

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт цифровых технологий, электроники и физики  
Кафедра вычислительной техники и электроники

## Лабораторные работы, 13 вариант

(Отчёт по лабораторным работам по курсу «Методы оптимизации»)

Выполнил ст. 3-го курса, 595 гр.:

\_\_\_\_\_ Д. В. Осипенко

Проверил: преп. каф. ВТиЭ

\_\_\_\_\_ Я. С. Сергеева

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Барнаул, 2022 г.

# Содержание

|     |   |   |
|-----|---|---|
| 1   | Графический метод решения задач линейного программирования      | 2 |
| 2   | Транспортная задача   | 4 |
| 2.1 | Exel  | 4 |
| 2.2 | Метод потенциалов(опорный план с помощью северо-западного угла) | 7 |

# 1 Графический метод решения задач линейного программирования

Дана задача:

$$\begin{cases} Z(X) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \min \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ -x_1 - x_2 \leq 0 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 40 \\ 8x_1 - 4x_2 \leq 26 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Изобразим на плоскости систему координат  $Ox_1x_2$  и построим граничные прямые ОДР:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, (1) \\ -x_1 - x_2 \leq 0, (2) \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 40, (3) \\ 8x_1 - 4x_2 \leq 26, (4) \end{cases}$$

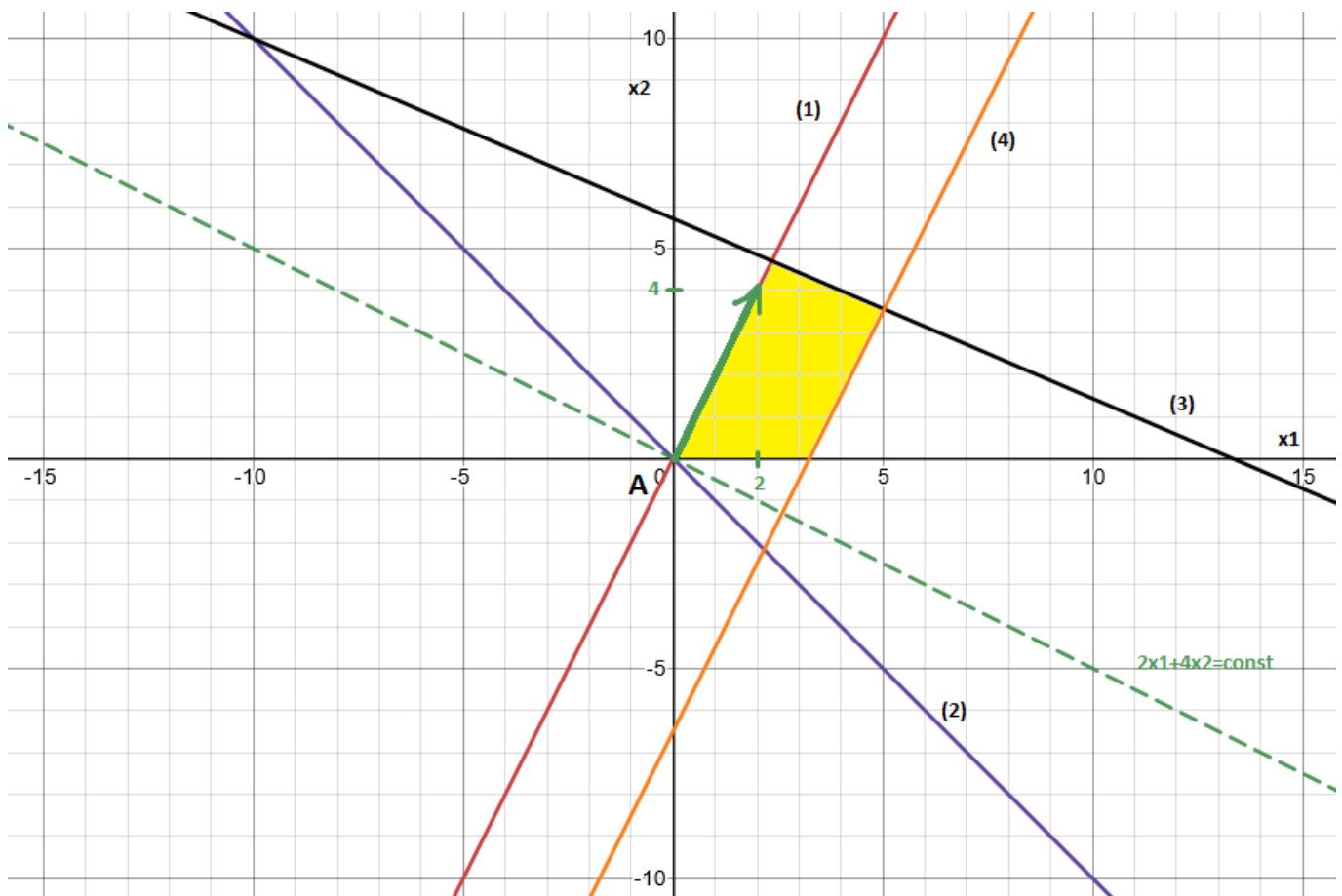


Рис. 1.1 Область допустимых решений

Для линий уровня  $2x_1 + 4x_2 = \text{const}$  строим нормальный вектор  $\vec{n} = (2, 4)$  перпендикулярно вектору нормаль построим одну из линий уровня Перемещаем её в направлении вектора  $\vec{n}$  до опорной прямой. Для определения координат точки А решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, (1) \\ -x_1 - x_2 \leq 0, (2) \end{cases}$$

Получаем  $x_1 = 0, x_2 = 0$  это и есть оптимальное решение. Минимальное значение целевой функции  $Z(X) = 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0$ .

## 2 Транспортная задача

Дана задача

Вариант №13

| Производители  | Потребители    |                |                |                | Объем производства |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
|                | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | B <sub>3</sub> | B <sub>4</sub> |                    |
| A <sub>1</sub> | 15             | 3              | 23             | 6              | 70                 |
| A <sub>2</sub> | 1              | 4              | 17             | 8              | 47                 |
| A <sub>3</sub> | 9              | 13             | 14             | 7              | 38                 |
| Спрос          | 20             | 30             | 40             | 50             |                    |

### 2.1 Excel

Создаем таблицу для ввода условий задачи и введем исходные данные:

