Мат Статистика и теория вероятности

Дронов С.В

6 февраля 2020 г.

1 Случайные события

Множество всех элементарных исходов – Ω
Событие - подмножетво Ω
А – событие, $w \in A \Rightarrow \quad w$ исход благоприятный для А
Если $w \leftarrow A$ реализовался, w исход благоприятный для А, то событие произошло
Ω – достоверное
А,В – события $\Rightarrow A \cup B$ – объединенные события, происходящие если происходит хотябы одно их событий А или В
AB – пересечение событий происходит если происходят как А так и В
$AB = 0 \Rightarrow$ А и В несовместны
$A \# B$ - разность событий, происходит если А происходит, а В не происходит
$\overline{A}$ - событие, когда А не происходит

2 Классическая вероятность

Ω - конечное множество
Все $\omega \in \Omega$ равновозможны
Все $A \in \Omega$ - события
$|A|$ -число элементов А
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ – вероятность события А

Свойства:
1)$P(\Omega) = 1, p(0) = 0, \forall 0 \leq P(A) \leq 1$
2)$AB = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
3)$A \in B \Rightarrow p(A) \leq P(B)$

3 Геометрическая вероятность

$\Omega \in R^n$ - множество ограниченное и измеримое
Все $\omega \in \Omega$ -равновозможны
События – измеримые подножества Ω
$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$
μ - мера
Свойства 1-3 выполнены

4 Статистическая вероятность

Пусть n - раз ставится независимые эксперименты по наблюдению события A
$k_n(A)$ событие проихошло
$\mu_n(A) = \frac{k_n(A)}{n}$ - относительная частота A
$P(A) = \lim_{n \to inf} \mu_n(A)$ - вероятностное событие от A
Свойства 1-3 выполнены

5 Аксиомотическое определение вероятности

Ω - произвольное множество
f - система подмножеств Ω , объявляемых событиями
отображение $p : f \to R^+$ - вероятность, если верно:
p1) $P(\Omega) = 1$
p2) $A, B \in f \quad AB = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
p3) $\{A_n, n \in N\} \in f, \quad i \neq j \Rightarrow A_i A_j = 0 \quad P(\cup_{n \in N} A_n) = \sum_{n=1} P(A_N)$

6 Простейшие следствия аксиом

1) $P(0) = 0$
2) $P(\overline{A}) + P(A) = 1$
3) $A \in B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
4) $A \in B \Rightarrow P(B \# A) = P(B) - P(A)$
5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ - формула сложения вероятностей

7 Аксиома непрерывности вероятности

p4) $\forall B_n, n \in N \in f : \forall n \quad B_n \in B_{n+1} \quad P(\cup_{n \in N} B_n) = \lim_{n \to int} P(B_n)$

Теорема
Пусть выполнена p2, тогда $p3 \Leftrightarrow p4$

p5) $\forall C_n, n \in N\ inf \quad \forall n \quad C_{n_1} \in C_n \quad \Rightarrow P(\cap_n C_n) = \lim_{n \to inf} P(C_n)$