

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт цифровых технологий, электроники и физики  
Кафедра вычислительной техники и электроники

## Лабораторная работа №2. Транспортная задача

(ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО КУРСУ «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ».  
13 ВАРИАНТ)

Выполнил: ст. 595 гр.:

\_\_\_\_\_ Д. В. Осипенко

Проверил: к.ф-м. наук, доцент каф. ВТиЭ

\_\_\_\_\_ В. И. Иордан

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Барнаул, 2022 г.

# 1 Краткие теоретические сведения по теме лабораторной работы

Транспортная задача (ТЗ) — одна из распространенных задач линейного программирования. Ее цель — разработка наиболее рациональных путей и способов транспортирования товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных, повторных перевозок.

Задана матрица  $c = (c_{ij})$  транспортных расходов: затраты на перевозку единицы продукции из пункта производства  $i$  в пункт потребления  $j$ .

Требуется составить план перевозок, который не выводит за пределы мощностей производителей, удовлетворяет полностью всех потребителей и минимизирует суммарные затраты на перевозки.

Постановка задачи: Пусть имеется  $m$  пунктов производства и  $n$  пунктов потребления одного продукта. Объем производства в пункте производства с номером  $i$  равен  $a_i$ , объем потребления в пункте потребления с номером  $j$  равен  $b_j$ , ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ).

Введем обозначение:  $x_{ij}$  — количество груза, которое нужно перевезти из  $i$ -го пункта отправления в  $j$ -й пункт назначения. Так как нужно перевезти весь груз из каждого пункта отправления  $i$ , то должны выполняться равенства:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1 \\ \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m \end{cases}$$

Размер поставок должен выражаться неотрицательным числом:  $x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ . Стоимость всех запланированных перевозок должна быть минимальной:

$$F(x) = c_{11}x_{11} + \dots + c_{mn}x_{mn} \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_{11} + \dots + x_{m1} = b_1 \\ \dots \\ x_{1n} + \dots + x_{mn} = b_n \end{cases}$$

В рассмотренной модели ТЗ предполагается, что суммарные запасы поставщиков равны суммарным запросам потребителей. Такая задача называется задачей с правильным балансом (сбалансированной задачей), ее модель — закрытой. В противном случае транспортная задача линейного программирования называется открытой.

## 2 Решение индивидуального задания

### 2.1 excel

Дана задача

Вариант №13

| Производители  | Потребители    |                |                |                | Объем производства |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
|                | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | B <sub>3</sub> | B <sub>4</sub> |                    |
| A <sub>1</sub> | 15             | 3              | 23             | 6              | 70                 |
| A <sub>2</sub> | 1              | 4              | 17             | 8              | 47                 |
| A <sub>3</sub> | 9              | 13             | 14             | 7              | 38                 |
| Спрос          | 20             | 30             | 40             | 50             |                    |

Создаем таблицу для ввода условий задачи и введем исходные данные:

|    | A | B                             | C              | D              | E              | F                        | G          | H      | I | J |
|----|---|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------|------------|--------|---|---|
| 1  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 2  |   | Матрица стоимости перевозок C |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 3  |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2 | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 |            |        |   |   |
| 4  |   | Склад A1                      | 15             | 3              | 23             | 6                        |            |        |   |   |
| 5  |   | Склад A2                      | 1              | 4              | 17             | 8                        |            |        |   |   |
| 6  |   | Склад A3                      | 9              | 13             | 14             | 7                        |            |        |   |   |
| 7  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 8  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 9  |   | Матрица перевозок X           |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 10 |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2 | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 | Доставлено | Запасы |   |   |
| 11 |   | Склад A1                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 70     |   |   |
| 12 |   | Склад A2                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 47     |   |   |
| 13 |   | Склад A3                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 38     |   |   |
| 14 |   | Вывезено                      | 0              | 0              | 0              | 0                        |            |        |   |   |
| 15 |   | Потребности потребителей      | 20             | 30             | 40             | 50                       |            |        |   |   |
| 16 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 17 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 18 |   | Целевая функция               |                | 0              |                |                          |            |        |   |   |
| 19 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 20 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 21 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 22 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 23 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |

Вводим формулы расчета для различных ячеек:

D18 =SUMPRODUCT(C4:F6;C11:F13)

G11 =SUM(C11:F11)

G12 =SUM(C12:F12)

G13 =SUM(C13:F13)

C14 =SUM(C11:C13)

D14 =SUM(D11:D13)

E14 =SUM(E11:E13)