|    | A | B                             | C              | D              | E              | F                        | G          | H      | I | J |
|----|---|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------|------------|--------|---|---|
| 1  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 2  |   | Матрица стоимости перевозок C |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 3  |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2 | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 |            |        |   |   |
| 4  |   | Склад A1                      | 15             | 3              | 23             | 6                        |            |        |   |   |
| 5  |   | Склад A2                      | 1              | 4              | 17             | 8                        |            |        |   |   |
| 6  |   | Склад A3                      | 9              | 13             | 14             | 7                        |            |        |   |   |
| 7  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 8  |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 9  |   | Матрица перевозок X           |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 10 |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2 | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 | Доставлено | Запасы |   |   |
| 11 |   | Склад A1                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 70     |   |   |
| 12 |   | Склад A2                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 47     |   |   |
| 13 |   | Склад A3                      | 0              | 0              | 0              | 0                        | 0          | 38     |   |   |
| 14 |   | Вывезено                      | 0              | 0              | 0              | 0                        |            |        |   |   |
| 15 |   | Потребности потребителей      | 20             | 30             | 40             | 50                       |            |        |   |   |
| 16 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 17 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 18 |   | Целевая функция               |                | 0              |                |                          |            |        |   |   |
| 19 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 20 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 21 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 22 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |
| 23 |   |                               |                |                |                |                          |            |        |   |   |

Вводим формулы расчета для различных ячеек:

D18 =SUMPRODUCT(C4:F6;C11:F13)

