

## Napredni algoritmi i strukture podataka – međuispit

18. studenog 2019.

*Ovaj ispit donosi ukupno **42 boda** (prag 10,5), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (10) Namjeravate prepješačiti Camino de Santiago. Imate na raspolaganju ruksak od 27 litara i razmatrate sljedeći skup stvari za ponijeti na put:

	vreća za spavanje	krema za sunce	tenisice	karte	lijekovi	tematska knjiga	topla odjeća	dodatno rublje
Volumen	16	4	12	8	4	4	20	4
Subjektivno doživljena korisnost (više je bolje)	38	10	27	19	3	2	40	5

Koje ćete stvari odabrati s ciljem maksimizacije ukupne korisnosti?

2. (7) Binarno stablo za pretraživanje ima 10 elemenata, a nastalo je upisivanjem redom: 30, 1, 21, 48, 46, 24, 18, 45, 2 i 23. Prikažite uravnotežavanje tog stabla **DSW** algoritmom.
3. (9) Skicirajte promjene u početno praznom **AVL** stablu uslijed:
- a) (5) upisivanja redom sljedećih četrnaest brojeva:
- 7, 39, 11, 31, 33, 38, 9, 29, 5, 36, 13, 4, 32 i 47.
- b) (4) brisanja redom:

4, 47 i 13.

4. (5) Gradijentnom metodom pronaći minimum funkcije  $f(x) = (x - 2)^2 - 7$ . Provedite barem 5 iteracija gradijentne metode i na temelju rezultata procijenite vrijednost  $x$ -a za koji funkcija postiže minimum. Neka je  $\alpha = 0,25$ . Međurezultate zaokružujte na četiri decimalna mjesta. Početna točka neka je  $x = -5$ .
5. (11) Neuronska mreža  $2 \times 2 \times 1$  na ulaz prima signale nula ili jedan. Mreža je potpuno povezana i unaprijedna te svaki neuron kao aktivacijsku funkciju ima opći sigmoid.
- a) (1) Nacrtati ovu mrežu.
  - b) (9) Nacrtati tablicu ulaza i izlaza koja je jednaka **NOR** tablici istine te provesti jedan korak koračnog uvježbavanja mreže prema toj tablici.
  - c) (1) Opisati nastavak postupka uvježbavanja mreže.

# Napredni algoritmi i strukture podataka – završni ispit

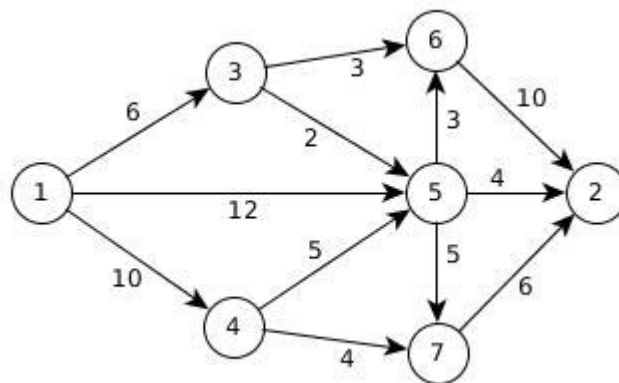
27. siječnja 2020.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 15), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)! Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (10) Riješite sljedeći linearni problem:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 3x_2 + 6x_3 \\ & x_1 \leq 5 \\ & -x_2 + 3x_3 \leq 3 \\ & 5x_1 - x_3 \geq 8 \\ & x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

2. (8) Tvrtka „Noodles” želi preko svoje cjevovodne infrastrukture (na slici) slati što je moguće više nafte iz Al Shaheen polja (čvor A) do rafinerije u Mesaieedu (čvor H). Kapaciteti pojedinih cjevovodnih pravaca (po sekundi) su poznati i naznačeni na skici.
- (a) (4) Odredite najveći protok nafte kroz cjevovodnu infrastrukturu u sekundi.
- (b) (4) Napišite (crtež nije dovoljan!) minimalni presjek. Dovoljan je samo jedan, ako ih ima više.



3. (11) U početno prazno B-stablo 4. reda upišite sljedeće elemente (ima ih 15):

28, 97, 13, 46, 14, 39, 75, 12, 83, 71, 95, 22, 54, 5, 49.

- (a) (6) Skicirajte to stablo.
- (b) (5) Uklonite redom elemente 28, 14 i 39.

