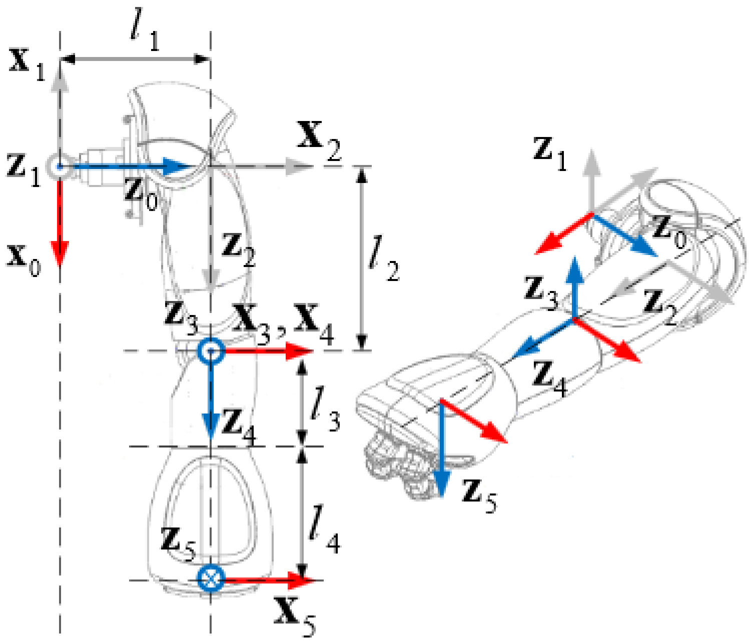
Ivan Rezo
0036466940
P01

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA
SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo

Osnove robotike

Upravljanje robotskim manipulatorom
Zadaća broj 6

03.02.2016.

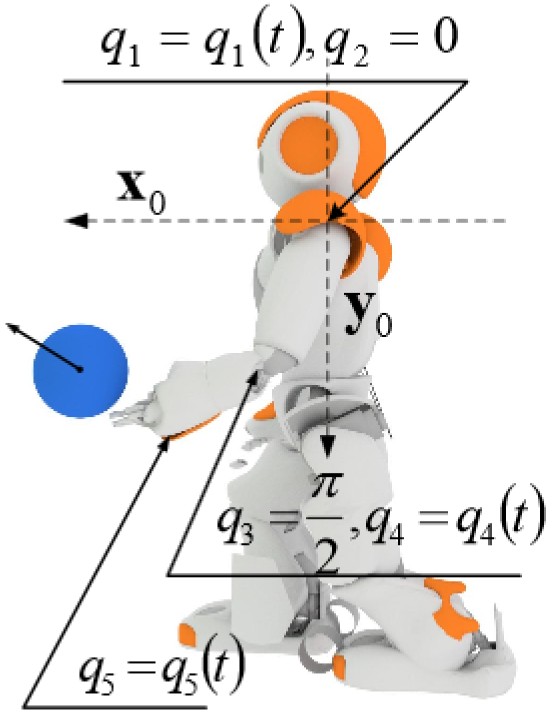


Slika 1. Zglobovi lijeve ruke *Nao* robota u početnom položaju

Parametri *Denavit-Hartenbergove* tablice su:

Tablica 1. Parametri *DH* tablice robota

	θ	d	α	a
1	$q_1(180°)$	0	$-90°$	0
2	$q_2(-90°)$	0	$90°$	l_1
3	$q_3(0°)$	l_2	$-90°$	0
4	$q_4(0°)$	0	$90°$	0
5	$q_5(0°)$	l_3+l_4	$90°$	0



Slika 2. Položaj zglobova lijeve ruke *Nao* robota u trenutku izbačaja

Kako su drugi i treći zglob fiksirani, potrebno je uvrstiti te vrijednosti pa se dobije:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 + \pi & -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} & q_4 & q_5 \end{bmatrix}$$

Sljedeći korak je odrediti vrijednosti matrica $T_0^1, T_0^2, T_0^3, T_0^4$ i T_0^5. Taj dio je izveden pomoću skripte *matriceT.m*. Rezultati su sljedeći:

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} -C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & -C_1 & S_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} S_1 & -C_1 & 0 & l_2 C_1 \\ -C_1 & -S_1 & 0 & l_2 S_1 \\ 0 & 0 & -1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^4 = \begin{bmatrix} S(q_1 - q_4) & 0 & C(q_1 - q_4) & l_2 C_1 \\ -C(q_1 - q_4) & 0 & S(q_1 - q_4) & l_2 S_1 \\ 0 & -1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^5 = \begin{bmatrix} C_5 \cdot S(q_1 - q_4) & C(q_1 - q_4) & S_5 \cdot S(q_1 - q_4) & (l_3 + l_4) \cdot C(q_1 - q_4) + l_2 C_1 \\ -C_5 \cdot C(q_1 - q_4) & S(q_1 - q_4) & -S_5 \cdot C(q_1 - q_4) & (l_3 + l_4) \cdot S(q_1 - q_4) + l_2 S_1 \\ -S_5 & 0 & C_5 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tenzori inercije robota glase:

$$D_1' = m_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2' = \frac{m_2 l_1^2}{12} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_3' = \frac{m_3 l_2^2}{12} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_4' = m_4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_5' = \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{12} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Potrebno je za svaki članak odrediti koordinate njegovog centra mase u odnosu na koordinatni sustav baze prema formuli:

$$c^i(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot T_0^i(q) \cdot \Delta c^i$$

Gdje Δc^i predstavlja koordinate centra mase i-tog članka u odnosu na koordinatni sustav L_i.

Nakon toga, preostaje odrediti tenzor inercije svakog članka u odnosu na koordinatni sustav baze prema formuli:

$$D_i(q) = R_0^i(q) \cdot D_i' \cdot \left(R_0^i(q)\right)^T$$

Naposljetku je potrebno odrediti *Jacobijan* matricu prema izrazu:

$$J^k(q) = \begin{bmatrix} A^k(q) \\ B^k(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c^k(q)}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial c^k(q)}{\partial q_k} & 0 \\ z_0(q) & \cdots & z_{k-1}(q) & 0 \end{bmatrix}$$

Iz *Jacobijan* matrice se izraze $A^k(q)$ i $B^k(q)$ dio te se uvrste u jednadžbu:

$$D(q) = \sum_{k=1}^{n} \left[\left(A^k\right)^T \cdot m_k \cdot A^k + \left(B^k\right)^T \cdot D_k \cdot B^k \right]$$

Kada se izračuna matrica *D(q)*, svaki element na njenoj glavnoj dijagonali predstavlja moment inercije kojeg osjeća *i*-ti zglob robotske ruke. Kako su drugi i treći zglob fiksirani, za daljni postupak su bitni samo prvi, četvrti i peti zglob. Stoga je potrebno izraziti samo prvi, četvrti i peti element na glavnoj dijagonali matrice *D(q)*:

$$D_{11} = \frac{m_3 l_2^2}{3} + m_5 l_2^2 + \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3} + m_5 l_2 (l_3 + l_4) \cdot C_4$$

$$D_{44} = \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3}$$

$$D_{55} = 0$$

Kompletan prethodno navedeni postupak izvršava se pokretanjem skripte *postupak.m*. Sljedeći korak je određivanje minimalne, maksimalne i srednje vrijednosti momenta inercije. Srednja vrijednost se računa prema formuli:

$$D_{sr} = \frac{1}{\| q_{MAX} - q_{\min} \|} \int_{q_{\min}}^{q_{MAX}} D(q)_{ii} \cdot \delta q$$

Prema tome, srednja vrijednost D_{11} iznosi $\left(q_{MAX} = -2^\circ = -0.0349[rad], q_{\min} = -88.5^\circ = -1.5438[rad]\right)$:

$$D_{11sr} = \frac{1}{\| -0.0349 + 1.5438 + \|} \int_{-1.5438}^{-0.0349} D_{11} \cdot \delta q = \frac{m_3 l_2^2}{3} + m_5 l_2^2 + \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3} + 0.6393 m_5 l_2 (l_3 + l_4)$$

Maksimalnu vrijednost D_{11} postiže kada je $q_4 = q_{MAX}$, a minimalnu kada je $q_4 = q_{\min}$. Prema tome:

$$D_{11MAX} = \frac{m_3 l_2^2}{3} + m_5 l_2^2 + \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3} + 0.9994 m_5 l_2 (l_3 + l_4)$$

$$D_{11\min} = \frac{m_3 l_2^2}{3} + m_5 l_2^2 + \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3} + 0.0262 m_5 l_2 (l_3 + l_4)$$

