

Лекция 7. Гомоморфизм и изоморфизм.

Циклические группы. Смежные классы

#вспи

#дискретная_математика

#теория

Вспомним определение группы

Def. Множество M и операцию \circ на нём (" \circ ": $M \times M \rightarrow M$) называют группой G и пишут $G = (M, \circ)$, если:

0) " \circ " - алгебраическая операция, то есть $\text{for all } a, b \in G(M) \implies a \circ b \in G$.

1. ассоциативность: $\forall a, b, c \in G \implies a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$.

2. нейтральный элемент $\exists! e \in G : \forall a \in G \implies e \circ a = a \circ e = a$. Нетрудно показать, что нейтральный элемент единственный. Действительно,
 $e_1 \circ e_2 = e_1 = e_2 \circ e_1 = e_2 \implies e_1 = e_2$.

3. обратный элемент. $\forall a \in G \exists! b \in G : a \circ b = b \circ a = e$. Нетрудно показать, что обратный элемент может быть единственным. Действительно,

$$\begin{aligned} a \circ b &= a \circ c = e \\ (b \circ a) \circ b &= b = (b \circ a) \circ c = c \\ b &= c \end{aligned}$$