



FIZIKAS KOMANDU OLIMPIĀDE 2021./22.

2. KĀRTAS UZDEVUMU ATRISINĀJUMI

10. klašu komplekts

MŪSU GENERĀLSPONSORS



Tu redzēsi

MŪSU SPONSORI



LATVIJAS UNIVERSITĀTES
CIETVIELU FIZIKAS INSTITŪTS
INSTITUTE OF SOLID STATE PHYSICS
UNIVERSITY OF LATVIA

atbalsts
izcilībai

LEMONA
electronics

LETERA.

Latvijas Elektrotehnikas
un elektronikas
rūpniecības asociācija

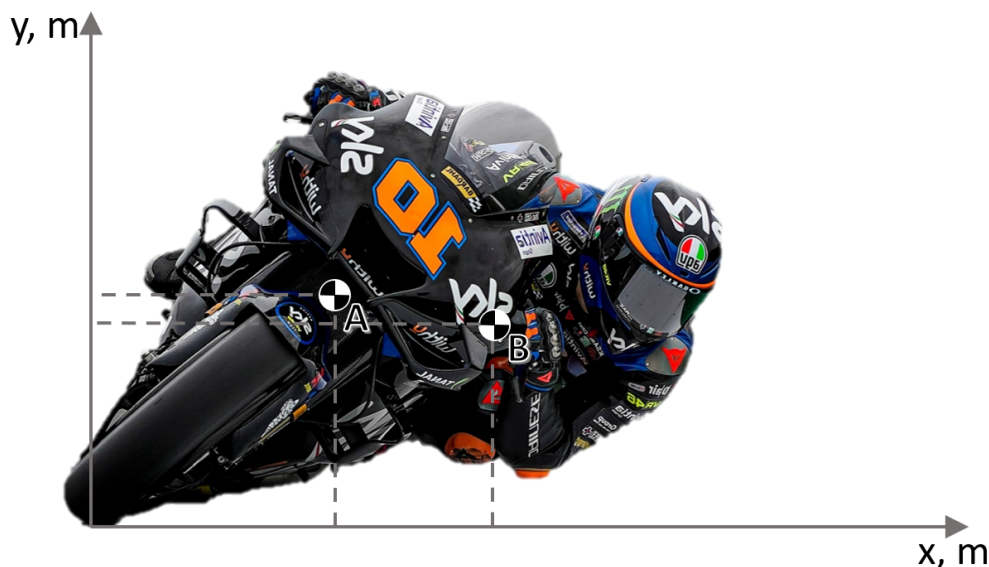
2022. g. 20. marts

Es gribu motociklu

13 punkti

A: Dots iekšdedzes dzinējs, kura vidējais spēka moments ir 90 Nm (šāds dzinējs varētu tikt izmantots, piemēram, sacīkšu motociklos). Kāda ir dzinēja jauda pie $15\,000$ apgriezieniem minūtē? *1.5 punkti*

B: Šajā apakšpunktā tiek apskatīts motociklu sacīkšu braucējs, braucot līkumā. Zināms, ka, cenšoties sasniegt vislabāko rezultātu, braucējs saliecas līdz nokrišanas robežai, tas ir, šādā līkumā nav iespējams sasvērties vairāk, nenokrītot. Motocikla attēls, kā arī koordinātu sistēma, ir doti attēlā.



B1: Zināms, ka motocikla masas centrs atrodas punktā $A = (0.4; 0.4)$, bet motociklista masas centrs ir punkts $B = (0.7; 0.35)$. Motocikla masa ir 176 kg , bet pats motociklists sver 72 kg . Kādas ir motocikla un braucēja kopējā masas centra koordinātes? *1.5 punkti*

B2: Kāds ir berzes koeficients μ_s starp riepām un asfaltu? *2 punkti*

B2: Vai šajā situācijā starp riepām un asfaltu ir statiskā vai dinamiskā berze? Kāpēc? *2 punkti*

B3: Dots, ka motocikla trajektorija ir riņķa līnijas loks ar rādiusu $R = 50 \text{ m}$. Kāds ir lielākais ātrums V_{max} , ar kādu motociklists var izbraukt šādu līkumu? *2 punkti*

B4: Kā izmainīsies maksimālais ātrums līkumā, ja sacīkšu komandas inženieri samazinātu motocikla masu par 50 kg ? *2 punkti*

B5: Par cik procentiem samazināsies maksimālais ātrums līkumā, ja, sacīkšu dienā uzlijojot lietum, berzes koeficients starp riepu gumiju un asfaltu samazinās uz pusi? *2 punkti*

Atrisinājums

A: Ir dots, ka vidējais spēka moments ir 90 Nm, nosauksim to par M . Zināms, ka spēka padarītais darbs $A = F \cdot s$, kur F ir spēks, kas dara darbu, un s ir attālums, kuru tas spēks noiet. Pieņemsim, ka dzinēja kloķvārpstas rādiuss ir R .

$$F = M/R \quad \text{un} \quad s = 2\pi R$$

No tā izriet, ka padarītais darbs A vienā apgriezienā ir

$$A = Fs = \frac{2\pi MR}{R} = 2\pi M$$

Un dzinēja jauda ir padarītais darbs vienā apgriezienā reiz apgriezienu skaits sekundē f .

$$f = \text{apgr./min. } 60 = 250s^{-1}$$

$$P = Af = 2\pi Mf = 141.4kW$$

B1:

Kopējā masas centra koordinātes nosaka, paņemot svērtu vidējo aritmētisko, kur šajā gadījumā elementa aritmētiskais svars ir arī tā fiziskais svars (vai masa). Masas centra x koordināte nav atkarīga no tā y koordinātes, tāpēc tās var apskatīt atsevišķi. Matemātiski to apraksta šādi: (motāpzmēs motocikla parametrus, "br braucēja vērtības)

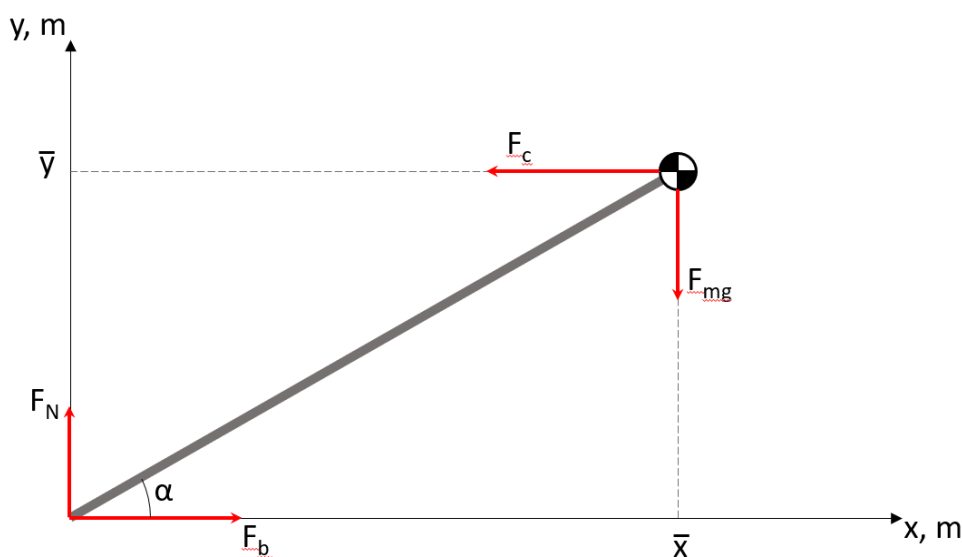
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{x_{mot} m_{mot} + x_{br} m_{br}}{m_{mot} + m_{br}} = 0.487m \quad (1)$$

Līdzīgi masas centra y koordināte ir

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{y_{mot} m_{mot} + y_{br} m_{br}}{m_{mot} + m_{br}} = 0.385m \quad (2)$$

B2:

Tagad mēs varam modelēt motociklu kā masas punktu un bezmasas stieni, kas savieno masas centru ar riepas pieskaršanās punktu (skat. zīmējumā)



\bar{x} un \bar{y} ir attiecīgi masas centra x un y koordinātes, noskaidrotas apakšpunktā **B1**. F_{mg} ir svars, F_N ir virsmas reakcijas spēks un F_b ir berzes spēks. ! Izvēlēta motociklam pakārtotā atskaites sistēma ir neinerciāla, jeb tai ir paātrinājums attiecībā pret nekustīgu atskaites sistēmu. Tādējādi šādā atskaites sistēmā jāievieš vēl viens spēks, centrālās spēks F_c . Tā kā izvēlētajā atskaites sistēmā motocikls nepaātrinās (jo sistēma ir pakārtota motociklam), zināms, ka visu spēku summa abos virzienos ir 0, jeb $F_c = F_b$ un $F_N = F_{mg}$. Zināms arī, ka berzes spēks $F_b = \mu F_N$, kur μ ir berzes koeficients. Ir arī dots, ka motocikls nerotē x - y plaknē. Apskatot rotāciju ap koordinātu sākumpunktu, seko, ka

$$F_c \bar{y} - F_{mg} \bar{x} = 0$$

$$\mu F_N \bar{y} = F_N \bar{x}$$

$$\mu = \frac{F_N \bar{x}}{F_N \bar{y}} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 1.26$$

B2:

Tā kā riepu un asfalta virsmas savstarpēji neslīd, šajā gadījumā novērojama statiskā berze.

B3:

Tagad jāapskatās nekustīga (trases) atskaites sistēma. Tagad centrālās spēks neeksistē, un motociklam ir paātrinājums $a = F_b/m$ līkuma centra virzienā. Šo sauc par centrālās spēks paātrinājumu. Centrālās spēks paātrinājumu apraksta arī ar formulu $a = \frac{V^2}{R}$.

$$a = \frac{F_b}{m} = \frac{\mu F_N}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$$

$$a = \frac{V^2}{R}$$

$$V = \sqrt{aR} = \sqrt{\mu g R} = 24.86 \text{ m/s}$$

B4 Apskatoties pēdējo vienādojumu, $V = \sqrt{\mu g R}$, var izsecināt, ka maksimālais ātrums līkumā ir neatkarīgs no motocikla masas.

B5

$$V_2 = \sqrt{\mu_2 g R} = \sqrt{0.5} \sqrt{\mu g R} = \sqrt{0.5} V = 17.58 \text{ m/s}$$

$$\frac{V - V_2}{V_2} = 0.293 = 29.3\% \quad (3)$$

Kārtējais laistīšanās uzdevums**7 punkti**

Lielā traukā ar ūdeni gaismas laušanas koeficients ir $n = 1.3$. Tad traukā tiek piebērts pulveris, kurs noslāņojas trauka apakšējā daļā, kur gaismas laušanas koeficients $n = 1.6$, tā ka trauka augšējā malā gaismas laušanas koeficient vēl joprojām ir 1.3 un pāreja līdz 1.6 notiek vienmērīgi. Veicot skices vari pieņemt ka krišanas leņķis ir 60° .

A: Uzskicē gaismas stara ceļu, ja pāreja no vides $n = 1.3$ uz $n = 1.6$ notiktu pēkšņi. Norādi svarīgos leņķus. *1.5 punkti*

B: Uzskicē gaismas stara ceļu, ja pāreja no vides $n = 1.3$ uz $n = 1.6$ notiek vienmērīgi. Norādi svarīgos leņķus. Kāpēc gaismas ceļš būs tieši šāds? *3 punkti*

C: Uzskicē gaismas stara ceļu, ja pulveris noslāņojas šķidruma augšā - t.i. pāreja notiek no $n = 1.6$ uz $n = 1.3$. Norādi svarīgos leņķus. *2.5 punkti*

Gaismas laušana. Vides un krišanas leņķi saista sekojošā formula.

$$n_1 \sin(\gamma_1) = n_2 \sin(\gamma_2)$$

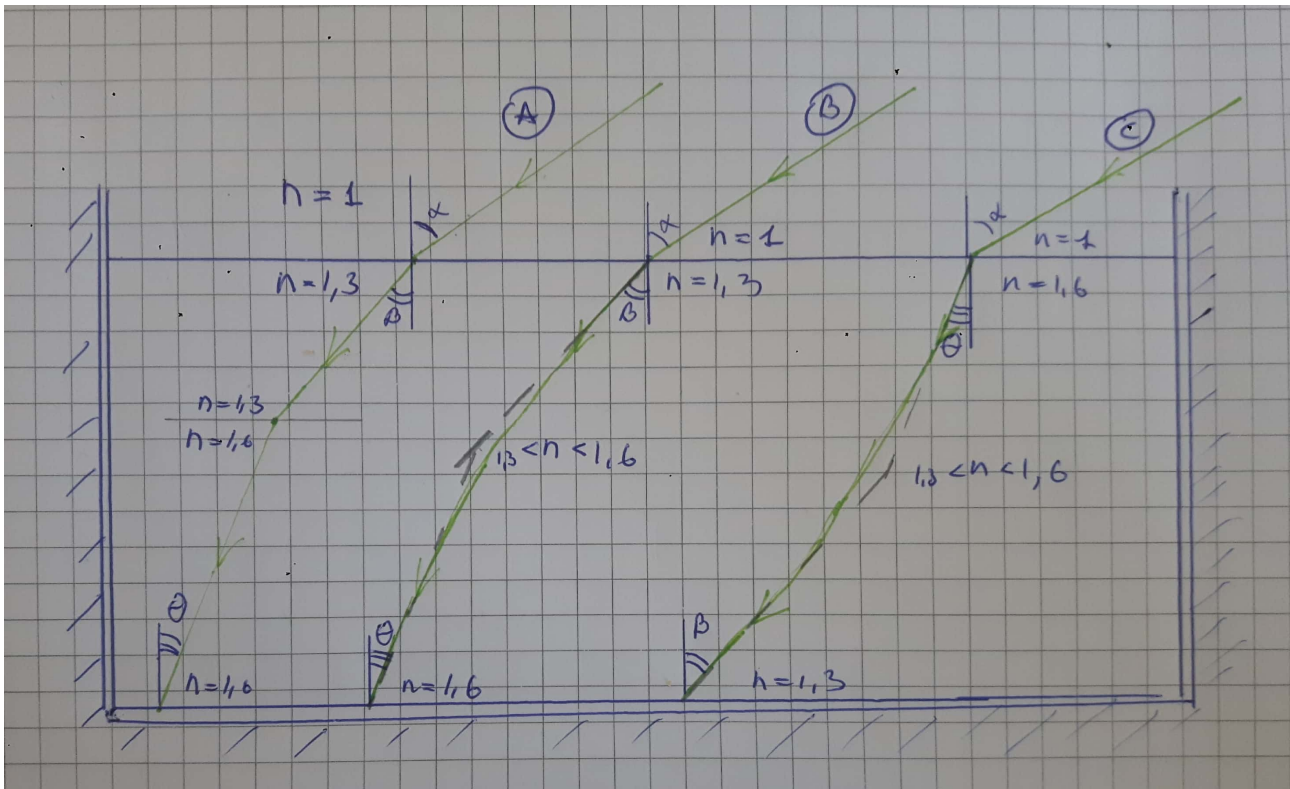
Staram kustoties cauri vairākām vidēm, kur gaismas laušanas koeficients ir atkarīgs tikai no augstuma $n_1 \sin(\gamma_1)$ būs konstant.

$$const. = n_1 \sin(\gamma_1) = n_2 \sin(\gamma_2) = n_3 \sin(\gamma_3) = \dots$$

Vienmērīgajā gadījumā varam iedomāties, ka stars maina vidi vairākas reizes, kur $n_1 \sin(\gamma_1)$ paliek nemainīgs. Krišanas leņķis traukā nebūs atkarīgs no stara gaitas, bet no gaismas laušanas koeficienta trauka apakšā, kas ir zināms $n = 1.6$. **C** gadījumā risinājums ir tāds pats, tikai ar samantītiem koeficientiem.

