



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №6 по курсу "Анализ алгоритмов"

Тема Муравьиный алгоритм

Студент Богаченко А.Е.

Группа ИУ7-56Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватели Волкова Л.Л., Строганов Ю.В.

Оглавление

Введение	3
1 Аналитическая часть	4
1.1 Постановка задачи	4
1.2 Задача коммивояжера	4
1.3 Решение полным перебором	4
1.4 Муравьиные алгоритмы	5
1.5 Муравьиный алгоритм в задаче коммивояжера	8
2 Конструкторская часть	10
2.1 Требования к программе	10
2.2 Схемы алгоритмов	10
Вывод	13
3 Технологическая часть	14
3.1 Требования к ПО	14
3.2 Структура ПО	14
3.3 Средства реализации	14
3.4 Листинг кода	15
4 Исследовательская часть	19
4.1 Пример работы	19
4.2 Технические характеристики	19
4.3 Время выполнения алгоритмов	20
Заключение	22
Литература	23

Введение

Муравьиный алгоритм — один из эффективных полиномиальных алгоритмов для нахождения приближённых решений задачи коммивояжёра, а также решения аналогичных задач поиска маршрутов на графах.

Целью данной лабораторной работы является изучение муравьиных алгоритмов и приобретение навыков параметризации методов на примере муравьиного алгоритма, применённого к задаче коммивояжера.

В ходе лабораторной работы предстоит:

- рассмотреть муравьиный алгоритм и алгоритм полного перебора в задаче коммивояжера;
- реализовать эти алгоритмы;
- сравнить время работы этих алгоритмов.

1 Аналитическая часть

1.1 Постановка задачи

Имеется сильно связный взвешенный ориентированный граф [1] с положительными весами, заданный в виде матрицы смежностей. Количество вершин в нем лежит в диапазоне от 5 до 20. Требуется решить задачу коммивояжера для этого графа.

1.2 Задача коммивояжера

Коммивояжёр (фр. *commis voyageur*) — бродячий торговец. Задача коммивояжёра — важная задача транспортной логистики, отрасли, занимающейся планированием транспортных перевозок. Коммивояжёру, чтобы распродать нужные и не очень нужные в хозяйстве товары, следует объехать n пунктов и в конце концов вернуться в исходный пункт. Требуется определить наиболее выгодный маршрут объезда. В качестве меры выгодности маршрута (точнее говоря, невыгодности) может служить суммарное время в пути, суммарная стоимость дороги, или, в простейшем случае, длина маршрута [2].

1.3 Решение полным перебором

Задача может быть решена перебором всех вариантов объезда и выбором оптимального. Но при таком подходе количество возможных маршрутов очень быстро возрастает с ростом n (оно равно $n!$ — количеству способов упорядочения пунктов). К примеру, для 100 пунктов количество вариантов будет представляться 158-значным числом — не выдержит ни один калькулятор! Мощная ЭВМ, способная перебирать миллион вариантов в секунду, будет биться с задачей на протяжении примерно $3 \cdot 10^{144}$ лет. Увеличение производительности ЭВМ в 1000 раз даст хоть и меньшее в 1000 раз, но по-прежнему чудовищное время перебора вариантов. Не спасает ситуацию

даже то, что для каждого варианта маршрута имеется $2n$ равноценных, отличающихся выбором начального пункта (n вариантов) и направлением обхода (2 варианта). Перебор с учётом этого наблюдения сокращается незначительно [3].

1.4 Муравьиные алгоритмы

Все муравьиные алгоритмы базируются на моделировании поведения колонии муравьев. Колония муравьев может рассматриваться как много-агентная система, в которой каждый агент (муравей) функционирует автономно по очень простым правилам. В противовес почти примитивному поведению агентов, поведение всей системы получается на удивление разумным.

Муравьиные алгоритмы представляют собой вероятностную жадную эвристику, где вероятности устанавливаются, исходя из информации о качестве решения, полученной из предыдущих решений.

