Bioinformatika 1
Sufiksno stablo

Mirjana Domazet-Lošo
FER, 2021./2022.

Uvod (1)

- poravnavanje – najčešći postupak u bioinformatici
- BLAST: usporedba upitnog slijeda s velikim skupom sljedova (bazom podataka)
- je li BLAST prikladan alat za poravnanje dva genoma (npr. duljine 10^6bp ili 10^9bp)?
- <u>poravnanje dugačkih (blisko srodnih) genoma:</u>
  - MUMmer (Marçais et al. 2018, Kurtz *et al*., 2004)
  - MegaBLAST (Morgulis *et al*., 2008)

Uvod (2)

<u>Motivacija</u>

- želimo indeksirati velike količina teksta, npr. skup nukleotidnih ili aminokiselinskih sljedova

<u>Pitanje</u>

Postoji li struktura podataka koja može pronaći podniz *P* u tekstu *S* u <u>linearnom vremenu ovisno o duljini podniza</u>, a neovisno o duljini teksta koji se pretražuje?

Osnovni pojmovi

- neka je S niz znakova duljine n, gdje su znakovi elementi abecede Σ
- broj znakova abecede Σ je σ
- znak na i-tom mjestu u nizu S je $S[i]$ ili S_i, $1 \leq i \leq n$

- **podniz** od S je $S[i, j]$, $1 \leq i, j \leq n$
- **prefiks** od S je podniz $S[1, j]$, $1 \leq j \leq n$
- **sufiks** od S je podniz $S[i, n]$ ili kraće s_i, $1 \leq i \leq n$

Problem traženja podniza u nizu (1)

Neka su zadani niz *S* i podniz *P*
(još se koriste nazivi: *S* – tekst; *P* – uzorak)

<u>Problem</u>

- kako pronaći sva pojavljivanja podniza *P* u nizu *S*
  (eng. *string matching problem*)?

- što ako želimo <u>više puta</u> ponoviti traženje *P u S*?

Problem traženja niza u podnizu (2)

- pretprocesirati *S:*
  - tekst/niz *S*, koji je (približno) vremenski konstantan
  - pretražuje se različite uzorke/regularne izraze (eng. *pattern*; *regular expression*)

- podatkovna struktura koja to omogućuje: sufiksno stablo

Trie ili prefiksno stablo (1)

- Prefiksno stablo (eng. *prefix tree*; *trie*)
  - uređena podatkovna struktura u obliku stabla, gdje su ključevi podataka (obično) znakovni nizovi (E. Fredkin, 1960.)
  - npr. pohrana rječnika ili popisa ključnih riječi
  - izvorni naziv: ***trie*** (E. Fredkin, 1960.)
    - dolazi od *retrieval*

Trie ili prefiksno stablo (2)

Povijesna crtica

(http://xlinux.nist.gov/dads//HTML/trie.html)

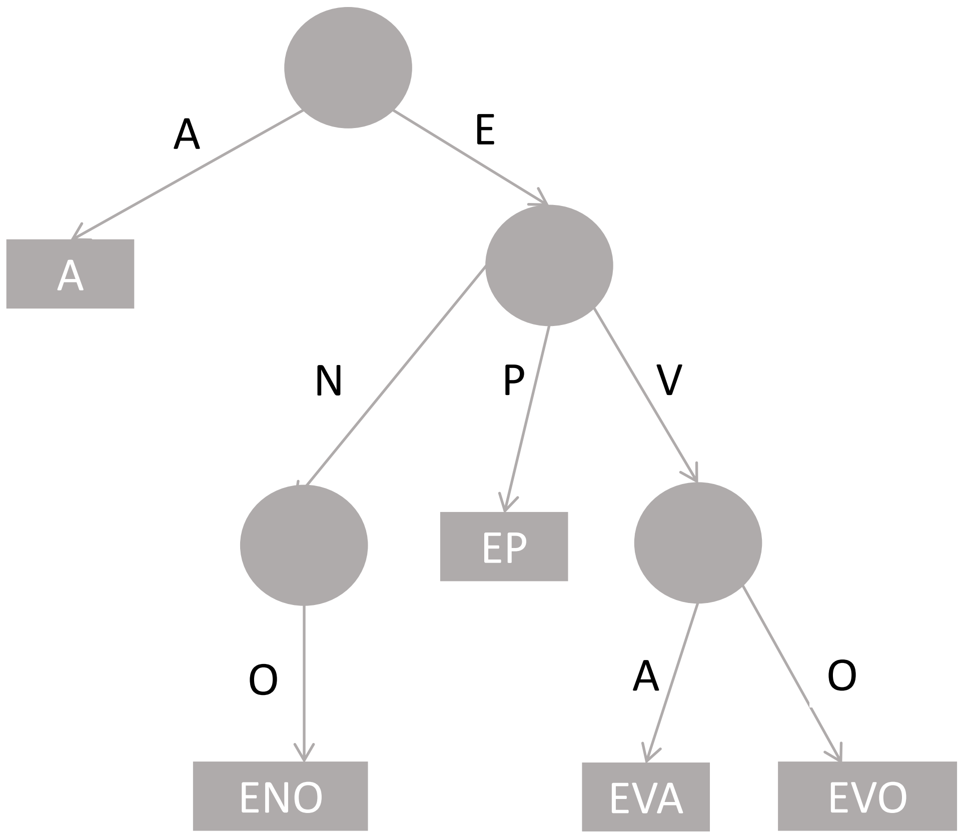
"As defined by me, nearly 50 years ago, it is properly pronounced "tree" as in the word "retrieval".
At least that was my intent when I gave it the name "Trie". The idea behind the name was to combine reference to both the structure (a tree structure) and a major purpose (data storage and retrieval)."
(E. Fredkin, 2008)

Prefiksno stablo

- podatkovna struktura za pohranu znakovnih nizova tako da znakovi na putu od korijena do nekog čvoru stabla predstavljaju *prefiks* jednog ili više znakovnih nizova nad kojima je stablo izgrađeno
- prazan niz se pohranjuje u korijenu stabla
- jedan znak se pohranjuje na jednoj razini stabla

- kompaktno prefiksno stablo (eng. *compact prefix tree*)
  - prostorna učinkovitost: svaki čvor-roditelj, koji bi imao samo jedno dijete, automatski je spojen s čvorom-djetetom

Prefiksno stablo za riječi: "A", "EVO", "EVA", "EP", "ENO"



Sufiksno stablo (1)

- neka je zadan niz *S* duljine *n*, gdje su znakovi niza iz abacede Σ
- na kraj niza *S* dodaje se znak za kraj niza koji ne postoji u Σ (obično se koristi $)

  → za svaki sufiks: točno jedan list u *T*,

  tj. niti jedan sufiks neće biti prefiks nekog drugog

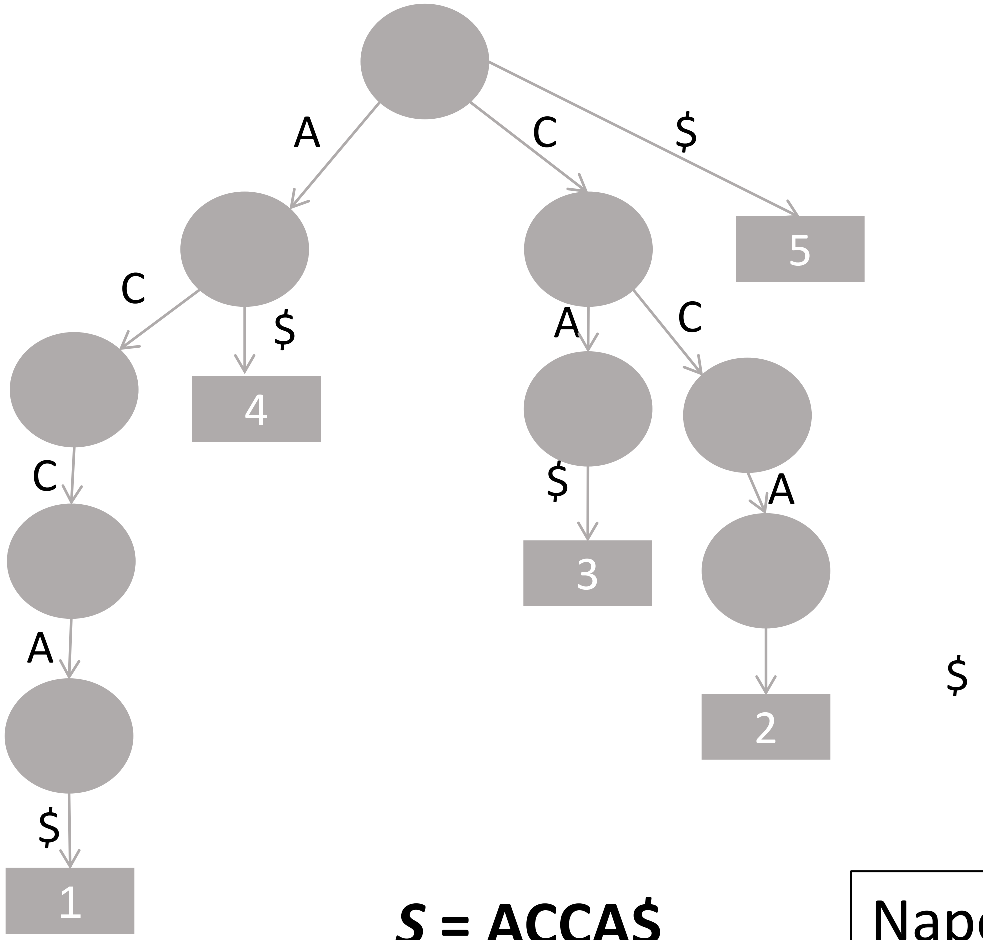
Sufiksno stablo (2)