*Napomena: U a) dijelu zadatka, promjene stabla potrebno je crtati tek nakon dodanog devetog elementa (broja 83).*

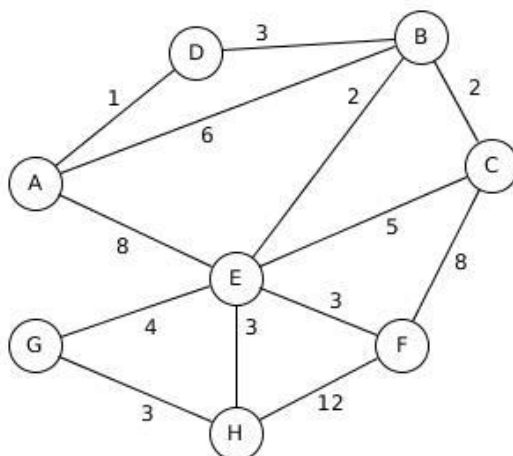
4. (7) WFI algoritmom pronađite udaljenosti među svim čvorovima u grafu zadanom u 6. zadatku s uklonjenim vrhovima A, D i G.
5. (7) Uz pomoć Bondy-Chvatalovog teorema pronađite Hamiltonov ciklus u neusmjerenom jednostavnom grafu G zadanom matricom susjedstva ispod. Početni odabrani Hamiltonov ciklus mora sadržavati barem jedan brid iz maksimalno proširenog grafa G'.

Konačno rješenje neka bude ispis obilaska koji kreće iz vrha a.

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>
<b>a</b>	0	0	0	1	1	1
<b>b</b>		0	1	0	1	1
<b>c</b>			0	1	0	0
<b>d</b>				0	1	0
<b>e</b>					0	0
<b>f</b>						0

*Napomena: morate ilustrirati slijed koraka koji jasno pokazuju razumijevanje algoritma.*

6. (8) Mile iz Hrvatskih cesta mora proći neimenovanom gradskom četvrti i iscertati linije prometnih traka na svim ulicama. Pronađite mu obilazak (i njegovu duljinu!) koji bi mu osigurao najmanji napor. Mile kreće od raskrižja u čvoru F na slici 1.



# Napredni algoritmi i strukture podataka – zimski ispitni rok

10. veljače 2020.

*Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (12) Riješite sljedeći linearni program:

$$\min z = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 8x_4$$

$$\text{uz } 8x_1 + 2x_2 - x_4 \geq 1$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

*Napomena: Ukoliko je potrebno, rezultate zaokružujte na 3 decimalna mjesta.*

2. (9) U inicijalno prazno AVL stablo:

- a) (5) Dodajte redom sljedeće elemente:

1, 19, 25, 23, 22, 24, 15, 20, 21, 18, 17

- b) (4) Uklonite redom sljedeće elemente:

1, 17, 15

*Napomena: prikazujte vašu strukturu nakon svake značajnije promjene uslijed uravnotežavanja.*

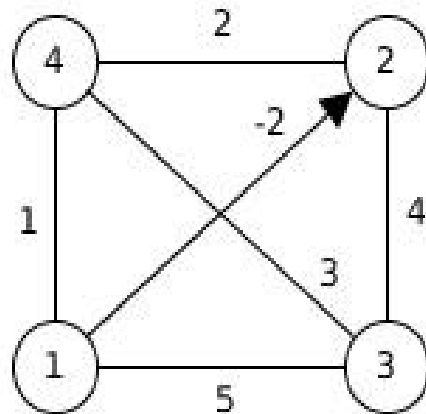
3. (10) Unaprijedno povezanu neuronsku mrežu želite uvježbati za izvođenje operacija logičko NAND i NOR nad dva binarna ulaza. Arhitektura mreže jest 2x4x2 gdje su aktivacijske funkcije skrivenog sloja Adaline, a izlaznog sloja sigmoidi.

- a) (2) Složite tablicu podataka za uvježbavanje. Tablica neka bude sortirana po vrijednostima ulaza.

- b) (1) Skicirajte navedenu mrežu (naznačite aktivacijske funkcije!).

- c) (7) Obavite jedan korak koračnog uvježbavanja mreže u kojoj su svi parametri inicijalizirani na jedan.

4. (8) Poštar na motociklu proizvođača Tomos kreće iz čvora 1 (grafa na Slici 1) u dostavu pošiljki po svim ulicama. Težine označavaju napor. Nakon obilaska se mora vratiti u čvor 1. Pronađite obilazak najmanjeg napora. Također, napišite napornost takvog obilaska.



