

《阻尼振动与受迫振动》实验报告

一、实验目的

1. 观测阻尼振动，学习测量振动系统基本参数的方法；
2. 研究受迫振动的幅频特性和相频特性，观察共振现象；
3. 观测不同阻尼对受迫振动的影响。

二、实验原理

1. 有粘滞阻尼的阻尼振动

弹簧和摆轮组成一振动系统，设摆轮转动惯量为 J ，粘滞阻尼的阻尼力矩大小定义为角速度 $d\theta/dt$ 与阻尼力矩系数 γ 的乘积，弹簧劲度系数为 k ，弹簧的反抗力矩为 $-k\theta$ 。忽略弹簧的等效转动惯量，可得转角 θ 的运动方程为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + k\theta = 0$$

记 ω_0 为无阻尼时自由振动的固有角频率，其值为 $\omega_0 = \sqrt{k/J}$ ，定义阻尼系数 $\beta = \gamma / (2J)$ ，则上式可以化为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0$$

小阻尼即 $\beta^2 - \omega_0^2 < 0$ 时，阻尼振动运动方程的解为

$$\theta(t) = \theta_i \exp(-\beta t) \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \phi_i) \quad (*)$$

由上式可知，阻尼振动角频率为 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ，阻尼振动周期为 $T_d = 2\pi/\omega_d$

2. 周期外力矩作用下受迫振动的解

在周期外力矩 $M \cos \omega t$ 激励下的运动方程和方程的通解分别为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + k\theta = M \cos \omega t$$

$$\theta(t) = \theta_i \exp(-\beta t) \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \phi_i) + \theta_m \cos(\omega t - \phi)$$

这可以看作是状态 (*) 式的阻尼振动和频率同激励源频率的简谐振动的叠加。一般 $t \gg \tau$ 后，就有稳态解

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t - \phi)$$

稳态解的振幅和相位差分别为

$$\theta_m = \frac{M/J}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

$$\phi = \arctan \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

其中， ϕ 的取值范围为 $(0, \pi)$ ，反映摆轮振动总是滞后于激励源支座的振动。

3. 电机运动时的受迫振动运动方程和解

弹簧支座的偏转角的一阶近似式可以写成

$$\alpha(t) = \alpha_m \cos \omega t$$

式中 α_m 是摇杆摆幅。由于弹簧的支座在运动，运动支座是激励源。弹簧总转

角为 $\theta - \alpha(t) = \theta - \alpha_m \cos \omega t$ 。于是在固定坐标系中摆轮转角 θ 的运动方程为

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + k(\theta - \alpha_m \cos \omega t) = 0$$

也可以写成

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \gamma \frac{d\theta}{dt} + k\theta = k\alpha_m \cos \omega t$$

于是得到

$$\theta_m = \frac{\alpha_m \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

由 θ_m 的极大值条件 $\partial \theta_m / \partial \omega = 0$ 可知，当外激励角频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时，

系统发生共振， θ_m 有极大值 $\alpha_m / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 。

引入参数 $\zeta = \beta / \omega_0 = \gamma / (2\sqrt{kJ})$ ，称为阻尼比。

于是，我们得到

$$\theta_m = \frac{\alpha_m}{\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_0)^2}}$$

$$\phi = \arctan \frac{2\zeta(\omega/\omega_0)}{1 - (\omega/\omega_0)^2}$$

三、实验任务和步骤

1. 调整仪器使波耳共振仪处于工作状态。
2. 测量最小阻尼时的阻尼比 ζ 和固有角频率 ω_0 。
3. 测量阻尼为 3 和 5 时的振幅，并求 ζ 。
4. 测定受迫振动的幅频特性和相频特性曲线。

四、实验步骤。

1. 打开电源开关，关断电机和闪光灯开关，阻尼开关置于“0”档，光电门 H、I 可以手动微调，避免和摆轮或者相位差盘接触。手动调整电机偏心轮使有机玻璃转盘 F 上的 0 位标志线指示 0 度，亦即通过连杆 E 和摇杆 M 使摆轮处于平衡位置。染货拨动摆轮使偏离平衡位置 150 至 200 度，松开手后，检查摆轮的自由摆动情况。正常情况下，震动衰减应该很慢。
2. 开关置于“摆轮”，拨动摆轮使偏离平衡位置 150 至 200 度后摆动，由大到小依次读取显示窗中的振幅值 θ_j ；周期选择置于“10”位置，按复位钮启动周期测量，体制时读取数据 $10\overline{T_d}$ 。并立即再次启动周期测量，记录每次过程中的 $10\overline{T_d}$ 的值。