G11 =SUM(C11:F11)

G12 =SUM(C12:F12)

G13 =SUM(C13:F13)

C14 =SUM(C11:C13)

D14 =SUM(D11:D13)

E14 =SUM(E11:E13)

F14 =SUM(F11:F13)

|    | A | B                             | C              | D                          | E              | F                        | G             | H      |
|----|---|-------------------------------|----------------|----------------------------|----------------|--------------------------|---------------|--------|
| 1  |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |
| 2  |   | Матрица стоимости перевозок C |                |                            |                |                          |               |        |
| 3  |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2             | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 |               |        |
| 4  |   | Склад A1                      | 15             | 3                          | 23             | 6                        |               |        |
| 5  |   | Склад A2                      | 1              | 4                          | 17             | 8                        |               |        |
| 6  |   | Склад A3                      | 9              | 13                         | 14             | 7                        |               |        |
| 7  |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |
| 8  |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |
| 9  |   | Матрица перевозок X           |                |                            |                |                          |               |        |
| 10 |   |                               | Потребитель B1 | Потребитель B2             | Потребитель B3 | Фиктивный потребитель B4 | Доставлено    | Запасы |
| 11 |   | Склад A1                      | 0              | 0                          | 0              | 0                        | =SUM(C11:F11) | 70     |
| 12 |   | Склад A2                      | 0              | 0                          | 0              | 0                        | =SUM(C12:F12) | 47     |
| 13 |   | Склад A3                      | 0              | 0                          | 0              | 0                        | =SUM(C13:F13) | 38     |
| 14 |   | Вывезено                      | =SUM(C11:C13)  | =SUM(D11:D13)              | =SUM(E11:E13)  | =SUM(F11:F13)            |               |        |
| 15 |   | Потребности потребителей      | 20             | 30                         | 40             | 50                       |               |        |
| 16 |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |
| 17 |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |
| 18 |   | Целевая функция               |                | =SUMPRODUCT(C4:F6;C11:F13) |                |                          |               |        |
| 19 |   |                               |                |                            |                |                          |               |        |

Заполняем окно параметров поиска решений:

**Solver Parameters**

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

\$C\$11:\$F\$13 >= 0  
 \$C\$14:\$F\$14 = \$C\$15:\$F\$15  
 \$G\$11:\$G\$13 = \$H\$11:\$H\$13

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

**Solving Method**  
 Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Результат:

|    |                            |                |                |                |                          |            |        |
|----|----------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------|------------|--------|
| 9  | <b>Матрица перевозок X</b> |                |                |                |                          |            |        |
| 10 |                            | Потребитель В1 | Потребитель В2 | Потребитель В3 | Фиктивный потребитель В4 | Доставлено | Запасы |
| 11 | Склад А1                   | 0              | 30             | 40             | 0                        | 70         | 70     |
| 12 | Склад А2                   | 20             | 0              | 0              | 12                       | 32         | 47     |
| 13 | Склад А3                   | 0              | 0              | 0              | 38                       | 38         | 38     |
| 14 | Вывезено                   | 20             | 30             | 40             | 50                       |            |        |
| 15 | Потребности потребителей   | 20             | 30             | 40             | 50                       |            |        |
| 16 |                            |                |                |                |                          |            |        |
| 17 |                            |                |                |                |                          |            |        |
| 18 | Целевая функция            |                | 1392           |                |                          |            |        |
| 19 |                            |                |                |                |                          |            |        |

## 2.2 Метод потенциалов(опорный план с помощью северо-западного угла)

Задана таблица транспортной задачи:

|         | B1=20 | B2=30 | B3=40 | B4=50 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| A1 = 70 | 15    | 3     | 23    | 6     |
| A2 = 47 | 1     | 4     | 17    | 8     |
| A3 = 38 | 9     | 13    | 14    | 7     |

