

第06讲 矩阵的应用 课堂互动答案

作者：欧新宇 (Xinyu OU)

本文档所展示的测试结果，均运行于：Intel Core i7-7700K CPU 4.2GHz

【课堂互动一】 从线性变换的角度看矩阵与向量的乘法

1. 在矩阵与向量的乘法运算中，矩阵可以被理解为向量从原始空间到目标空间的映射矩阵。

A. 对

B. 错

答案及解析： A

2. 在进行向量与矩阵乘法的时候，通常写成矩阵在左，向量在右的形式，即： $y=Ax$ ；同样的写成 $y=xA$ 也是等价的。

A. 对

B. 错

答案及解析： B

在矩阵和向量的乘法运算中，我们通常将向量看成是一个矩阵，因此运算将变为两个矩阵的相乘。一般情况下矩阵的乘法是不满足交换律的，即 $AB \neq BA$

【课堂互动二】 从向量的角度看矩阵乘法

1. 如果矩阵M是一个 5×6 的矩阵，那么该矩阵包含（ ）个行向量和（ ）个列向量。

A. 5 5

B. 5 6

C. 6 5

D. 6 6

答案及解析： B

对于一个矩阵来说，其包含的行向量的个数等于其原始行数，其列向量的个数等于其原始的列数。

2. 只要是同一个向量，无论基底（坐标系）如何变换，其坐标值都不会变化。

A. 对

B. 错

答案及解析： B

对于一个向量来说，一旦进行了基底（坐标系）变换，则坐标的值就会发生变换。唯一不变的是空间中多个对象的相对关系。

3. 给定一个矩阵 $M = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ，它的行空间矩阵为：（ ）。

A. $a(2, 5, 1) + b(3, 2, 4) + c(1, 2, 3) = (a, b, c)$

$$B. a \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$C. a(2, 3, 1) + b(5, 2, 2) + c(1, 4, 3) = (a, b, c)$$

$$D. a \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

答案及解析： A

对于矩阵A来说，其行空间矩阵是指它的各个行向量所张成的 $R^{1 \times n}$ 的子空间。一般来说，矩阵A包含多少行，则它就有多少个行空间矩阵。

4. 从行的角度审视矩阵与向量的乘法可以理解为（ ），从列的角度审视矩阵乘法可以理解为（ ）。

A. 原矩阵的各行分别与向量进行点乘的过程 原矩阵的各行分别与向量进行点乘的过程

B. 原矩阵各列与向量对应位置的线性组合 原矩阵各列与向量对应位置的线性组合

C. 原矩阵的各行分别与向量进行点乘的过程 原矩阵各列与向量对应位置的线性组合

D. 原矩阵各列与向量对应位置的线性组合 原矩阵的各行分别与向量进行点乘的过程

答案及解析： C

5. 给出矩阵乘法Ax，可以得到其列向量的表示方法为（ ）。

$$Ax = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$A. 5 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$B. 5 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$C. 6 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$D. 6 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

答案及解析： A

列向量表达方式为矩阵列和向量的线性组合，具体等于矩阵的各列分别与向量的对应位置进行数乘，之后再相加。

6. 给出以下矩阵和向量相乘的表达，下列选项中理解不正确的是（ ）。

$$Au = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

A. 列向量 $[1, 3]^T$ 是空间A中的一个基向量

B. 坐标 $[3, 5]^T$ 可以理解为在空间A中的两个基的分量分别是3和5.

C. 向量 $[3, 5]^T$ 分别表示向量u在空间A中，y方向上有3个分量，x方向上有5个分量

D. 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 可以理解为向量 $[3, 5]^T$ 的基

答案及解析： A

向量 $[3, 5]^T$ 分别表示向量u在空间A中，x方向上有3个分量，y方向上有5个分量。

7. 以下代码中，可以用来表示 A^{10} 的一项是（ ）。

```
import numpy as np
n = 10
A = np.array([[1]])
```

A.

```
for i in range(n):
    res = np.dot(2, res)
    print('n={}: res={}'.format(i, res))
```

B.

```
for i in range(n):
    res = np.dot(2, res)
    print('n={}: res={}'.format(i+1, res))
```

C.

```
for i in range(n+1):
    res = np.dot(2, res)
    print('n={}: res={}'.format(i+1, res))
```

D.

```
for i in range(n+1):
    res = np.dot(2, res)
    print('n={}: res={}'.format(i, res))
```

答案及解析： B

```
import numpy as np
n = 10
res = np.array([[1]])

for i in range(n):
    res = np.dot(2, res)
    print('n={}: res={}'.format(i+1, res))
```

```
n=1: res=[[2]]
n=2: res=[[4]]
n=3: res=[[8]]
n=4: res=[[16]]
n=5: res=[[32]]
n=6: res=[[64]]
n=7: res=[[128]]
n=8: res=[[256]]
n=9: res=[[512]]
n=10: res=[[1024]]
```

