电磁场与电磁波
公式总结

编者:

朱桐

审校:

郑晓静

2017 年 10 月 31 日

♡

For my Angel – Miss. Zheng

目录

第一章　矢量分析

1.1　矢量代数

1.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta \tag{1.1}$$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \tag{1.2}$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \tag{1.3}$$

2.

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{e}_n AB\sin\theta \tag{1.4}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{1.5}$$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \left| \vec{A} \times \vec{B} \right| = AB \tag{1.6}$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \left| \vec{A} \times \vec{B} \right| = 0 \tag{1.7}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) \tag{1.8}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} \tag{1.9}$$

1.2　三种常用的正交曲线坐标系

1. 直角坐标系图 1.1

2. 圆柱坐标系图 1.2

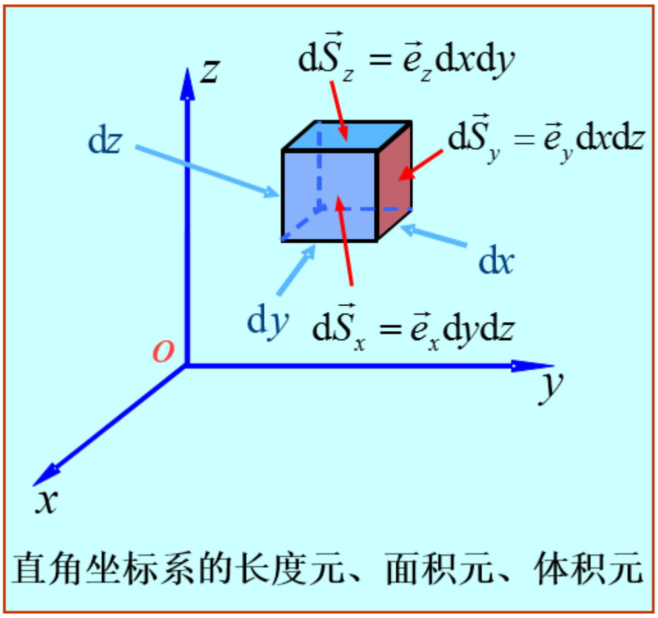

图 1.1: 直角坐标系

3. 球坐标系图 1.3

1.3 标量场的梯度

1. 方向导数

$$\frac{\partial u}{\partial l}|_{M_0} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta l} = \frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta + \frac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma \tag{1.10}$$

2. 梯度

$$\nabla u = \vec{e}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial u}{\partial z} \tag{1.11}$$

1.4 矢量场的通量与散度

1. 通量

$$\psi = \int \mathrm{d}\psi = \int_S \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S \vec{F} \cdot \vec{e}_n \mathrm{d}S \tag{1.12}$$

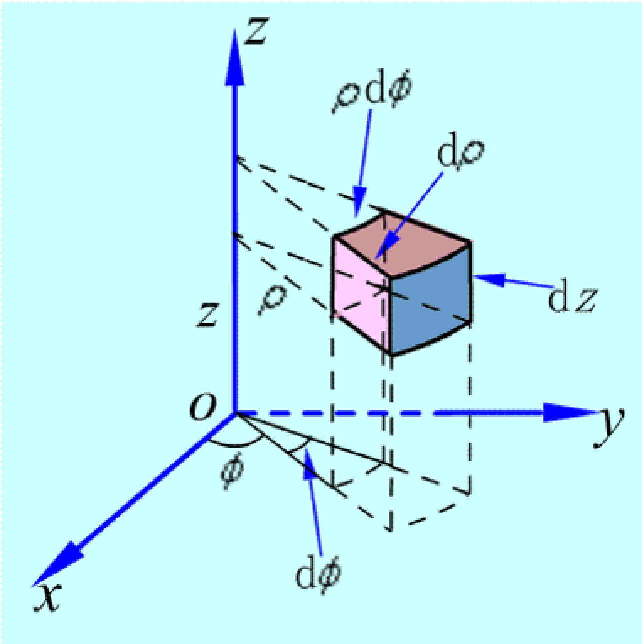

图 1.2: 圆柱坐标系

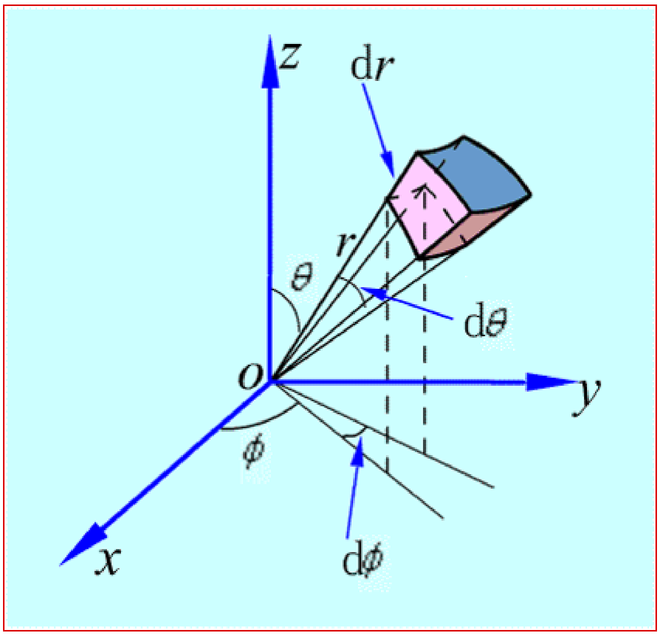

图 1.3: 球坐标系

2. 散度

$$\nabla\cdot\vec{F}(x,y,z)=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_S\vec{F}(x,y,z)\cdot\mathrm{d}\vec{S}}{\Delta V} \tag{1.13}$$

$$\nabla\cdot\vec{F}=\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z} \tag{1.14}$$