Идея муравьиного алгоритма - моделирование поведения муравьёв, связанного с их способностью быстро находить кратчайший путь от муравейника к источнику пищи и адаптироваться к изменяющимся условиям, находя новый кратчайший путь[4]. При своём движении муравей метит путь феромоном, и эта информация используется другими муравьями для выбора пути. Это элементарное правило поведения и определяет способность муравьёв находить новый путь, если старый оказывается недоступным.

Какие же механизмы обеспечивают столь сложное поведение муравьев, и что можем мы позаимствовать у этих крошечных существ для решения своих глобальных задач? Основу «социального» поведения муравьев составляет самоорганизация — множество динамических механизмов, обеспечивающих достижение системой глобальной цели в результате низкоступенчатого взаимодействия ее элементов. Принципиальной особенностью такого взаимодействия является использование элементами системы только локальной информации. При этом исключается любое централизованное управление и обращение к глобальному образу, репрезентирующему систему во внешнем мире. Самоорганизация является результатом взаимодействия следующих четырёх компонентов [5] :

- случайность;
- многократность;
- положительная обратная связь;
- отрицательная обратная связь.

Рассмотрим случай, когда на оптимальном доселе пути возникает преграда. В этом случае необходимо определение нового оптимального пути. Дойдя до преграды, муравьи с равной вероятностью будут обходить её справа и слева. То же самое будет происходить и на обратной стороне преграды. Однако, те муравьи, которые случайно выберут кратчайший путь, будут быстрее его проходить, и за несколько передвижений он будет более обогащён феромоном. Поскольку движение муравьёв определяется концентрацией феромона, то следующие будут предпочитать именно этот путь, продолжая обогащать его феромоном до тех пор, пока этот путь по какой-либо причине не станет недоступен.

Очевидная положительная обратная связь быстро приведёт к тому, что кратчайший путь станет единственным маршрутом движения большинства муравьёв. Моделирование испарения феромона - отрицательной обратной связи - гарантирует нам, что найденное локально оптимальное решение не будет единственным - муравьи будут искать и другие пути. Если мы моделируем процесс такого поведения на некотором графе, рёбра которого представляют собой возможные пути перемещения муравьёв, в течение определённого времени, то наиболее обогащённый феромоном путь по рёбрам этого графа и будет являться решением задачи, полученным с помощью муравьиного алгоритма.

Обобщим все выше сказанное. Любой муравьиный алгоритм, независимо от модификаций, представим в следующем виде:

- Создание муравьев;
- Поиск решения;
- Обновление феромона;
- Дополнительные действия (опционально).

Теперь рассмотрим каждый шаг в цикле более подробно:

1. Создание муравьев

Стартовая точка, куда помещается муравей, зависит от ограничений, накладываемых условиями задачи. Потому что для каждой задачи способ размещения муравьёв является определяющим. Либо все они помещаются в одну точку, либо в разные с повторениями, либо без повторений.

На этом же этапе задаётся начальный уровень феромона. Он инициализируется небольшим положительным числом для того, чтобы на начальном шаге вероятности перехода в следующую вершину не были нулевыми.

2. Поиск решения

Вероятность перехода из вершины i в вершину j определяется по следующей формуле 1.1

$$p_{i,j} = \frac{(\tau_{i,j}^\alpha)(\eta_{i,j}^\beta)}{\sum (\tau_{i,j}^\alpha)(\eta_{i,j}^\beta)} \quad (1.1)$$

где $\tau_{i,j}$ — количество феромонов на ребре i до j ;

$\eta_{i,j}$ — эвристическое расстояние от i до j ;

α — параметр влияния феромона;

β — параметр влияния расстояния.

3. Обновление феромона

Уровень феромона обновляется в соответствии с приведённой формулой:

После того, как муравей успешно проходит маршрут, он оставляет на всех пройденных рёбрах след, обратно пропорциональный длине пройденного пути. Итого, новый след феромона вычисляется по формуле 1.2:

$$\tau_{i,j} = (1 - \rho_{i,j})\tau_{i,j} + \Delta\tau_{i,j}, \quad (1.2)$$

где $\rho_{i,j}$ - доля феромона, который испарится;

$\tau_{i,j}$ - количество феромона на дуге ij ;

$\Delta\tau_{i,j}$ - количество отложенного феромона, вычисляется по формуле 1.4.

