

第09讲 基底变换 课堂互动

作者：欧新宇 (Xinyu OU)

本文档所展示的测试结果，均运行于：Intel Core i7-7700K CPU 4.2GHz

【课堂互动一】 基于基底变换的坐标变换

1. $[x]_U \rightarrow [x]_V$ 表示的含义是()。

- A. 将坐标x从基底V迁移到基底U
- B. 将坐标x从基底U迁移到基底V
- C. 将向量U的x坐标分量迁移到向量V
- D. 将向量V的x坐标分量迁移到向量U

2. 一般情况下，下面哪个符号用于表示空间的标准基。

- A. u
- B. v
- C. e
- D. a

3. 令 $u = (4, 3)^T$, $v = (-1, 2)^T$, 若存在向量 $x = 3u - v$, 则向量x的坐标为()。

- A. $[[3 * 4 + (-1) * (-1), 3 * 3 + (-1) * 2]] = [[13, 7]]$
- B. $[[3 * 4 + (-1) * (-1)], [3 * 3 + (-1) * 2]] = [[13], [7]]$
- C. $[[4 * 3, -1 * 3], [-1 * 3, 2 * (-1)]] = [[12, -3], [-3, -2]]$
- D. $[[4 * 3, -1 * 3], [-1 * 3, 2 * (-1)]] = [[12, -3], [-3, -2]]$

【课堂互动二】 从矩阵乘法的角度理解基底变换

1. 给定一个矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 若以A的列向量组为基的空间中存在向量 $u = [6, 8]^T$ 。则向量u在标准基和以矩阵A为基的空间中的坐标分别表示为：()。

- A. (6,8) (6,8)
- B. (6,8) (20,22)
- C. (20,22) (6,8)
- D. (20,22) (20,22)

2. 如果一个向量所存在的空间R的维度确定了，那么它就有一个固定的位置，这个位置就称为向量的坐标。无论其他量如何变化，该坐标值都不会变化。

- A. 对
- B. 错

3. 三阶方阵和三阶向量相乘将满足以下哪一个公式？

A. $Au = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} a \\ d \\ g \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} b \\ e \\ h \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} c \\ f \\ i \end{bmatrix}$

B. $Au = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} g \\ h \\ i \end{bmatrix}$

4. 向量的空间位置由其所参考的基底和相对于基底的位置决定，简单说，向量的空间位置可以表示为基底乘以对应的坐标。

- A. 对
B. 错

5. 给定一组向量 $U = \left(\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} \right)$ ，及以该向量组A为基底的坐标 $c(x, y)$ 。问，如果将该坐标迁移到以标准基为基底的空间后，新坐标为()。

- A. (x, y)
B. $(ax+bx, cy+dy)$
C. $(ax+by, cx+dy)$
D. $(ay+by, cx+dx)$

【课堂互动三】 从标准基开始的基底变换

1. 给定基底V和基于基底V的坐标c，我们可以得到该坐标在标准基下的坐标x为()。

- A. $x=Uc$
B. $x=cU$
C. $x=U/c$
D. $x=c/U$

2. 令 $u_1 = (1, -1)^T, u_2 = (2, 2)^T$ 。则坐标 $x = (1, 2)^T$ 相应于 $[u_1, u_2]$ 的坐标向量为 ()。

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
B. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
D. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$

【课堂互动四】 从任意基开始的基底变换

1. 从 $[v_1, v_2]$ 到 $[u_1, u_2]$ 的转换可以看成是一个两步的过程。首先从 $[v_1, v_2]$ 转换为标准基 $[e_1, e_2]$ ，然后再从标准基转换为 $[u_1, u_2]$ 。那么如果给定基于 V 的坐标 w ，我们可以得到基于 U 的坐标 x 的求解公式为：（ ）。

- A. $x = UVw$
- B. $x = UV^{-1}w$
- C. $x = U^{-1}Vw$
- D. $x = U^{-1}V^{-1}w$

2. 下列用于求解矩阵A的逆矩阵B的Python代码，正确的一个是（ ）。

- A. `B = np.inv(A)`
- B. `B = scipy.inv(A)`
- C. `B = linalg.inv(A)`
- D. `B = np.dot(A)`