1.5　矢量场的环流和旋度

1. 环流

$$\Gamma=\oint_C\vec{F}(x,y,z)\cdot\mathrm{d}\vec{l} \tag{1.15}$$

2. 环流面密度

$$\mathrm{rot}_n\vec{F}=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{1}{\Delta S}\oint_C\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l} \tag{1.16}$$

3. 旋度

$$\mathrm{rot}_n\vec{F}=\vec{e}_n\cdot\nabla\times\vec{F}$$

$$\begin{aligned}\nabla\times\vec{F}&=\vec{e}_n[\mathrm{rot}_n\vec{F}]_{\max}\\&=\vec{e}_x\left(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\right)+\vec{e}_y\left(\frac{\partial F_x}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial x}\right)+\vec{e}_z\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\\&=\begin{vmatrix}\vec{e}_x&\vec{e}_y&\vec{e}_z\\\frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\F_x&F_y&F_z\end{vmatrix}\end{aligned}$$

4. 两个恒等式

$$\nabla\cdot(\nabla\times\vec{F})\equiv 0 \tag{1.17}$$

$$\nabla\times(\nabla u)\equiv 0 \tag{1.18}$$

5. Stocks 定理

$$\oint_C\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_S\nabla\times\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \tag{1.19}$$

1.6 拉普拉斯运算与格林定理

1. 格林定理 (第一条是第一定理，后两条是第二定理)

$$\int_V (\nabla\Psi \cdot \nabla\Phi + \Psi\nabla^2\Phi)\mathrm{d}V = \oint_S (\Psi\nabla\Phi) \cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{1.20}$$

$$\int_V (\Psi\nabla^2\Phi - \Phi\nabla^2\Psi)\mathrm{d}V = \oint_S (\Psi\nabla\Phi - \Phi\nabla\Psi) \cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{1.21}$$

$$\int_V (\Psi\nabla^2\Phi - \Phi\nabla^2\Psi)\mathrm{d}V = \oint_S (\Psi\frac{\partial\Phi}{\partial n} - \Phi\frac{\partial\Psi}{\partial n})\mathrm{d}S \tag{1.22}$$

1.7 亥姆霍兹定理

1. 亥姆霍兹定理

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla u(\vec{r}) + \nabla \times \vec{A}(\vec{r}) \tag{1.23}$$

$$u(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\nabla'\cdot\vec{F}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}V' \tag{1.24}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\nabla'\times\vec{F}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}V' \tag{1.25}$$

第二章　电磁场的基本规律

2.1　电子电荷值

$$e = 1.60219933 \times 10^{-19} \quad C$$

2.2　电荷密度

电荷体密度

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q(\vec{r})}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}q(\vec{r})}{\mathrm{d}V} \quad C/m^3$$

反过来求电荷：

$$q = \int_V \rho(\vec{r}) \mathrm{d}V$$

电荷面密度

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q(\vec{r})}{\Delta S} = \frac{\mathrm{d}q(\vec{r})}{\mathrm{d}S} \quad C/m^2$$

$$q = \int_S \rho_S(\vec{r}) \mathrm{d}S$$

电荷线密度

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q(\vec{r})}{\Delta l} = \frac{\mathrm{d}q(\vec{r})}{\mathrm{d}l} \quad C/m$$

$$q = \int_S \rho_S(\vec{r})\mathrm{d}l$$

点电荷密度

$$\rho(\vec{r}) = q \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

其中，带“$'$”的是源点，不带的是场点。

2.3　电流

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \quad A$$

电流方向为正电荷流动方向。不随时间变化的电流称为恒定电流：“I”。

体电流

电流密度矢量：

$$\vec{J} = \vec{e_n} \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta S} = \vec{e_n} \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}S} \quad A/m^2$$

流过任意曲面的电流：

$$i = \int_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

面电流

电流密度矢量：

$$\vec{J_S} = \vec{e_t} \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta l} = \vec{e_t} \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}l} \quad A/m$$

通过薄导体层上任意有向曲线 $\vec{l}$ 的电流为：

$$i = \int \vec{J} \cdot \left(\vec{e_n} \times \mathrm{d}\vec{l}\right)$$

其中，$\vec{e_n}$ 为平面法线方向，$\vec{e_t}$ 为有向曲线方向。

线电流

长度元 $\mathrm{d}l$；电流元：$I\mathrm{d}l$。

电流连续性方程

流出闭曲面的电流等于体积 V 内单位时间所减少的电荷量。积分式（总电荷增加率的负值）：

$$I = \oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \mathrm{d}V$$

微分式（电荷密度增加率）：

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

恒定电流的连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0, \quad \oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