- **sufiksno stablo *T*** sadrži sve sufikse niza *S* tako da je svaki sufiks pridružen jednom listu

- *suffix* ***trie***: svaka grana stabla sadrži <u>samo jedan</u> znak

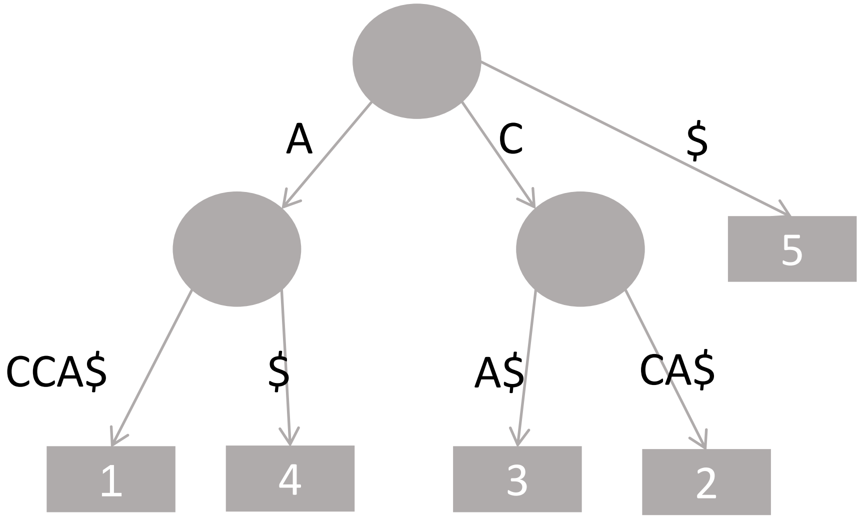
- *suffix* ***tree***: svaka grana stabla može sadržavati <u>jedan ili više</u> znakova
  - sažimanje unutarnjih čvorova koji su u *suffix trie* imali samo jedno dijete

Suffix trie



***S* = ACCA$**

Sufiksno stablo (*suffix tree*)



***S* = ACCA$**

Napomena: $ je abecedno veći od svih znakova iz Σ

Sufiksno stablo (3)

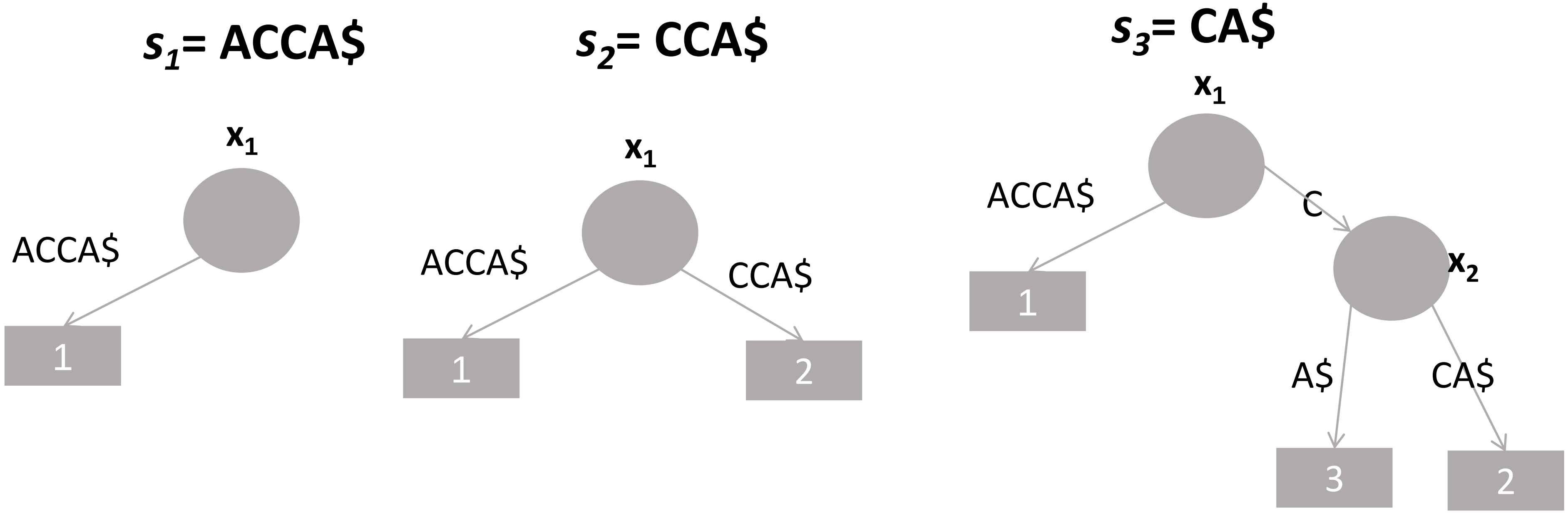
- **listovi** (eng. *leaf*; *terminal node*) stabla *T* su numerirani 1 do *n*
  - u listovima sufiksnog stabla su pohranjeni indeksi (početne pozicije) sufiksa u nizu *S*
- **korijen stabla** ima onoliko čvorova djece koliko je znakova abecede + jedan čvor za $
- svaki **unutarnji čvor** (eng. *inner node*; *branch node*) ima ≥ 2 djece
- svaki **brid/grana** (eng. *edge*; *branch*) stabla je označena jednim podnizom niza S
- **znakovna dubina** (eng. *string depth*) čvora *x*:

  duljina svih znakova na putu od korijena do *x*
- **dubina čvora** (eng. *node-depth*) *x*:

  broj čvorova na putu od korijena do čvora *x*

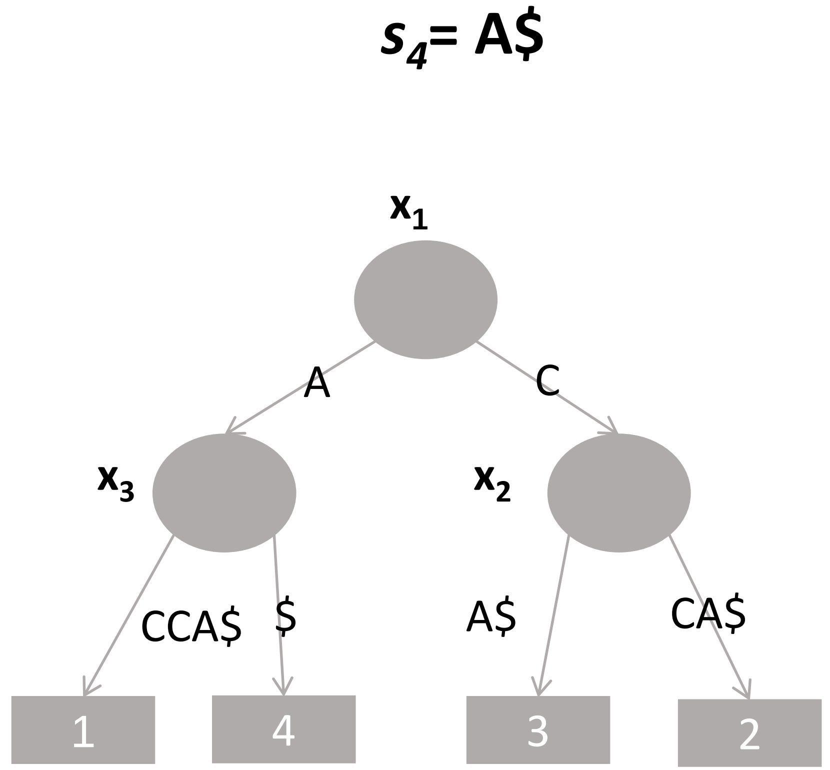
Izgradnja sufiksnog stabla u vremenu O(n^2) (1)

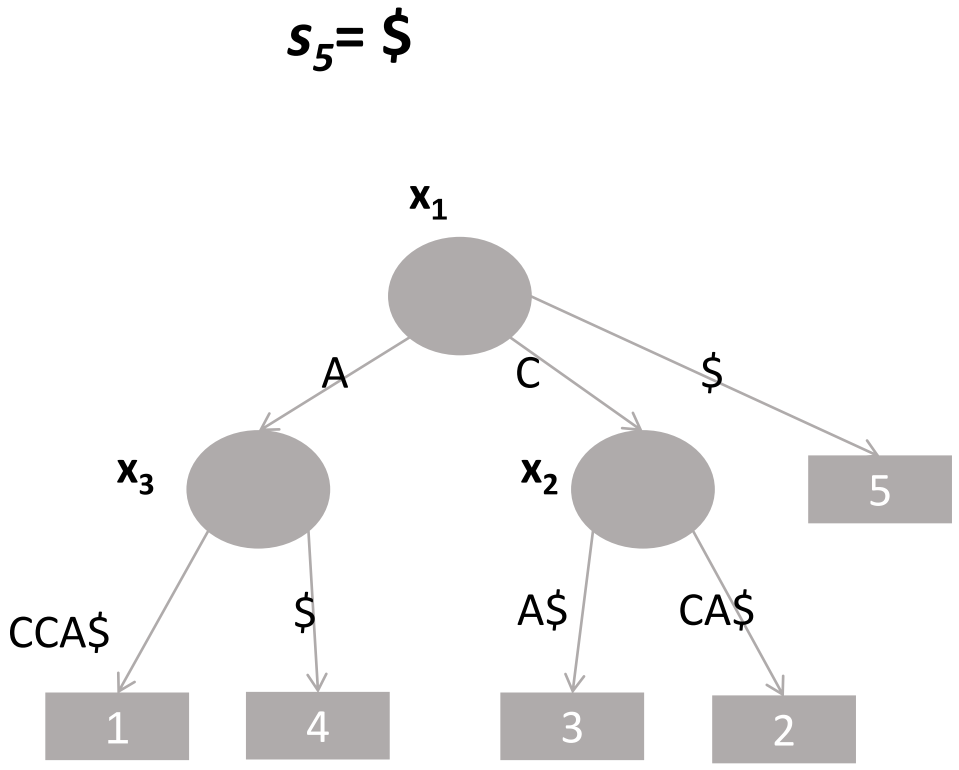
S = ACCA\$, $n = |S|$



Napomena: \$ je abecedno veći od svih znakova iz Σ

Izgradnja sufiksnog stabla u vremenu O(n^2) (2)





