

# Математический анализ

Алла Владимировна Устюжанова

5 сентября 2019 г.

## Лекция 1

### 1 Глава 1. Введение.

#### 1.1 Параграф 1: Множества операции над множествами

Кванторы:

$$\forall \quad \exists$$

Множество – это совокупность каких-либо предметов(элементов).

$$A \subseteq B, \quad x \in A, \quad x \notin B, \quad A \in B$$

Операции:

1.  $A \cup B$  – те множество каждый элемент которого принадлежит хотябы одному из множеств A или B

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$

2.  $A \cap B$  – это множество каждый элемент которого принадлежит одновременно и A и B

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$$

3.  $A \setminus B$  – (Разность)

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ but } x \notin B\}$$

4.  $C \setminus A$  – (Дополнение)

$$C \setminus A = C - A$$

Виды множеств:

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$$

## 1.2 Абсолютная величина

$$|x| = \{x \mid x \geq 0 \text{ or } -x \mid x \leq 0\}$$

### Свойства:

1. Неравенство треугольника

$$|x + y| = |x| + |y|$$

Док-во: пусть  $x + y \geq 0 \Rightarrow |x + y| = x + y = |x| + |y|$   
Док-во: пусть  $x + y < 0 \Rightarrow |x + y| = x + (-y) < |x| + |y|$

2.  $|x - y| = |x| - |y|$  если  $|x| > |y|$  3.  $|xyz| = |x||y||z|$  4.  $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \operatorname{sgn} x$   
 $= \{1 \mid x > 0 \quad 0 \mid x = 0\}$

### Бином Ньютона:

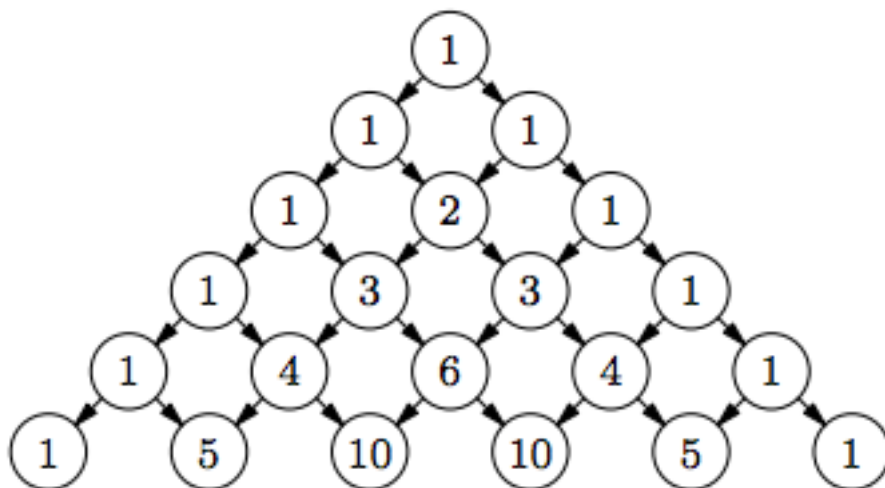
$$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + b^n$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$0! = 1$$

**Треугольник Паскаля:**



### 1.2.1 Упражнения

1.  $A = \{1, 2, 3\}$   $B = \{2, 3, 4, 5\}$   $A \cup B$ ?
2.  $A = \{x \in N : 2 < x < 4\}$   $B = \{x \in N : 2 < x < 4\}$   $C = \{x \in N : 2 < x < 4\}$   $B \cup C$ ?,  $A \cap B \cap C$ ,  $A \cup B \cup C$  ?
3.  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ ?
4.  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$
5.  $(1 - x)^5 = ?$
6.  $\left(\frac{2}{x} + 3\sqrt{x}\right)^4$

## 2 Глава 2. Предел и непрерывность.

Курс: Мат анализ (фтф:ИВТ)  
код слово: предел

### 2.1 Параграф 1. Предел псоледовательности

Предел – пусть каждому натуральному числу  $N$  по некоторому закону поставленно в соответствие действительное число  $x_n$  тогда говорят что определена числовая последовательность  $\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$   
Число  $a$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$  если для всякого действительного числа  $\epsilon > 0$  найдется зависящее от  $\epsilon$  число такое что

выполняется неравенство  $|x_n - a| < \epsilon$  для всех натуральных чисел  $n > n_0$ .

Обозначение:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad (x_n \rightarrow a \quad n \rightarrow \infty)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \quad \exists n_0 = n_0(\epsilon) : \forall n > n_0 \quad |x_n - a| < \epsilon$$

Пример:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$   
 $|\frac{1}{n}| < \epsilon \quad \frac{1}{n} < \epsilon \quad n > \frac{1}{\epsilon} \quad n_0 = \left[\frac{1}{\epsilon}\right] + 1 \quad \forall \epsilon > 0$   
 чтд.

Произвольный интервал  $AB$  содержащий точку  $C$  называется окрестностью этой точки

$$U(C)$$

Эпсилон окрестность:

$$U(\epsilon) \quad U_\epsilon(\epsilon) = U_\epsilon(\epsilon) \setminus c$$

Число(точка)  $a$  является пределом последовательности  $x_n$  если для любого  $\epsilon$  больше нуля найдется число  $n_0$  такое что все точки  $x_n$  с индексами  $n > n_0$  попадут в  $\epsilon$ окрестность точки  $a$ . Вне любой окрестности точки  $a$  имеется конечная или пустое множество точек  $x_n$ .

## Литература

Кудрявцев А.Д Курс математического анализа

Фихтенгольц Г.М Основы математического анализа

Демидович Б.П Сборник задач и упражнений по математическому анализу