Лекция 7. Гомоморфизм и изоморфизм. Циклические группы. Смежные классы

#вшпи #дискретная_математика #теория

Автор конспекта: Гридчин Михаил

Вспомним определение группы

Def. Множество M и операцию $\circ$ на нём ("$\circ$": $M \times M \to M$) называют группой G и пишут $G = (M, \circ)$, если:

0) "$\circ$" - алгебраическая операция, то есть $foralla, b \in G(M) \implies a \circ b \in G$.

1. ассоциативность: $\forall a, b, c \in G \implies a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$.
2. нейтральный элемент $\exists ! e \in G$: $\forall a \in G \implies e \circ a = a \circ e = a$. Нетрудно показать, что нейтральный элемент единственный. Действительно, $e_1 \circ e_2 = e_1 = e_2 \circ e_1 = e_2 \implies e_1 = e_2$.
3. обратный элемент. $\forall a \in G \exists ! b \in G : a \circ b = b \circ a = e$. Нетрудно показать, что обратный элемент может единственный. Действительно,

$$a \circ b = a \circ c = e$$
$$(b \circ a) \circ b = b = (b \circ a) \circ c = c$$
$$b = c$$