

第08讲 维数、基底与坐标 课堂互动答案

作者：欧新宇 (Xinyu OU)

本文档所展示的测试结果，均运行于：Intel Core i7-7700K CPU 4.2GHz

【课堂互动一】 维数、基底与坐标

1. 若一个线性空间 V 中存在一个包含10个元素的基底，那么我们可以说这个线性空间 V 的维数为10。

- A. 对
- B. 错

答案及解析： A

2. 若向量组 a_1, a_2, \dots, a_n 是线性空间 V 的一组基底，则要求该向量组必须（ ）。

- A. 线性无关
- B. 线性相关
- C. 存在不为0的元素
- D. 不存在为0的元素

答案及解析： A

3. 设二维向量 u 在标准基环境中的坐标是 $(3, 4)$ ，则在新基底 $E_x = [0.5, 0], E_y = [0, 2]$ 中，向量 u 的坐标为（ ）。

- A. $(3, 4)$
- B. $(6, 2)$
- C. $(1.5, 8)$
- D. $(6, 8)$
- E. $(1.5, 2)$

答案及解析： B

4. 以下矩阵能够作为标准基的是（ ）。

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- B. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- C. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- D. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

答案及解析： ACD

5. 设 a_1, a_2, \dots, a_n 是线性空间 V_n 的一个基, 对于任意元素 $a \in V_n$, 总有且仅有一组有序数 x_1, x_2, \dots, x_n , 使 $a = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n$ 。则 () 称为元素 a 在空间 V_n 中的坐标。

- A. 有序数 $1, 2, \dots, n$
- B. 有序数 x_1, x_2, \dots, x_n
- C. 有序向量组 a_1, a_2, \dots, a_n
- D. 有序线性组合 $x_1 a_1, x_2 a_2, \dots, x_n a_n$

答案及解析: B

【课堂互动二】 构成基底的条件

1. 任何向量组都可以作为基底。

- A. 对
- B. 错

答案及解析: B

2. 给定一共2维空间 V_2 , 如果存在向量组 $a = ([1, 1]^T, [2, 2]^T)$, 请问向量组 a 是否能成为这个二维空间的基底?

- A. 不可以, 因为它违背了向量完备性的要求
- B. 不可以, 因为它违背了线性无关的要求
- C. 不可以, 因为它违背了线性相关的要求
- D. 可以作为这个二维空间的基底

答案及解析: B

3. 在判断一个向量组是否能成为基底的条件时, 有一个充分必要条件是空间中的任意一个向量都可以由向量组 a 的线性组合构成, 并且这种组合具有唯一性。那么请问, 唯一性等价于什么?

- A. 向量组 a 线性相关
- B. 向量组 a 线性无关
- C. 向量组 a 数量完备
- D. 向量组 a 维数完备

答案及解析: B

4. 给定两个向量 $a, b \neq 0$ 和标量 $i, j \in R$, 它们的线性组合 $i * a + j * b$ 可能存在以下哪种情况?

- A. 确定一个点
- B. 确定一条直线
- C. 确定一个平面
- D. 确定一个三维空间

答案及解析: BC

a, b 为两个不为零的向量, 当 a, b 不共线, 则线性组合确定一个平面; 当 a, b 共线, 则线性组合只能确定一条直线。

5. 给定两个向量 $u, v, w \neq 0$ 和标量 $a, b, c \in R$, 它们的线性组合 $au + bv + cw$ 可能存在以下哪种情况?

- A. 确定一个点
- B. 确定一条直线
- C. 确定一个平面
- D. 确定一个三维空间

答案及解析: BCD

对于不为0的三个向量, 在空间R中, 可能存在三种不同的关系。

1. 三者共线, 确定一条直线
2. 任意两者共线, 确定一个平面
3. 三者均不共线 (线性无关), 确定整个三维空间