4. Дополнительные действия

Обычно здесь используется алгоритм локального поиска, однако он может также появиться и после поиска всех решений.

1.5 Муравьиный алгоритм в задаче коммивояжера

Рассмотрим, как реализовать четыре составляющие самоорганизации муравьев при оптимизации маршрута коммивояжера. Многократность взаимодействия реализуется итерационным поиском маршрута коммивояжера одновременно несколькими муравьями. При этом каждый муравей рассматривается как отдельный, независимый коммивояжер, решающий свою задачу. За одну итерацию алгоритма каждый муравей совершает полный маршрут коммивояжера. Положительная обратная связь реализуется как имитация поведения муравьев типа «оставление следов – перемещение по следам». Чем больше следов оставлено на тропе — ребре графа в задаче коммивояжера, тем больше муравьев будет передвигаться по ней. При этом на тропе появляются новые следы, привлекающие дополнительных муравьев. Для задачи коммивояжера положительная обратная связь реализуется следующим стохастическим правилом: вероятность включения ребра графа в маршрут муравья пропорциональна количеству феромона на нем.

Теперь с учётом особенностей задачи коммивояжера, мы можем описать локальные правила поведения муравьев при выборе пути.

1. Муравьи имеют собственную «память». Поскольку каждый город может быть посещён только один раз, то у каждого муравья есть список уже посещённых городов - список запретов. Обозначим через J список городов,

которые необходимо посетить муравью k , находящемуся в городе i .

2. Муравьи обладают «зрением» - видимость есть эвристическое желание посетить город j , если муравей находится в городе i . Будем считать, что видимость обратно пропорциональна расстоянию между городами.

3. Муравьи обладают «обонянием» - они могут улавливать след феромона, подтверждающий желание посетить город j из города i на основании опыта других муравьёв. Количество феромона на ребре (i, j) в момент времени t обозначим через $\tau_{i,j}(t)$

4. На этом основании мы можем сформулировать вероятностно-пропорциональное правило, определяющее вероятность перехода k -ого муравья из города i в город j .

5. Пройдя ребро (i, j) , муравей откладывает на нём некоторое количество феромона, которое должно быть связано с оптимальностью сделанного выбора. Пусть $T_k(t)$ есть маршрут, пройденный муравьём k к моменту времени t , $L_k(t)$ - длина этого маршрута, а Q - параметр, имеющий значение порядка длины оптимального пути. Тогда откладываемое количество феромона может быть задано в виде:

$$\Delta\tau_{i,j}^k = \begin{cases} Q/L_k & \text{Если } k\text{-ый муравей прошел по ребру } ij; \\ 0 & \text{Иначе} \end{cases} \quad (1.3)$$

где Q - количество феромона, переносимого муравьём;

Тогда

$$\Delta\tau_{i,j} = \tau_{i,j}^0 + \tau_{i,j}^1 + \dots + \tau_{i,j}^k \quad (1.4)$$

где k - количество муравьёв в вершине графа с индексами i и j .

Вывод

В данном разделе были рассмотрены общие принципы муравьиного алгоритма и применение его к задаче коммивояжера.

2 Конструкторская часть

2.1 Требования к программе

Требования к вводу:

- У ориентированного графа должно быть хотя бы 2 вершины.

Требования к программе:

- Алгоритм полного перебора должен возвращать кратчайший путь в графе.

.

Входные данные - матрица смежности графа.

Выходные данные - самый выгодный путь.

2.2 Схемы алгоритмов

В данном разделе будут приведены схемы алгоритмов для решения задачи коммивояжера: полный перебор 2.1 и муравьиный 2.2