Atbildē ir svarīgi saprast, ka **A** un **B** gadījumi būs līdzīgi, ar vienādiem krišanas leņķiem tuvu pie virsmas un trauka apakšas, kā arī, ka **B** un **C** gadījumos nebūs redzamas stara lūzuma vietas iekšā traukā.

Atbilde izskatās šādi, kur ja $\alpha = 60^\circ$, tad $\beta = 41.7^\circ$ un $\theta = 32.7^\circ$.



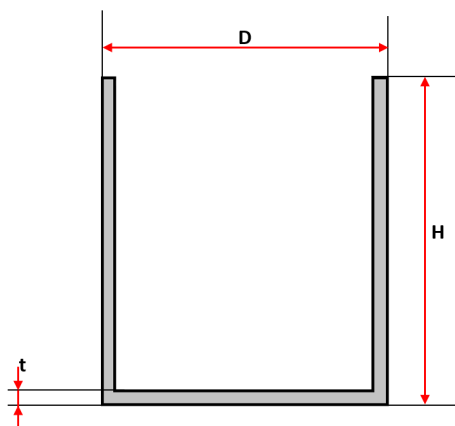
Pelmeņu katls

11 punkti

Alberts nesen sāka studijas un pārvācās uz studentu kopmītni. Diemžēl kopmītnē nav tējkannas, un vienīgie trauki, kas kopmītnē ir pieejami, ir liels metāla katls un maza metāla krūze. Alberts izlēma sev uztaisīt pelmeņu katlā un tēju krūzē, uzliekot lielo katlu uz plīts, bet mazo krūzi ar tēju ievietojot lielajā katlā.

Vienkāršības labad var pieņemt, ka abos traukos ir tīrs ūdens ar nemainīgu blīvumu $\rho_u = 1 \text{ g/cm}^3$. Abi trauki ir veidoti no dzelzs, kura blīvums $\rho_{dz} = 7.85 \text{ g/cm}^3$. Katliņa izmēri un tilpums ir stipri lielāki nekā krūzītei, un krūzīte atrodas tālu no katla sienām un peld katlā esošajā ūdenī. Termiskās izplešanās efektus var neņemt vērā. Pieņemt, ka krūze paliek vertikālā stāvoklī.

A: Krūzīti var aproksimēt kā dobu cilindru. Cilindra dimensijas ir dotas zīmējumā, ārējais diametrs $D = 12 \text{ cm}$, augstums $H = 16 \text{ cm}$, sienīgu biezums $t = 3 \text{ mm}$. Būdam inženierijas students, Alberts aizdomājās par sakarībām starp ūdens līmeņiem lielajā katlā un krūzē.



A1: Kurš no dotajiem apgalvojumiem ir patiess?

1.5 punkti

1. Ūdens līmenis krūzē būs vienāds ar ūdens līmeni katlā
2. Ūdens līmenis krūzē būs augstāks par ūdens līmeni katlā
3. Ūdens līmenis katlā būs augstāks par ūdens līmeni krūzē
4. Nevar noteikt no dotās informācijas

A2: Kāds ir maksimālais ūdens tilpums, ko var ieliet krūzē, pirms tā nogrimis un Alberts sabojā savas vakariņas?

2 punkti

A3: Vai eksistē tāda krūze, kuru šādā situācijā varēs piepildīt pilnu līdz malām, tai nenogrimstot? Ja atbilde ir jā, tad kādiem nosacījumiem jāizpildās.

2 punkti

B: Ticis galā ar ūdens daudzumiem, Alberts ķērās klāt pie pelmeņu vārīšanas. Katls tiek uzlikts uz plīts un sāks sildīt, līdz ūdens lielajā katlā sāk vārīties.

B1: Kurš no šiem apgalvojumiem ir patiess? Kāpēc?

3.5 punkti

1. Ūdens krūzē sāks vārīties pirms ūdens lielajā katlā
2. Ūdens krūzē sāks vārīties pēc ūdens lielajā katlā
3. Ūdens krūzē nesāks vārīties
4. Nevar noteikt no dotās informācijas

B2: Kāda ir ūdens temperatūra krūzē pēc tam, kad ūdens katlā sāka vārīties?

2 punkti

Atrisinājums**A1:**

Zināms, ka, lai Arhimēda spēks varētu noturēt ķermeni peldot, izspiestā ūdens masai ir jābūt vienāgai ar ķermeņa masu. Jebkuram ķermenim peldot, iegrimušās daļas blīvumam ir jābūt mazākam nekā šķidrums blīvumam, jo izspiestā ūdens masai jābūt vienāgai ar gan iegrimušās, gan virs ūdens esošās daļas masai. Tā kā ūdens blīvums gan krūzē, gan ārpus ir vienāds, un dzelzs ir blīvāks par ūdeni, var secināt, ka krūzes iegrimušajā daļā ir jābūt gaisam, lai samazinātu kopējo blīvumu. Atbilde: gadījums 3.

A2:

Apskatīsim robežgadījumu, kad krūzes augšējā mala sakrīt ar katla ūdens līmeni. Šajā gadījumā arhimēda spēks ir:

$$F_{Arh} = \rho_u V_k g$$

, kur krūzes tilpums V_k ir:

$$V_k = 0.25\pi D^2 H = 1809.6 \text{ cm}^3$$

Zināms, ka Arhimēda spēks ir vienāds ar krūzes un ielietā ūdens kopējo svaru. Krūzītes sienu tilpumu var aprakstīt kā divu cilindru tilpumu starpību, kur ārējā cilindra dimensijas ir dotas zīmējumā, bet iekšējā cilindra diametrs ir $D - 2t$, bet augstums $H - t$.

$$V_{sienas} = \frac{1}{4}\pi D^2 H - \frac{1}{4}\pi (D - 2t)^2 (H - t) = 207.1 \text{ cm}^3$$

Dzelzs krūzītes masa ir

$$m_{kr} = V_{sienas} * \rho_{dz} = 1625.3 \text{ g}$$

Tagad var izrēķināt krūzē ielietā ūdens masu:

$$\rho_u V_k g = (m_u + m_{kr})g$$

$$m_u + m_{kr} = V_k \rho_u$$

$$m_u = V_k \rho_u - m_{kr} = 184.3 \text{ g}$$

$$V_u = m_u / \rho_u = 184.3 \text{ cm}^3$$

A3:

Jā, eksistē. Krūzes materiālam ir jābūt mazāk blīvam nekā apkārtējam šķidrumam, piemēram, plastmasa.

B1:

Tiklīdz ūdens katlā sāks vārīties, tā temperatūra būs konstanti 100°C . Temperatūra krūzītē arī asimptotiski pietuvosies 100 grādiem, bet, tā kā ūdens krūzē saņem siltumu tikai siltumvadīšanas dēļ caur krūzītes sienām, un šādas siltumvadīšanas jauda ir proporcionāla temperatūru starpībai, ūdens krūzē nesaņem siltumu, lai uzsāktu vārīties. Atbilde: gadījums 3.

B2:

Ūdens temperatūra krūzē būs 100°C .