恒定电流是无源场，电流线是连续的闭合曲线，既无起点也无终点。

传导电流密度

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

2.4 库仑定律 (Coulomb)

真空中静止点电荷 q_1 对 q_2 的作用力：

$$\vec{F}_{12} = \vec{e}_R \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_{12}^2} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}_{12}}{4\pi\varepsilon_0 R_{12}^3}$$

(自由空间中)ε_0：真空中的介电常数，$\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-19} \approx 8.85 \times 10^{-12} \quad F/m$

2.5 电场强度

$$\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q_0}$$

q_0 为试验电荷。真空中静止点电荷 q 激发的电场为：

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q\vec{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \quad (\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}')$$

体密度为 $\rho(\vec{r})$ 的体分布电荷产生的电场强度：

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \sum_i \frac{\rho(\vec{r}_i')\ V'_i \vec{R}_i}{4\pi\varepsilon_0 R_i^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')\vec{R}}{R^3} \mathrm{d}V' \end{aligned}$$

面密度为 $\rho_S(\vec{r})$ 的面分布电荷的电场强度：

$$\vec{E}(r') = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{\rho_S(\vec{r}')\vec{R}}{R^3} \mathrm{d}S'$$

线密度为 $\rho_l(\vec{r})$ 的线分布电荷的电场强度：

$$\vec{E}(r') = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_C \frac{\rho_l(\vec{r}')\vec{R}}{R^3} \mathrm{d}l'$$

2.6 静电场

静电场散度与高斯定理

静电场散度：

微分形式：

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

积分形式（高斯定理）：

$$\oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) \mathrm{d}V$$

静电场是有源场。

静电场旋度与环路定理

静电场旋度：微分：

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

积分（环路定理）：

$$\oint_C \vec{E}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

静电场是无旋场（保守场），电场力做功与路径无关。

2.7 安培力定律

真空中载流回路 C_1 对载流回路 C_2 的作用力：

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2 \times (I_1 \mathrm{d}\vec{l}_1 \times \vec{R}_{12})}{R_{12}^3}$$

$$\vec{F}_{12} = \oint_{C_2} I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2 \times (\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{I_1 \mathrm{d}\vec{l}_1 \times \vec{R}_{12}}{R_{12}^3}) = \oint_{C_2} I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2 \times \vec{B}_1(\vec{r}_2)$$

其中，$\vec{B}_1(\vec{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{I_1 \mathrm{d}\vec{l}_1 \times \vec{R}_{12}}{R_{12}^3}$ 为电流 I_1 在电流元 $I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2$ 处产生的磁感应强度。

2.8 磁感应强度

任意电流回路 C 产生的磁感应强度

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I \mathrm{d}\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I \mathrm{d}\vec{l}' \times \vec{R}}{R^3}$$

电流元 $I \mathrm{d}\vec{l}'$ 产生的磁感应强度

$$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \mathrm{d}\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

体电流激发的磁场

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{J(\vec{r}')\times\vec{R}}{R^3}\mathrm{d}V'$$

面电流激发的磁场

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_S\frac{J_S(\vec{r}')\times\vec{R}}{R^3}\mathrm{d}S'$$

2.9　恒定磁场的散度和旋度

恒定磁场的散度与磁通连续性原理：恒定场散度：

$$\nabla\cdot\vec{B}(\vec{r})=0$$

磁通连续性原理：

$$\oint_S\vec{B}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

恒定磁场是无源场，磁感应线是无起点和终点的闭合曲线。恒定磁场的旋度与安培环路定理：恒定磁场的旋度（微分形式）：

$$\nabla\times\vec{B}(\vec{r})=\mu_0\vec{J}(\vec{r})$$

安培环路定理（积分形式）：

$$\oint_C\vec{B}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\int_S\vec{J}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\mu_0 I$$

恒定磁场是有旋场，是非保守场、电流是磁场的旋涡源。

2.10　极化强度矢量 $\vec{P}$　(C/m^2)

介质极化程度：

$$\vec{P}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum\vec{p}_i}{\Delta V}=n\vec{p}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

其中，$\vec{p}=q\vec{l}$：分子平均电偶极矩；$\chi_e(>0)$：电介质的电极化率。面积 S 所围体积内的极化电荷 q_p 为：

$$q_P=-\oint_S \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=-\int_V \nabla\cdot\vec{P}\mathrm{d}V \Rightarrow \rho_p=-\nabla\cdot\vec{P}$$

电介质表面极化电荷面密度：

$$\rho_{SP}=\vec{P}\cdot\vec{e}_n$$

2.11 电位移矢量

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\quad (C/m^2)$$

$$\nabla\vec{D}=\rho$$

$$\oint\vec{D}\mathrm{d}\vec{S}=\int_V\rho\mathrm{d}V$$

任意闭合曲面电位移矢量 D 的通量等于该曲面包含自由电荷的代数和。

$$\begin{cases}\nabla\vec{D}=\rho\\ \nabla\times\vec{E}=0\end{cases},\quad \begin{cases}\oint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_V\rho\mathrm{d}V\\ \oint_C\vec{E}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0\end{cases}$$

$$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}$$

有源无旋场。

2.12 磁化强度矢量

$$\vec{M}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum\vec{p}_{\mathrm{m}}}{\Delta V}=n\vec{p}_{\mathrm{m}}\quad A/m$$

$$\mathrm{d}I_M=n\vec{p_m}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

穿过曲面 S 的磁化电流：

$$I_M = \oint_C \mathrm{d}I_M = \oint_C \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \nabla\times\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

