Математический анализ

Алла Владимировавна Устюжанова

10 сентября 2019 г.

Лекция 1

1 Глава 1. Введение.

1.1 Параграф 1: Множества операции над множествами

Кванторы:

$$\forall \quad \exists$$

Множество – это совокупность каких-либо предметов(элементов).

$$A \quad B, \quad x \in A, \quad x \notin B, \quad A \in B$$

Операции:
1. $A \cup B$ – те множество каждый элемент которого принадлежит хотябы одному из множеств A или B

$$A \cup B = \{x : x \in A \quad or \quad x \in B\}$$

2. $A \cap B$ – это множество каждый элемент которого принадлежит одновременне и A и B

$$A \cap B = \{x : x \in A \quad and \quad x \in B\}$$

3. $A \setminus B$ – (Разность)

$$A \setminus B = \{x : x \in A \quad but \quad x \notin B\}$$

4. $CA \quad \bar{A}$ – (Дополнение)

$$CA = \bar{A} - S \setminus A$$

Виды множеств:
$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

1.2 Абсолютная величина

$$|x| = \{x \quad x \geq 0 \quad or \quad -x \quad x \leq 0\}$$

Свойства:

1. Неравенство треугольника

$$|x+y| = |x| + |y|$$

Док-во: пусть $x + y \geq 0 \Rightarrow |x+y| = x + y = |x| + |y|$
Док-во: пусть $x + y < 0 \Rightarrow |x+y| = x + (-y) < |x| + |y|$

2. $|x - y| = |x| - |y|$ если $|x| > |y|$ 3. $|xyz| = |x||y||z|$ 4. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ sgn x $= \{1 \quad x > 0 \quad 0 \quad x = 0\}$

Бином Ньютона:

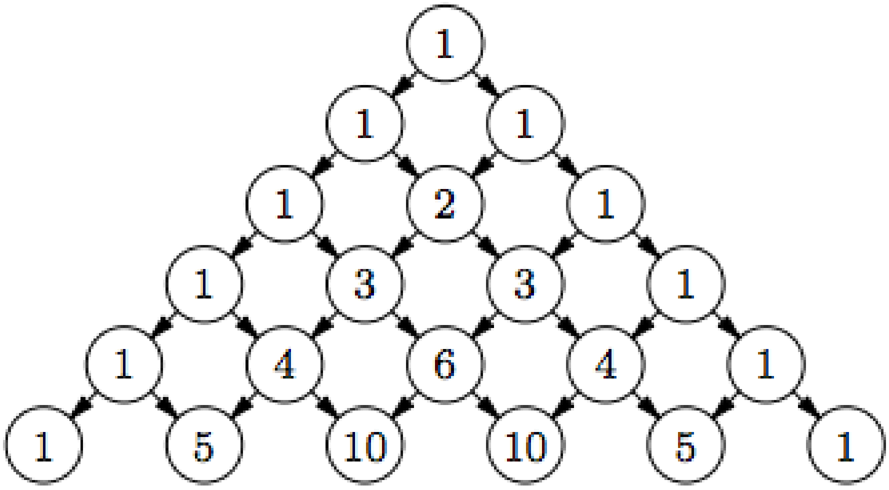
$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + b^n$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$$

$$0! = 1$$

Треугольник Паскаля:



1.2.1 Упражнения

1. $A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3, 4, 5\} \quad A \cup B?$
2. $A = \{x \in N : \quad 2 < x < 4\} \quad B = \{x \in N : \quad 2 < x < 4\} \quad C = \{x \in N : 2 < x < 4\} \quad B \cup C?, A \cap B \cap C, A \cup B \cup C \quad ?$
3. $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)?$
4. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$
5. $(1 - x)^5 = ?$
6. $\left(\frac{2}{x} + 3\sqrt{x}\right)^4$

2 Глава 2. Предел и непрерывность.

Курс: Мат анализ (фтф:ИВТ)
код слово: предел

2.1 Параграф 1. Предел псоледовательности

Предел – пусть каждому натуральному числу N по некоторому закону поставленно в соответствие действительное число x_n тогда говорят что определена числовая последовательность $\{x\} = \{x_1, x_2, ..., x_n, ...\}$
Число а называется пределом последовательности $\{x_n\}$ если для всякого действительного числа $\epsilon > 0$ найдется зависящее от ϵ число такое что

выполняется неравенство $|x_n - a| < \epsilon$ для всех натуральных чисел $n > n_0$.

Обозначение:

$$\lim_{n \to 0} x_n = a \quad (x_n \to a \quad n \to \inf)$$

$$\lim_{n \to 0} x_n = a \Leftrightarrow \quad \forall \epsilon > 0 \quad \exists n_0 = n_0(\epsilon) : \forall n > n_0 \quad |x_n - a| < \epsilon$$

Пример: $\lim_{n \to 0} \frac{1}{n} = 0$
$|\frac{1}{n}| < \epsilon \quad \frac{1}{n} < \epsilon \quad n > \frac{1}{\epsilon} \quad n_0 = \left[\frac{1}{\epsilon}\right] + 1 \quad \forall \epsilon > 0$
чтд.

Произвольный интервал AB содержащий точку C называется окресностью это точки

$$\cup(C)$$

Эпсилон окресность:

$$\cup(\epsilon) \quad \cup_\epsilon(\epsilon) = \cup_\epsilon(\epsilon) \setminus c$$

Число(точка) a является пределом последовательности x_n если для любого эпсилон больше нуля найдется число n_0 такое что все точки x_n с индексами $n > n_0$ попадут в ϵокресность точки a. Вне любой окресности точки a имеется конечная или пустое множество точек x_n.

Литература

Кудрявцев А.Д Курс математического анализа
Фихтенгольц Г.М Основы математического анализа
Демидович Б.П Сборник задач и упражнений по математическому анализу