Суммарные запасы груза  $70 + 47 + 38 = 155$ , а суммарное потребление  $20 + 30 + 40 + 50 = 140$ . Следовательно Задача является открытого типа и ее нужно закрыть вводом нового потребителя с стоимостью перевозок 0 и потребностями  $155 - 140 = 15$ .

|         | B1=20 | B2=30 | B3=40 | B4=50 | B5=15 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A1 = 70 | 15    | 3     | 23    | 6     | 0     |
| A2 = 47 | 1     | 4     | 17    | 8     | 0     |
| A3 = 38 | 9     | 13    | 14    | 7     | 0     |

Метод северо-западного угла:

|             | B1     | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[20] | 3[30] | 23[20] | 6[0]  | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[0]   | 4[0]  | 17[20] | 8[27] | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]   | 13[0] | 14[0]  | 7[23] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20     | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

$$7 = m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7 \Rightarrow \text{НЕВЫРОЖДЕННЫЙ}$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij} = 15 \cdot 20 + 3 \cdot 30 + 23 \cdot 20 + 17 \cdot 20 + 8 \cdot 27 + 7 \cdot 23 + 0 \cdot 15 = 1567$$

Метод потенциалов:

1. Находим предварительные потенциалы  $u_i, v_j$ , по заданному плану, где  $u_i + v_j = c_{ij}, u_1 = 0$
2. Проверяем на оптимальность, где не существуют  $u_i + v_j > c_{ij}$
3. Выбираем максимальную оценку свободной клетки
4. Строим цикл, чередуя  $+/ -$ , вершина цикла, выбранная свободная клетка начинается с '+', выбираем наименьшей объем груза из ячеек с '-', и прибавляем это значение к элементам цикла



1-итерация:

$$\begin{array}{ll}
 u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15 & \Delta_{14} = 0 + 14 - 6 = 8 > 0 \\
 u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 & \Delta_{15} = 0 + 7 - 0 = 7 > 0 \\
 u_1 + v_3 = 23; v_3 = 23 - 0 = 23 & \Delta_{21} = -6 + 15 - 1 = 8 > 0 \\
 1) \quad u_2 + v_3 = 17; u_2 = 17 - 23 = -6 & 2) \quad \Delta_{22} = -6 + 3 - 4 = -7 < 0 \\
 u_2 + v_4 = 8; v_4 = 8 - (-6) = 14 & \Delta_{25} = -6 + 7 - 0 = 1 > 0 \\
 u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 14 = -7 & \Delta_{31} = -7 + 15 - 9 = -1 < 0 \\
 u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - (-7) = 7 & \Delta_{32} = -7 + 3 - 13 = -17 < 0 \\
 & \Delta_{33} = -7 + 23 - 14 = 2 > 0
 \end{array}$$

$$3) \max(8, 7, 8, 1, 2) = 8 \Rightarrow \max(1_{21}, 6_{14}) = 6$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=23) | B4(V4=14) | B5(V5=7) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]    | 3[30]    | 23[20]-   | 6[0]+     | 0[0]     | 70     |
| A2(U2=-6)   | 1[0]      | 4[0]     | 17[20]+   | 8[27]-    | 0[0]     | 47     |
| A3(U3=-7)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]     | 0[15]    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50        | 15       |        |

↓

$$4) (1, 4) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (1, 4)$$

$$\min(20, 27) = 20$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=23) | B4(V4=14) | B5(V5=7) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]    | 3[30]    | 23[0]     | 6[20]     | 0[0]     | 70     |
| A2(U2=-6)   | 1[0]      | 4[0]     | 17[40]    | 8[07]     | 0[0]     | 47     |
| A3(U3=-7)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]     | 0[15]    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50        | 15       |        |