Slika 1

5. (11) Lopov je provalio u dućan s proizvodima 1, 2, 3 od kojih 1 i 2 ima u neograničenim količinama, a proizvoda 3 ima 4 komada. S druge strane, lopov ima naprtnjaču volumena 11. Dotični je, poznajući vrijednosti i zauzeća, brzo formuirao svoj problem kao sljedeći:

$$\max z = 1.5x_1 + 5x_2 + 4x_3$$

$$\text{uz } x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 11$$

$$x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}_0$$

Pronađite najbolji „ulov”, tj. najvrjedniji sadržaj naprtnjače.

*Napomena: morate ilustrirati slijed koraka koji jasno pokazuju razumijevanje algoritma. Iscrpna pretraga vrijedi 0 bodova. Izvođenje algoritma mora dokazati da je pronađeno rješenje optimalno.*

# Napredni algoritmi i strukture podataka – zimski ispitni rok

16. srpnja 2019.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (10) U inicijalno prazno crveno-crno stablo

a) (6) Unesite redom sljedeće elemente:

29, 34, 26, 5, 15, 3, 32, 40, 14, 38, 9, 6

b) (4) Obrišite redom sljedeće elemente:

15, 14

2. (10) Zadana je potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 2x5x3. Aktivacijska funkcija svih neurona u mreži je opći sigmoid.

a) (1) Skicirati tu mrežu.

b) (8) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametare) algoritmom koračnog uvježbavanja (*on-line learning*) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice:

ulaz 1	ulaz 2	izlaz 1	izlaz 2	izlaz 3
-2	1	1.35	6.51	0
7	1	4	-3	0
-1	-4	-2.5	-1.5	1
6	4	5	-1	1

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na **jedan**, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

- c) (1) Objasniti nastavak postupka, tj. kako bi započeo sljedeći korak uvježbavanja mreže.

*Uputa: dovoljna je i samo jedna dobro sročena rečenica. Naravno, svako detaljnije objašnjenje je dobrodošlo i smanjit će mogućnost zabune prilikom ocjenjivanja.*

3. (10) Usmjereni graf je zadan matricom udaljenosti (slova u tablici su oznake vrhova).

		Odredište					
		A	B	C	D	E	F
rvolz	A		12	11			
	B				9		7
	C					12	
	D		4	9			17
	E				6		5
	F						

- a) (6) Pronađite maksimalni tok između A i F.  
b) (4) Modelirajte zadani problem maksimalnog toka kao linearni program.

4. (10) Riješite simpleks metodom sljedeći linearni program:

$$\max z = -3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 4x_4$$

$$\text{uz } 7x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 \geq 0.5$$

$$6x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_4 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

5. (10) Pronađite minimalno razapinjuće stablo Dijkstrinim algoritmom na neusmjerenom grafu zadanom sljedećom matricom udaljenosti (slova u tablici su oznake vrhova, dane samo vrijednosti u gornjoj trokutastoj matrici, kako je matrica simetrična).

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		6	10			3	6	
B						-2	-1	
C				7			1	
D					3		5	4
E								4
F							-3	
G								3
H								



## Napredni algoritmi i strukture podataka – međuispit

28. studenoga 2018.

*Ovaj ispit donosi ukupno **42 boda** (prag 10,5), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (3; -1) Ovisi li struktura B-stabla o redoslijedu upisivanja podataka?  
*Naputak: odgovorite samo s DA ili NE.*
  
2. (10) Skicirajte polazno prazno AVL stablo uslijed sljedećih promjena (redom kojim su navedene):
  - a) (6) upisivanja redom: 18, 31, 33, 17, 23, 37, 3, 8, 1 i 40
  - b) (4) uklanjanja 33 pa 40.
  
3. (6) Genetskim algoritmom rješava se problem u domeni  $[-4,12]$  koristeći kromosome veličine 8 bitova.
  - a) (3) Kolika je najmanja udaljenost (razlika brojeva) dvaju susjednih elemenata domene prikazivih kromosomima?
  - b) (3) Koji je četvrti najmanji prikazivi element domene?

*Napomena: Oba odgovora izračunajte s preciznošću od barem 3 znamenke iza decimalne točke.*

4. (12) Potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 4x3x2 je dio sustava iz kojeg na ulaze mreže dolaze signali. Aktivacijska funkcija svih neurona skrivenog i izlaznog sloja u mreži je opći sigmoid.

a) (1) Skicirajte ovu mrežu.

- b) (9) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (provesti cijeli račun potreban za osvježavanje svih parametara) ako ju treba uvježbati za aproksimaciju funkcije definirane vrijednostima u nekolicini točaka. Ti podatci se, redom, koriste za uvježbavanje mreže:

ulaz1	ulaz2	ulaz3	ulaz4	izlaz1	izlaz2
2	1	-4	3	0.3	0.75
4	2	3	1	0	0
-1	0	1	4	0.25	0
3	-1	-1	0	0	0.25

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na nula, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

- c) (2) Opišite nastavak postupka uvježbavanja mreže.