Napomena: $ je abecedno veći od svih znakova iz Σ

Izgradnja sufiksnog stabla u O(*n*) vremenu

Sufiksno stablo može biti izgrađeno u vremenu O(*n*) za niz duljine *n* čiji su znakovi iz abecede konstantne duljine:

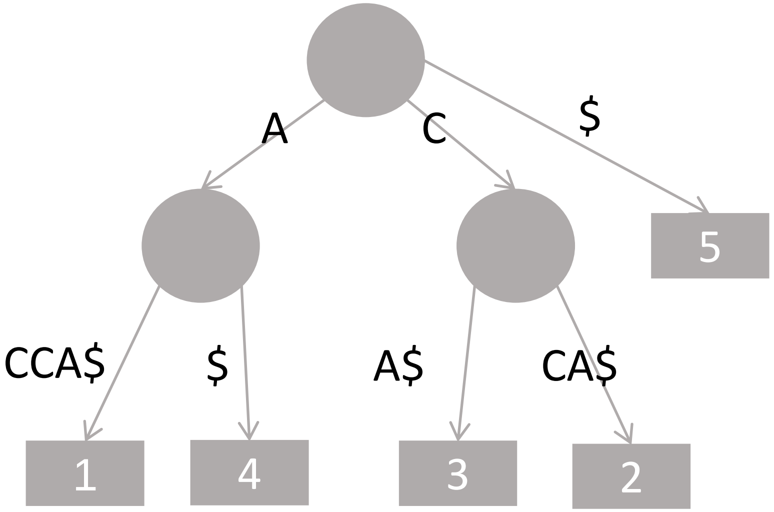
- Weiner, 1973 ("*Algorithm of the Year 1973*", Knuth)
- McCreight, 1976
- Ukkonen, 1995 → *on-line* algoritam za konstrukciju sufiksnog stabla u O(*n*) vremenu
  - postupna izgradnja stabla (znakovi se dodaju jedan po jedan kako dolaze – slijeva nadesno)
  - ideja se temelji na izgradnji implicitnog sufiksnog stabla i korištenju sufiksnih veza (eng. *suffix links*)

Implicitno sufiksno stablo

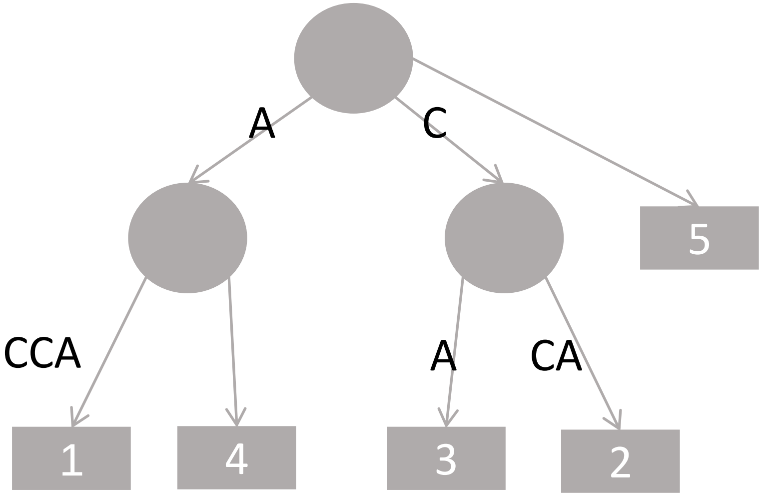
- Kako iz sufiksnog stabla izgraditi implicitno sufiksno stablo?
  1. Obrisati oznake za kraj niza $.
  2. Ukloniti grane koje sadrže samo prazan niz.
  3. Sve unutarnje čvorove, koji više nemaju 2 djeteta, maknuti iz stabla (sažimanje unutarnjih čvorova koji su imali samo jedno dijete)

Implicitno sufiksno stablo – primjer (1)

***S* = ACCA$**



1. Obrisati oznake za kraj niza $.

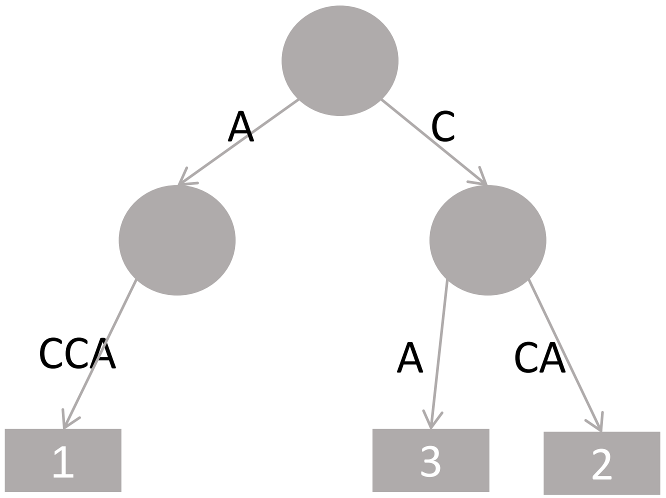


Napomena: $ je abecedno veći od svih znakova iz Σ

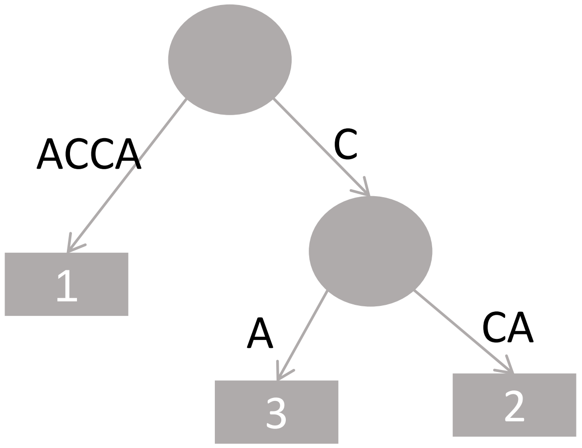
Implicitno sufiksno stablo – primjer (2)

***S* = ACCA$**

2. Ukloniti grane koje sadrže samo prazan niz.



3. Sve unutarnje čvorove, koji više nemaju 2 djeteta, maknuti iz stabla.



Sufiksne veze

Sufiksna veza:

pokazivač od čvora *v* do čvora *s*(*v*), gdje je

1. ***xa*** - oznaka puta do ***v***

   x je znak, *a* podniz (*a* može biti prazan niz ε)

2. ***a*** - oznaka puta do ***s*(*v*)**

   a podniz (može biti prazan niz ε)

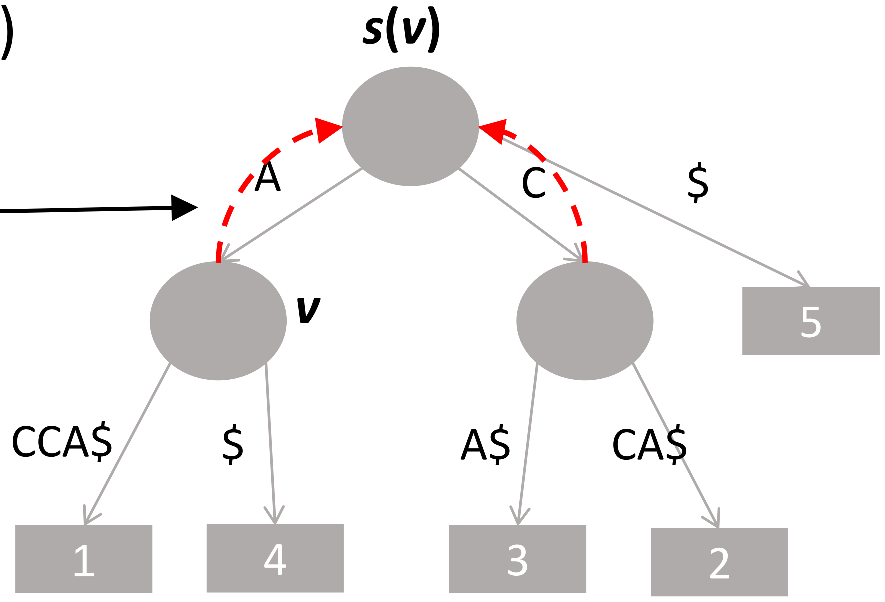
Primjer:

1. Oznaka puta do ***v***:

   xa = A (*x* = A, *a* = ε)