磁化电流体密度：

$$\vec{J}_{\mathrm{M}} = \nabla\times\vec{M}$$

磁化电流面密度：

$$\vec{J}_{S\mathrm{M}} = \vec{M}\times\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

2.13 磁场强度

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

即：

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H}+\vec{M})$$

介质中的安培环路定理：

$$\oint_C \vec{H}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{S} \qquad \nabla\times\vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r})$$

磁通连续性定理：

$$\oint_S \vec{B}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \nabla\cdot\vec{B}(\vec{r}) = 0$$

恒定磁场是有源无旋场，磁介质中的基本方程：

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \\ \nabla\vec{B}(\vec{r}) = 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \oint_C \vec{H}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{S} \\ \oint_S \vec{B}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{S} = 0 \end{cases}$$

$$\vec{M} = \chi_m\vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1+\chi_{\mathrm{m}})\vec{H} = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_0(1+\chi_m) = \mu_0\mu_r$$

χ_m：介质的磁化率（磁化系数），μ 介质磁导率，μ_r：介质相对磁导率。

2.14 欧姆定律

欧姆定律的微分形式，σ 为煤质的电导率 (S/m)：

$$\vec{J}=\sigma\vec{E}$$

2.15 法拉第电磁感应定律

感应电动势：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{in} &= -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\\ &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\mathrm{d}\vec{S}\end{aligned}$$

Φ：回路所围面积的磁通量

$$\varepsilon_{in}=\oint_C \vec{E}_{in}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$\vec{E}_{in}$：感应电场强度

$$\oint_C \vec{E}_C\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0\Rightarrow\oint_C \vec{E}_{in}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_{in}+\vec{E}_C\\ &= \text{感应电场}+\text{库伦电场}\end{aligned}$$

回路不变，磁场随时间变化（感生电动势）：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}\Rightarrow\oint_C \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

微分形式：

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

导体回路在恒定磁场中运动（动生电动势）：

$$\varepsilon_{in}=\oint_C \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

回路在时变磁场中运动：

$$\varepsilon_{in}=\oint_C \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

2.16　全电流定理

微分形式：

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

积分形式：

$$\oint_C \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_s (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

位移电流密度

$$\vec{J}_\mathrm{d} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial \mathrm{t}}$$

注： 在绝缘介质中，无传导电流，但有位移电流。在理想导体中，无位移电流，但有传导电流。在一般介质中，既有传导电流，又有位移电流。只有位移电流时：

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0} \Leftarrow \begin{cases} \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\vec{\rho}(\vec{r})}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases}$$

2.17　麦克斯韦方程组

积分形式：

$$\begin{cases} \oint_C \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S} & \text{全电流定理} \\ \oint_C \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} & \text{法拉第电磁感应定律} \\ \oint_C \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 & \text{穿过任意曲面的磁感应强度的通量恒为 0} \\ \oint_C \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \cdot \mathrm{d}V & \text{穿过任意闭合曲面的电位移的通量等于} \\ & \text{该闭合面所包围的自由电荷的代数和} \end{cases}$$

$$\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_V \rho \mathrm{d}V$$

微分形式：

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \text{传导电流和变化的电场都能产生磁场} \\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \text{变化的磁场产生电场} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 & \text{磁场是无源场，磁感线总是闭合曲线} \\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho & \text{电荷产生电场} \end{cases}$$

线型媒质本构关系：

$$\begin{cases} \vec{D}=\varepsilon\vec{E} \\ \vec{B}=\mu\vec{H} \\ \vec{J}=\sigma\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nabla\times\vec{H}=\sigma\vec{E}+\varepsilon\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} \\ \nabla\times\vec{E}=-\mu\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{H}=0 \\ \nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon} \end{cases}$$

2.18　边界条件的一般表达式

前两项为切向边界条件，切向分量连续。后两项为法向边界条件，法向分量连续：

$$\begin{cases} \oint_C\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{S} \\ \oint_C\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \\ \oint_C\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0 \\ \oint_C\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_V\rho\cdot\mathrm{d}V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_S \\ \vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_S \end{cases}$$

理想导体的 E_2、D_2、H_2、B_2 均为 0，故有：

$$\begin{cases} \vec{e}_n\times\vec{H}=\vec{J}_S & \text{理想导体表面上的电流密度等于}\vec{H}\text{的切向分量} \\ \vec{e}_n\times\vec{E}=0 & \text{理想导体表面上的}\vec{E}\text{的切向分量为 0} \\ \vec{e}_n\cdot\vec{B}=0 & \text{理想导体表面上的}\vec{B}\text{的法向分量为 0} \\ \vec{e}_n\cdot\vec{D}=\rho_S & \text{理想导体表面上的电荷密度等于}\vec{D}\text{的法向分量} \end{cases}$$