5. (11) Neovlašteno ste upali u on-line sustav prodaje karata za koncerte i imate 25min prije nego li Vas otkriju. Odaberite karte koje ćete uzeti ako su Vam dostupne one navedene u sljedećoj tablici:

	Post Malone	A.Grande	M&M	SoP	Cinkuši	김광석
Trajanje dohvata [min]	12	10	8	6	2	4
Vrijednost [HRK]	1200	1100	900	1000	400	800

# Napredni algoritmi i strukture podataka – završni ispit

5. veljače 2019.

*Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 15), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadatcima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (10) U polazno praznu C++ strukturu podataka `std::set`, koja je ostvarena **crveno-crnim stablom**, unose se i iz nje brišu brojevi. Skicirajte promjene strukture tijekom:

(a) (6) dodavanja, redom:

20 , 4, 27, 28, 24, 21, 22, 25, 23, 7

(b) (4) brisanja, redom: 4 i 7.

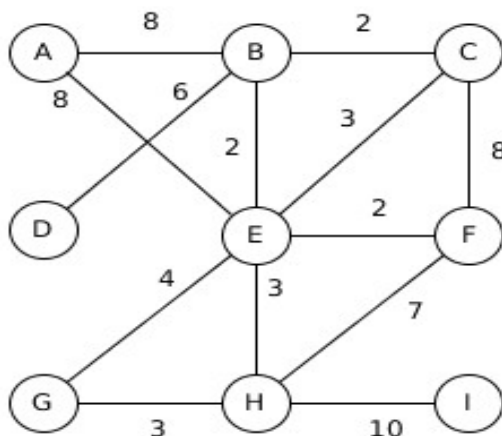
2. (12) Tvornica proizvodi mlijeko i Oreo<sup>®</sup> kekse. Njihove količine označimo s  $x_1$  (u litrama) i  $x_2$  (u kg). Na tržištu postoji potražnja za 2000 litara mlijeka i 350 kg Oreo<sup>®</sup> keksa te se više od toga sigurno neće moći prodati. Prodajna cijena mlijeka je 7 kn/l, a keksa 50 kn/kg. Također, prevladavajuće mnijenje je da se Oreo<sup>®</sup> keksi mogu jesti samo s mlijekom (bez ulaženja u detalje rituala). U skladu s tim, istraživanje tržišta je rezultiralo modelom koji kaže da  $-x_1 + 4 \cdot x_2$  ne smije nadmašiti 400. Istodobno, radi ograničenja proizvodnog procesa,  $3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$  ne smije nadmašiti 6800. Vaša je zadaća odrediti količine mlijeka i keksa koje treba proizvesti, a da se ostvari najveća zarada.

- (a) (3) Postavite problem kao linearni optimizacijski problem.  
(b) (4) Grafički pronađite rješenje.  
(c) (5) Riješite problem simpleks algoritmom.

*Napomena: Bude li potrebno, rezultate zaokružujte na 2 decimalna mjesta.*

3. (11) Marija je izgubila mačka Silvestra te je, sva uzrujana, preko noći izradila letke koje namjerava polijepiti po susjedstvu, uzduž ulica, na svakih nekoliko metara. Pomozite joj pronalaženjem najkraćeg obilaska naselja pogodnog za ostvarenje Marijinog nauma, kao i duljinu tog obilaska. Model naselja je na slici 1 (na sljedećoj stranici), a Marija kreće od svoje kuće koju označava čvor F.

4. (7) Za graf na slici 1, najučinkovitijim općenitim algoritmom za ovakav graf pronađite udaljenosti od čvora F do svih ostalih.



Slika 1

5. (4; -2) Dodamo li težinama svih bridova u grafu na slici 1 isti pozitivan broj, hoće li najkraće putanje između svaka dva čvora ostati iste?

*Naputak: odgovorite samo s DA ili NE.*

6. (6) Bavite se istraživanjem tržišta i razvili ste model u kojem čvorovi predstavljaju tržišne subjekte, a ciklusi u grafu, čije pojave i ponavljanja brojite, ukazuju na oligopoliju i dogovaranje cijena koji su zabranjeni Zakonom o zaštiti tržišnog natjecanja. Tijekom analize Vam slijedno pristižu podatci o relacijama među akterima na "slobodnom" tržištu. Za detekciju ciklusa među anonimiziranim akterima 1 do 6 koristite Disjoint-Set strukturu. Prikažite promjene u polazno „praznoj“ Disjoint-Set strukturi uslijed sljedećih zahtjeva:

- i. Union(1,6), Union(4,5)
- ii. Union(3,6)
- iii. Union(5,3)

*Napomena: ispišite Disjoint-Set strukturu na početku te nakon svakog označenog zahtjeva.*

# Napredni algoritmi i strukture podataka – zimski ispitni rok

19. veljače 2019.

*Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (10) Sljedeći linearni program:

$$\max z = 3x_1 - 5x_2 - 3x_3$$

$$\text{uz } 8x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 \leq -3$$

$$x_2, x_3 \geq 0$$

- a) (4) Riješite grafički za  $x_3=0$ .
- b) (2) Pretvorite u kanonski oblik.
- c) (4) Riješite simpleks postupkom.

*Napomena: Ukoliko je potrebno, rezultate zaokružujte na 3 decimalna mjesta.*

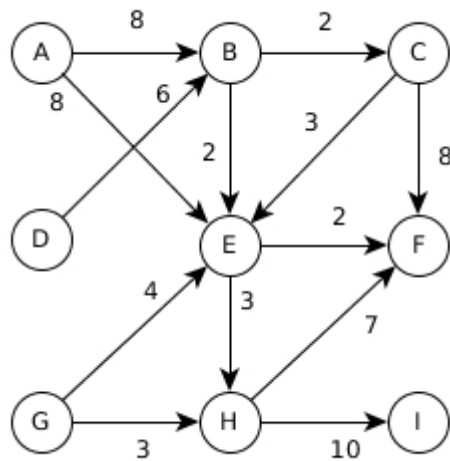
2. (9) U memoriji se nalazi neuravnoteženo binarno stablo za pretraživanje, ovdje zadano ispisom elemenata po razinama:

15, 11, 30, 7, 20, 9, 17, 28, 8, 25

- a) (2) Nacrtajte to stablo
- b) (7) Bez kopiranja elemenata, uravnotežite postojeće stablo prikladnim algoritmom u **savršeno uravnoteženo stablo**.

*Napomena: prikazujte vašu strukturu nakon svake značajnije promjene uslijed uravnotežavanja.*

3. (11) Unaprijedno povezanu neuronsku mrežu s jednim skrivenim slojem koji sadrži 4 neurona želite uvježbati za izvođenje operacija logičko I i ILI nad dva binarna ulaza.
- a) (2) Složite tablicu podataka za uvježbavanje. Tablica neka bude sortirana po vrijednostima ulaza.
  - b) (2) Skicirajte navedenu mrežu.
  - c) (7) Obavite jedan korak koračnog uvježbavanja mreže u kojoj su **svi** parametri inicijalizirani **na jedan**.
4. (8) Na grafu na slici 1 je izmodeliran elektroenergetski sustav, gdje A,D,G predstavljaju proizvođače električne energije a F i I potrošače. Ostali čvorovi i bridovi predstavljaju elektrodistribucijski sustav. Pronađite najveći tok i jakost toka energije od proizvođača do potrošača.



Slika 1

5. (4,-2) Koja je složenost u **O** notaciji rješavanja problema 0-1 naprtnjače sa **N** stvari i kapaciteta **C** koristeći:
- (2,-1) Dinamičko programiranje?
  - (2,-1) Backtracking?

*Naputak: Samo napišite složenost u O notaciji. Obrazloženje se ne uzima u obzir.*

6. (8) Uz pomoć Bondy-Chvatalovog teorema pronađite Hamiltonov ciklus u neusmjerenom jednostavnom grafu G zadanom matricom susjedstva ispod. Početni odabrani Hamiltonov ciklus mora sadržavati barem jedan brid iz maksimalno proširenog grafa G'. (Ako Vas zanima primjena: obilazite košarkaška igrališta radi izrade statistike zauzeća terena, ali za neke parove terena ne smijete biti viđeni uzastopno radi animoziteta među teritorijalno nastrojenim domicilnim timovima).

Konačno rješenje neka bude ispis obilaska koji kreće iz vrha **a**.