2. Oznaka puta do ***s*(*v*)**:

   a = ε

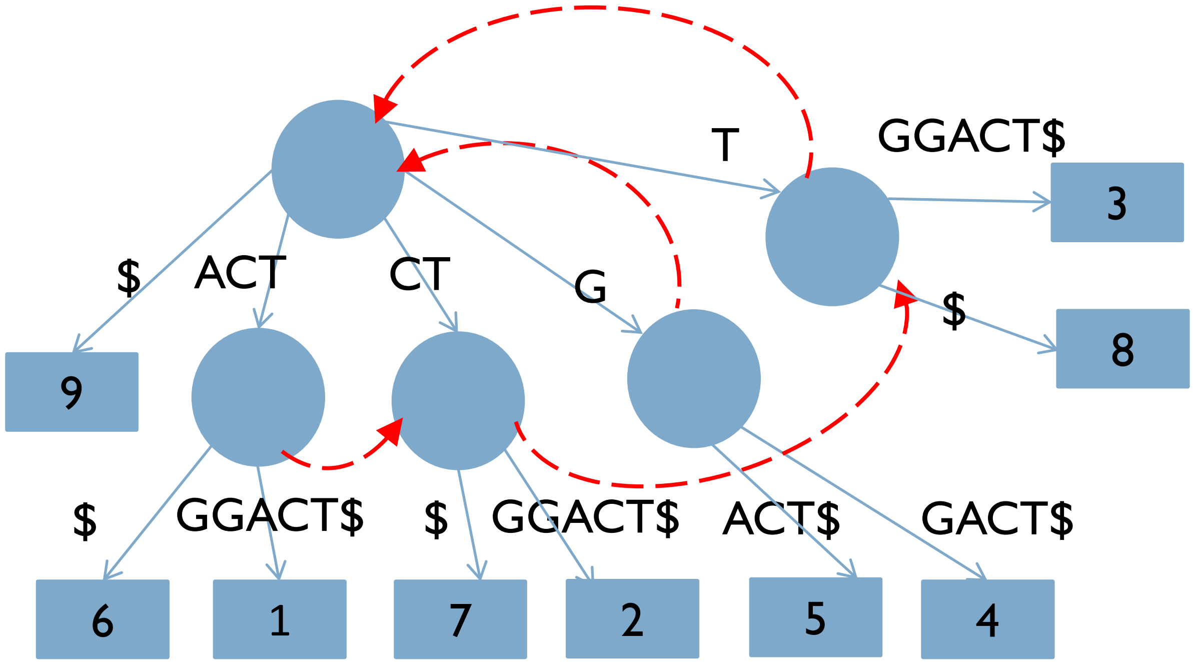


Sufiksne veze - primjer

Za zadani niz *S* = ACTGGACT$ potrebno je nacrtati sufiksno stablo.

Pretpostavite da je znak $ leksikografski manji od ostalih znakova niza *S*.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	C	T	G	G	A	C	T	$



Ukkonenov algoritam – ideja (1)

- grade se <u>implicitna sufiksna stabla</u> T_i za svaki **prefiks** $S[1, i]$, $i = 1, .., n = |S|$
  - prvo se gradi T_1 za prefiks $S[1, 1]$ (tj. dodaje se sufiks $S[1, 1]$)
  - zatim se, proširenjem T_1, gradi T_2 tako da se dodaju sufiksi prefiksa $S[1, 2]$: $S[1, 2]$ i $S[2, 2]$
  - postupak se ponavlja za $T_3, ..., T_n$

<u>Općenito:</u>

- i-ti korak: gradi se T_i za <u>sufikse podniza</u> $S[1, i]$ (ukupno i sufiksa)
- (i + 1) korak: gradi se T_{i+1} tako da se T_i proširuje za sufikse podniza $S[1, i + 1]$

Ukkonenov algoritam – ideja (2)

- u *(i* + 1*)*-koraku dodaju se sufiksi kroz *i* + 1 proširenja (eng. *extension*):
  - za svako ***j*-to proširenje** (1 ≤ *j* ≤ *i*+1) sufiks se dodaje:
    - produljivanjem grane (brida) do lista dodavanjem novog znaka na oznaku postojeće grane (pravilo 1), ili
    - dodavanjem nove grane (pravilo 2)
  - ako sufiks već postoji u stablu, ne obavlja se ništa (pravilo 3)
- posljednje izgrađeno implicitno sufiksno stablo (za zadnji znak u nizu *S,* tj. za $) je pravo sufiksno stablo

Ukkonenov algoritam – naivna izvedba

Izgradi T_1

za i = 1 **do** n - 1 **radi**

/* korak i + 1: izgradnja T_{i+1} iz T_i */

za j = 1 **do** i + 1 **radi** /* j-to proširenje */

/* osigurati da $S[j, i + 1]$ bude u stablu korištenjem pravila 1, 2 ili 3 */
U trenutnom stablu pronaći kraj puta koji počinje u korijenu, a označen je s $S[j, i]$.
Ako je potrebno, dodati na kraj puta znak $S[i + 1]$.

kraj

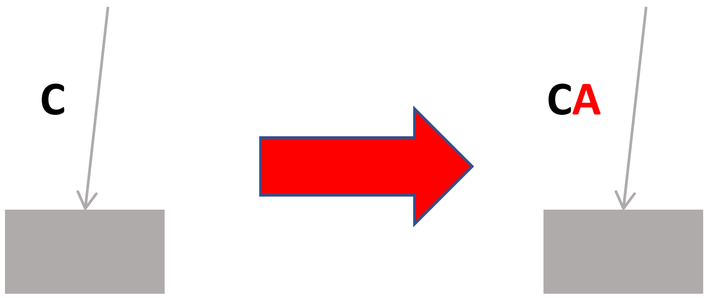
kraj

Ukkonenov algoritam: pravilo 1

- <u>Implicitno proširenje</u>
  - ako put $S[j, i]$ završava kao list, onda se dodaje $S[i + 1]$ na kraj oznake grane koja vodi do lista
  - *jednom list, uvijek list*, tj. grana koja završava u listu, uvijek će završavati u listu

- Primjer:

  $S[j, i]$ = C → $S[j, i + 1]$ = CA



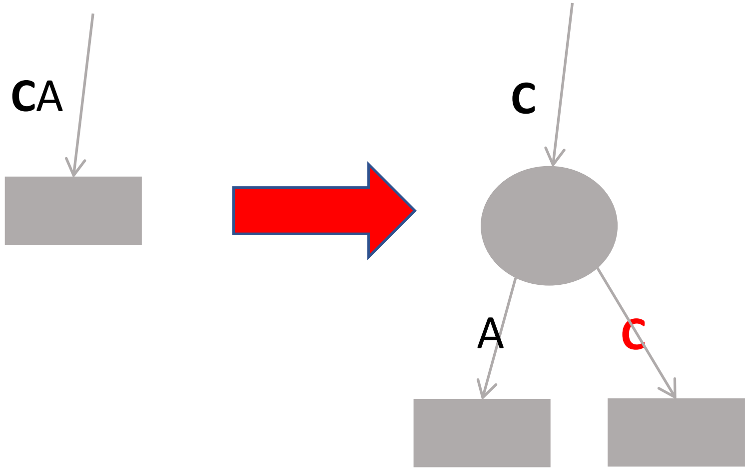
Ukkonenov algoritam: pravilo 2

- Eksplicitno dodavanje novog lista:
  ako postoji put $S[j, i]$ i iz njega se ne nastavlja niti jedan put koji počinje s $S[i + 1]$, onda treba dodati novu granu koja vodi do lista, a koja će biti označena s $S[i + 1]$
- pri tome, ako $S[j, i]$ završava unutar grane, onda treba dodati i novi unutarnji čvor

- Primjer:

Želimo dodati $S[j, i + 1]$ = **CC:**

$S[j, i]$ = **C** → $S[j, i + 1]$ = **CC**



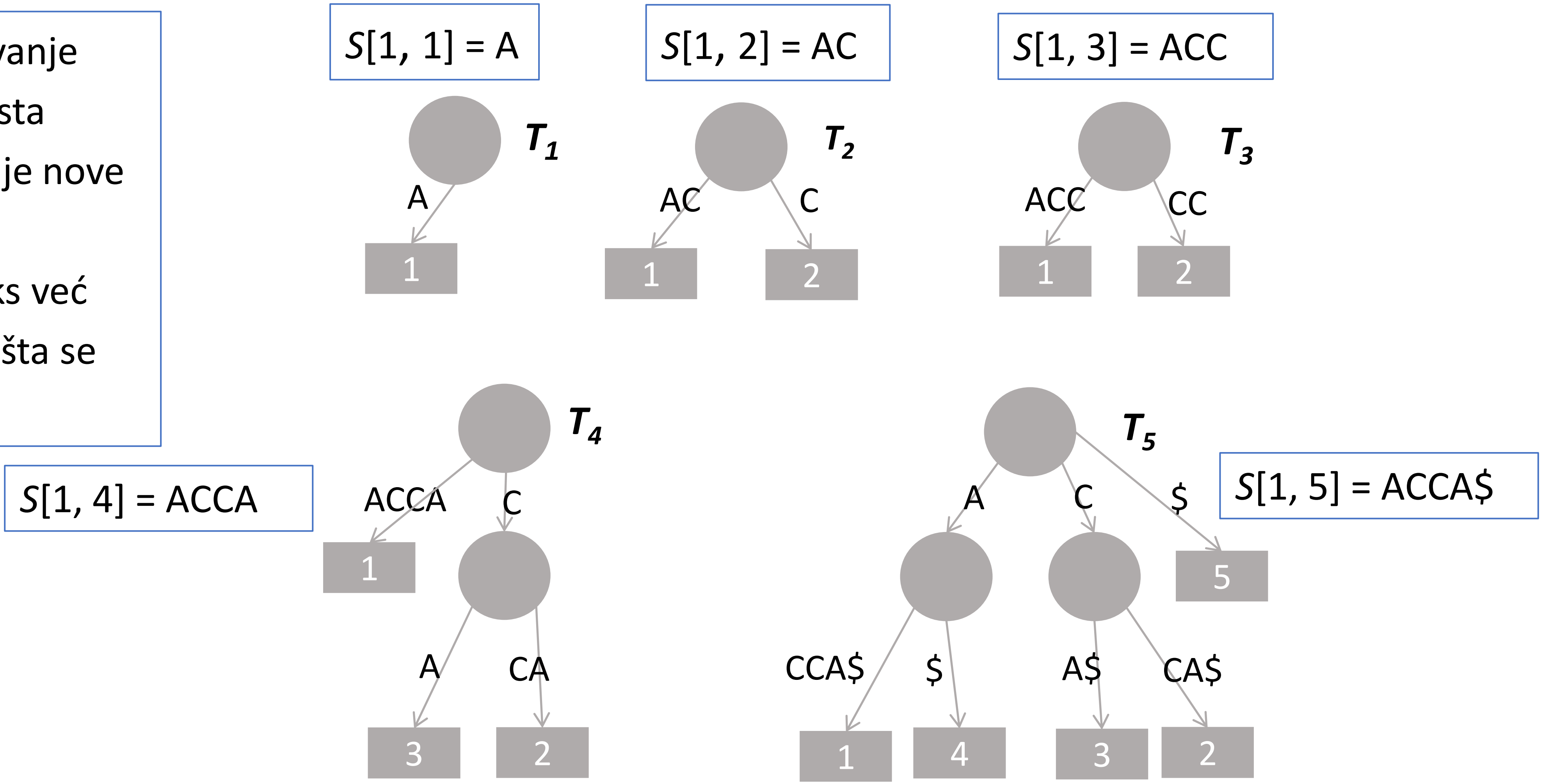
Ukkonenov algoritam: pravilo 3

- ako u stablu postoje putevi koji se nastavljaju na *S*[*j*, *i*], a jedan od njih počinje s *S*[*i* + 1],
  onda ne treba učiniti ništa, tj. S[j, *i* + 1] već postoji u stablu

Primjer: Ukkonenov alg. – naivna izvedba

***S* = ACCA$**

<u>Pravilo 1</u>: produljivanje oznake grane do lista
<u>Pravilo 2</u>: dodavanje nove grane
<u>Pravilo 3</u>: ako sufiks već postoji u stablu, ništa se ne obavlja



Ukkonenov algoritam – vremenska složenost

- ukupno se gradi n stabala
- izgradnja stabla T_{i+1} ima (i + 1) koraka (zbog dodavanja i + 1 sufiksa)
- u (i + 1) koraku dodaje se i + 1 sufiksa:
  - dodavanje j-tog sufiksa, gdje je $1 \leq j \leq i + 1$:
    → pronaći put $S[j, i]$ na koji se dodaje $S[i + 1]$ (ako već ne postoji u stablu)
  - složenost: $O(i + 1 - j)$
- ukupna složenost naivne izvedbe: $O(n^3)$
- složenost se smanjuje na $O(n)$ korištenjem sufiksnih veza i još nekih poboljšanja

Poboljšanja algoritma

- Pravila za produljenja sufiksa:

(1) "jednom list, uvijek list" (eng. *once a leaf, always a leaf*)

(2) u (i + 1)-koraku: eksplicitno proširenje samo za $j \geq j_{pret} + 1$

(3) uvjet prekida (i + 1)-koraka (eng. "*show-stopper*")

- Kod eksplicitnog dodavanja sufiksa koriste se:

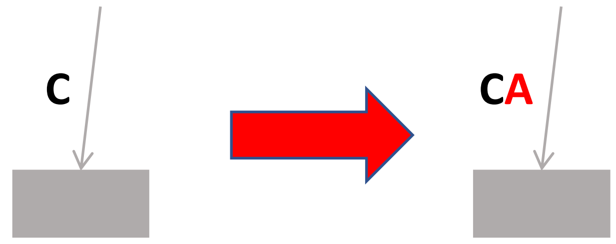
(1) sufiksne veze

(2) trik *preskoči i prebroji* (eng. *skip and count*) - za dodavanje sufiksa $S[j, i]$ iz sufiksa $S[j, i - 1]$, koji je već u stablu

Ukkonenov algoritam: pravilo 1 (1)

- <u>Implicitno proširenje</u>
  - ako put $S[j, i]$ završava kao list, onda se dodaje $S[i + 1]$ na kraj oznake grane koja vodi do lista
  - *jednom list, uvijek list*, tj. grana koja završava u listu, uvijek će završavati u listu
  - Primjer:

    $S[j, i]$ = C $\rightarrow$ $S[j, i + 1]$ = CA

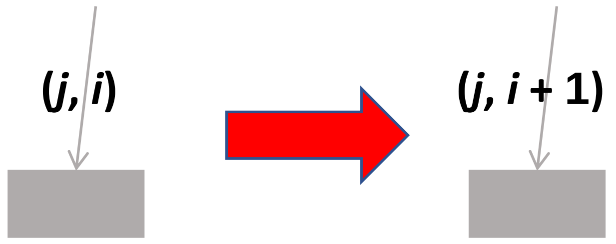


Ukkonenov algoritam: pravilo 1 (2)

UNAPRJEĐENJE → implicitno proširenje

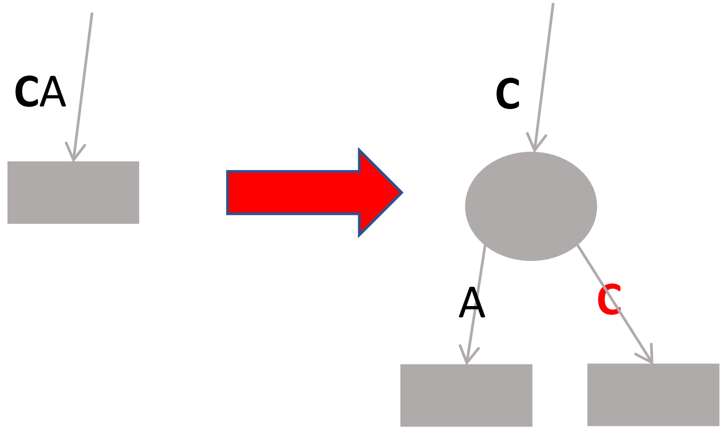
- grane koje vode do listova, označavaju se, umjesto znakovima, indeksima *p* i *k*, tj. *početkom* i *krajem* podniza *S*[*p*, *k*] koji je oznaka te grane (eng. *edge-label compression*)

- Posljedica:
  - za listove se u (i + 1)-koraku dodaje novi znak na oznaku grane koja vodi do lista tako da se <u>indeks $k = i$ promijeni u $k = i + 1$</u>
  - obavlja se u O(1) vremenu



Ukkonenov algoritam: pravilo 2 (1)

- <u>Eksplicitno dodavanje novog čvora:</u>
  ako postoji put $S[j, i]$ i iz njega se ne nastavlja niti jedan put
  koji počinje s $S[i + 1]$,
  onda treba dodati novu granu koja vodi do lista,
  a koja će biti označena s $S[i + 1]$
- pri tome, ako $S[j, i]$ završava unutar grane, onda treba dodati i novi unutarnji čvor
- <u>Primjer:</u>
  $S[j, i]$ = **C** → $S[j, i + 1]$ = **CC**



Ukkonenov algoritam: pravilo 2 (2)

UNAPRJEĐENJE:

- u (i + 1)-koraku: neka indeks j_{pret} označava list koji je posljednji eksplicitno dodan u i-tom koraku
- kandidati za eksplicitno proširenje u (i + 1)-koraku su: $j \geq j_{pret} + 1$
- s obzirom da Ukkonenov algoritam ukupno ima n koraka,

  j je ograničen s n

  → obavlja se n eksplicitnih proširenja ukupno kroz sve korake!

Ukkonenov algoritam: pravilo 3 (1)

- ako u stablu postoje putevi koji se nastavljaju na $S[j, i]$,
  a jedan od njih počinje s $S[i + 1]$,
  onda ne treba učiniti ništa, tj. $S[j, i + 1]$ već postoji u stablu

- <u>Posljedica:</u>
  ako je $S[j, i + 1]$ u stablu,
  onda su također i $S[j + 1, i + 1]$, .., $S[i + 1, i + 1]$
  → Pravilo 3 nam omogućuje završetak (i + 1)-koraka
  (eng. "*show-stopper*")

Ukkonenov algoritam: pravilo 3 (2)

UNAPRJEĐENJE:

$(i + 1)$-korak završavamo kada $j > i + 1$

ili

za prvi j za koji vrijedi pravilo 3

Dubina čvora *s*(*v*) - lema

Lema:

Neka je (*v*, *s*(*v*)) sufiksna veza od čvora *v* prema čvoru *s*(*v*).