Рисунок 2.1 – Схема алгоритма полного перебора

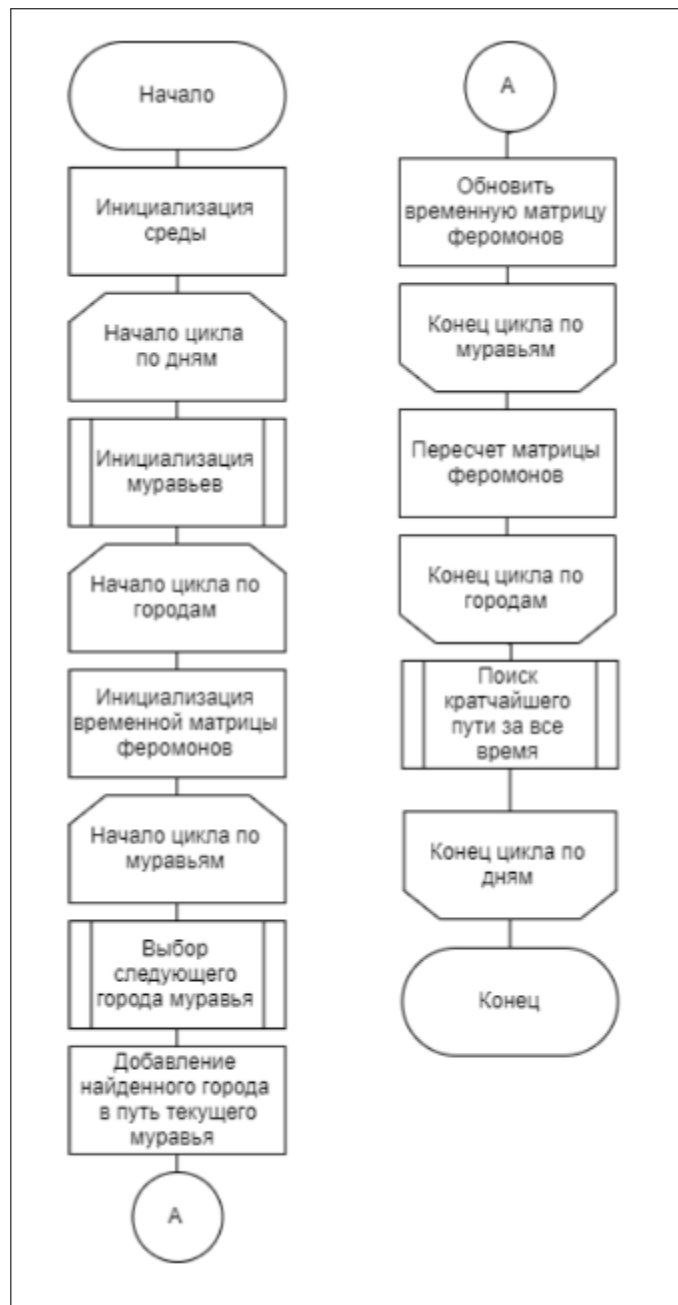


Рисунок 2.2 – Схема муравьиного алгоритма

Вывод

В данном разделе были рассмотрены требования к программе и схемы алгоритмов.

3 Технологическая часть

В данном разделе приведены требования к программному обеспечению, средства реализации и листинги кода.

3.1 Требования к ПО

К программе предъявляется ряд требований:

- корректная сортировка.

3.2 Структура ПО

В данном разделе будет рассмотрена структура ПО 3.1.

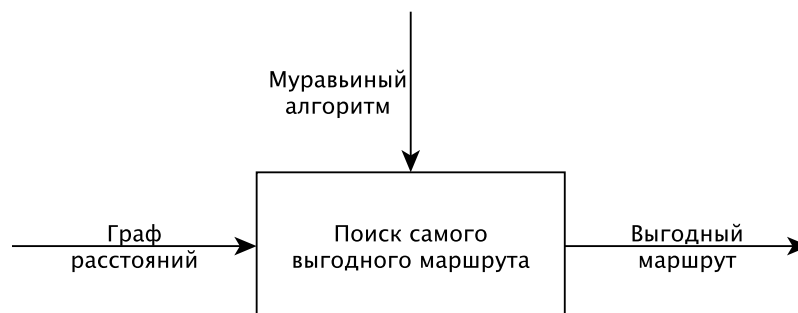


Рисунок 3.1 – Структура ПО

3.3 Средства реализации

В качестве языка программирования для реализации данной лабораторной работы был выбран многопоточный язык GO [6]. Данный выбор обусловлен моим желанием расширить свои знания в области применения данного языка. Так же данный язык предоставляет средства тестирования разработанного ПО.