F14 =SUM(F11:F13)

|    | A | B                             | C              | D                          | E              | F                           | G             | H      |
|----|---|-------------------------------|----------------|----------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|--------|
| 1  |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |
| 2  |   | Матрица стоимости перевозок C |                |                            |                |                             |               |        |
| 3  |   |                               | Потребитель В1 | Потребитель В2             | Потребитель В3 | Фиктивный<br>потребитель В4 |               |        |
| 4  |   | Склад А1                      | 15             | 3                          | 23             | 6                           |               |        |
| 5  |   | Склад А2                      | 1              | 4                          | 17             | 8                           |               |        |
| 6  |   | Склад А3                      | 9              | 13                         | 14             | 7                           |               |        |
| 7  |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |
| 8  |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |
| 9  |   | Матрица перевозок X           |                |                            |                |                             |               |        |
| 10 |   |                               | Потребитель В1 | Потребитель В2             | Потребитель В3 | Фиктивный<br>потребитель В4 | Доставлено    | Запасы |
| 11 |   | Склад А1                      | 0              | 0                          | 0              | 0                           | =SUM(C11:F11) | 70     |
| 12 |   | Склад А2                      | 0              | 0                          | 0              | 0                           | =SUM(C12:F12) | 47     |
| 13 |   | Склад А3                      | 0              | 0                          | 0              | 0                           | =SUM(C13:F13) | 38     |
| 14 |   | Вывезено                      | =SUM(C11:C13)  | =SUM(D11:D13)              | =SUM(E11:E13)  | =SUM(F11:F13)               |               |        |
| 15 |   | Потребности<br>потребителей   | 20             | 30                         | 40             | 50                          |               |        |
| 16 |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |
| 17 |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |
| 18 |   | Целевая функция               |                | =SUMPRODUCT(C4:F6;C11:F13) |                |                             |               |        |
| 19 |   |                               |                |                            |                |                             |               |        |

Заполняем окно параметров поиска решений:

**Solver Parameters**

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

**Solving Method**  
 Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Результат:

|    |                          |                 |                |                |                          |            |        |
|----|--------------------------|-----------------|----------------|----------------|--------------------------|------------|--------|
| 9  | Матрица перевозок X      |                 |                |                |                          |            |        |
| 10 |                          | Потребитель В1  | Потребитель В2 | Потребитель В3 | Фиктивный потребитель В4 | Доставлено | Запасы |
| 11 | Склад А1                 | 0               | 30             | 40             | 0                        | 70         | 70     |
| 12 | Склад А2                 | 20              | 0              | 0              | 12                       | 32         | 47     |
| 13 | Склад А3                 | 0               | 0              | 0              | 38                       | 38         | 38     |
| 14 | Вывезено                 | 20              | 30             | 40             | 50                       |            |        |
| 15 | Потребности потребителей | 20              | 30             | 40             | 50                       |            |        |
| 16 |                          |                 |                |                |                          |            |        |
| 17 |                          |                 |                |                |                          |            |        |
| 18 |                          | Целевая функция |                | 1392           |                          |            |        |
| 19 |                          |                 |                |                |                          |            |        |

## 2.2 Метод потенциалов(опорный план с помощью северо-западного угла)

Задана таблица транспортной задачи:

|         | B1=20 | B2=30 | B3=40 | B4=50 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| A1 = 70 | 15    | 3     | 23    | 6     |
| A2 = 47 | 1     | 4     | 17    | 8     |
| A3 = 38 | 9     | 13    | 14    | 7     |

Суммарные запасы груза  $70 + 47 + 38 = 155$ , а суммарное потребление  $20 + 30 + 40 + 50 = 140$ . Следовательно Задача является открытого типа и ее нужно закрыть вводом нового потребителя с стоимостью перевозок 0 и потребностями  $155 - 140 = 15$ .

|         | B1=20 | B2=30 | B3=40 | B4=50 | B5=15 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A1 = 70 | 15    | 3     | 23    | 6     | 0     |
| A2 = 47 | 1     | 4     | 17    | 8     | 0     |
| A3 = 38 | 9     | 13    | 14    | 7     | 0     |

Метод северо-западного угла:

|             | B1     | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[20] | 3[30] | 23[20] | 6[0]  | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[0]   | 4[0]  | 17[20] | 8[27] | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]   | 13[0] | 14[0]  | 7[23] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20     | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

$$7 = m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7 \Rightarrow \text{НЕВЫРОЖДЕННЫЙ}$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 c_{ij}x_{ij} = 15 \cdot 20 + 3 \cdot 30 + 23 \cdot 20 + 17 \cdot 20 + 8 \cdot 27 + 7 \cdot 23 + 0 \cdot 15 = 1567$$

Метод потенциалов:

1. Находим предварительные потенциалы  $u_i, v_j$ , по заданному плану, где  $u_i + v_j = c_{ij}, u_1 = 0$
2. Проверяем на оптимальность, где не существуют  $u_i + v_j > c_{ij}$
3. Выбираем максимальную оценку свободной клетки
4. Строим цикл, чередуя  $+/-$ , вершина цикла, выбранная свободная клетка начинается с '+', выбираем наименьшей объем груза из ячеек с '-', и прибавляем это значение к элементам цикла

1-итерация:

$$\begin{array}{ll}
 u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15 & \Delta_{14} = 0 + 14 - 6 = 8 > 0 \\
 u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 & \Delta_{15} = 0 + 7 - 0 = 7 > 0 \\
 u_1 + v_3 = 23; v_3 = 23 - 0 = 23 & \Delta_{21} = -6 + 15 - 1 = 8 > 0 \\
 1) \quad u_2 + v_3 = 17; u_2 = 17 - 23 = -6 & 2) \quad \Delta_{22} = -6 + 3 - 4 = -7 < 0 \\
 u_2 + v_4 = 8; v_4 = 8 - (-6) = 14 & \Delta_{25} = -6 + 7 - 0 = 1 > 0 \\
 u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 14 = -7 & \Delta_{31} = -7 + 15 - 9 = -1 < 0 \\
 u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - (-7) = 7 & \Delta_{32} = -7 + 3 - 13 = -17 < 0 \\
 & \Delta_{33} = -7 + 23 - 14 = 2 > 0
 \end{array}$$

$$3) \max(8, 7, 8, 1, 2) = 8 \Rightarrow \max(1_{21}, 6_{14}) = 6$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=23) | B4(V4=14) | B5(V5=7) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]    | 3[30]    | 23[20]-   | 6[0]+     | 0[0]     | 70     |
| A2(U2=-6)   | 1[0]      | 4[0]     | 17[20]+   | 8[27]-    | 0[0]     | 47     |
| A3(U3=-7)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]     | 0[15]    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50        | 15       |        |

↓

$$4) (1, 4) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (1, 4)$$

$$\min(20, 27) = 20$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=23) | B4(V4=14) | B5(V5=7) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]    | 3[30]    | 23[0]     | 6[20]     | 0[0]     | 70     |
| A2(U2=-6)   | 1[0]      | 4[0]     | 17[40]    | 8[07]     | 0[0]     | 47     |
| A3(U3=-7)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]     | 0[15]    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50        | 15       |        |

2-итерация:

$$\begin{array}{ll}
 u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15 & \Delta_{13} = 0 + 15 - 23 = -8 < 0 \\
 u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 & \Delta_{15} = 0 + (-1) - 0 = -1 < 0 \\
 u_1 + v_4 = 6; v_4 = 6 - 0 = 6 & \Delta_{21} = 2 + 15 - 1 = 16 > 0 \\
 1) \quad u_2 + v_4 = 8; u_2 = 8 - 6 = 2 & 2) \quad \Delta_{22} = 2 + 3 - 4 = -1 < 0 \\
 u_2 + v_3 = 17; v_3 = 17 - 2 = 15 & \Delta_{25} = 2 + (-1) - 0 = 1 > 0 \\
 u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 6 = 1 & \Delta_{31} = 1 + 15 - 9 = 7 > 0 \\
 u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - 1 = -1 & \Delta_{32} = 1 + 3 - 13 = -9 < 0 \\
 & \Delta_{33} = 1 + 15 - 14 = 2 > 0
 \end{array}$$

$$3) \max(16, 1, 7, 2) = 16 \Rightarrow \max(16_{21}) = 1$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=15) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]-   | 3[30]    | 23[20]    | 6[0]+    | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=2)    | 1[0]+     | 4[0]     | 17[40]    | 8[7]-    | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]    | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

4) (2, 1) → (1, 1) → (1, 4) → (2, 4) → (2, 1)

$$\min(20, 7) = 7$$

|             | B1     | B2    | B3)    | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[13] | 3[30] | 23[0]  | 6[27] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[7]   | 4[0]  | 17[40] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]   | 13[0] | 14[0]  | 7[23] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20     | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

3-итерация:

$$u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15$$

$$u_2 + v_1 = 1; u_2 = 1 - 15 = -14$$

$$u_2 + v_3 = 17; v_3 = 17 + 14 = 31 \quad \Delta_{13} = 0 + 31 - 23 = 8 > 0$$

$$1) \quad u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 \quad 2) \quad \Delta_{31} = 1 + 15 - 9 = 7 > 0$$

$$u_1 + v_4 = 6; v_4 = 6 - 0 = 6 \quad \Delta_{33} = 1 + 31 - 14 = 18 > 0$$

$$u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 6 = 1$$

$$u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - 1 = -1$$

$$3) \max(8, 7, 18) = 18 \Rightarrow \max(18_{33}) = 14$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=31) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[13]-   | 3[30]    | 23[0]     | 6[27]+   | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=-14)  | 1[7]+     | 4[0]     | 17[40]-   | 8[0]     | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]+    | 7[23]-   | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