第三章　静态电磁场及其边值问题的解

3.1　静电场基本方程

理想导体的 E_2、D_2、H_2、B_2 均为 0，故有：

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = 0 & \text{理想导体表面上的}\vec{E}\text{的切向分量为 0} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho_S & \text{理想导体表面上的电荷密度等于}\vec{D}\text{的法向分量} \end{cases}$$

积分形式：

$$\begin{cases} \oint_C \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \\ \oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = q \end{cases}$$

本构关系：

$$D = \varepsilon E$$

3.2　静电场边界条件

$$\begin{cases} \vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \end{cases}$$

若分界面的电荷为 0，则 $\rho_S = 0$。

3.3 场矢量的折射关系

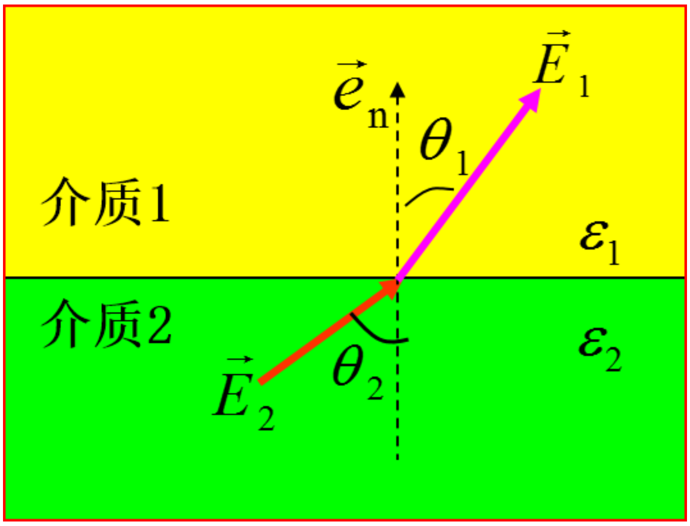

图 3.1: 场矢量折射关系

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{E_{1\mathrm{t}}/E_{1\mathrm{n}}}{E_{2\mathrm{t}}/E_{2\mathrm{n}}}=\frac{\varepsilon_1/D_{1\mathrm{n}}}{\varepsilon_2/D_{2\mathrm{n}}}=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

3.4 导体表面的边界条件

在静电平衡的情况下，导体内部的电场为 0，则导体表面的边界条件为:

$$\begin{cases}\vec{e}_n\times\vec{E}=0\\ \vec{e}_n\cdot\vec{D}=\rho_S\end{cases}$$

3.5 电位函数

电位函数

静电场可以用一个标量函数的梯度来表示，标量函数 ϕ 称为静电场的标量电位或简称电位。

$$\nabla\times\vec{E}=0\Rightarrow\vec{E}=-\nabla\phi$$

电位

连续体分布电荷电位：

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \frac{\rho(\overrightarrow{r}')}{R}\mathrm{d}V' + C$$

其中，C 为积分操作时产生的常数。

面电荷电位：

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_S \frac{\rho_S(\overrightarrow{r}')}{R}\mathrm{d}S' + C$$

线电荷电位：

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_l \frac{\rho_l(\overrightarrow{r}')}{R}\mathrm{d}l' + C$$

点电荷电位：

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon R} + C$$

电位差

电场力做功（将单位正电荷从 P 移向 Q）等于 P、Q 两点之间的电位差：

$$\int_P^Q E\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\int_P^Q \mathrm{d}\phi = \phi(P) - \phi(Q)$$

3.6 电位的微分方程（泊松与拉普拉斯方程）

在均匀介质中，有泊松方程：

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

在无源区域，因为 $\rho = 0$，所以有：

$$\nabla^2\phi = 0$$

3.7　静电位的边界条件

设 P_1 和 P_2 是介质分界面两侧紧贴界面的相邻两点，其电位分别为 ϕ_1 和 ϕ_2。当两点间距离 $\Delta l \to 0$ 时,$\phi_1 = \phi_2$。

$$\begin{cases} \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \\ \vec{D} = -\varepsilon \nabla \phi \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \varepsilon_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \rho_S$$

若介质分界面上无自由电荷，即 $\rho_S = 0$，则：

$$\varepsilon_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = \varepsilon_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n}$$

导体表面上电位的边界条件（ϕ 为常数）：

$$\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\rho_S$$

3.8　电容

孤立导体的电容定义为所带电量 q 与其电位 ϕ 的比值，即

$$C = \frac{q}{\phi}$$

电容的大小只与导体系统的几何尺寸、形状和及周围电介质的特性参数有关，而与导体的带电量和电位无关。

计算电容的一般方法

1. 假定两导体上分别带电荷 $+q$ 和 $-q$；
2. 计算两导体间的电场强度 E；
3. 由由 $U = \int_1^2 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$，求出导体间的电位差；
4. 用比值法 $C = \frac{q}{U}$ 求解电容。

3.9 静电场的能量和能量密度

静电场能量

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2} q\phi$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\rho\phi\mathrm{d}V$$

体分布电荷的电场能量：

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\int_V \rho\phi\mathrm{d}V$$

面分布电荷的电场能量：

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\int_S \rho_S\phi\mathrm{d}S$$