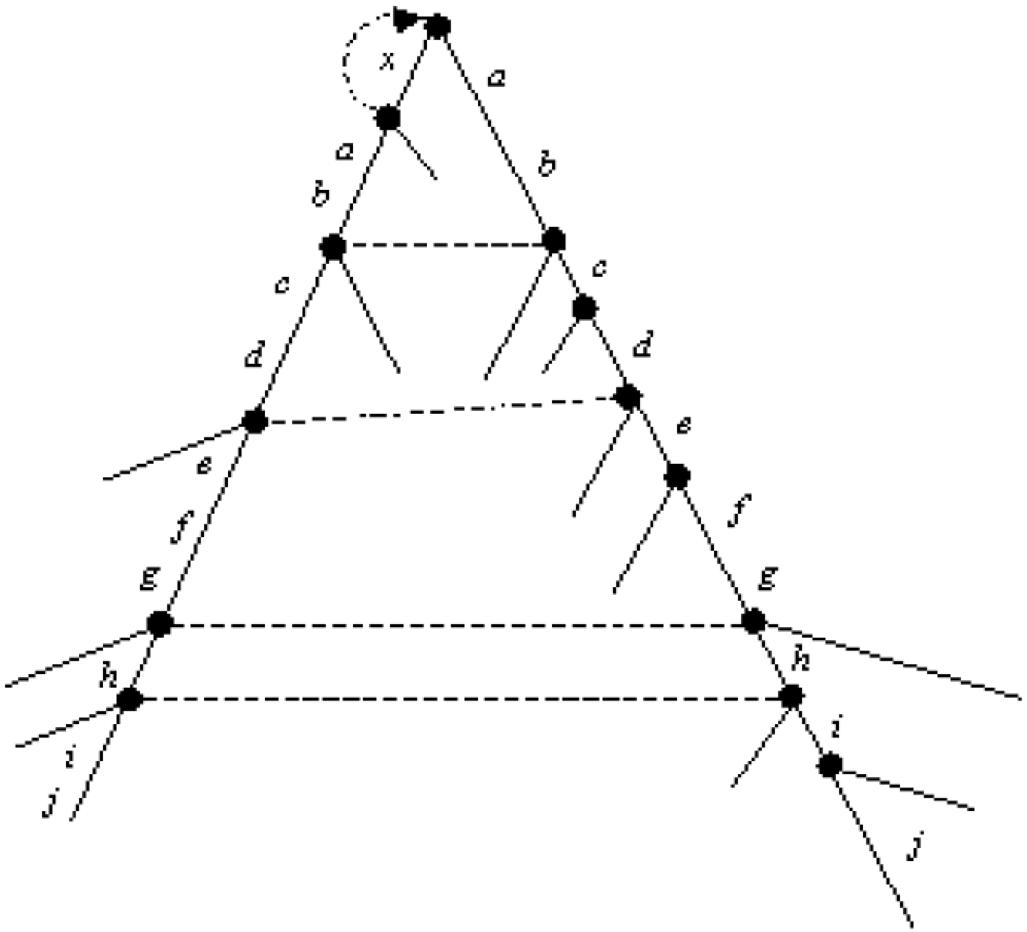
Tada vrijedi da je **dubina čvora** (eng. *node-depth*) *v* najviše za jedan veća od dubine čvora *s*(*v*), tj.

$$\mathrm{ND}(v) \leq \mathrm{ND}(s(v)) + 1$$

Dubina čvora *s*(*v*) može biti:

- manja za jedan od dubine čvora *v*
- jednaka dubini čvora *v*
- veća od dubine čvora *v*

Gusfield, 1997, Ch. 6



Za svaki čvor *v* s oznakom puta *x*α (α je niz), pripadajući čvor s(*v*) ima oznaku puta α.

Npr. čvor s oznakom puta *xab* ima dubinu čvora 2, dok je dubina čvora s oznakom puta *ab* jedan. Čvor s oznakom puta *xabcdefg* ima dubinu četiri, itd.

Sufiksne veze - lema

Ako je u j-tom proširenju $(i + 1)$-koraka

dodan novi unutarnji čvor v, čija je oznaka puta $x\alpha$, onda

(1) oznaka puta α već postoji u stablu, ili

(2) će novi čvor, s oznakom puta α, biti kreiran u

$(j + 1)$-proširenju $(i + 1)$-koraka (Pravilo 2), ili

(3) $\alpha = \varepsilon$ i $s(v)$ je korijen stabla

<u>Posljedica:</u>

- svaki unutarnji čvor v će imati sufiksnu vezu, koja polazi iz v, do kraja sljedećeg proširenja, tj. u $(j + 1)$-koraku

Ukkonenov alg.: dodavanje sufiksa korištenjem sufiksnih veza (1)

Proširenje j ≥ 2 **u koraku** $i + 1$ (Gusfield, 1997, Ch. 6)

1. Pronaći prvi čvor v iznad ili točno na $S[j - 1, i]$ tako da iz v polazi sufiksna veza ili je v korijen stabla.
   Ovaj korak zahtijeva "hodanje prema gore" po najviše jednom bridu.
   Neka γ predstavlja znakovni niz između v i $S[j - 1, i]$ (γ može biti ε).
2. Ako v nije korijen stabla, onda se korištenjem sufiksne veze od v do $s(v)$ pomaknuti do čvora $s(v)$ te se zatim spustiti po putu korištenjem niza γ.
   Ako je $s(v)$ korijen stabla, onda slijediti put $S[j, i]$ iz korijena (kao u naivnom algoritmu).
3. Korištenjem pravila o proširenju, osigurati da niz $S[j, i]S[i + 1]$ bude u stablu.
4. Ako je u proširenju $j - 1$ dodan novi čvor w s oznakom puta $x\alpha$, onda niz α mora završavati u $s(w)$ i treba dodati sufiksnu vezu $(w, s(w))$ iz w u $s(w)$.

Ukkonenov alg.: dodavanje sufiksa korištenjem sufiksnih veza (2)

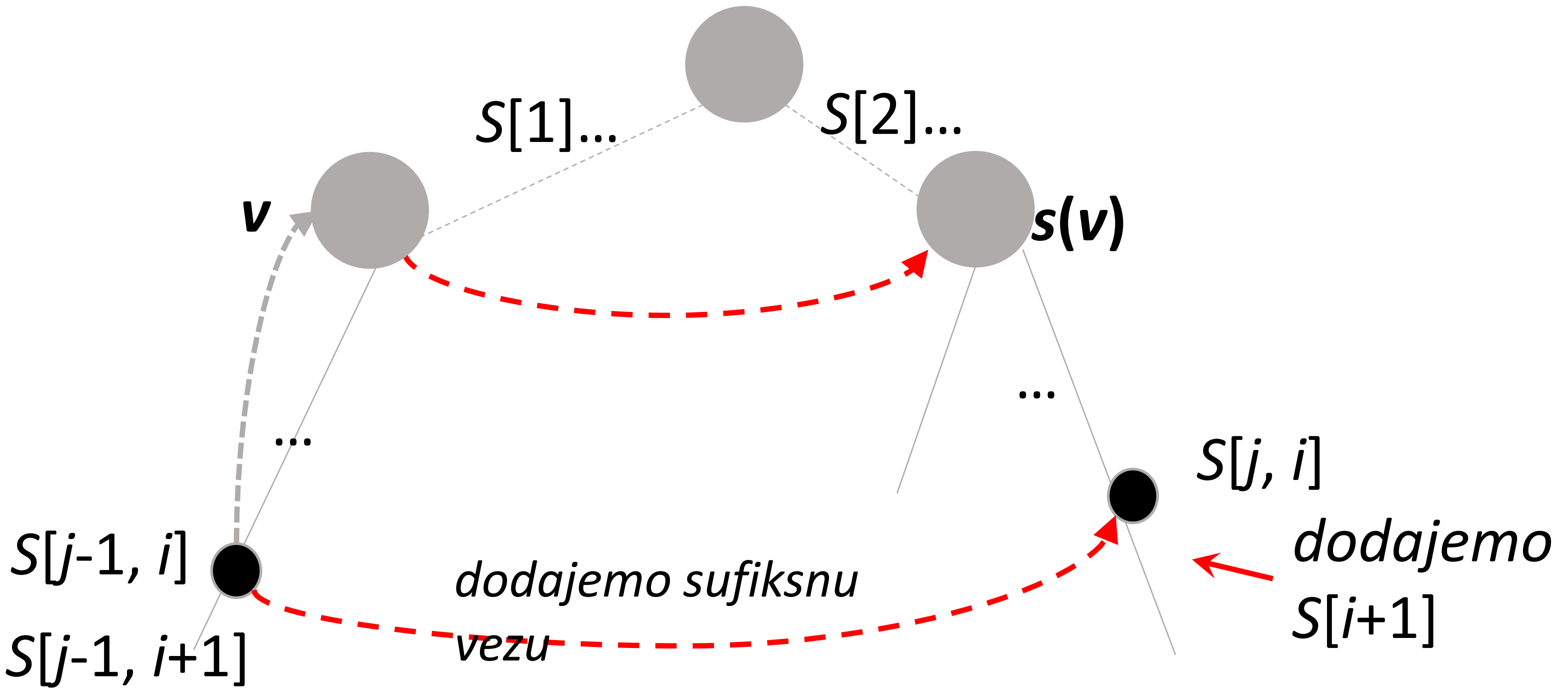
- prvo proširenje u (i + 1)-koraku:
  - nađemo kraj puta čija je oznaka $S[1, i]$ u stablu i onda ga proširujemo za $S[i + 1]$ tako da dobijemo $S[1, i + 1]$
- za drugo proširenje u (i + 1)-koraku:
  - umjesto da krećemo od korijena tražiti $S[2, i + 1]$, tražimo čvor v ispod kojeg završava put označen s $S[1, i]$ (jedino ako nema v, onda krećemo od korijena)
  - kada smo pronašli v, onda slijedimo sufiksnu vezu (v, $s(v)$), gdje je $s(v)$ čvor ispod kojeg završava $S[2, i]$
    → traženje nastavljamo od $s(v)$ i onda dodamo $S[i + 1]$ iza $S[2, i]$
    → preskočili smo znakove na putu od korijena do $s(v)$!