Kosmiskā Lampa

14 punkti

Interesanti, ka, lai gan fotonam (gaismas daļiņai) nav masas, tam tomēr piemīt masai līdzīgas īpašības, piemēram, tam piemīt impulss $p = hf/c$, kur f - frekvence; c - gaismas ātrums; Planka konstante $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34}$ J s.

i) Satelīts, kura masa ir $m = 100$ kg, atrodas riņķveida orbītā ap Zemi augstumā $h = 400$ km. Lai paceltu tā orbītu, satelīts izšauj $N = 2 \cdot 10^{32}$ fotonus ar frekvenci $f = 100$ THz pretēji sava ātruma vektora virzienam. Nosaki ātruma izmaiņu ΔV . *2 punkti*

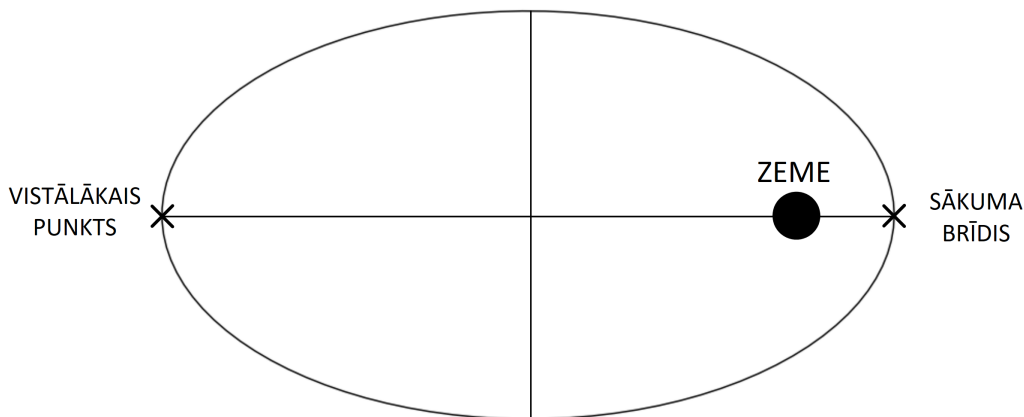
ii) Uzskicē satelīta kustības trajektoriju ap Zemi, norādot, kur tas atrodas sākuma brīdī un kur tas atradīsies, kad būs vistālāk no Zemes. *4 punkti*

iii) Kāds būs maksimālais attālums no Zemes, kas tiks sasniegts? Ja i) punktā neieguvi atbildi, pieņem, ka $\Delta V = 1$ km/s (atšķiras no iepriekš izrēķinātās vērtības). *6 punkti*

iv) Kāpēc i) punktā fotonus jāizšauj pretēji kustības virzienam, lai iegūtu vislielāko raķetes ātruma izmaiņu ΔV ? *2 punkti*

i) No impulsa nezūdāmības likuma raķetei pirms un pēc fotonu izšaušanas seko

$$\begin{aligned}\Delta p &= p_b - p_s = p_{\text{fotonu}} \\ \Rightarrow m\Delta V &= N \frac{hf}{c} \\ \Delta V &= \frac{\Delta p}{m} = \frac{Nhf}{mc} = \frac{2 \cdot 10^{32} \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 100 \cdot 10^{12}}{100 \cdot 3.00 \cdot 10^8} \left[\frac{\text{J s s}^{-1}}{\text{kg m s}^{-1}} \right] \approx 442 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$



ii) Tā kā satelīta ātruma izmaiņa nav pietiekoša, lai tas izbēgtu no Zemes gravitācijas, tas paliks orbītā ap Zemi, turklāt mēs zinām, ka tādā gadījumā orbīta ir elipses formā. Pilnu punktu iegūšanai skicē vai tās anotācijā jānorāda

- Orbītas forma ir elipse
- Zeme atrodas elipses fokusā
- Satelīts sākuma brīdī atrodas punktā uz elipses, kas ir vistuvāk Zemei. Vistālākais punkts ir tieši pretī sākumpunktam.

Šos kritērijus apmierinātu, piemēram, augstāk redzamais zīmējums.

iii) Šo uzdevumu visvienkāršāk atrisināt, atceroties, ka orbītā esoša objekta pilnā enerģija ir

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

kur a ir elipses pusass garums. Tad, izmantojot elipses īpašības, beigu attālums izsakāms kā

$$r_b = 2a - R$$

Ja šī formula nav zināma, tad jāizmanto enerģijas nezūdāmības likums un leņķiskā impulsa saglabāšanās likums sākuma (tuvākajā) un beigu (tālākajā) punktā:

$$E = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{GMm}{r_b}$$

$$L = mv_s R = mv_b r_b$$

šeit $v_s = v_0 + \Delta V$, kā arī

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ir raķetes sākuma ātrums (pirms fotonu izšaušanas). Attiecīgi no leņķiskā impulsa saglabāšanās

$$r_b = \frac{v_s R}{v_b}$$

šo ievietojot enerģijas nezūdāmības likumā, iegūstam kvadrātvienādojumu priekš v_b :

$$v_b^2 - \frac{2GM}{v_s R} v_b - \frac{2E}{m} = 0$$

Šo atrisinot iegūstam saknes

$$v_b = \frac{GM}{v_s R} \pm \sqrt{\left(\frac{GM}{v_s R}\right)^2 + \frac{2E}{m}} = \frac{GM}{v_s R} \pm \frac{v_s^2 R - GM}{v_s R}$$

No šiem mūs interesē atrisinājums ar mīnus zīmi (otrs atrisinājums atbilst sākumpunktam):

$$v_b = \frac{2GM - v_s^2 R}{v_s R} = \frac{2\frac{GM}{R} - v_s^2}{v_s}$$

Ievietojot šo iepriekš iegūtajai izteiksmei priekš beigu attāluma r_b , iegūstam

$$r_b = \frac{v_s R}{v_b} = \frac{v_s^2 R}{2 \frac{GM}{R} - v_s^2} = \frac{(\sqrt{\frac{GM}{R}} + \Delta V)^2}{2 \frac{GM}{R} - (\sqrt{\frac{GM}{R}} + \Delta V)^2} R$$

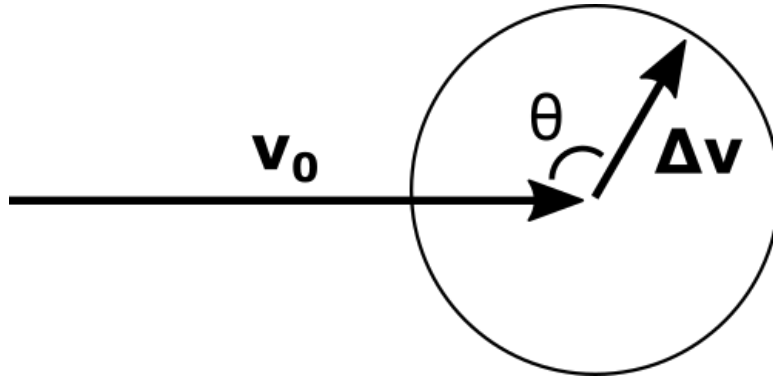
Svarīgi, ka sākuma orbītas augstums virs Zemes centra ir $R = R_Z + h$, kur R_Z ir zemes rādiuss un h ir satelīta augstums virs Zemes. Šeit lietderīgi aprēķināt starprezultātu

$$\frac{GM}{R} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}}{(6371 + 400) \cdot 10^3} \text{ J kg}^{-1} \approx 5.886 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

Izmantojot $\Delta V = 442 \text{ m s}^{-1}$ no (i) punkta, iegūstam, ka

$$\begin{aligned} r_b &= \frac{(\sqrt{5.886 \cdot 10^7} + 442)^2}{2 \cdot 5.886 \cdot 10^7 - (\sqrt{5.886 \cdot 10^7} + 442)^2} \cdot (6371 + 400) \cdot 10^3 \text{ m} \\ &= 1.269 \cdot 6771 \cdot 10^3 \text{ m} \\ &= 8.59 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

iv) Ievērosim, ka uzdevumā prasīts par skalārā ātruma izmaiņu. Šeit ir lietderīgi uzzīmēt, kā var izvietoties sākotnējais ātruma vektors \mathbf{v}_0 un ātruma izmaiņas vektors $\Delta \mathbf{v}$, kas rodas no fotonu izšaušanas. Svarīgi ievērot, ka $\Delta \mathbf{v}$ lielums ir pirmajā punktā aprēķinātais, bet tā virziens ir pretējs fotonu izšaušanas virzienam.