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>
<b>a</b>	0	0	0	1	0	1
<b>b</b>		0	1	1	0	0
<b>c</b>			0	0	0	1
<b>d</b>				0	1	0
<b>e</b>					0	1
<b>f</b>						0

*Napomena: morate ilustrirati slijed koraka koji jasno pokazuju razumijevanje algoritma.*

# Napredni algoritmi i strukture podataka – zimski ispitni rok

9. srpnja 2018.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadatcima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (3; -1) Objasnite, sažeto, čemu služi, tj. zašto je potrebna prva faza dvofaznog simpleks algoritma.
2. (10) Zadana je potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 3x4x2. Aktivacijska funkcija svih neurona u mreži je tangens hiperbolni.
  - a) (1) Skicirati tu mrežu.
  - b) (9) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametare) algoritmom koračnog uvježbavanja (*on-line learning*) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice:

ulaz 1	ulaz 2	ulaz3	izlaz 1	izlaz 2
-1.8	-6.7	-2	-1	-0.9
-0.5	3.2	0.2	1.1	0.5
1.7	1	0.9	1	-0.2
3.6	-0.4	3	-0.6	-1

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na **jedan**, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

Naputak: Tangens hiperbolni je skalirani i translatirani sigmoid:  $\tanh(x) = 2 * \text{sigmoid}(x) - 1$

3. (8; -4) Razmatra se problem naprtnjače kapaciteta  $C$  za  $N$  raspoloživih stvari.
  - a) (4; -2) Napišite u velikoj O notaciji **vremensku** i **prostornu složenost** rješenja tog problema primjenom dinamičkog programiranja.
  - b) (4; -2) Također, napišite složenosti za iscrpnu pretragu koja isprobava sve kombinacije  $N$  raspoloživih stvari.

4. (9) Za graf zadan matricom udaljenosti provedite transformaciju u graf s nenegativnim bridovima koja će očuvati međusobne odnose duljina puteva.

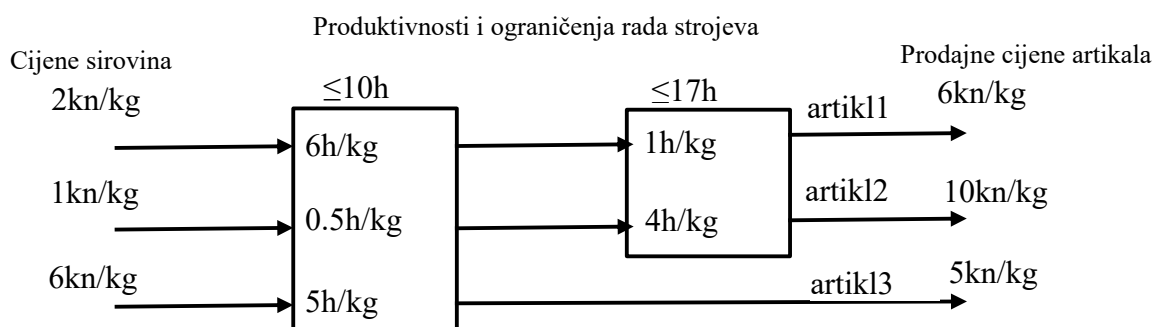
	1	2	3	4	5
1					
2	-1				
3	1				8
4	3	0			
5	-4	2			

5. (9) U polazno prazno RB stablo:

a) (5) upisati, redom, 16, 10, 7, 19, 18, 4, 3, 2, 5 i 1

b) (4) izbrisati, redom, 4, 5 i 10.

6. (11) Tvornica pomoću dva stroja proizvodi tri artikla u procesu opisanom skicom. Proces proizvodnje je bez gubitaka, a mora biti isporučeno barem 1kg prvog artikla. Pronađite optimalni plan proizvodnje (tj. koliko kojeg artikla treba biti proizvedeno).





## Napredni algoritmi i strukture podataka – međuispit

20. studenog 2017.

*Ovaj ispit donosi ukupno **42 boda** (prag 10,5), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (10) Nalazite se u dućanu i raspolazete s 1900 HRK te birate među stvarima čija će Vas kupnja razveseliti. Koje ćete stvari odabrati s ciljem maksimizacije Vašeg zadovoljstva?

	klompe	potkove	luftić	ukrasni bedž	maketu stadiona	kocka leda
Cijena [HRK]	400	300	100	900	1200	500
Zadovoljstvo (što veći broj, to bolje)	11	6	2	18	30	8

2. (10) U inicijalno prazno AVL stablo:
- Redom je upisano sljedećih dvanaest elemenata: 2, 18, 3, 17, 20, 8, 9, 16, 28, 24, 11 i 29. Prikažite stvaranje tog stabla.
  - Brišite redom brojeve: 18, 29 i 28.