2-итерация:

$$\begin{array}{ll}
 u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15 & \Delta_{13} = 0 + 15 - 23 = -8 < 0 \\
 u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 & \Delta_{15} = 0 + (-1) - 0 = -1 < 0 \\
 u_1 + v_4 = 6; v_4 = 6 - 0 = 6 & \Delta_{21} = 2 + 15 - 1 = 16 > 0 \\
 1) \quad u_2 + v_4 = 8; u_2 = 8 - 6 = 2 & 2) \quad \Delta_{22} = 2 + 3 - 4 = -1 < 0 \\
 u_2 + v_3 = 17; v_3 = 17 - 2 = 15 & \Delta_{25} = 2 + (-1) - 0 = 1 > 0 \\
 u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 6 = 1 & \Delta_{31} = 1 + 15 - 9 = 7 > 0 \\
 u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - 1 = -1 & \Delta_{32} = 1 + 3 - 13 = -9 < 0 \\
 & \Delta_{33} = 1 + 15 - 14 = 2 > 0
 \end{array}$$

$$3) \max(16, 1, 7, 2) = 16 \Rightarrow \max(16_{21}) = 1$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=15) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[20]-   | 3[30]    | 23[20]    | 6[0]+    | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=2)    | 1[0]+     | 4[0]     | 17[40]    | 8[7]-    | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]     | 7[23]    | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$4) (2, 1) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (2, 1) \\ \min(20, 7) = 7$$

|             | B1     | B2    | B3)    | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[13] | 3[30] | 23[0]  | 6[27] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[7]   | 4[0]  | 17[40] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]   | 13[0] | 14[0]  | 7[23] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20     | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

3-итерация:

$$u_1 + v_1 = 15; v_1 = 15 - 0 = 15$$

$$u_2 + v_1 = 1; u_2 = 1 - 15 = -14$$

$$u_2 + v_3 = 17; v_3 = 17 + 14 = 31 \quad \Delta_{13} = 0 + 31 - 23 = 8 > 0$$

$$1) \quad u_1 + v_2 = 3; v_2 = 3 - 0 = 3 \quad 2) \quad \Delta_{31} = 1 + 15 - 9 = 7 > 0$$

$$u_1 + v_4 = 6; v_4 = 6 - 0 = 6 \quad \Delta_{33} = 1 + 31 - 14 = 18 > 0$$

$$u_3 + v_4 = 7; u_3 = 7 - 6 = 1$$

$$u_3 + v_5 = 0; v_5 = 0 - 1 = -1$$

$$3) \max(8, 7, 18) = 18 \Rightarrow \max(18_{33}) = 14$$

|             | B1(V1=15) | B2(V2=3) | B3(V3=31) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[13]-   | 3[30]    | 23[0]     | 6[27]+   | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=-14)  | 1[7]+     | 4[0]     | 17[40]-   | 8[0]     | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[0]+    | 7[23]-   | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$4) (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (3, 3) \\ \min(13, 23, 40) = 13$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[30] | 23[0]  | 6[40] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[0]  | 17[27] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[13] | 7[10] | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

4-итерация:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
 v_4 &= 6 - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
 u_3 &= 7 - v_4 = 7 - 6 = 1 & \Delta_{22} &= 4 + 3 - 4 = 3 > 0 \\
 1) \quad v_3 &= 14 - u_3 = 14 - 1 = 13 & 2) \Delta_{24} &= 4 + 6 - 8 = 2 > 0 \\
 u_2 &= 17 - v_3 = 17 - 13 = 4 & \Delta_{25} &= 4 - 1 - 0 = 3 > 0 \\
 v_1 &= 1 - u_2 = 1 - 4 = -3 \\
 v_5 &= 0 - u_3 = 0 - 1 = -1
 \end{aligned}$$

$$3) \max(3, 2, 3) = 3 \Rightarrow \max(3_{22}) = 4$$

|             | B1(V1=-3) | B2(V2=3) | B3(V3=13) | B4(V4=6) | B5(V5=-1) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[0]     | 3[30]-   | 23[0]     | 6[40]+   | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=4)    | 1[20]     | 4[0]+    | 17[27]-   | 8[0]     | 0[0]      | 47     |
| A3(U3=1)    | 9[0]      | 13[0]    | 14[13]+   | 7[10]-   | 0[15]     | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$\begin{aligned}
 4) \quad (2, 2) &\rightarrow (1, 2) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \\
 \min(30, 10, 27) &= 10
 \end{aligned}$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[17] | 8[0]  | 0[0]  | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[23] | 7[0]  | 0[15] | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