Ukkonenov alg.: dodavanje sufiksa korištenjem sufiksnih veza (3)

Brzo traženje (eng. *fastscan*):

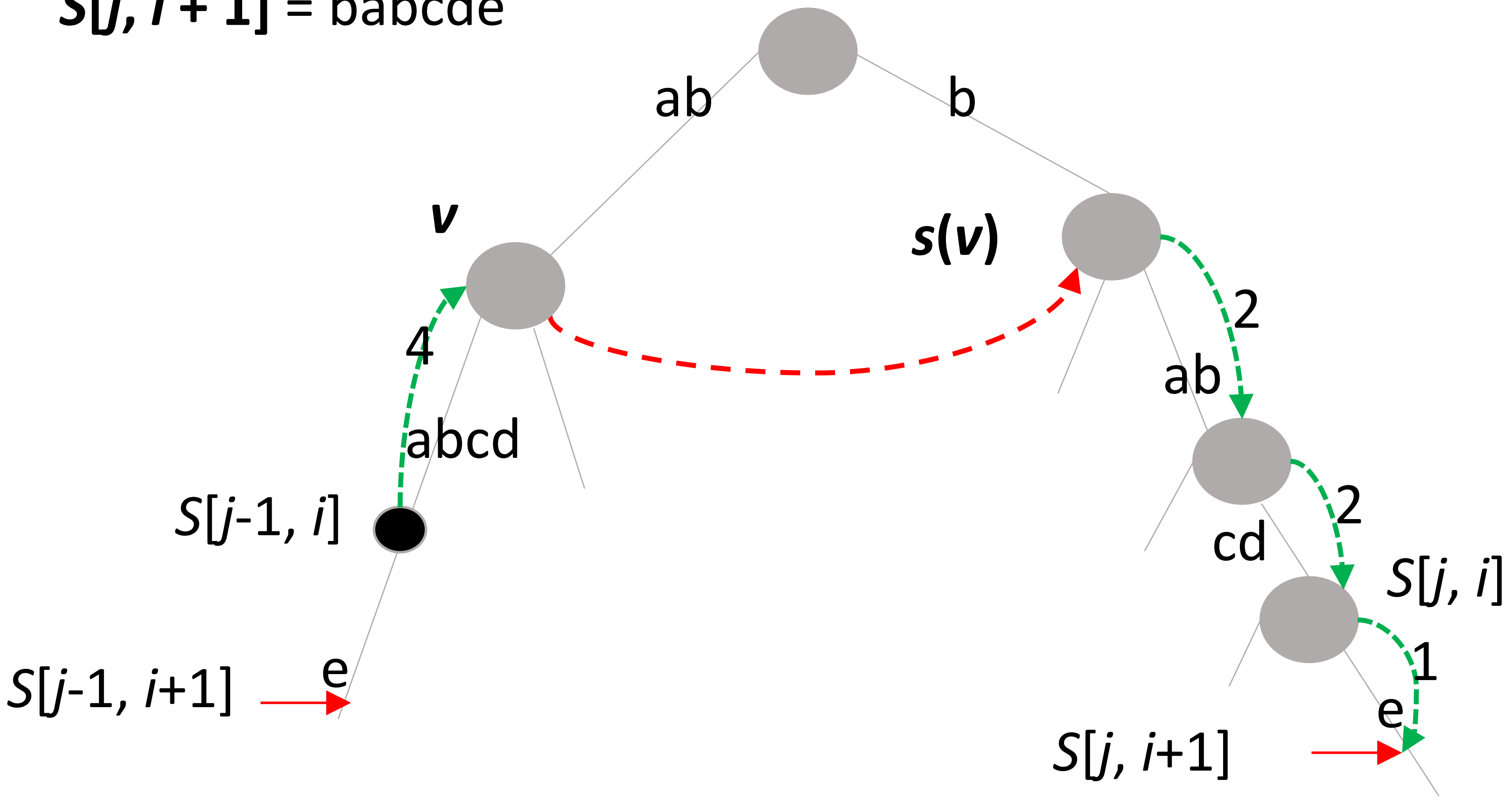
nakon što smo dodali $S[j - 1, i + 1]$, želimo dodati $\boldsymbol{S[j, i + 1]}$

- pomicanje do čvora v ispod kojeg je $S[j - 1, i]$: O(1)
- pomicanje od v do $s(v)$ ispod kojeg je $S[j, i]$: O(1)

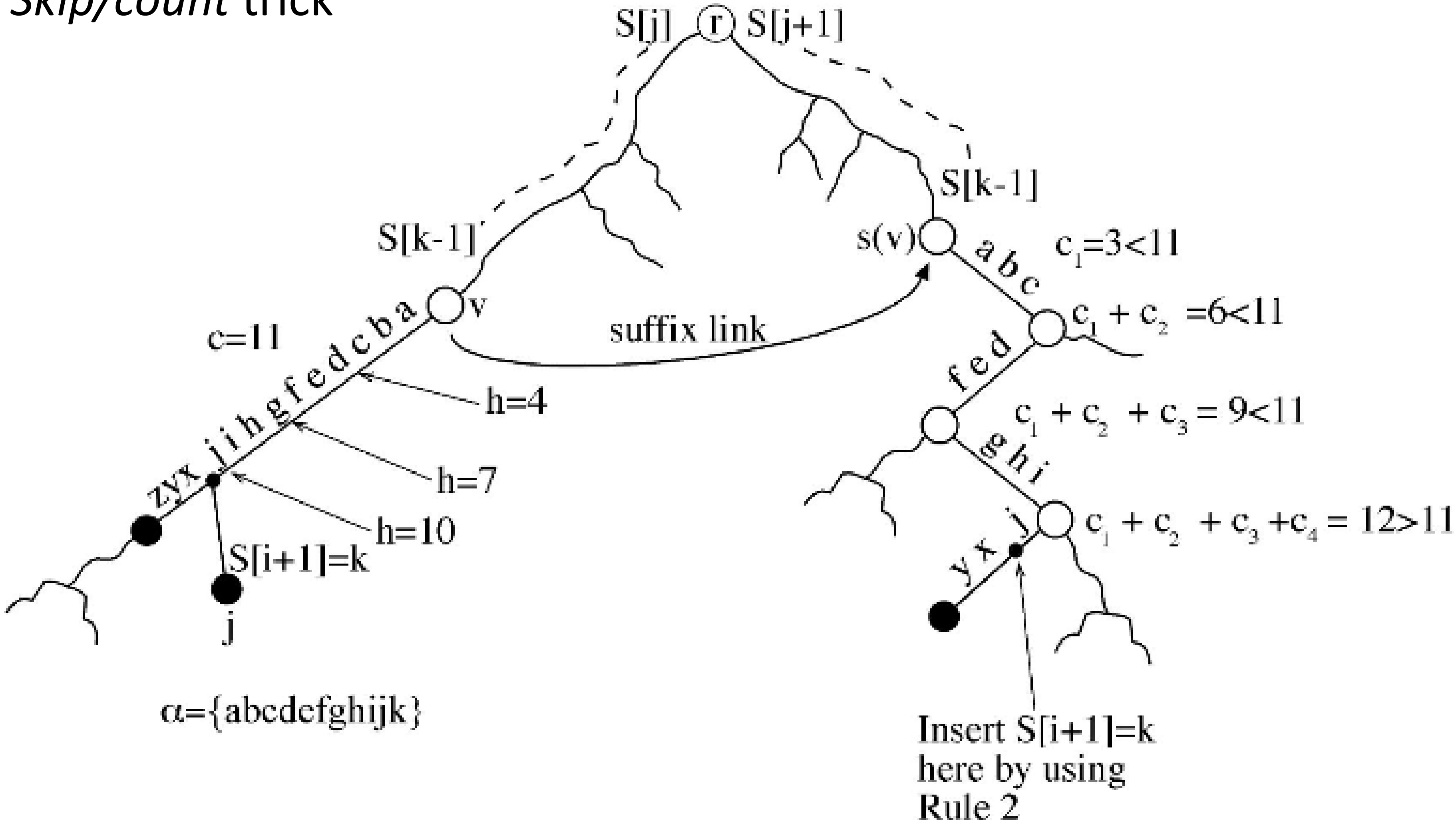


Ukkonenov alg.: dodavanje sufiksa korištenjem sufiksnih veza (4)

$S[j - 1, i + 1]$ = ababcde
$\boldsymbol{S[j, i + 1]}$ = babcde



Skip/count trick



http://www.cs.duke.edu/courses/fall14/compsci260/resources/suffix.trees.in.detail.pdf

Ukkonenov alg.: dodavanje sufiksa korištenjem sufiksnih veza (5)

- *skip/count:* umjesto uspoređivanja znakova, "skakanje" od čvora do čvora prema dolje
- brzo traženje (eng. *fastscan*) od *s*(*v*) prema dolje:
  - pronaći odgovarajuću granu koja ide iz čvora i ako je broj znakova na grani zajedno s prethodno uspoređivanim znakovima < $|\gamma|$, onda se pomiče na čvor-dijete
  - dovoljno je usporediti samo prvi znak na grani
- kada se zbroji broj "hodanja" po čvorovima prema dolje u stablu (eng. *down-walk*), ukupan broj po svim koracima je O(*n*) za niz duljine *n* (niti jedan čvor u stablu nema dubinu > *n*)

Ukkonenov algoritam u vremenu O(n)

Izgradi T_1

$j_{pret} = 1$

za $i = 1$ **do** $n - 1$ **radi** /* ukupno: n eksplicitnih proširenja, $|S| = n$ */

/* korak i + 1: izgradnja T_{i+1} iz T_i */

Obavi implicitna proširenja, tj. $k = i + 1$ /* Pravilo 1 za $j \leq j_{pret}$ */

za $j = j_{pret} + 1$ **do** $i + 1$ **radi** /* j-to proširenje */

/* osiguravamo da je $S[j, i + 1]$ u stablu: Pravilo 2 ili 3 */

U trenutnom stablu pronađi kraj puta koji počinje u korijenu, a označen je s $S[j, i]$.