静电场的能量密度

电场能量密度：

$$w_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$$

静电场的总能量：

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\int_V \vec{D}\cdot\vec{E}\mathrm{d}V$$

对于线性、各向同性介质，则有：

$$w_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} = \frac{1}{2}\varepsilon\vec{E}\cdot\vec{E} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

$$W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\int_V \vec{D}\cdot\vec{E}\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon\vec{E}\cdot\vec{E}\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon E^2\mathrm{d}V$$

推证：

$$W_e = \frac{1}{2}\oint_S \phi\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \frac{1}{2}\int_V \vec{E}\cdot\vec{D}\mathrm{d}V$$

3.10 恒定电场基本方程及边界条件

恒定电场基本方程

微分形式：

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{J}=0 \\ \nabla\times\vec{E}=0 \end{cases}$$

积分形式：

$$\begin{cases} \oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \\ \oint_C \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0 \end{cases}$$

线性各向同性导电媒质的本构关系:

$$\vec{J}=\sigma\vec{E}$$

若媒质是均匀的，则:

$$\nabla\cdot\vec{J}=\nabla\cdot(\sigma\vec{E})=\sigma\nabla\cdot\vec{E}=0\Rightarrow\nabla\cdot\vec{E}=0$$

恒定电场的电位函数:

$$\nabla\times\vec{E}=0\Rightarrow\vec{E}=-\nabla\phi$$

$$\nabla\cdot\vec{J}=0\Rightarrow\nabla\cdot(\sigma\nabla\phi)=0\Rightarrow\nabla^2\phi=0$$

恒定电场的边界条件

场矢量的边界条件：

$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0\Rightarrow\vec{e}_{\mathrm{n}}\cdot(\vec{J}_1-\vec{J}_2)=0\Rightarrow J_{1\mathrm{n}}=J_{2\mathrm{n}}$$

$$\oint_C \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0\Rightarrow\vec{e}_{\mathrm{n}}\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0\Rightarrow E_{1\mathrm{t}}=E_{2\mathrm{t}}$$

场矢量的折射关系，图 3.2:

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{E_{1\mathrm{t}}/E_{1\mathrm{n}}}{E_{2\mathrm{t}}/E_{2\mathrm{n}}}=\frac{\sigma_1/J_{1\mathrm{n}}}{\sigma_2/J_{2\mathrm{n}}}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

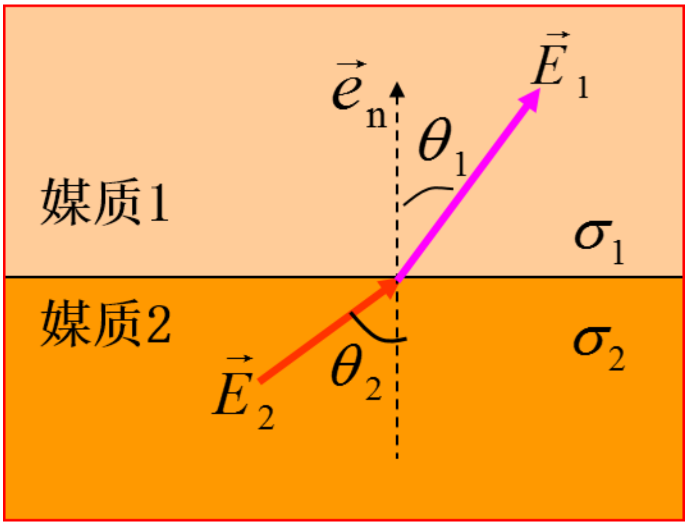

图 3.2: 恒定电场的场矢量折射关系

导电媒质分界面上的电荷面密度:

$$\rho_S = \overrightarrow{e_n} \cdot (\vec{D_1} - \vec{D_2}) = \overrightarrow{e_n} \cdot (\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}\vec{J_1} - \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2}\vec{J_2}) = (\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2})J_n$$

电位的边界条件：

$$\phi_1 = \phi_2, \quad \sigma_1\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = \sigma_2\frac{\partial\phi_2}{\partial n}$$

注：恒定电场同时存在于导体内部和外部，在导体表面上的电场既有法向分量又有切向分量，电场并不垂直于导体表面，因而导体表面不是等位面。

3.11 恒定电场与静电场的比拟（图 3.3）

PS：吐个槽，因为公式太多懒得画表格，就从 PPT 里面直接另存为图片的。不得不说，MathType 的公式真 · 吃藕。也可能是写公式的人比较懒吧。

	静电场（$\rho=0$区域）	恒定电场（电源外）
基本方程	$\oint_S \vec{\mathbf{D}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}=0,\quad \oint_C \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}}=0$	$\oint_S \vec{\mathbf{J}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}=0,\quad \oint_C \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}}=0$
	$\nabla\cdot\vec{D}=0,\ \nabla\times\vec{E}=0$	$\nabla\cdot\vec{\mathbf{J}}=0,\quad \nabla\times\vec{\mathbf{E}}=0$
本构关系	$\vec{\mathbf{D}}=\varepsilon\vec{\mathbf{E}}$	$\vec{\mathbf{J}}=\sigma\vec{\mathbf{E}}$
位函数	$\vec{\mathbf{E}}=-\nabla\phi,\quad \nabla^2\phi=0$	$\vec{\mathbf{E}}=-\nabla\phi,\quad \nabla^2\phi=0$
边界条件	$E_{1t}=E_{2t}\quad D_{1n}=D_{2n}$	$E_{1t}=E_{2t}\quad J_{1n}=J_{2n}$
	$\phi_1=\phi_2,\quad \varepsilon_1\frac{\partial\phi_1}{\partial n}=\varepsilon_2\frac{\partial\phi_2}{\partial n}$	$\phi_1=\phi_2,\quad \sigma_1\frac{\partial\phi_1}{\partial n}=\sigma_2\frac{\partial\phi_2}{\partial n}$

