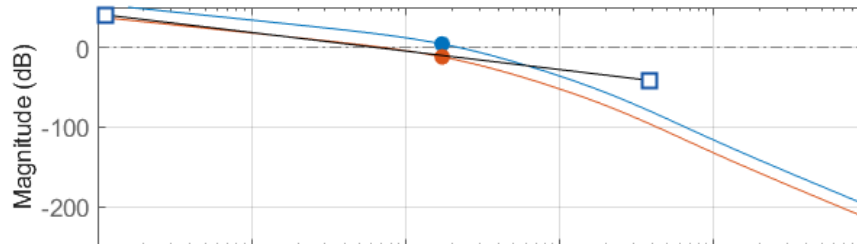


Figure 13: Determinação de K_v no Diagrama de Bode

$$K_v = 0.691 \quad (7)$$

$$e_v = \frac{1}{K_v} = 1.447 \quad (8)$$

4.4 Simulação Final

Por fim, o sistema com compensador integral foi simulado no Simulink. A estrutura e as respostas ao degrau e à rampa foram analisadas. Um novo ganho K foi definido para manter a margem de fase acima de 180° .

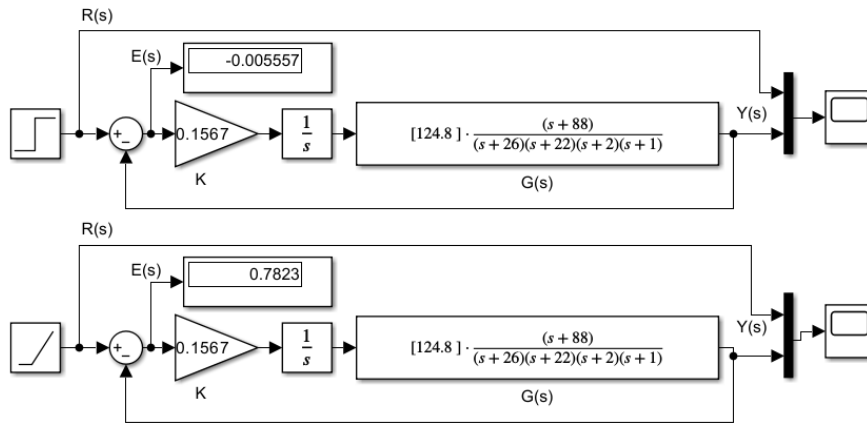


Figure 14: Simulação com compensador integral

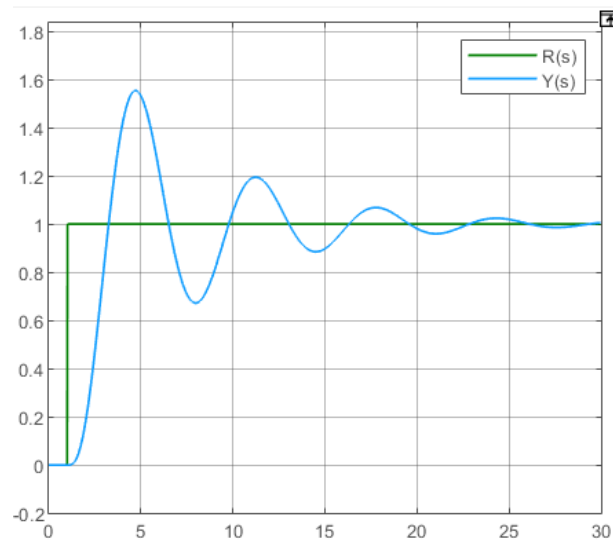


Figure 15: Resposta ao degrau

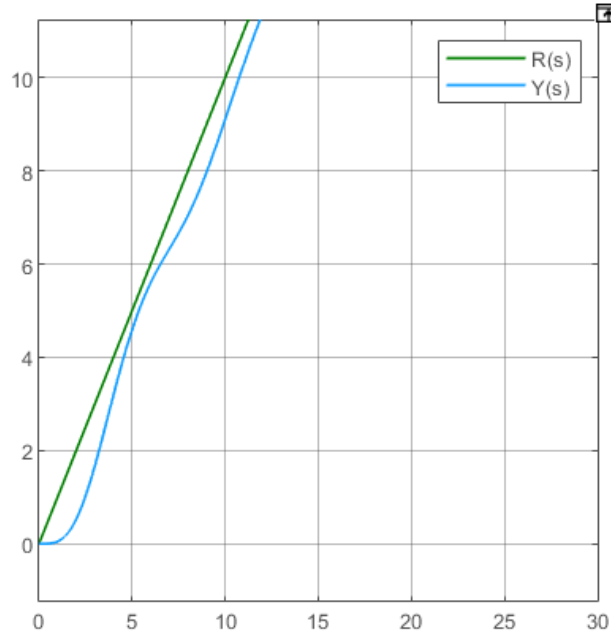


Figure 16: Resposta à rampa

5 Conclusão

Este trabalho apresentou o projeto e a análise de um sistema de controle com o uso do Diagrama de Bode. A estabilidade da planta em malha aberta foi confirmada inicialmente, e a inclusão de um compensador proporcional permitiu reduzir o erro de posição e ajustar o tempo de estabilização. Com a adição do compensador integral, eliminou-se o erro de posição, embora o erro de velocidade tenha persistido. As simulações validaram as análises teóricas e mostraram que o uso combinado dos compensadores proporcional e integral resulta em um bom equilíbrio entre estabilidade e desempenho dinâmico, comprovando a eficácia do Diagrama de Bode no projeto de controladores.