

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт цифровых технологий, электроники и физики
Кафедра вычислительной техники и электроники

Лабораторная работа №4. Теория двойственности

(Отчёт по лабораторным работам по курсу «Методы оптимизации».
13 ВАРИАНТ)

Выполнил: ст. 595 гр.:

_____ Д. В. Осипенко

Проверил: к.ф-м. наук, доцент каф. ВТиЭ

_____ В. И. Иордан

«___» _____ 2022 г.

Барнаул, 2022 г.

1 Краткие теоретические сведения

Любой задаче линейного программирования можно поставить в соответствие другую задачу которая называется двойственной или сопряженной. Общие правила составления двойственных задач:

1. Во всех ограничениях задачи свободные члены должны находиться в правой части, а члены с неизвестными в левой.
2. Ограничения-неравенства исходной задачи должны быть записаны так, чтобы знаки неравенств были направлены в одну сторону.
3. Если знаки неравенств в исходной задаче « \leq » то целевая функция должна максимизироваться, иначе минимизироваться.
4. Каждому ограничению исходной задачи соответствует неизвестное двойственной задачи.
5. Целевая функция двойственной задачи должна оптимизироваться противоположным образом по сравнению с целевой функцией исходной задачи.

2 Постановка задачи. 13 вариант

Составить и решить двойственную задачу и, используя ее решение, найти решение исходной задачи

$$Z(X) = x_1 + 3x_2 + \frac{2}{3}x_3 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 1, \end{cases} \quad x_j \geq 0, j = 1, 2, 3$$

Составляем двойственную задачу:

$$F(Y) = -2y_1 + 3y_2 + y_3 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 + 2y_3 \leq 1 \\ -2y_1 + y_2 + 3y_3 \leq 3 \\ y_1 + y_2 - y_3 \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Введем дополнительные переменные:

$$F(Y) = -2y_1 + 3y_2 + y_3 + 0y_4 + 0y_5 + 0y_6 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 + 2y_3 + y_4 = 1 \\ -2y_1 + y_2 + 3y_3 + y_5 = 3 \\ y_1 + y_2 - y_3 + y_6 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Найдем решение нашей задачи с помощью симплекс метода

	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Решение	Отношение
Y4	1	3	2	1	0	0	1	1/3
Y5	-2	1	3	0	1	0	3	3
Y6	1	1	-1	0	0	1	2/3	2/3
Q	2	-3	-1	0	0	0	0	

Результат 1 итерации

	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Решение
Y2	1/3	1	2/3	1/3	0	0	1/3
Y5	-7/3	0	7/3	-1/3	1	0	8/3
Y6	2/3	0	-5/3	-1/3	0	1	1/3
Q	3	0	1	1	0	0	1

В строке Q отсутствуют отрицательные элементы, следовательно оптимальный план найден за 1 итерацию. Оптимальное решение двойственно задачи:

$$y_1 = 0, \quad y_2 = \frac{1}{3}, \quad y_3 = 0$$

$$Y = (0, \frac{1}{3}, 0)$$

$$\max F(Y) = -2 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot 0 = 1$$

Найдем оптимальное решение исходной задачи по формуле: $X_{j_{\text{опт}}}^{\text{пр}} = -Q_{m+j}^{\text{дв}}$

$$x_1 = Q_{3+1} = Q_4 = 1 \quad (1)$$

$$x_2 = Q_{3+2} = Q_5 = 0 \quad (2)$$

$$x_3 = Q_{3+3} = Q_6 = 0 \quad (3)$$

$$X = (1; 0; 0) \quad (4)$$

$$\min Z(x) = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot 0 = 1 \quad (5)$$

3 Вывод

Научились решить двойственные задачи симплекс методом. Нашли оптимальное решение двойственной и исходной задач. Решение двойственных задач применяется в экономическом анализе