Skaidrs, ka fotonus var izšaut jebkurā virzienā, tātad vektors $\Delta \mathbf{v}$ veido riņķa līniju ar centru vektora \mathbf{v}_0 galā. Raķetes beigu ātrums ir

$$v^2 = |\mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}|^2 = |\mathbf{v}_0|^2 + |\Delta \mathbf{v}|^2 - 2|\mathbf{v}_0||\Delta \mathbf{v}| \cos \theta$$

Tā kā $|\mathbf{v}_0|$ un $|\Delta \mathbf{v}|$ ir konstantes, tad mums jāizvēlas tāds θ , lai v būtu pēc iespējas lielāks, t.i. lai $\cos \theta$ būtu minimāls. Šo apmierina $\theta = 180^\circ$, jeb $\Delta \mathbf{v} \parallel \mathbf{v}_0$. Šis ir gadījums, kad fotoni tiek izšauti pretēji raķetes kustības virzienam.

Demonstrējums: Konfekšu deja**10 punkti**

i) Paskaidro, kāpēc iekārtās konfektes svārstās ar dažādām amplitūdām.

3.34 punkti

ii) Izskaidro fāzes nobīdi vienai no konfektēm.

3.33 punkti

iii) Kā būtu iespējams noteikt gaisa pretestību konfektei? Pilns risinājums nav nepieciešams. Pieņem, ka svārstību amplitūdu var izteikt kā:

$$A = \frac{K/l}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}}$$

kur A ir svārstību amplitūda, K ir konstante ar dimensijām m^2/s^2 , l ir svārsta garums, ω_0 ir brīvo svārstību frekvence, ω ir pieliktā spēka svārstību frekvence, $\gamma = c/m$, kur c ir gaisa pretestību raksturojošā konstante.

3.33 punkti

i) Šajā demonstrējumā varam novērot rezonanses fenomenu. Zinām, ka matemātiskā svārsta periods ir

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \propto \sqrt{l}$$

Tātad svārsta pašfrekvence ir proporcionāla \sqrt{l} , t.i. konfektēm, kuras iekārtas garākās auklās, ir lielāka pašfrekvence kā konfektēm, kas iekārtas īsākās auklās.

Tagad aplūkosim iekārtā atsva mijiedarbību ar konfektēm. Tā kā atsva ir daudz smagāks par konfektēm, tā svārstību frekvence nosaka visas sistēmas svārstību frekvenci. Par atsva efektu uz konfektēm ērti domāt kā par konfektēm pieliktu spēku, kurš oscilē laikā. Šis spēks piespiež konfektēm svārstīties ar spēka frekvenci. Tātad, ja konfektes svārstību dabiskā frekvence ir līdzīga spēka frekvencei, spēkam konfektes kustību nav “jālabo” tik daudz kā gadījumā, kad konfektes dabiskā frekvence ir ļoti atšķirīga no spēka frekvences. Šo efektu varam aplūkot starp darbu, ko spēks izdara uz objektu:

$$\delta W = F \Delta x$$

kur Δx ir pārvietojums spēka virzienā. Ja konfektes pašfrekvence ir tuva spēka frekvencei, tad konfekte arī bez spēka palīdzības kustēsies spēka virzienā, t.i. konfektes kustības virziens tieksies būt tāds pats, kā spēka darbības virziens, un konfekte rezonēs ar spēku. Turpretī, ja konfektes pašfrekvence ļoti atšķiras no spēka frekvences, tad, lai “izlabotu” konfektes kustību, spēkam vairāk jādarbojas pretī konfektes dabiskajai kustībai, tādējādi būs vairāk brīži, kad spēks un konfektes pārvietojums nebūs vienā virzienā.

Tā kā katrai no konfektēm pieliktais spēks svārstās atsva pašfrekvencē, kas atbilst atsva svārsta garumam, tad varam secināt, vislielākā svārstību amplitūda būs, kad konfektes auklas garums būs vistuvākais atsva auklas garumam.

ii) Visvieglāk fāzes nobīdi izskaidrot konfektei, kuras auklas garums ir vistuvākais atsva auklas garumam.

Ievērosim, ka (i) punktā apspriestais spēks uz konfekti ir vērsts atsvara nobīdes virzienā, t.i., ja atsvars no līdzsvara ir novirzījies $+x$ ass virzienā, tad spēks uz konfekti arī būs $+x$ virzienā attiecībā pret līdzsvara stāvokli.

Spēks, kas tiek pielikts rezonējošajai konfektei, padara maksimālu darbu salīdzinot ar pārējām konfektēm, jo tam jākompensē enerģija, ko rezonējoša konfektē zaudē disipatīvajos spēkos (piemēram, gaisa pretestībā). Tas nozīmē, ka pieliktais spēks vienmēr ir konfektes kustības virzienā. Tā kā konfektes ātrums ir fāzi $\pi/2$ priekšā konfektes nobīdei no līdzsvara stāvokļa (maksimālais ātrums $+x$ virzienā tiek sasniegts pirms tiek sasniegta maksimālā nobīde $+x$ ass virzienā), tad varam secināt, ka pieliktajam spēkam rezonansē arī jābūt fāzi $\pi/2$ priekšā konfektes nobīdei. Bet, tā kā pieliktais spēks ir fāzē ar atsvara nobīdi, tad secinām, ka arī atsvara nobīde ir fāzi $\pi/2$ priekšā rezonējošās konfektes nobīdei. Šo mēs novērojam demonstrējumā - kad atsvars ir sasniedzis maksimālu atvirzi no līdzsvara, konfekte vēl tikai iet caur līdzsvara pozīciju.

iii) Varam ievērot, ka $\omega_0^2 = g/l$, tātad amplitūda A ir atkarīga tikai no K , g , γ , ω un l , turklāt, ja maina tikai svārsta garumu l , turpinot izmantot tās pašas konfektes un to pašu pieliktā spēka avotu (atsvaru ar nemainīgu garumu), tad amplitūda ir atkarīga tikai no svārsta garuma l . Tādējādi, varam iedomāties eksperimentu, kurā mainām svārsta garumu l un mērām svārstību amplitūdu A . Atliek pārveidot doto vienādojumu formā, no kuras iespējams iegūt konstanti γ un tādējādi gaisa pretestību konfektei:

$$\left(\frac{g}{l} - \omega^2\right)^2 + \omega^2 \gamma^2 = \left(\frac{K}{Al}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{Al}\right)^2 = \frac{1}{K^2} \left(\frac{g}{l} - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 \gamma^2}{K^2}$$

Esam ieguvuši vienādojumu formā $y = ax + b$, kur $y = 1/(Al)^2$, $a = 1/K^2$, $x = (g/l - \omega^2)^2$ un $b = \omega^2 \gamma^2 / K^2$. Tā kā g un ω ir zināmas (neatkarīgi izmērāmas) konstantes, tad attēlojot iegūtos l un A datus šādi definētās x un y koordinātēs, varēsīm caur datiem izvilkt taisni, no kuras iegūsim slīpuma koeficientu a un konstanti b . No šīm varam iegūt γ , un tādējādi noteikt gaisa pretestību konfektei:

$$\gamma^2 = b \frac{K^2}{\omega^2} = \frac{b}{a \omega^2}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{b}{a \omega^2}}$$

Eksperiments: Tēju vai kafiju?**35 punkti**

Siltumvadīšanas koeficients ir materiālam piemērots lielums, kas raksturo, cik viegli tam plūst cauri siltums. Piemēram, metālam ir lielāks siltumvadīšanas koeficients kā kokam, tāpēc metāla stabs ziemā šķiet aukstāks nekā blakus esošs koks, kaut gan temperatūras starpība starp roku un metālu ir tāda pati kā starp roku un koku. Šajā uzdevumā centīsimies atrast siltumvadīšanas koeficientu keramikai.

