

# Алгебра и аналит геометрия

Журавлев Евгений Владимирович

11 сентября 2019 г.

## 1 Лекция 1

### 1.1 Векторы

Вектор(геометрический)– это отрезок у которого указано начало и конец. Точка будет рассматриваться как вектор начало и конец которого совпадает, такой вектор называется нулевым( $\vec{0}$ ). Для не нулевых векторов  $\vec{AB}$ .

Векторы называются коллинеарными если они лежат на одной прямой или параллельных прямых. Коллинеарные векторы называются сонаправленными если они направлены в одну сторону и противоположно направленными иначе.

Сонаправленные векторы называются равными если их длины равны. Длиной вектора называется длина отрезка.

Противоположно направленные векторы называются противоположными если их длины равны

$$|\vec{AB}| = |\vec{BA}|$$

$$\vec{a} = -\vec{b}$$

Длина вектора –  $|\vec{a}|$

Сложение векторов:

-Правило Треугольника:...

-Правило Параллелограмма:...

-Правило Многоугольника:...

Свойства сложения векторов:

1.  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$  Называется ассоциативным

2.Существование Нуля  $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a} = \vec{0} + \vec{a}$

3.Коммутативность  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

4.  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

## 1.2 Произведение вектора и действительного числа

Произведение действительного числа альфа ( $\alpha \in R$ ) и  $\vec{a}$  называется вектор, обозначаемый  $\alpha\vec{a}$  длина которого равна  $|\alpha||\vec{a}|$  а направление определяется следующим образом:

1. Если альфа больше нуля то  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$  сонаправленны
2. Если альфа меньше нуля то  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$  противоположно направлены
3. Если альфа равно нулю то  $\alpha\vec{a}$  нулевой

Свойства:

1.  $\forall \vec{a}, \vec{t} \quad \forall \alpha \in R \quad \alpha(\vec{a} + \vec{t}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{t}$
2.  $\forall \vec{a} \quad \forall \alpha, p \in R \quad (\alpha + p)\vec{a} = \alpha\vec{a} + p\vec{a}$
3.  $1\vec{a} = \vec{a}$
4.  $\forall \vec{a} \quad \forall \alpha, p \in R \quad (\alpha p)\vec{a} = \alpha(p\vec{a})$
5.  $-\vec{a} = -1\vec{a}$

Теорема: Ненулевые  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны когда и только тогда когда существует действительное число  $\alpha$  такое что  $\vec{a} = \alpha\vec{b}$  ( $\vec{a}|\vec{b} \Leftrightarrow \exists \alpha \vec{a} = \alpha\vec{b}$ ).

## 2 Лекция 2

### 2.1 Скалярное произведение векторов

Пусть  $\vec{A}$  and  $\vec{B}$ :

Скалярным произведением векторов называется число  $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$ , где альфа между ними. Обозначается  $\cdot$ .

Свойства:

1.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
2.  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
3.  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$
4.  $\forall \alpha \in R, \dots$
5. Дистрибутивность  $\alpha(\vec{a}\vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$

Проекция вектора:

Свойства:

1.  $a_p + b_p = \vec{a} + \vec{c}$
2.  $\alpha a_p = \alpha\vec{a}$
3.  $a\vec{b} = a_p\vec{b}$

Докажем дистрибутивность скалярного произведения:  
Два вектора проецируются на ось  $\vec{c}$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_p + b_p)\vec{c} = (\alpha\vec{c} + \beta\vec{c})\vec{c} = (\alpha + \beta)\vec{c}\vec{c} = \alpha(\vec{c}\vec{c}) + \beta(\vec{c}\vec{c})$$

## Литература

Задачи по линейной алгебре: матрицы определители Журавлев Е.В  
 !!!(для индивидуальных работ)Сборник типовых заданий и примеров по аналитической геометрии Журавлев Е.В  
 Векторы Журавлев Е.В Мальцева Е.Ю  
 Лошкеева В.Д Мальцев Ю.М Высшая алгебра и аналитическая геометрия(изд. 2000)  
 Курош А.Г Курс высшей алгебры  
 Фаддеев Д.К Лекции по алгебре  
 Проскуряков И.В Сборник задач по линейной алгебре  
 Задачи по высшей алгебре Фаддеев Д.К Саминцкий Д.С  
 !!Высшая математика в упражнениях и задачах Домков П.Е Попов А.Г Кожевникова Т.Я  
 !!Погорелов А.В Аналитическая геометрия  
 Александров П.С Аналитическая геометрия  
 Геометрия. Учебник для 10 -11 классов Атанасян