3. (9) Skicirajte promjene u početno praznom B-stablu trećeg reda uslijed upisivanja redom sljedećih četrnaest brojeva:

86, 69, 89, 68, 4, 85, 74, 48, 46, 83, 61, 76, 43 i 35

4. (13) Potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 2x2x2 je dio sustava iz kojeg na ulaze mreže dolaze signali. Aktivacijska funkcija svih neurona skrivenog i izlaznog sloja u mreži je opći sigmoid.

a) (1) Nacrtati ovu mrežu.

- b) (10) Provesti prvi korak uvježbavanja te mreže (provesti cijeli račun potreban za osvježavanje svih parametara) ako ju treba uvježbati za aproksimaciju funkcije definirane definirane vrijednostima u nekolicini točaka. Ti podatci se, redom, koriste za uvježbavanje mreže:

ulaz1	ulaz2	izlaz1	izlaz2
2	3	0.5	0.25
4	1	0	0
-1	4	0.25	0
3	0	0	0.25

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na nula, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

- c) (2) Opisati nastavak postupka uvježbavanja mreže.

## Napredni algoritmi i strukture podataka – jesenski ispitni rok

07. rujna 2018.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (10) Skicirajte polazno prazno **AVL stablo** uslijed sljedećih promjena (redom kojim su navedene):
  - a) (6) upisivanja redom: 17, 4, 11, 9, 18, 2, 3, 15, 12, 6, 13 i 14
  - b) (4) uklanjanja 2 pa 3.
  
2. (10) Zadana je potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 3x4x2. Aktivacijska funkcija svih neurona izlaznog sloja jest opći sigmoid dok je aktivacijska funkcija svih ostalih neurona tangens hiperbolni.  
*Napomena:*  $\tanh(x)=2\sigma(2x)-1$ 
  - a) (1) Skicirati tu mrežu.
  - b) (8) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametare) algoritmom koračnog uvježbavanja (*on-line learning*) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice:

ulaz 1	ulaz 2	ulaz3	izlaz 1	izlaz 2
-1.5	4.4	-0.2	0.12	0.45
2.7	1	-0.9	0.4	0.3
-1.1	-6.7	-2	0.25	0.15
3.6	-0.4	3	0.5	0.1

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na jedan, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

- c) (1) Objasniti nastavak postupka, tj. kako bi započeo sljedeći korak uvježbavanja mreže.  
*Uputa: dovoljna je i samo jedna dobro sročena rečenica. Naravno, svako detaljnije objašnjenje je dobrodošlo i smanjit će mogućnost zabune prilikom ocjenjivanja.*

3. (12) Linearni program:

$$\max z = x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 4x_4$$

$$\text{uz } 8x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 1$$

$$6x_1 - 6x_2 - x_3 + x_4 \leq 2$$

$$x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

a) (7) riješite simpleks metodom

b) (5) riješite grafički za slučaj da vrijedi  $x_3=0$ ,  $x_4=1$ .

4. (10) Nalazite se u dućanu i raspolazete s 1000 HRK. Kupnja različitih stvari različito Vas uveseljava, a želite se što je moguće više oraspoložiti nakon napornog radnog dana. Koje ćete stvari odabrati?

	A	B	C	D	E	F	G
Cijena [HRK]	500	200	-200	1000	600	1200	700
Utjecaj na raspoloženje (što veći broj, to bolje)	8	4	5	12	7	14	10

5. (8) Pronađite minimalno razapinjuće stablo Primovim algoritmom na neusmjerenom grafu zadanom sljedećom matricom udaljenosti (slova u tablici su oznake vrhova, dane samo vrijednosti u gornjoj trokutastoj matrici, kako je matrica simetrična).

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	-6	-1			6	5	-1	
B			-4					1
C				9		3	5	4
D						-1		
E						4		3
F						-2		
G								
H								

## Napredni algoritmi i strukture podataka – završni ispit

29. siječnja 2018.

*Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 15), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadatcima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (11) Riješite sljedeći linearni program:

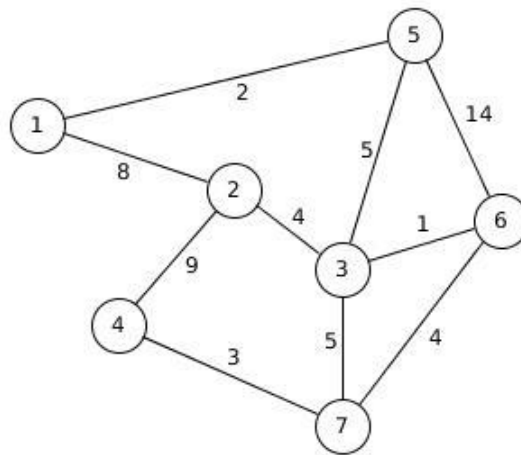
$$\begin{array}{ll}\max & -5x_1 + 6x_2 + 7x_3 \\ \text{uvjeti} & x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 5 \\ & -x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ & x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

2. (6; -3) Navedite sve **NETOČNE** tvrdnje.