Время работы алгоритмов было замерено с помощью функции `Now()` из библиотеки `Time` [7].

3.4 Листинг кода

В листингах 3.1 – 3.2 приведены реализации алгоритма полного перебора всех решений и муравьиного алгоритма.

Листинг 3.1 – Алгоритм перебора всех возможных вариантов

```
1 // Brute - brute
2 func Brute(f string) []int {
3     weight := getWeights(f)
4     path := make([]int, 0)
5     res := make([]int, len(weight))
6     // for every node
7     for k := 0; k < len(weight); k++ {
8         ways := make([] []int, 0)
9         _ = getRoutes(k, weight, path, &ways)
10        sum := 1000
11        curr := 0
12        ind := 0
13        for i := 0; i < len(ways); i++ {
14            curr = 0
15            for j := 0; j < len(ways[i])-1; j++ {
16                curr += weight[ways[i][j]][ways[i][j+1]]
17            }
18            if curr < sum {
19                sum = curr
20                ind = i
21            }
22        }
23        res[k] = sum
24        ind = 0
25        _ = ind
26    }
27    return res
28 }
29
30 func contains(s []int, e int) bool {
31     for _, a := range s {
32         if a == e {
33             return true
34         }
35     }
36     return false
37 }
38
39 // getRoutes - find all ways
40 func getRoutes(pos int, weight [] []int, path []int, routes *[] []int) []int {
```

```

41 path = append(path, pos)
42 if len(path) < len(weight) {
43     for i := 0; i < len(weight); i++ {
44         if !(contains(path, i)) {
45             _ = getRoutes(i, weight, path, routes)
46         }
47     }
48 } else {
49     *routes = append(*routes, path)
50 }
51 return path
52 }

```

Листинг 3.2 – Муравьиный алгоритм

```

1 // getProbability - probability of path being choosen
2 func (ant *Ant) getProbability() []float64 {
3     p := make([]float64, 0)
4     var sum float64
5     for i, l := range ant.visited[ant.position] {
6         if l != 0 {
7             d := math.Pow((float64(1)/float64(l)), ant.env.alpha) *
8                 math.Pow(ant.env.pheromon[ant.position][i], ant.env.betta)
9             p = append(p, d)
10            sum += d
11        } else {
12            p = append(p, 0)
13        }
14    }
15    for _, l := range p {
16        l = l / sum
17    }
18    return p
19 }
20 // pickWay - choose way with probability
21 func pickWay(p []float64) int {
22     var sum float64
23     for _, j := range p {
24         sum += j
25     }
26     r := rand.New(rand.NewSource(time.Now().UnixNano()))
27     rn := r.Float64() * sum
28     sum = 0
29     for i, j := range p {
30         if rn > sum && rn < sum+j {
31             return i
32         }
33         sum += j

```



```

34     }
35     return -1
36 }
37
38 // renewPheromon - renew pheromon after move
39 func (ant *Ant) renewPheromon() {
40     var delta float64
41     delta = 0
42     for k := 0; k < len(ant.env.pheromon); k++ {
43         for i, j := range ant.env.pheromon[k] {
44             if ant.env.weight[k][i] != 0 {
45                 if ant.been[k][i] {
46                     delta = ant.env.q / float64(ant.env.weight[k][i])
47                 } else {
48                     delta = 0
49                 }
50                 ant.env.pheromon[k][i] = (1 - ant.env.p) * (float64(j) + delta)
51             }
52             if ant.env.pheromon[k][i] <= 0 {
53                 ant.env.pheromon[k][i] = 0.1
54             }
55         }
56     }
57 }
58
59 // moveWay - perform move
60 func (ant *Ant) moveWay(path int) {
61     for i := range ant.visited {
62         ant.visited[i][ant.position] = 0
63     }
64     ant.been[ant.position][path] = true
65     ant.position = path
66 }
67
68 // moveAnt - start moving
69 func (ant *Ant) moveAnt() {
70     for {
71         prob := ant.getProbability()
72         way := pickWay(prob)
73         if way == -1 {
74             break
75         }
76         ant.moveWay(way)
77         ant.renewPheromon()
78     }
79 }
80
81 // getDistance - distance travelled