4) (3, 3) → (2, 3) → (2, 1) → (1, 1) → (1, 4) → (3, 4) → (3, 3)

$$\min(13, 23, 40) = 13$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[30] | 23[0]  | 6[40] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[0]  | 17[27] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[13] | 7[10] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |



4-итерация:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
 v_4 &= 6 - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
 u_3 &= 7 - v_4 = 7 - 6 = 1 & \Delta_{22} &= 4 + 3 - 4 = 3 > 0 \\
 1) \quad v_3 &= 14 - u_3 = 14 - 1 = 13 & 2) \Delta_{24} &= 4 + 6 - 8 = 2 > 0 \\
 u_2 &= 17 - v_3 = 17 - 13 = 4 & \Delta_{25} &= 4 - 1 - 0 = 3 > 0 \\
 v_1 &= 1 - u_2 = 1 - 4 = -3 \\
 v_5 &= 0 - u_3 = 0 - 1 = -1 \\
 3) \max(3, 2, 3) &= 3 \Rightarrow \max(3_{22}) = 4
 \end{aligned}$$

|             | B1(V1=-3) | B2(V2=3) | B3(V3=13) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[0]     | 3[30]-   | 23[0]     | 6[40]+   | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=4)    | 1[20]     | 4[0]+    | 17[27]-   | 8[0]     | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[13]+   | 7[10]-   | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$\begin{aligned}
 4) \quad (2, 2) &\rightarrow (1, 2) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \\
 \min(30, 10, 27) &= 10
 \end{aligned}$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[17] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[23] | 7[0]  | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

5-итерация:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
 u_2 &= 4 - v_2 = 4 - 3 = 1 \\
 v_1 &= 1 - u_2 = 1 - 1 = 0 \\
 1) \quad v_3 &= 17 - u_2 = 17 - 1 = 16 & 2) \Delta_{15} &= 0 + 2 - 0 = 2 > 0 \\
 u_3 &= 14 - v_3 = 14 - 16 = -2 & \Delta_{25} &= 1 + 2 - 0 = 3 > 0 \\
 v_5 &= 0 - u_3 = 0 + 2 = 2 \\
 v_4 &= 6 - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
 3) \max(2, 3) &= 3 \Rightarrow \max(3_{25}) = 0
 \end{aligned}$$

|             | B1(V1=0 ) | B2(V2=3) | B3(V3=16) | B4(V4=6) | B5(V5=2 ) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[0]     | 3[20]    | 23[0]     | 6[50]    | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=1)    | 1[20]     | 4[10]    | 17[17]-   | 8[0]     | 0[0]+     | 47     |
| A3(U3=-2)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[23]+   | 7[0]     | 0[15]-    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$4) (2, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 5)$$

$$\min(17, 15) = 15$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[2]  | 8[0]  | 0[15] | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[38] | 7[0]  | 0[0]  | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

6-итерация:

$$\begin{array}{ll}
 v_2 = 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 & \Delta_{11} = 0 + 0 - 15 \leq 0 \\
 u_2 = 4 - v_2 = 4 - 3 = 1 & \Delta_{13} = 0 + 16 - 23 = -7 \leq 0 \\
 v_1 = 1 - u_2 = 1 - 1 = 0 & \Delta_{15} = 0 - 1 - 0 = -1 \leq 0 \\
 v_3 = 17 - u_2 = 17 - 1 = 16 & \Delta_{24} = 1 + 6 - 8 = -1 \leq 0 \\
 u_3 = 14 - v_3 = 14 - 16 = -2 & 2) \Delta_{31} = -2 + 0 - 0 = -11 \leq 0 \\
 v_5 = 0 - u_2 = 0 - 1 = -1 & \Delta_{32} = -2 + 3 - 13 = -12 \leq 0 \\
 v_4 = 6 - u_1 = 6 - 0 = 6 & \Delta_{34} = -2 + 6 - 7 = -3 \leq 0 \\
 & \Delta_{35} = -2 - 1 - 0 = -3 \leq 0
 \end{array}$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[2]  | 8[0]  | 0[15] | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[38] | 7[0]  | 0[0]  | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

Опорный план является оптимальным, т.к. все оценки свободных клеток удовлетворяют условию  $u_i + v_j \leq c_{ij}$ . Затраты:  $F(x) = 3 \cdot 20 + 6 \cdot 50 + 1 \cdot 20 + 4 \cdot 10 + 17 \cdot 2 + 0 \cdot 15 + 14 \cdot 38 = 986$