- (a) Prostor mogućih rješenja linearnog programa jest konveksni politop.
- (b) Prostor mogućih rješenja linearnog programa jest politop.
- (c) Poznat je algoritam polinomijalne složenosti za pronalazak Hamiltonovog ciklusa u Hamiltonovim grafovima.
- (d) Bellman-Ford jest label-setting algoritam.
- (e) Maksimalni tok u mreži jest određen kapacitetom maksimalnog presjeka.
- (f) Dijkstrin algoritam pronalazi najkraći put samo između polaznog vrha i točno jednog zadanog vrha u grafu.

*Napomena: u ovom zadatku se može steći najviše 6 bodova, ali i dobiti do 3 negativna boda. Vi navodite tvrdnje koje smatrate neistinitima, a prilikom bodovanja će se pretpostaviti da tvrdnje koje niste naveli smatrate istinitima. Time će Vaši odgovori postati vektor sa 6 elemenata ISTINA ili NEISTINA, a bodovanje će se provesti kao binarna usporedba s točnim vektorom. Svaka podudarnost elemenata u vektoru Vaših odgovora i odgovarajućih elemenata u točnom vektoru donijet će 1 bod, a nepodudarnost -0.5 bod. Jedini način da se ovaj zadatak boduje s nula (0) bodova jest da uopće ništa ne napišete.*

3. (11) Riješite problem kineskog poštara koji kreće u obilazak iz čvora 3.



4. (11) WFI algoritmom pronađite najkraće udaljenosti među svim čvorovima u grafu zadanom u 3. zadatku ako se uklone vrhovi 6 i 7.
5. (11) U grafu zadanom simetričnom matricom udaljenosti pronađite obilazak za trgovačkog putnika koji nije duži od dvostruke duljine najkraćeg razapinjućeg stabla. Udaljenosti zadovoljavaju nejednakost trokuta. Polazni vrh neka bude **a**.

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>
<b>a</b>	0	1	2	2	3	4
<b>b</b>		0	1	2	2	3
<b>c</b>			0	3	2	2
<b>d</b>				0	1	5
<b>e</b>					0	4
<b>f</b>						0

*Napomena: morate ilustrirati slijed koraka koji jasno pokazuju razumijevanje algoritma. Ako upotrijebite algoritam koji nije predavan na NASP-u, morate navesti izvor koji ste koristili za učenje i taj izvor mora sadržavati dokaz točnosti algoritma ili mora sadržavati referencu na neki drugi izvor s prikladnim dokazom.*

## Napredni algoritmi i strukture podataka – zimski ispitni rok

12. veljače 2018.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 bodova** (prag 35), a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)!. Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (3; -1) Opišite, sažeto, kako u RB stablu nastaje stanje koje modeliramo pomoću dvostruko crnog čvora. Drugim riječima, objasnite kada se u RB stablu pojavljuje dvostruko crni čvor.
2. (12) Zadana je potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 3x4x2. Aktivacijska funkcija svih neurona skrivenog sloja je opći sigmoid, dok je u izlaznom sloju Adaline.
  - a) (1) Skicirati tu mrežu.
  - b) (11) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametre) algoritmom koračnog uvježbavanja (*on-line learning*) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice:

ulaz 1	ulaz 2	ulaz3	izlaz 1	izlaz 2
2.0	-6.7	-2	-1	-1.5
-0.1	3.2	10.2	3.1	0.5
2.7	-1	0.9	-1	-3
4.6	-0.7	3	-4	1

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na jedan, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko naznačite što ta veličina predstavlja.

3. (12) Za graf zadan matricom udaljenosti provedite transformaciju u graf s nenegativnim bridovima koja će očuvati međusobne odnose duljina puteva.

	1	2	3	4	5
1		1	-1		
2				4	
3		5		-2	
4					
5				-1	

4. (11) U polazno prazno AVL stablo:

a) (6) upisati, redom, 25, 7, 24, 15, 27, 37, 47, 36 i 34

b) (5) izbrisati, redom, 47, 37 i 27.

5. (12) Simpleks postupkom riješite sljedeći linearni program:

$$\max z = -3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 6x_4$$

$$\text{uz } x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 \leq 11$$

$$-x_1 + 8x_2 + x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1 \leq -3$$

$$x_2, x_3, x_4 \geq 0$$