(1) 逐差法计算阻尼比 ζ ；

(2) 用阻尼比和振动周期 T_d 计算固有角频率 ω_0 。

3. 依照上法测量阻尼 (2、3、4) 三种阻尼状态的振幅。求出 ζ 、 τ 、 Q 。
4. 开启电机开关，置于“强迫力”，周期选择置于“1”，调节强迫激励周期旋钮以改变电机运动角频率 ω ，选择 2 个或 3 个不同阻尼比 (和任务 3 中一致)，测定幅频和相频特性曲线，注意阻尼比较小 (“0” 和 “1” 档) 时，共振点附近不要测量，以免振幅过大损伤弹簧；每次调节电机状态后，摆轮要经过多次摆动后振幅和周期才能稳定，这时再记录数据。要求每条曲线至少有 12 个数据点，其中要包括共振点，即 $\varphi = \pi/2$ 的点。

五、实验注意事项

1. 为避免剩磁影响，不能随便拨动阻尼开关
2. 只有测量受迫振动的相频曲线时才可开启闪光灯开关，使用完毕后立即关闭
3. 相频特性与幅频特性测量要在振动稳定后进行
4. 共振点附近要注意调节 ω 勿使振幅过大，以免损坏仪器
5. 几种阻尼状态下的幅频曲线及相频曲线画在同一坐标纸上，以便进行比较

六、实验结果及其处理

1. 测量最小阻尼时的阻尼比 ζ 和固有角频率 ω_0 。

序号	θ_j	$\ln\theta_j$	序号	θ_j	$\ln\theta_j$	$D_j = \ln\theta_{j+25} - \ln\theta_j$
1	161	5.081	26	131	4.875	0.206
2	160	5.075	27	131	4.875	0.2
3	159	5.069	28	130	4.868	0.201
4	158	5.063	29	129	4.860	0.203
5	157	5.056	30	128	4.852	0.204
6	155	5.043	31	129	4.860	0.183
7	154	5.037	32	128	4.852	0.185
8	153	5.030	33	127	4.844	0.186

9	152	5.024	34	126	4.836	0.188
10	151	5.017	35	125	4.828	0.189
11	147	4.990	36	124	4.820	0.17
12	146	4.984	37	123	4.812	0.172
13	145	4.977	38	121	4.796	0.181
14	144	4.970	39	121	4.796	0.174
15	143	4.963	40	120	4.787	0.176
16	142	4.956	41	123	4.812	0.144
17	141	4.949	42	122	4.804	0.145
18	140	4.942	43	121	4.796	0.146
19	139	4.934	44	120	4.787	0.147
20	138	4.927	45	119	4.779	0.148
21	137	4.920	46	118	4.771	0.149
22	136	4.913	47	117	4.762	0.151
23	135	4.905	48	116	4.754	0.151
24	134	4.898	49	115	4.745	0.153
25	133	4.890	50	114	4.736	0.154

于是得到：

$$b = \frac{1}{25^2} \sum_{i=1}^{25} (\ln \theta_{i+25} - \ln \theta_i) = 6.8896 \times 10^{-3} \quad S_b = \frac{1}{25} \sqrt{\sum (D_j - \bar{D})^2 / (25-1)} = 8.713 \times 10^{-4}$$

由 $b = -2\pi(\zeta^{-2} - 1)^{-0.5}$ 得到：

$$\zeta = \sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2 + b^2}} = 1.0965 \times 10^{-3} \quad \frac{\Delta_\zeta}{\zeta} = \sqrt{\left(\frac{d\zeta}{db} \Delta_b\right)^2} = \frac{4\pi^2}{(4\pi^2 + b^2)^{3/2}} S_b = 1.3867 \times 10^{-4}$$

$$\zeta=(1.00965\pm0.11387)\times10^{-3}$$

序号	1	2	3	4	5
$T_i=10\overline{T_d}$	14.536	14.553	14.571	14.583	14.592

$$\overline{T_d}=1.44567\text{s}\quad S_{\overline{T_d}}=\frac{1}{10}\sqrt{\sum(T_i-\overline{T_d})^2/(5-1)}=2.266\times10^{-3}$$