```

```

82 func (ant *Ant) getDistance() int {
83     var distance int
84     for i, j := range ant.been {
85         for k, z := range j {
86             if z {
87                 distance += ant.env.weight[i][k]
88             }
89         }
90     }
91     return distance
92 }
93
94 // StartAnt - ant
95 func StartAnt(env *Env, days int) []int {
96     short := make([]int, len(env.weight))
97     for n := 0; n < days; n++ {
98         for i := 0; i < len(env.weight); i++ {
99             ant := env.newAnt(i)
100             ant.moveAnt()
101             cur := ant.getDistance()
102             if (short[i] == 0) || (cur < short[i]) {
103                 short[i] = cur
104             }
105         }
106     }
107     return short
108 }

```

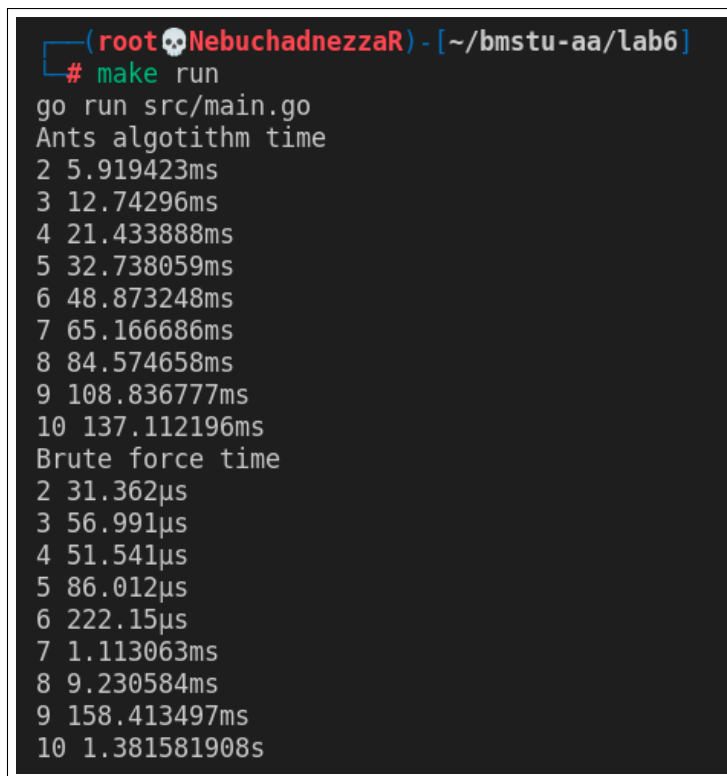
Вывод

В данном разделе была рассмотрена структура ПО и листинги кода программы.

4 Исследовательская часть

4.1 Пример работы

Пример работы программы представлен на рисунке 4.1.



```
(root NebuchadnezzaR) - [~/bmstu-aa/lab6]
# make run
go run src/main.go
Ants algotithm time
2 5.919423ms
3 12.74296ms
4 21.433888ms
5 32.738059ms
6 48.873248ms
7 65.166686ms
8 84.574658ms
9 108.836777ms
10 137.112196ms
Brute force time
2 31.362µs
3 56.991µs
4 51.541µs
5 86.012µs
6 222.15µs
7 1.113063ms
8 9.230584ms
9 158.413497ms
10 1.381581908s
```

Рисунок 4.1 – Демонстрация работы алгоритмов

4.2 Технические характеристики

Технические характеристики устройства, на котором выполнялось тестирование:

- Операционная система: Kali [8] Linux [9] 5.9.0-kali1-amd64.
- Память: 8 GB.
- Процессор: Intel® Core™ i5-8250U [10] CPU @ 1.60GHz
- Количество логических потоков: 8

Тестирование проводилось на ноутбуке при включённом режиме производительности. Во время тестирования ноутбук был нагружен только системными процессами.

4.3 Время выполнения алгоритмов

В листинге 4.1 пример реализации функции тестирования.