Maksimalna, minimalna i srednja vrijednost elemenata D_{44} i D_{55} je uvijek jednaka i iznosi:

$$D_{44sr} = D_{44MAX} = D_{44\min} = \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{3}$$

$$D_{55sr} = D_{55MAX} = D_{55\min} = 0$$

Nakon uvrštavanja zadanih vrijednosti masa i duljina članaka dobije se:

$$D_{11sr} = 0.00298 \left[kgm^2\right]$$

$$D_{11MAX} = 0.00347 \left[kgm^2\right]$$

$$D_{11\min} = 0.00216 \left[kgm^2\right]$$

$$D_{44sr} = D_{44MAX} = D_{44\min} = 0.0004867 \left[kgm^2\right]$$

$$D_{55sr} = D_{55MAX} = D_{55\min} = 0 \left[kgm^2\right]$$

S obzirom da se upravlja zakretom tri zgloba, potrebne su i tri upravljačke petlje.

Zglob 1.

Za ugađanje parametara po *min-max* metodi potrebno je odrediti $J_{\min}$ i J_{MAX} $(i_{mp} = 2)$:

$$J_{11\min} = J_r + \frac{D_{11\min}}{i_{mp}^2} = \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{12} + \frac{D_{11\min}}{4} = 0.000661 \left[kgm^2\right]$$

$$J_{11MAX} = J_r + \frac{D_{11MAX}}{i_{mp}^2} = \frac{m_5 (l_3 + l_4)^2}{12} + \frac{D_{11MAX}}{4} = 0.000989 \left[kgm^2\right]$$

Nadalje:

$$\xi_{\min} = 2 = \frac{K_d}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_{\min}}{K_p \cdot J_{MAX}}}$$

Iz toga slijedi:

$$K_d = 4.8928 \sqrt{K_p}$$

Uz proizvoljno odabran $K_p = 10$, dobije se da je $K_d = 15.4724$.

Zglob 4.

$$J_{44\min} = J_{44MAX} = J_r + \frac{D_{44\min}}{i_{mp}^2} = \frac{m_5(l_3 + l_4)^2}{12} + \frac{D_{44\min}}{4} = 0.000243\left[kgm^2\right]$$

Nadalje:

$$\xi_{\min} = 2 = \frac{K_d}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_{\min}}{K_p \cdot J_{MAX}}}$$

Iz toga slijedi:

$$K_d = 4\sqrt{K_p}$$

Uz $K_p = 10$, dobije se da je $K_d = 12.649$.

Zglob 5.

$$J_{55\min} = J_{55MAX} = J_r + \frac{D_{55\min}}{i_{mp}^2} = \frac{m_5(l_3 + l_4)^2}{12} + \frac{D_{55\min}}{4} = 0.0001217\left[kgm^2\right]$$

Nadalje:

$$\xi_{\min} = 2 = \frac{K_d}{2} \cdot \sqrt{\frac{J_{\min}}{K_p \cdot J_{MAX}}}$$

Iz toga slijedi:

$$K_d = 4\sqrt{K_p}$$

Ponovno, uz $K_p = 10$, dobije se da je $K_d = 12.649$.

Za kraj preostaje odrediti funkciju kompenzacije gravitacijske smetnje za svaki od tri zgloba kojima se upravlja.

$$h_i(q) = -\sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{n} \left[g^k m_j A_{ki}^j(q) \right]$$

Gledano iz sustava baze, vektor gravitacije je:

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9.81 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Odnosno, $k = 2$.

$$M_1^{ge}(q) = -g^2 \cdot \left[m_1 A_{21}^1 + m_2 A_{21}^2 + m_3 A_{21}^3 + m_4 A_{21}^4 + m_5 A_{21}^5\right] = -0.17094 C_1 - 0.06313 \cos(q_1 - q_4)$$

$$M_4^{ge}(q) = -g^2 \cdot \left[m_1 A_{24}^1 + m_2 A_{24}^2 + m_3 A_{24}^3 + m_4 A_{24}^4 + m_5 A_{24}^5\right] = 0.06313 \cos\left(q_1 - q_4\right)$$

$$M_5^{ge}(q) = -g^2 \cdot \left[m_1 A_{25}^1 + m_2 A_{25}^2 + m_3 A_{25}^3 + m_4 A_{25}^4 + m_5 A_{25}^5\right] = 0$$

Izračun se također obavlja pokretanjem funkcije *postupak.m*.