$$\omega_0=2\pi/\left(T_d\sqrt{1-\zeta^2}\right)=4.3462\text{ s}^{-1}\quad \frac{\Delta_{\omega_0}}{\omega_0}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_{T_d}}{T_d}\right)^2+\left(\frac{\zeta}{1-\zeta^2}\Delta_{\zeta}\right)^2}=0.001$$

$$\therefore\omega_0=4.299\pm0.006\text{s}^{-1}$$

2. 测量阻尼 3 状态时的振幅，求出 ζ 、 ω_0 。

阻尼 3	θ_j	$\ln\theta_j$		θ_j	$\ln\theta_j$	$D_j=\ln\theta_{j+s}-\ln\theta_j$
1	98	4.942	6	52	4.554	0.388
2	86	4.868	7	46	4.477	0.391
3	76	4.787	8	40	4.382	0.405
4	67	4.710	9	35	4.304	0.406
5	59	4.625	10	31	4.220	0.405

$$b=\frac{1}{5^2}\sum_{i=1}^5(\ln\theta_{i+5}-\ln\theta_i)=0.0798\quad S_b=\frac{1}{5}\sqrt{\sum(D_j-\overline{D})^2/(5-1)}=0.00175$$

$$\zeta=\sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2+b^2}}=0\quad \frac{\Delta_{\zeta}}{\zeta}=\sqrt{\left(\frac{d\zeta}{db}\Delta_b\right)^2}=\frac{4\pi^2}{(4\pi^2+b^2)^{3/2}}S_b=0.00279$$

$$\therefore\zeta=(1.2699\pm0.0035)\times10^{-2}$$

$$10\overline{T_d}=14.663\text{ s}\quad \therefore\overline{T_d}=1.4663\text{ s}\quad S_{\overline{T_d}}=2.057\times10^{-2}$$

$$\omega_0=2\pi/\left(T_d\sqrt{1-\zeta^2}\right)=4.2858\text{s}^{-1}\quad \frac{\Delta_{\omega_0}}{\omega_0}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_{T_d}}{T_d}\right)^2+\left(\frac{\zeta}{1-\zeta^2}\Delta_{\zeta}\right)^2}=0.01$$

$$\therefore\omega_0=4.2858\pm0.0423\text{s}^{-1}$$

阻尼 5	θ_j	$\ln\theta_j$		θ_j	$\ln\theta_j$	$D_j=\ln\theta_{j+s}-\ln\theta_j$
1	102	4.625	6	31	3.434	1.191
2	80	4.382	7	24	3.178	1.204
3	63	4.143	8	19	2.944	1.199
4	50	3.912	9	15	2.708	1.204
5	39	3.663	10	12	2.485	1.178

$$\begin{aligned}
b &= \frac{1}{5^2} \sum_{i=1}^5 (\ln \theta_{i+5} - \ln \theta_i) = 0.224 \quad S_b = \frac{1}{5} \sqrt{\sum (D_j - \bar{D})^2 / (5-1)} = 0.02197 \\
\zeta &= \sqrt{\frac{b^2}{4\pi^2 + b^2}} = 0.0356 \quad \frac{\Delta_\zeta}{\zeta} = \sqrt{\left(\frac{d\zeta}{db} \Delta_b\right)^2} = \frac{4\pi^2}{(4\pi^2 + b^2)^{3/2}} S_b = 0.00349 \\
\therefore \zeta &= (3.56 \pm 0.01) \times 10^{-2} \\
10\overline{T_d} &= 14.674\text{s} \quad \therefore \overline{T_d} = 1.4674\text{s} \quad S_{\overline{T_d}} = 0.0061 \\
\omega_0 &= 2\pi / (T_d \sqrt{1 - \zeta^2}) = 4.2846\text{s}^{-1} \quad \frac{\Delta_{\omega_0}}{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{T_d}}{T_d}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{1 - \zeta^2} \Delta_\zeta\right)^2} = 0.0042 \\
\therefore \omega_0 &= 4.2846 \pm 0.0180 \text{ s}^{-1}
\end{aligned}$$

