

# Лекция 10. Декартово дерево по неявному ключу

---

#вспи

#аисд

#декартово\_дерево

#структуры\_данных

#дерево\_отрезков

#теория

Автор конспекта: Гридчин Михаил

## Идея

---

Представим, что в дереве поиска вместо ключей можно проставить числа  $[1, \dots, n]$ . Тогда можно однозначно задать соответствие индекс - узел. Давайте выдадим индексы в ходе in-order обхода. Тогда поддерево это подотрезок. Для индексации внутри такой структуры достаточно поддерживать размер поддерева - неявный ключ. На самом деле это поможет узнавать элемент по индексу.

## Основные операции

---

### Операция Concat двух массивов

Вспомним, как в декартовом дереве утроен Merge. Он смотрит только на приоритеты, игнорируя ключи. Но у нас нет ключей. То есть Merge в контексте неявного ключа - конкатенация двух массивов.

### Операция Split

Вспомним, как в декартовом дереве утроен Split. Он берёт ключ и делит дерево на два: с ключами  $\leq x$  и  $> x$ . Если ключи это индексы, то Split в новом прочтении это "сделай так, чтобы в одном поддереве были первые  $k$  элементов, а во втором - остальные". Для этого достаточно смотреть на размер левого поддерева и понимать, надо ли брать его целиком.

### Операция Insert

Пусть необходимо вставить элемент на  $i$ -ю позицию.

- Сделаем  $\text{Split}(i)$
- Далее Concat от трёх кусков: левый, элемент и правый

### Операция Erase

Аналогично можно сделать удаление по  $i$ -индексу.

- Сделаем  $\text{Split}(i)$ , получим  $T_L, T_R$ .
- Далее  $\text{Split}(i - 1)$  от  $T_L$ , получим  $T'_L$  и удалённый элемент.
- Остаётся  $\text{Concat}(T'_L, T_R)$

## Операции над подотрезками

Заметим, что можно оперировать не только одним элементом, но и целыми деревьями или подотрезками.

Примеры операций:

- Удаление подотрезка
- Вставка подотрезка
- Перемещение подотрезка

## Связь с деревом отрезков

---

Вспомним, что в ДО главными были два свойства.

- Высота порядка  $O(\log N)$
  - Каждый узел контролирует известный подотрезок, который нетрудно рассчитать
- Заметим, что мы имеем всё то же самое в рассматриваемой структуре! А значит актуальны все идеи дерева отрезков!

## Об операциях на отрезках

---

Вспомним, что в дереве отрезков было два типа запросов на подотрезках.

- Запрос обновления на подотрезке.
- Запрос операции на подотрезке.

Таким образом, любое сливаемое дерево можно сделать неявным по такому алгоритму. Таким образом мы построили микс из списка, декартова дерева и дерева отрезков.