对应物理量	静电场	$\vec{E}$	$\vec{D}$	ϕ	q	ε	C
	恒定电场	$\vec{E}$	$\vec{J}$	ϕ	I	σ	G

图 3.3: 恒定电场与静电场的比拟

3.12　漏电导

漏电流与电压之比为漏电导，即：

$$G=\frac{I}{U}$$

其倒数称为绝缘电阻，即：

$$R=\frac{1}{G}=\frac{U}{I}$$

计算电导的方法

法一

1. 假定两电极间的电流为 I；
2. 计算两电极间的电流密度矢量 $\vec{J}$；
3. 由 $J=\sigma E$ 得到 E；

4. 由 $U=\int_1^2 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$，求出两导体间的电位差。
5. 求比值 $G=\frac{I}{U}$，即得出所求电导。

法二

1. 假定两电极间的电位差为 U；
2. 计算两电极间的电位分布 φ；
3. 由 $\vec{E}=-\nabla\phi$ 得到 $\vec{E}$；
4. 由 $J=\sigma E$ 得到 J。
5. 由 $I=\int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$，求出两导体间电流。
6. 求比值 $G=\frac{I}{U}$，即得出所求电导。

法三

经典比拟法：

$$\frac{G}{C}=\frac{\sigma}{\varepsilon}$$

3.13 恒定磁场的基本方程和边界条件

恒定磁场的基本方程

微分形式：

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=\vec{J}\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}$$

积分形式：

$$\begin{cases}\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}\\ \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0\end{cases}$$

本构关系：

$$\vec{B}=\mu\vec{H}$$

恒定磁场的边界条件

边界条件方程：

$$\begin{cases} \vec{e}_{\mathrm{n}} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ \vec{e}_{\mathrm{n}} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_S \end{cases}$$

若分界面上不存在面电流，即 $J_S = 0$，则：

$$\begin{cases} \vec{e}_{\mathrm{n}} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ \vec{e}_{\mathrm{n}} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \end{cases}$$

3.14 恒定磁场的矢量磁位

恒定磁场可以用一个矢量函数的旋度来表示:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

库仑规范

与电位一样，磁矢位也不是惟一确定的，它加上任意一个标量 Ψ 的梯度以后，仍然表示同一个磁场：

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\psi \Rightarrow \nabla \times \vec{A}' = \nabla \times \vec{A} + \nabla \times (\nabla\psi) = \nabla \times \vec{A}$$

其中，$\vec{A}$ 为矢量磁位或称磁矢位磁矢位的任意性是因为只规定了它的旋度，没有规定其散度造成的。为了得到确定的 A，可以对 A 的散度加以限制，在恒定磁场中通常规定 ，并称为库仑规范。

磁矢位方程

微分方程：

$$\left.\begin{aligned} \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \\ \nabla \times \vec{B} = \mu\vec{J} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu\vec{J} \Rightarrow \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2\vec{A} = \mu\vec{J}$$

矢量泊松方程：

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \Rightarrow \nabla^2\vec{A} = -\mu\vec{J}$$

无源区 $\vec{J}=0$ 时，有矢量拉普拉斯方程：

$$\nabla^2\vec{A}=0$$

磁矢位的表达式

$$\nabla\times(\frac{\vec{J}(\vec{r'})}{R})=\vec{J}(\vec{r'})\times\nabla(\frac{1}{R})-\frac{1}{R}\nabla\times\vec{J}(\vec{r'})=\vec{J}(\vec{r'})\times\nabla(\frac{1}{R})\Rightarrow\vec{A'}(\vec{r'})=\frac{\mu}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J'}(\vec{r'})}{R}\mathrm{d}V'$$

面电流磁矢位:

$$\vec{A'}(\vec{r'})=\frac{\mu}{4\pi}\int_S\frac{\vec{J'}(\vec{r'})}{R}\mathrm{d}S'$$

细线电流磁矢位:

$$\vec{A'}(\vec{r'})=\frac{\mu}{4\pi}\int_C\frac{\vec{J'}(\vec{r'})}{R}\mathrm{d}\vec{l'}$$

利用磁矢位计算磁通量:

$$\Phi=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_S\nabla\times\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\oint_C\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

