

Лабораторная работа № 9 по курсу дискретного анализа: графы

Выполнил студент группы 08-208 МАИ *Скворцов Александр*.

Условие

1. Разработать программу на языке C или C++, реализующую указанный алгоритм. Формат входных и выходных данных описан в варианте задания.
2. Поиск максимального паросочетания алгоритмом Куна.

Метод решения

Паросочетание M в двудольном графе — произвольное множество ребер, такое что никакие два ребра не имеют общей вершины.

Дополняющая цепь — путь в двудольном графе, для любых двух соседних ребер которого верно, что одно из них принадлежит паросочетанию M , а другое нет, причем оба конца не инцидентны M .

Максимальное M можно найти с помощью алгоритма Куна, который основан на теореме Бержа, гласящей, что паросочетание M двудольного графа G является максимальным тогда и только тогда, когда в G нет дополняющей цепи. Алгоритм можно описать так: сначала возьмём пустое паросочетание, а потом — пока в графе удаётся найти увеличивающую цепь, — будем выполнять чередование паросочетания вдоль этой цепи, и повторять процесс поиска увеличивающей цепи. Как только такую цепь найти не удалось — процесс останавливаем, — текущее паросочетание и есть максимальное. Саму цепь будем искать простым поиском в глубину.

Описание программы

Вся программа состоит всего из одного файла с функциями `main` (считывание графа, выполнение алгоритма Куна и вывод данных) и `dfs` (нахождение увеличивающей цепи поиском в глубину с чередованием ребер).

Дневник отладки

№	Ответ чекера	Причина ошибки
1	Time limit exceeded at test 05.t	Использование матрицы смежности вместо списков инцидентности
2 - 6	Wrong answer at test 11.t/12.t	Списки смежности не были предварительно отсортированы

Тест производительности

Работа алгоритма заключается в запуске поиска в глубину для каждой из вершин. Тогда итоговая оценка составляет $O(V(V + E)) = O(V(V + V^2)) = O(V^3)$. Проверим это.

Количество вершин	Время работы
200	28
400	177
800	1080
1600	8103

Таким образом, при увеличении количества вершин в 2 раза время работы программы увеличивается не более, чем в 8 раз, что согласуется с теоретической оценкой.

Выводы

Областью применения алгоритмов поиска максимального паросочетания являются задачи по разделению объектов в пары. Например типовым приложением является разбиение людей с разной квалификацией на пары таким образом, что решить n задач за наименьшее время.

Конкретно алгоритм Куна запрограммировать не сложно, однако лично мне потребовалось некоторое время, чтобы понять его корректность.