Ako je potrebno, dodaj na kraj puta znak $S[i + 1]$. /* Pravilo 2 */

$j_{pret} := j$ /* priprema za sljedeći korak */

ako je primijenjeno Pravilo 3

onda $j_{pret} := j - 1$ i završi $(i + 1)$-korak

kraj

kraj

Ukkonenov alg. u vremenu O(*n*) - dokaz

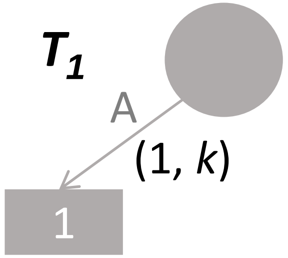
- implicitna proširenja: u *i*-tom koraku: O(1) → ukupno: O(n)
- eksplicitna proširenja:
  - *j* se nikad ne smanjuje i ostaje isti između dva susjedna koraka
  - *j* ne može biti > *n*
  - jedno eksplicitno proširenje:
    2 koraka (hodanje gore prema čvoru *v* + pomicanje po suf. vezi)
    + broj koraka (= broj čvorova) na putu prema dolje od čvora *s*(*v*)
  - ukupan broj hodanja po čvorovima za sve korake: O(*n*)
    (s obzirom da *j* ostaje isti za dva susjedna koraka, tj. posljednji *j* iz *i*-tog koraka je prvi *j* u (*i*+1)-koraku, onda se trenutna dubina čvora ne mijenja)

Ukkonenov algoritam O(n) – primjer (1)

S = ACCA$

$S[1, 1]$ = A

$\boldsymbol{T_1}$



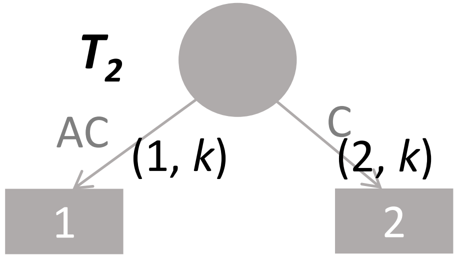
$k = 1$

$S[1, 1]$ → pravilo 2

$j_{pret} = 1$

$S[1, 2]$ = AC

$\boldsymbol{T_2}$



$k = 2$

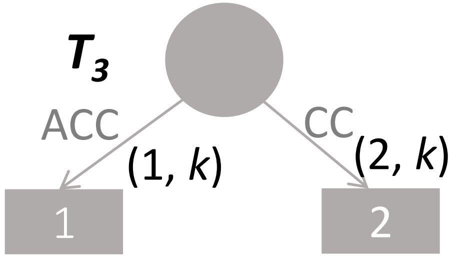
$S[1, 2]$ → pravilo 1

$S[2, 2]$ → pravilo 2

$j_{pret} = 2$

$S[1, 3]$ = ACC

$\boldsymbol{T_3}$



$k = 3$

$S[1, 3]$ → pravilo 1

$S[2, 3]$ → pravilo 1

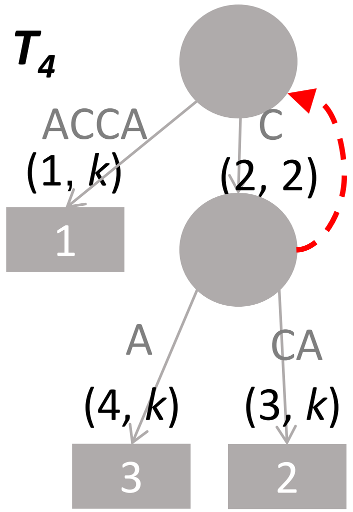
$S[3, 3]$ → pravilo 3

$j_{pret} = 2$

Ukkonenov algoritam O(n) – primjer (2)

S = ACCA$

$S[1, 4]$ = ACCA



k = 4

$S[1, 4]$ → pravilo 1

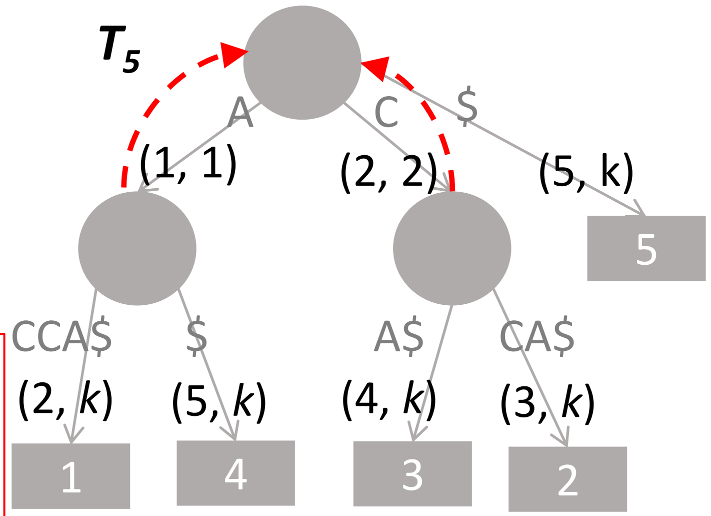
$S[2, 4]$ → pravilo 1

$S[3, 4]$ → pravilo 2

$S[4, 4]$ → pravilo 3

$j_{pret} = 3$

$S[1, 5]$ = ACCA$



k = 5

$S[1, 5]$ → pravilo 1

$S[2, 5]$ → pravilo 1

$S[3, 5]$ → pravilo 1

$S[4, 5]$ → pravilo 2

$S[5, 5]$ → pravilo 2

j_{pret} = 5, *kraj*

Poopćeno sufiksno stablo

- poopćeno sufiksno stablo (eng. *generalized suffix tree*) je izgrađeno nad skupom nizova $\{S_1, .., S_k\}$
  - stablo se izgrađuje nad konkatenacijom nizova $S_1\$_1 ... S_k\$_k$, gdje svaki niz S_i završava jedinstvenim znakom za kraj niza $\$_i (\$_i \neq \$_j)$
  - sadrži sve sufikse nizova nad kojim je izgrađeno
  - izgradnja poopćenog sufiksnog stabla: $O(|S_1| + .. + |S_k|)$

Sufiksna stabla - pretraživanje

- Postoji li niz P, $|P| = m$, u S?
  $O(m)$
- Pronaći svih z pojavljivanja niza P u S:
  $O(m + z)$
- Pronaći najdulji zajednički podniz nizova P_i i P_j:
  $\Theta(|P_i| + |P_j|)$
  - za svaki čvor u stablu označiti pripada li neki njegov list P_i i P_j
  - pronaći čvor s najvećom znakovnom dubinom, a koji pripada i P_i i P_j

Načini obilaska sufiksnog stabla

- od vrha prema dnu (eng. *top-down traversal*)
- od dna prema vrhu (eng. *bottom-up traversal*)
- korištenjem sufiksnih veza

Implementacija sufiksnih stabala - problem

- Problem:

  → memorijske najučinkovitije implementacije sufiksnih stabala zahtijevaju oko 10 okteta za svaki ulazni znak, a često 15-20 okteta (Kurtz, 1999)

- Što napraviti?

  → korištenje drugih podatkovnih struktura kako bi se uskladili vremenski i memorijski zahtjevi: **sufiksna polja**

- sufiksna stabla ostaju kao konceptualni alat

Popis literature

- Dan Gusfield, 1997. Algorithms on Strings, Trees and Sequences (Ch. 5-7)
- Ukkonen, E. 1995. On-line construction of suffix trees, Algorithmica 14(3): 249-260
- http://en.wikipedia.org/wiki/Trie
- http://web.stanford.edu/~mjkay/gusfield.pdf
- http://www.cs.duke.edu/courses/fall14/compsci260/resources/suffix.trees.in.detail.pdf
- Giegerich, R. ,Kurtz, S. 1997. From Ukkonen to McCreight and Weiner: A Unifying View of Linear-Time Suffix Tree Construction, Algorithmica 19(3): 331–353, doi:10. 1007/PL00009177.
- Kurtz, S. 1999. Reducing the space requirements of suffix trees. *Software: Practice and Experience* 29, 1149–1171.
- Suffix Tree Construction*, http://stackoverflow.com/questions/9452701/ukkonens-suffix-tree-algorithm-in-plain-english