

Математическая логика и теория алгоритмов

Иордан В.И

6 февраля 2020 г.

Введение в дисциплину

Наука о законах и формах познающего мышления, она изучает мыслительные процессы направленные на обнаружение и обоснование истин, на поиск путей преодоления трудностей в решении задач в различных сферах деятельности человека (в интеллектуальной деятельности человека). Логику интересует лишь форма и законы мышления а не содержание (в меньшей степени), тем самым логика в своем развитии в большей степени интересуется грамматикой языковых выражений и проверяет их на истинность, другими словами наиболее важной задачей перед логикой стоит разработка формальных языков (формальных теорий) структуры которых должна быть максимально приближена к структуре естественных языков общения (к логике общения). Примерами являются алгоритмические языки программирования. Перед разработчиками таких новых алгоритмических языков программирования также стоит задача приближения этих новых языков программирования к уровню естественного языка программирования (с более высоким логическим уровнем).

Математическая логика - это логика развиваемая с помощью математических методов, т.е логика используемая в математике как для развития самой логики (ее формализации), так и для развития других разделов математики. Она занимается построением новых формальных языков и формальных теорий, которые в последнее время развили и обогатили такие фундаментальные понятия как: отношение (функция), аксиома, теорема (доказательство), и др. Кроме того мат. логика в качестве новых формальных теорий языков изучает существующие логические исчисления и создает новые исчисления. В последнее время мат. логика обогатила понятия алгоритм, вычислимую функцию, построила систему логического вывода (связанную с ИИ).

Любая формальная теория состоит из 4 компонентов:

- 1) алфавит языка
- 2) формулы языка исчисления
- 3) аксиомы языка
- 4) правила вывода(построение новых формул из уже имеющихся)

1 и 2 компоненты образуют сигнатуру языка(формальный язык)

1 Логика(алгебра) высказываний. Исчисление высказываний(ИВ)

1.1

Исчисления высказываний это составная часть алгебры высказываний. ИВ опирается на аксиоматический подход в котором имеется система аксиом и правила вывода.

Высказывание - это утверждение, языковое предложение(не только человеком, но и как конструкция какого-либо алг. языка или предложения сформулированное ИИ), которое может быть либо истинной, либо ложью. Высказывания выраженные в виде формул используют обозначения переменных(латинский алфавит) и обозначения логических связок(операций). Части высказывания могут быть элементарными высказываниями(буквы) либо само исходное высказывание может быть элементарным.

Пропозициональная переменная(символ занимает определенную позицию)=переменная.

Отрицанием формулы А будем называть новое высказывание С которое истинно тогда и только тогда, когда А - ложно.

Конъюнкцией высказываний А и В будем называть новое высказывание С, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны А и В.

Дизъюнкцией высказываний А и В будем называть новое высказывание С, которое истинно тогда, когда истинно А или В.

Искл ИЛИ верно тогда и только тогда, когда верно только одно высказывание.

Импликацией высказываний А(условие, посылка) и В(заключение, следствие) будем называть высказывание С, которое ложно тогда и только тогда, когда А истинно, а В - ложно.

Эквивалентией(эквивалентностью) высказываний А и В будем называть высказывание С, которое истинно тогда оба высказывания одновременно истинны, либо ложны.

1.2 Формулы ИВ

Формулой будем называть составное высказывание, которое используя алфавит переменных строится согласно правилам синтаксиса:

- 1) Любая переменная – суть формулы (тривиальный случай)
- 2) Если A и B – формулы, то формулами будут также инверсия и импликация.
- 3) формулы строятся ТОЛЬКО по правилам 1 и 2.

Замечания: правила конструирования формул называют построение формул по "индукции" или по структуре формул.

Подформулой B формулы A называют любое высказывание, входящее в составное высказывание A и являющееся формулой.

Интерпретацией формулы A является определение значений истинности A при подстановки в нее конкретных истинностных значений переменных.

Формула истинная при некоторой интерпретации называется Выполнимой и она называется Опровержимой если она ложна при некоторой интерпретации.