Jauda P , kas plūst cauri krūzītes sienai, ir atkarīga no tās virsmas laukuma S , siltumvadīšanas koeficienta k , temperatūras starpības starp iekšējo un ārējo virsmu ΔT un krūzītes biezuma l :

$$P = \frac{kS}{l} \Delta T$$

Zināms arī, ka, ja objekta no materiāla ar siltumvadīšanas koeficientu c un masu m temperatūra mainās par ΔT , tad tam ticis pievadīts siltums Q , izsakāms kā

$$Q = cm\Delta T$$

Vienkāršības labad vari pieņemt, ka krūzītes siltumietilpība ir nulle. Ūdens siltumietilpība ir $4.2 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Ieteikums 1: Pievērs īpašu uzmanību, kas katrā vienādojumā ir ΔT .

Pirmajā formulā temperatūras starpība ir starp krūzītes iekšpusi un ārpusi ($\Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$). Otrajā formulā temperatūras starpība ir ūdenī starp mērījumiem (ΔT_t).

Ieteikums 2: Standarta metode ir attēlot taisnes funkciju $y = ax + b$. No šīs funkcijas var nolasīt tās slīpumu a . Atliek izdomāt, kam jābūt y un x vieta, lai izveidotos lineāra sakarība.

Dots (pārbaudi, ka viss šeit uzskaitītais ir izsniegts!): lineāls, hronometrs, termometrs, krūzīte, spainis ar 3l auksta ūdens, karstais ūdens (pieejams koridorī pie tējkannas, **tējkannu pēc tam atnest atpakaļ!**), statīvs, putuplasts.

i) Veic mērījumus un izrēķini krūzītes ārējās virsmas laukumu, sienas biezumu un tilpumu. Novērtē arī kļūdas savos mērījumos un rezultātos! 3 punkti

Laukums: Mērķis ir noteikt virsmas laukumu caur kuru siltums plūdis prom no krūzītes. Lielākā kļūda ir lineāla kļūda (1mm). Principā šo teoriju var pielietot tikai plāksnei ar vienādu biezumu, krūzītes liekums, osiņa, malas, apakšējā kante ir novirze no šīs teorijas. Šīs kļūdas lielumu var novērtēt rēķinot starpību starp iekšējo laukumu un ārējo laukumu, kur pareizā atbilde būtu kaut kur pa vidu un kļūdu raksturotu laukumu starpība.

$$h = (9.5 \pm 0.1) \text{ cm}$$

$$d = (8.1 \pm 0.1) \text{ cm}$$

$$S = d\pi h + \frac{1}{4}\pi d^2 = 293.3 \text{ cm}^2$$

Ir pāris veidi, kā varējāt novērtēt kļūdu, tomēr tas nebija jāizdara precīzi pamatskolas līmenim. Kļūdu laukumam varēja novērtēt relatīvi, varēja arī saskaitīt relatīvās kļūdas no visiem mērījumiem, vai apskatīt starpību starp iekšējo un ārējo krūzītes laukumu. Atkarīgs no metodes, kļūda ir 1-5%.

$$r = 0.1/8.1 = 1.2\%$$

$$S = 293.3 \pm 1.2\% = (293.3 \pm 3.6) \text{ cm}^2$$

$$V = h\pi d^2/4 = (489.5 \pm 5.9) \text{ cm}^3$$

$$m = V\rho = 489.5 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = (0.4895 \pm 0.0059) \text{ kg}$$

Krūzītes biezumu varēja mērīt nomērot biezumu vai iekšējo un ārējo diametru un starpību izdalot ar divi

$$l = 0.30 \pm 0.05 \text{ cm}$$

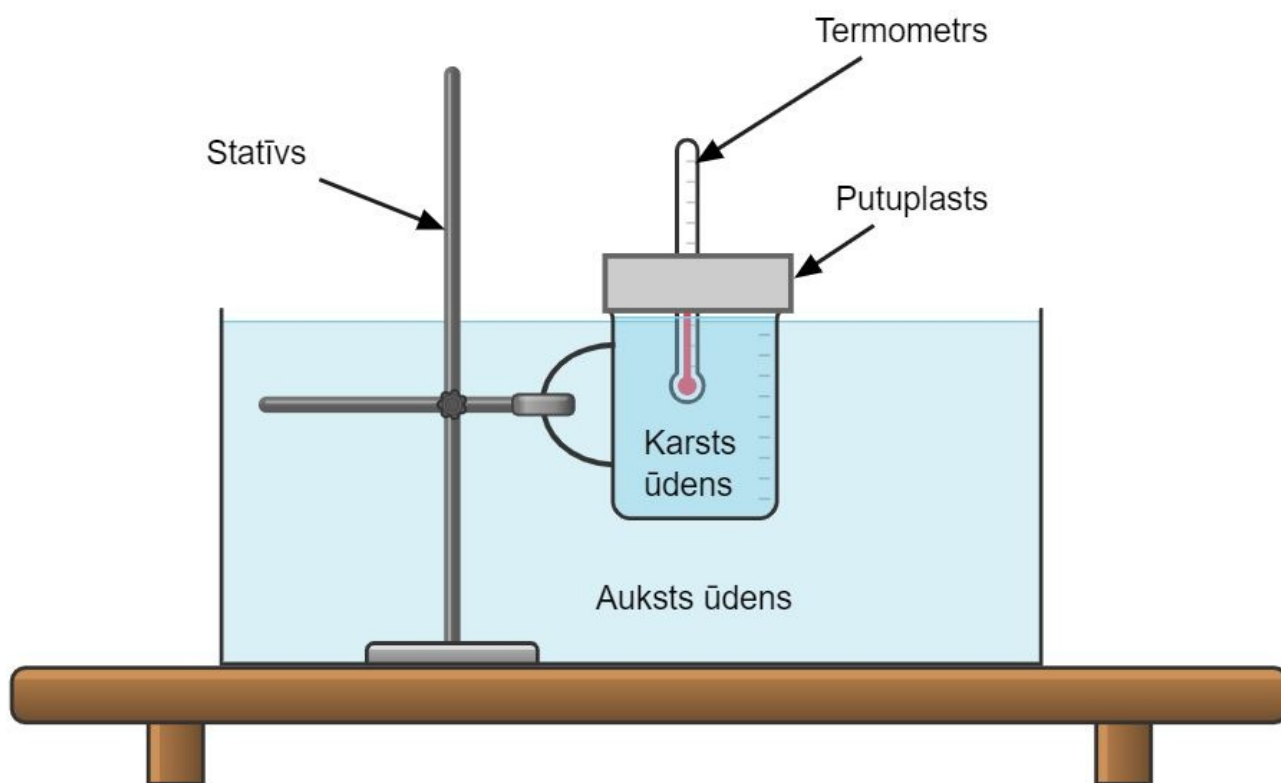
ii) Krūzītes osiņu varat neņemt vērā. Kā tas ietekmē rezultātus?

1 punkti

Osiņa ir papildus materiāls, kas izolē karsto ūdeni, tāpēc laukums caur kuru var plūst siltums būtu mazāks. Rezultātā izrēķinātais koeficients k būs pārvērtēts. Osiņas šķērsgriezuma laukums ir relatīvi mazs salīdzinot ar laukumu S , tāpēc ietekme ir salīdzinoši maza.

iii) Izplāno eksperimentu krūzītes siltumvadīšanas koeficienta noteikšanai. Pieraksti galvenos eksperimenta soļus, izveido un anotē eksperimentālās iekārtas skici, kā arī īsumā parādi, kā no mērījumiem iegūsi siltumvadīšanas koeficientu.

10 punkti



Darba gaita:

1. Veikt ūdens temperatūras mērījumu traukā
2. Piepildīt krūzi ar verdošu ūdeni un sagatavot eksperimentu pēc augstāk norādītās bildes.
3. Veikt mērījumus karstā ūdens temperatūras mērījumus katras 15 sekundes.

