

Лекция 10. Декартово дерево по неявному ключу

#вшпи #аисд #декартово_дерево #структуры_данных #дерево_отрезков #теория

Автор конспекта: Гридчин Михаил

Идея

Представим, что в дереве поиска вместо ключей можно проставить числа $[1, \dots, n]$. Тогда можно однозначно задать соответствие индекс - узел. Давайте выдадим индексы в ходе in-order обхода. Тогда поддерево это подотрезок. Для индексации внутри такой структуры достаточно поддерживать размер поддерева - неявный ключ. На самом деле это поможет узнавать элемент по индексу.

Основные операции

Операция Concat двух массивов

Вспомним, как в декартовом дереве устроен Merge. Он смотрит только на приоритеты, игнорируя ключи. Но у нас нет ключей. То есть Merge в контексте неявного ключа - конкатенация двух массивов.

Операция Split

Вспомним, как в декартовом дереве устроен Split. Он берёт ключ и делит дерево на два: с ключами $\leq x$ и $> x$. Если ключи это индексы, то Split в новом прочтении это "сделай так, чтобы в одном поддереве были первые k элементов, а во втором - остальные". Для этого достаточно смотреть на размер левого поддерева и понимать, надо ли брать его целиком.

Операция Insert

Пусть необходимо вставить элемент на i -ю позицию.

- Сделаем Split(i)
- Далее Concat от трёх кусков: левый, элемент и правый

Операция Erase

Аналогично можно сделать удаление по i -индексу.

- Сделаем $\text{Split}(i)$, получим T_L, T_R .
- Далее $\text{Split}(i - 1)$ от T_L , получим T'_L и удалённый элемент.
- Остаётся $\text{Concat}(T'_L, T_R)$

Операции над подотрезками

Заметим, что можно оперировать не только одним элементом, но и целыми деревьями или подотрезками.

Примеры операций:

- Удаление подотрезка
- Вставка подотрезка
- Перемещение подотрезка

Связь с деревом отрезков

Вспомним, что в ДО главными были два свойства.

- Высота порядка $O(\log N)$
 - Каждый узел контролирует известный подотрезок, который нетрудно рассчитать
- Заметим, что мы имеем всё то же самое в рассматриваемой структуре! А значит актуальны все идеи дерева отрезков!

Об операциях на отрезках

Вспомним, что в дереве отрезков было два типа запросов на подотрезках.

- Запрос обновления на подотрезке.
- Запрос операции на подотрезке.

Таким образом, любое сливающее дерево можно сделать неявным по такому алгоритму.

Таким образом мы построили микс из списка, декартова дерева и дерева отрезков.