磁矢位的边界条件:

$$\left.\begin{aligned}\oint\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}\Rightarrow A_{1t}=A_{2t}\\ \nabla\cdot\vec{A}=0\Rightarrow\oint_S\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0\Rightarrow A_{1n}=A_{2n}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\vec{A_1}=\vec{A_2}$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{e_n}\times(\vec{H_1}-\vec{H_2})=\vec{J_S}\\ \vec{H}=\nabla\times\frac{\vec{A}}{\mu}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\vec{e_n}\times(\frac{1}{\mu_1}\nabla\times\vec{A_1}-\frac{1}{\mu_2}\nabla\times\vec{A_2})=\vec{J_S}$$

3.15 恒定磁场的标量磁位

标量磁位或磁标位：

$$\vec{H}=-\nabla\varphi_{\mathrm{m}}$$

即在无传导电流（J = 0）的空间中，可以引入一个标量位函数来描述磁场。

磁标位的微分方程：

$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})\Rightarrow\nabla\cdot\vec{H}=-\nabla\cdot\vec{M}=\frac{\rho_{\mathrm{m}}}{\mu_0}$$

其中，等效磁荷体密度：

$$\rho_{\mathrm{m}}=-\mu_0\nabla\cdot\vec{M}$$

将$\vec{H}=-\nabla\varphi_{\mathrm{m}}$ 代入$\nabla\cdot\vec{H}=\frac{\rho_{\mathrm{m}}}{\mu_0}$ 得：

$$\nabla^2\varphi_{\mathrm{m}}=-\frac{\rho_{\mathrm{m}}}{\mu_0}$$

在线性、各向同性的均匀媒质中：

$$\nabla^2\varphi_{\mathrm{m}}=0$$

标量磁位的表达式

与静电位比较，有：

$$\varphi(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\frac{\rho(\vec{r}')}{R}\mathrm{d}V'\Rightarrow\varphi_{\mathrm{m}}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\mu_0}\int_V\frac{\rho_{\mathrm{m}}(\vec{r}')}{R}\mathrm{d}V'$$

标量磁位的边界条件

$$\varphi_{m1}=\varphi_{m2},\quad \mu_1\frac{\partial\varphi_{\mathrm{m1}}}{\partial n}=\mu_2\frac{\partial\varphi_{\mathrm{m2}}}{\partial n}$$

或：

$$\varphi_{m1}=\varphi_{m2},\quad \frac{\partial\varphi_{m2}}{\partial n}-\frac{\partial\varphi_{\mathrm{m1}}}{\partial n}=-\frac{\rho_{\mathrm{m}S}}{\mu_0}$$

其中，有等效磁荷面密度：

$$\rho_{\mathrm{m}S}=-\mu_0\vec{e}_{\mathrm{n}}\cdot(\vec{M}_2-\vec{M}_1)$$

静电位		磁标位
$\nabla\times\vec{E}=0,\nabla\cdot\vec{D}=\rho$	—	$\nabla\times\vec{H}=0,\nabla\cdot\vec{B}=0$
$\vec{E}=-\nabla\varphi$	—	$\vec{H}=-\nabla\varphi_{\mathrm{m}}$
$\nabla^2\varphi=-(\rho+\rho_{\mathrm{P}})/\varepsilon_0$	—	$\nabla^2\varphi_{\mathrm{m}}=-\rho_{\mathrm{m}}/\mu_0$
$\rho_{\mathrm{P}}=-\nabla\cdot\vec{P}$	—	$\rho_{\mathrm{m}}=-\mu_0\nabla\cdot\vec{M}$
$\rho_{\mathrm{P}S}=-\vec{e}_{\mathrm{n}}\cdot(\vec{P}_2-\vec{P}_1)$	—	$\rho_{\mathrm{m}S}=-\mu_0\vec{e}_{\mathrm{n}}\cdot(\vec{M}_2-\vec{M}_1)$
$\varphi_1=\varphi_2,\varepsilon_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}=\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial n}$	—	$\varphi_{\mathrm{m1}}=\varphi_{\mathrm{m2}},\mu_1\frac{\partial\varphi_{\mathrm{m1}}}{\partial n}=\mu_2\frac{\partial\varphi_{\mathrm{m2}}}{\partial n}$

静电位	$\vec{E}$	$\vec{D}$	$\vec{P}$	φ	ε_0	ρ_{P}
磁标位	$\vec{H}$	$\vec{B}$	$\mu_0\vec{M}$	φ_{m}	μ_0	ρ_{m}

图 3.4: 磁标位与静电位的比较

3.16 磁标位与静电位的比较（图 3.4）

3.17 磁通量

单匝线圈形成的回路的磁链定义为穿过该回路的磁通量：

$$\varPsi=\varPhi$$

多匝线圈形成的导线回路的磁链定义为所有线圈的磁通总和：

$$\Psi=\sum_i\Phi_i$$

3.18 自感

设回路 C 中的电流为 I，所产生的磁场与回路 C 交链的磁链为 $\varPsi$，则磁链 $\varPsi$ 与回路 C 中的电流 I 有正比关系，其比值

$$L=\frac{\Psi}{I}$$

称为回路 C 的自感系数，简称自感。

粗导体回路的自感：

$$L = L_i + L_o$$

其中，$L_i = \frac{\Psi_i}{I}$ 为内自感，$L_o = \frac{\Psi_o}{I}$ 为外自感。

未完待续：P71-P85