4. Fiksē mērījumus tabulā

5. analizēt datus, attēlot grafikos, izteikt secinājumus.

$\Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$ ir temperatūras starpība ir starp krūzītes iekšpusi un ārpusi. ΔT_t ir temperatūras starpība krūzes ūdenī starp mērījumiem.

$$P = \frac{kS}{l} \Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$$

$$P = cm \frac{\Delta T_t}{\Delta t}$$

$$\frac{kS}{l} \Delta T_{\text{iekš/ārpus}} = cm \frac{\Delta T_t}{\Delta t}$$

$$\Delta T_{\text{iekš/ārpus}} = \frac{lcm}{kS} \frac{\Delta T_t}{\Delta t}$$

Grafiski attēlojot $\Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$ pret $\frac{\Delta T_t}{\Delta t}$ iegūsiem taisni $y=ax+b$, kur $y = \Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$, $x = \frac{\Delta T_t}{\Delta t}$ un $a = \frac{lcm}{kS}$. a var nolasīt no grafika un izteikt k , $k = \frac{lcm}{aS}$.

Alternatīvi iespējams aprēķināt koeficientu k starp katriem diviem blakus esošiem punktiem un paņemt vidējo vērtību, tomēr šī metode ir neprecīzāka.

$$k = \frac{lcm}{S \Delta T_{\text{iekš/ārpus}}} \frac{\Delta T_t}{\Delta t}$$

Piezīme: Šeit tiek pieņemts nemainīga siltuma jauda starp mērījumiem, kas padarītu rezultātu neprecīzāku. Uzdevuma pareizais risinājums, par ko var iegūt pilnus punktus ir bez šī pieņēmuma. Metode bez šī pieņēmuma prasa matemātiskās analīzes zināšanas, tāpēc par neprecīzākiem risinājumiem iespējams dabūt nepilnus punktus.

$$P = \frac{kS}{l} \Delta T_{\text{iekš/ārpus}}$$

$$P = cm \frac{dT_t}{dt}$$

$$\frac{kS}{l} \Delta T_{\text{iekš/ārpus}} = cm \frac{dT_t}{dt}$$

$$\frac{dT_t}{T_{\text{iekš/ārpus}}} = \frac{kS}{lcm} dt$$

$$\int_{T_{\text{iekš/ārpus, sākumā}}}^{T_{\text{iekš/ārpus}}} \frac{1}{T_{\text{iekš/ārpus}}} dT_{\text{iekš/ārpus}} = \int_0^t \frac{kS}{lcm} dt$$

$$\ln\left(\frac{T_{\text{iekš/ārpūs,sākumā}}}{T_{\text{iekš/ārpūs}}}\right) = \frac{kSt}{lcm}$$

Grafiski attēlojot $\ln\left(\frac{T_{\text{iekš/ārpūs,sākumā}}}{T_{\text{iekš/ārpūs}}}\right)$ pret t iegūsi taisni $y=ax+b$, kur $y = \ln\left(\frac{T_{\text{iekš/ārpūs,sākumā}}}{T_{\text{iekš/ārpūs}}}\right)$, $x = t$ un $a = \frac{kS}{lcm}$. a var nolasīt no grafika un izteikt k , $k = \frac{lcm a}{S}$.

Šis risinājuma veids vēl joprojām neņem vērā, ka temperatūra ārējā traukā mainās, tomēr grafiski attēlojot redzams, ka šī ietekme ir maza.

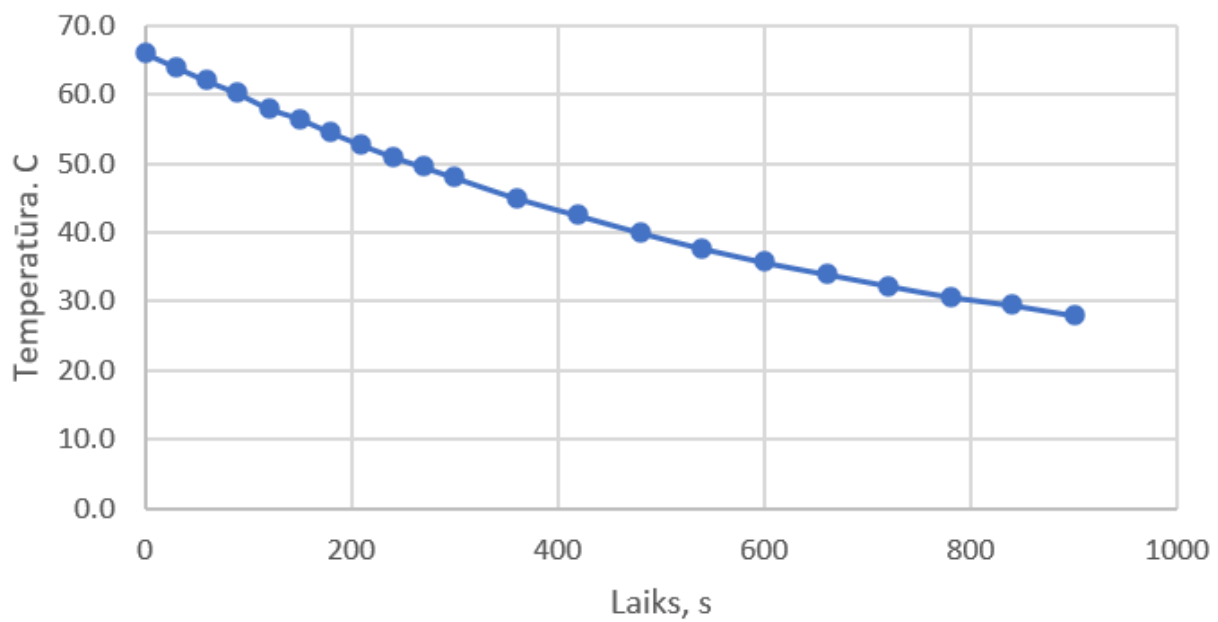
iv) Veic eksperimentu un piefiksē mērījumus. Parasti olimpiādēs sagaida vismaz 15 mērījumus. *5 punkti*

