

Математический анализ

Алла Владимировна Устюжанова

11 сентября 2019 г.

Лекция 1

1 Глава 1. Введение.

1.1 Параграф 1: Множества операции над множествами

Кванторы:

$$\forall \quad \exists$$

Множество – это совокупность каких-либо предметов(элементов).

$$A \cap B, \quad x \in A, \quad x \notin B, \quad A \in B$$

Операции:

1. $A \cup B$ – те множество каждый элемент которого принадлежит хотябы одному из множеств A или B

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$

2. $A \cap B$ – это множество каждый элемент которого принадлежит одновременно и A и B

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$$

3. $A \setminus B$ – (Разность)

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ but } x \notin B\}$$

4. $CA = \bar{A}$ – (Дополнение)

$$CA = \bar{A} = S \setminus A$$

Виды множеств:

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$$

1.2 Абсолютная величина

$$|x| = \{x \quad x \geq 0 \quad or \quad -x \quad x \leq 0\}$$

Свойства:

1. Неравенство треугольника

$$|x + y| = |x| + |y|$$

Док-во: пусть $x + y \geq 0 \Rightarrow |x + y| = x + y = |x| + |y|$

Док-во: пусть $x + y < 0 \Rightarrow |x + y| = x + (-y) < |x| + |y|$

2. $|x - y| = |x| - |y|$ если $|x| > |y|$ 3. $|xyz| = |x||y||z|$ 4. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ $\text{sgn } x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

Бином Ньютона:

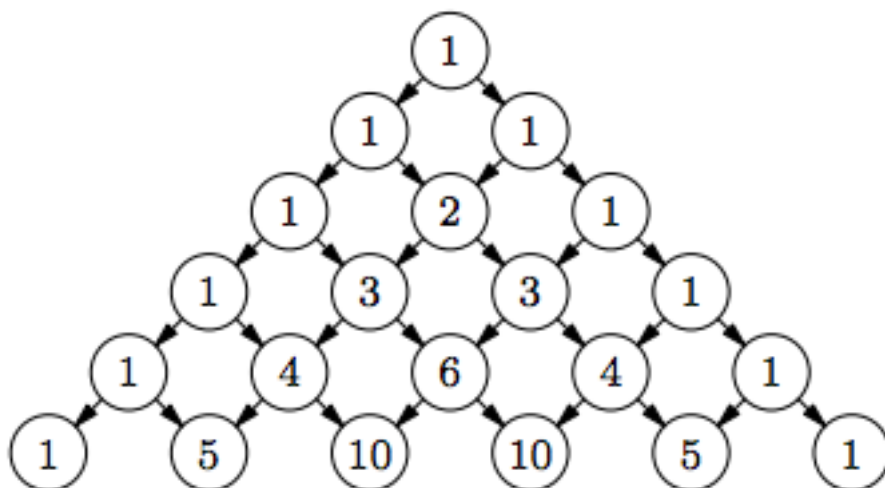
$$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + b^n$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$0! = 1$$

Треугольник Паскаля:



1.2.1 Упражнения

1. $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ $A \cup B$?
2. $A = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 4\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 4\}$ $C = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 4\}$ $B \cup C$?, $A \cap B \cap C$, $A \cup B \cup C$?
3. $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$?
4. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$
5. $(1 - x)^5 = ?$
6. $\left(\frac{2}{x} + 3\sqrt{x}\right)^4$

2 Глава 2. Предел и непрерывность.

Курс: Мат анализ (фтф:ИВТ)
код слово: предел

2.1 Параграф 1. Предел псоледовательности

Предел – пусть каждому натуральному числу N по некоторому закону поставленно в соответствие действительное число x_n тогда говорят что определена числовая последовательность $\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$
Число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$ если для всякого

действительного числа $\epsilon > 0$ найдется зависящее от ϵ число такое что выполняется неравенство $|x_n - a| < \epsilon$ для всех натуральных чисел $n > n_0$.

Обозначение:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad (x_n \rightarrow a \quad n \rightarrow \infty)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \quad \exists n_0 = n_0(\epsilon) : \forall n > n_0 \quad |x_n - a| < \epsilon$$

Пример: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$
 $|\frac{1}{n}| < \epsilon, \quad \frac{1}{n} < \epsilon, \quad n > \frac{1}{\epsilon}, \quad n_0 = \left[\frac{1}{\epsilon}\right] + 1 \quad \forall \epsilon > 0$
 чтд.

Произвольный интервал AB содержащий точку C называется окрестностью этой точки

$$U(C)$$

Эпсилон окрестность:

$$U(\epsilon) \cap U_\epsilon(\epsilon) = U_\epsilon(\epsilon) \setminus \{c\}$$

Число(точка) a является пределом последовательности x_n если для любого эпсилон больше нуля найдется число n_0 такое что все точки x_n с индексами $n > n_0$ попадут в ϵ окрестность точки a . Вне любой окрестности точки a имеется конечная или пустое множество точек x_n .

Литература

Кудрявцев А.Д Курс математического анализа

Фихтенгольц Г.М Основы математического анализа

Демидович Б.П Сборник задач и упражнений по математическому анализу