Листинг 4.1 – Функция тестирования

```
1 // BenchAll - benchmark
2 func BenchAll() {
3     ants := make([]time.Duration, 0)
4     Brutes := make([]time.Duration, 0)
5     for i := 2; i < 11; i++ {
6         _ = os.Remove("data.txt")
7         GenData(i)
8         env := newEnv("data.txt")
9         start := time.Now()
10        shortest := StartAnt(env, 100) //fmt.Print(shortest, " ")
11        end := time.Now()
12        ants = append(ants, end.Sub(start))
13
14        start = time.Now()
15        shortest = Brute("data.txt") //fmt.Print(shortest, "\n")
16        end = time.Now()
17        Brutes = append(Brutes, end.Sub(start))
18        _ = shortest
19    }
20
21    fmt.Println("Ants_algotithm_time")
22    for j := 0; j < len(ants); j++ {
23        fmt.Println(j+2, ants[j])
24    }
25    fmt.Println("Brute_force_time")
26    for j := 0; j < len(ants); j++ {
27        fmt.Println(j+2, Brutes[j])
28    }
29 }
```

На рисунках 4.2 приведён график сравнения производительности конвейеров.

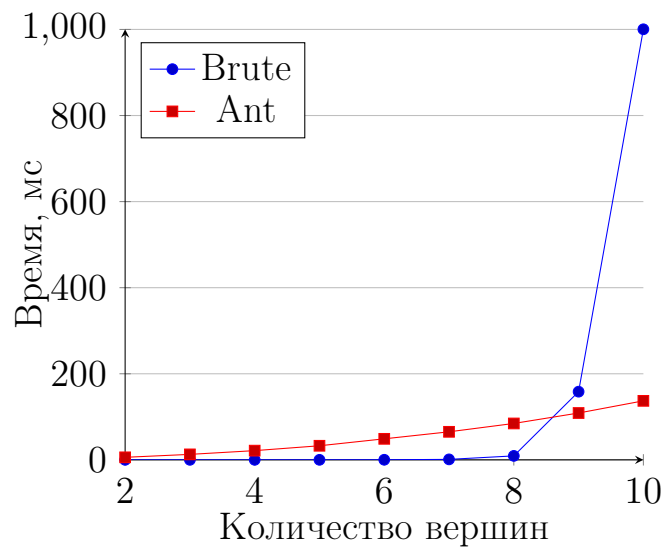


Рисунок 4.2 – Сравнение алгоритмов.

Вывод

Была исследована зависимость времени работы реализованных алгоритмов от размера матрицы смежности графа. По результатам эксперимента на малых размерах графа полный перебор значительно выигрывает муравьиных алгоритм в скорости, однако на размера графа больше 8 сложность полного перебора растет очень быстро, а так как муравьиный алгоритм обладает полиномиальной сложностью, он работает быстрее перебора.

Заключение

В ходе лабораторной работы были изучены и реализованы алгоритмы решения задачи коммивояжера - полный перебор и муравьиный алгоритм.

Временной анализ показал, что неэффективно использовать полный перебор на графе размера больше 8.

Литература

- [1] Белоусов А.И. Ткачев С.Б. Дискретная математика, 4-е издание. 2006.
- [2] Товстик Т.М. Жукова Е.В. Алгоритм приближенного решения задачи коммивояжера. 1970.
- [3] The Go Programming Language [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://mech.math.msu.su/~shvetz/54/inf/perl-problems/chCommisVoyageur.xhtml> (дата обращения: 12.12.2020).
- [4] Муравьиные алгоритмы [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9C%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D1%8C%D0%B8%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B (дата обращения: 12.12.2020).
- [5] С.Д. Штовба. Муравьиные алгоритмы. 1970.
- [6] The Go Programming Language [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://golang.org/> (дата обращения: 09.09.2020).
- [7] testing – Package time [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://golang.org/pkg/time/> (дата обращения: 18.11.2020).
- [8] Our Most Advanced Penetration Testing Distribution, Ever. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://kali.org/> (дата обращения: 12.09.2020).
- [9] Linux – Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Linux> (дата обращения: 12.09.2020).
- [10] Intel Processors [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.intel.com/content/www/us/en/products/processors/core/i5-processors.html> (дата обращения: 12.09.2020).