1. tabula: Mērījumu tabla

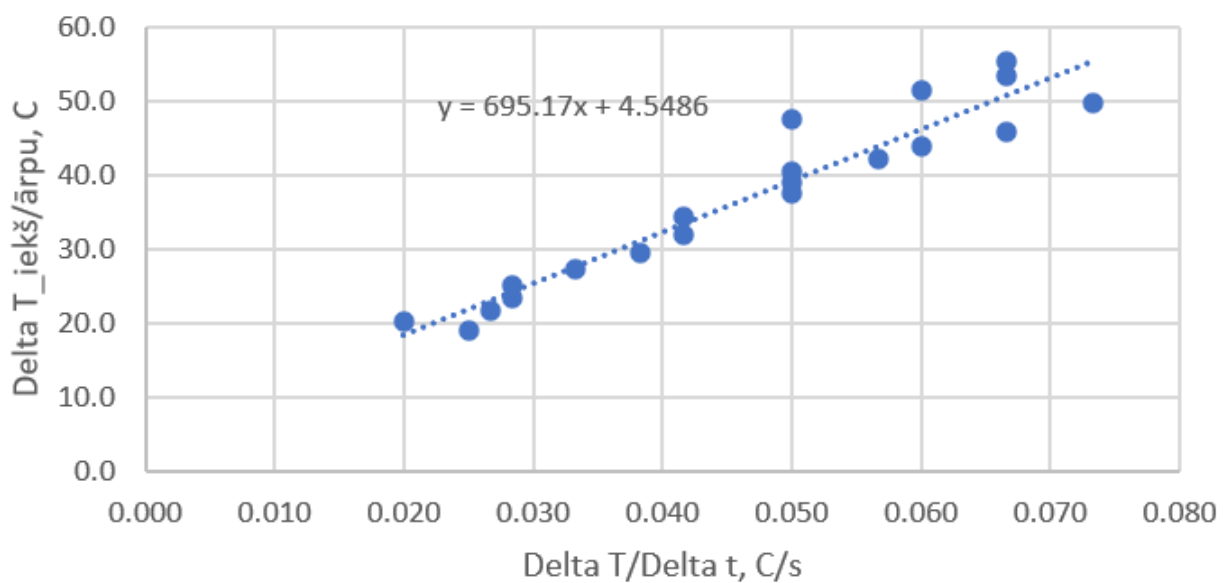
N.p.k.	t,s	T_{karsts}, C	T_{auksts}, C	$\Delta T_{iekš/ārpūs}, C$	$\Delta T/\Delta t, C/s$	$k, W/m/K$	$\ln\left(\frac{T_{\text{iekš/ārpūs,sākumā}}}{T_{\text{iekš/ārpūs}}}\right)$
1	0	66.0	10.5	55.5	0.067	0.252	0
2	30	64.0	10.5	53.5	0.067	0.261	0.036701367
3	60	62.0	10.5	51.5	0.060	0.244	0.074801213
4	90	60.2	10.5	49.7	0.073	0.310	0.110378088
5	120	58.0	10.5	47.5	0.050	0.221	0.15565331
6	150	56.5	10.5	46.0	0.067	0.304	0.187741624
7	180	54.5	10.5	44.0	0.060	0.286	0.232193387
8	210	52.7	10.5	42.2	0.057	0.282	0.2739628
9	240	51.0	10.5	40.5	0.050	0.259	0.315081047
10	270	49.5	10.5	39.0	0.050	0.269	0.352821375
11	300	48.0	10.5	37.5	0.050	0.280	0.392042088
12	360	45.0	10.5	34.5	0.042	0.253	0.475423697
13	420	42.5	10.5	32.0	0.042	0.273	0.550647118
14	480	40.0	10.5	29.5	0.038	0.273	0.631992757
15	540	37.7	10.5	27.2	0.033	0.257	0.713166047
16	600	35.7	10.5	25.2	0.028	0.236	0.789539026
17	660	34.0	10.5	23.5	0.028	0.253	0.8593826
18	720	32.3	10.5	21.8	0.027	0.257	0.934473051
19	780	30.7	10.5	20.2	0.020	0.208	1.010700416
20	840	29.5	10.5	19.0	0.025	0.276	1.071944042
21	900	28.0	10.5	17.5			1.15418214

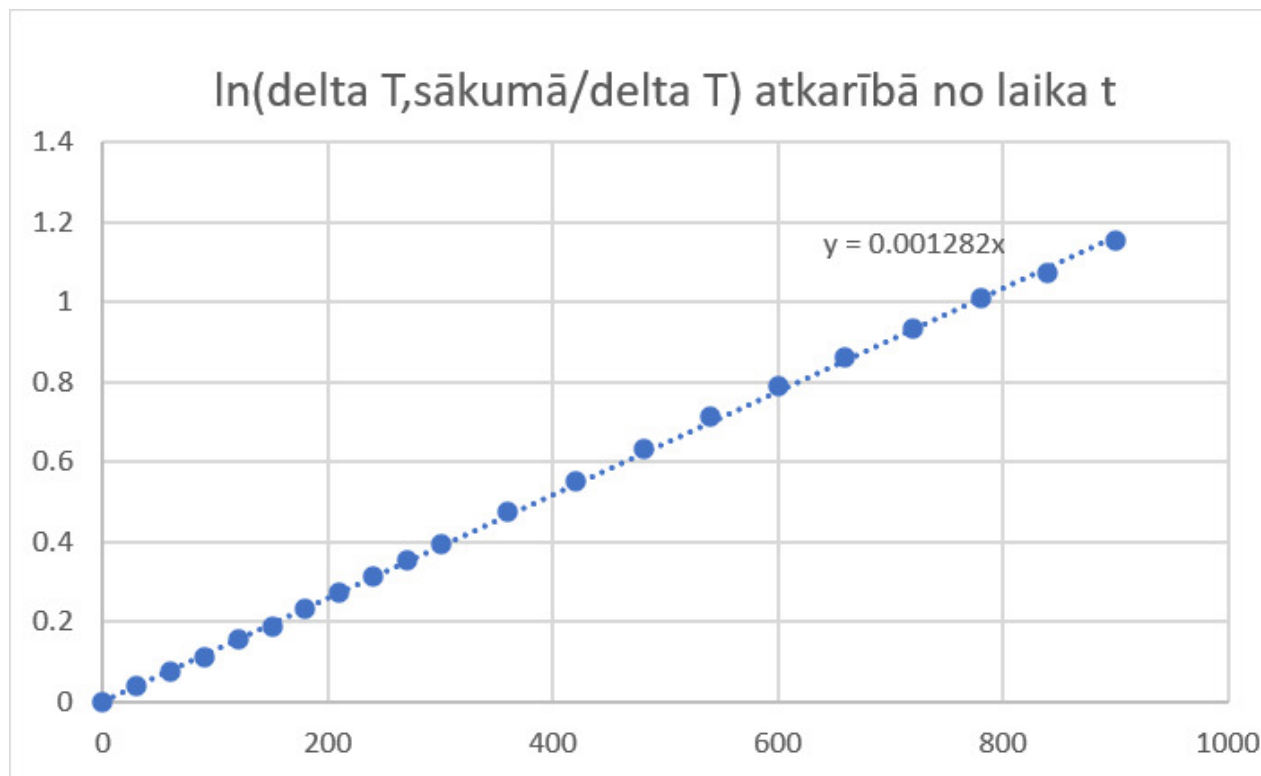
v) Grafiski attēlo, kā laikā mainās temperatūras starpība starp ūdeni krūzītē un ūdeni spainī. *3 punkti*

Temperatūras atkarība laikā



Krūzītes temperatūras atšķirība starp iekšpusi un ārpusi atkarībā no temperatūras izmaiņas krūzītē.





vi) Nosaki krūzītes materiāla siltumvadīšanas koeficientu.

7 punkti

Piezīme: Pārliecinieties, ka vienādojumos izmantojat si sistēmas mērvienības izmantojot formulas. Izņēmums celsija grādus varēja varēja nepārveidot par kelviniem, jo tika apspriesta tikai temperatūras starpība, kas ir vienāda Celsijos un Kelvīnos.

(Metode 1) Nolasot no grafika $a = 695$

$$k = \frac{lcm}{Sa} = \frac{0.003 \cdot 0.4895 \cdot 4190}{0.02933 \cdot 695} = 0.3018 \text{ W/m/K}$$

(Metode 2) Izrēķinot vidējo no katriem diviem mērījumiem (skat. tabulu)

$$k = 0.2626 \text{ W/m/K}$$

(Metode 3) Nolasot no grafika $a = 0.001282$

$$k = \frac{lcm a}{S} = \frac{0.003 \cdot 0.4895 \cdot 4190 \cdot 0.001282}{0.02933} = 0.2689 \text{ W/m/K}$$

vii) Kuri no eksperimentā izdarītajiem pieņēmumiem varētu būt visvairāk samazinājuši rezultāta precizitāti? Kā būtu jāmaina eksperiments, lai ņemtu šos vērā?

6 punkti

Neprecizitātes minētas risinājumā, Papildus neprecizitātes: instrumentu kļūda, izolācija no plutuplasta, formas neprecizitātes no krūzītes

Secinājumi:

1. Lielākā neprecizitāte nāk no krūzītes biezuma mērīšanas (relatīvā kļūda 25%), visvairāk rezultāta precizitāti var uzlabot lietojot bīdmēru vai mikrometru lineāla vietā. Rezultāta kļūda varētu būt ap 30%
2. Temperatūras starpībai starp krūzītes sienu krītoties, ūdens krūzīte atdziest arvien lēnāk
3. Tika noteikts keramikas siltumvadīšanas koeficients $k = 0.2689 W/m/K$