5-итерация:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
 u_2 &= 4 - v_2 = 4 - 3 = 1 \\
 v_1 &= 1 - u_2 = 1 - 1 = 0 \\
 1) \quad v_3 &= 17 - u_2 = 17 - 1 = 16 & 2) \Delta_{15} &= 0 + 2 - 0 = 2 > 0 \\
 u_3 &= 14 - v_3 = 14 - 16 = -2 & \Delta_{25} &= 1 + 2 - 0 = 3 > 0 \\
 v_5 &= 0 - u_3 = 0 + 2 = 2 \\
 v_4 &= 6 - u_1 = 6 - 0 = 6
 \end{aligned}$$

$$3) \max(2, 3) = 3 \Rightarrow \max(3_{25}) = 0$$

|             | B1(V1=0 ) | B2(V2=3) | B3(V3=16) | B4(V4=6) | B5(V5=2 ) | Запасы |
|-------------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|--------|
| A1(U1=0)    | 15[0]     | 3[20]    | 23[0]     | 6[50]    | 0[0]      | 70     |
| A2(U2=1)    | 1[20]     | 4[10]    | 17[17]-   | 8[0]     | 0[0]+     | 47     |
| A3(U3=-2)   | 9[0]      | 13[0]    | 14[23]+   | 7[0]     | 0[15]-    | 38     |
| Потребности | 20        | 30       | 40        | 50       | 15        |        |

↓

$$4) (2, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 5)$$

$$\min(17, 15) = 15$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[2]  | 8[0]  | 0[15] | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[38] | 7[0]  | 0[0]  | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

6-итерация:

$$\begin{aligned}
 &v_2 = 3 - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
 &u_2 = 4 - v_2 = 4 - 3 = 1 \\
 &v_1 = 1 - u_2 = 1 - 1 = 0 \\
 &v_3 = 17 - u_2 = 17 - 1 = 16 \\
 &u_3 = 14 - v_3 = 14 - 16 = -2 \\
 &v_5 = 0 - u_2 = 0 - 1 = -1 \\
 &v_4 = 6 - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
 &\Delta_{11} = 0 + 0 - 15 \leq 0 \\
 &\Delta_{13} = 0 + 16 - 23 = -7 \leq 0 \\
 &\Delta_{15} = 0 - 1 - 0 = -1 \leq 0 \\
 &\Delta_{24} = 1 + 6 - 8 = -1 \leq 0 \\
 &\Delta_{31} = -2 + 0 - 0 = -11 \leq 0 \\
 &\Delta_{32} = -2 + 3 - 13 = -12 \leq 0 \\
 &\Delta_{34} = -2 + 6 - 7 = -3 \leq 0 \\
 &\Delta_{35} = -2 - 1 - 0 = -3 \leq 0
 \end{aligned}$$

|             | B1    | B2    | B3     | B4    | B5    | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| A1          | 15[0] | 3[20] | 23[0]  | 6[50] | 0[0]  | 70     |
| A2          | 1[20] | 4[10] | 17[2]  | 8[0]  | 0[15] | 47     |
| A3          | 9[0]  | 13[0] | 14[38] | 7[0]  | 0[0]  | 38     |
| Потребности | 20    | 30    | 40     | 50    | 15    |        |

Опорный план является оптимальным, т.к. все оценки свободных клеток удовлетворяют условию  $u_i + v_j \leq c_{ij}$ . Затраты:  $F(x) = 3 \cdot 20 + 6 \cdot 50 + 1 \cdot 20 + 4 \cdot 10 + 17 \cdot 2 + 0 \cdot 15 + 14 \cdot 38 = 986$