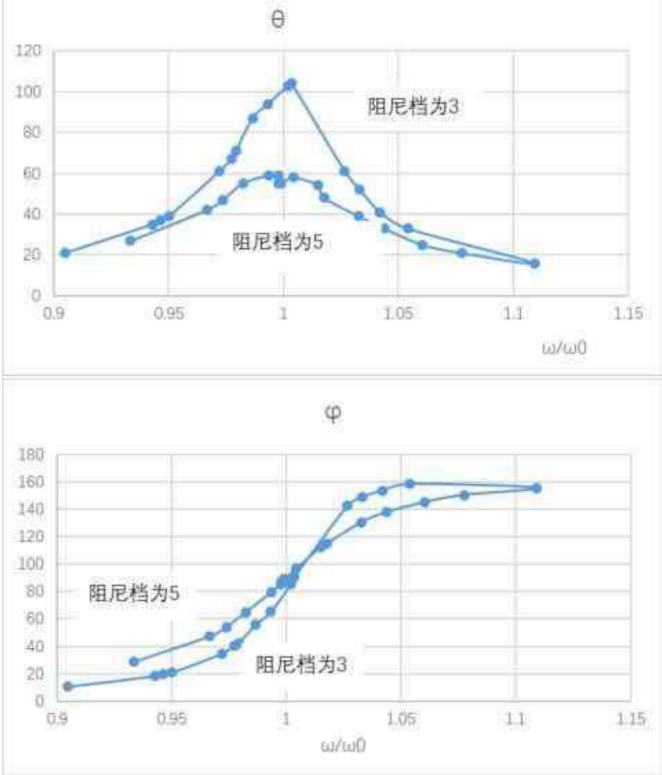
3. 测定受迫振动的幅频特性和相频特性曲线。
 阻尼 3（受迫振动）：

T	ω / ω_0	θ	φ	φ 理论	$(\varphi - \varphi \text{ 理论}) / \varphi$
1.62	0.	21	10.6	10.64	-0.38%
1.549	0.	37	20	23.01	-15.05%
1.543	0.	39	20.8	24.96	-20.00%
1.555	0.	35	18.4	21.25	-15.49%
1.508	0.	61	34.8	31.87	8.42%
1.497	0.	71	42.3	39.92	5.63%
1.500	0.	67	40.5	37.57	7.23%
1.486	0.	87	55.5	59.60	-7.39%
1.476	0.	94	65.2	69.68	-6.87%
1.463	1.	103	85.2	84.20	1.17%
1.461	1.	104	90.3	96.02	-6.33%
1.428	1.	61	142.3	146.75	-3.13%
1.419	1.	52	148.7	142.75	4.00%
1.407	1.	41	153.7	140.68	8.47%
1.391	1.	33	158.4	157.04	0.86%

阻尼 5（受迫振动）：

T	ω / ω_0	θ	φ	φ 理论	$(\varphi - \varphi \text{ 理论}) / \varphi$
---	---------------------	----------	-----------	--------------	--

1.322	1.	16	155.6	161.09	-3.41%
1.361	1.	21	150.4	154.52	-2.67%
1.383	1.	25	145.2	148.74	-2.38%
1.405	1.	33	137.9	140.27	-1.69%
1.420	1.	39	130.5	132.14	-1.24%
1.441	1.	48	114.9	116.20	-1.12%
1.445	1.	54	112.0	112.50	-0.45%
1.460	1.	58	97.0	97.07	-0.07%
1.476	0.	59	79.6	79.68	-0.10%
1.493	0.	55	64.8	63.25	2.44%
1.470	0.	59	86.7	86.13	0.67%
1.506	0.	47	54.1	53.22	1.66%
1.517	0.	42	47.5	46.40	2.36%
1.571	0.	27	28.6	27.32	4.70%
1.47	0.	55	85.4	86.13	-0.84%
1.468	0.	55	88.9	88.31	0.67%



六、实验小结

- 1: 实验设计数据非常多，在记录和处理时需小心
- 2: 在实验过程中容易因为误碰如触碰到阻尼旋钮引起实验仪器的内部变化引起实验误差



下载高清
无水印

君，已阅读到文档的结尾了呢~~

[立即下载](#)

[相似精选，再来一篇](#)

赏
分享赚钱