

2. zadatak

Investicijsko društvo raspolaže sa 6 miliona kuna, a ulaže u državne obveznice, dionice i zlato. Očekivani godišnji povrat je 6% za obveznice, 15% za dionice i 13 % za zlato. Pravila poslovanja društva nalažu da se barem 40% raspoloživih sredstava mora uložiti u obveznice i dionice zajedno, s time da se ni u jednu od tih kategorija vrijednosnica pojedinačno ne smije uložiti više od 3 miliona kuna. Također, pravila ograničavaju ulog u zlato na najviše 2 miliona kuna. Društvo u sljedećoj godini želi ostvariti najveći mogući prihod i postavlja se pitanje razdiobe sredstava po ulozima. Vi ste odgovorna osoba i od Vas se očekuje prijedlog ulaganja. Predložite koliko novaca i u što uložiti.

x_1 - ulog u obveznice

x_2 – ulog u dionice

x_3 – ulog u zlato

w – povrat

Da bi se ostvario najveći mogući profit, potrebno je maksimizirati povrat koji iznosi

$$w = 0,6 x_1 + 0,15 x_2 + 0,13 x_3$$

Uz sljedeće uvjete

$$x_1 \leq 3 \quad (\text{ulog u obveznice najviše 3 miliona kuna})$$

$$x_2 \leq 3 \quad (\text{ulog u dionice najviše 3 miliona kuna})$$

$$x_3 \leq 2 \quad (\text{pravila ograničavaju ulog u zlato na najviše 2 miliona kuna})$$

$$x_1 + x_2 \geq 0,4 \cdot 6 \quad (\text{barem 40\% sredstava mora se uložiti u obveznice i dionice})$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

Uvođenjem slack varijabli prevodimo problem u

$$\min \quad 0,6 x_1 + 0,15 x_2 + 0,13 x_3$$

$$\text{uz} \quad x_1 + s_1 = 3$$

$$x_2 + s_2 = 3$$

$$x_3 + s_3 = 2$$

$$-x_1 - x_2 + s_4 = 2,4$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + s_5 = 6$$

Izgradnja proširene kanonske matrice i početno bazično rješenje:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = 0;$$

$$s_1 = 3/1 = 3; \quad s_2 = 3/2 = 3; \quad s_3 = 2/1 = 2; \quad s_4 = -2.4/1 = -2.4; \quad s_5 = 6/1 = 6;$$

$$w = 1$$

U vektorskom zapisu: $[0 \ 0 \ 0 \ 3 \ 3 \ 4 \ -2.4 \ 6 \ 0]^T$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	w	
	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3
	0	1	0	0	1	0	0	0	0	3
	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
	-1	-1	0	0	0	0	1	0	0	-2.4
	1	1	1	0	0	0	0	1	0	6
	-0.6	-0.15	-0.13	0	0	0	0	0	1	0

Provodimo pivotiranje. Pivot stupac je onaj koji sadrži najegativniji broj u ciljnoj funkciji. Pivot mora biti pozitivan broj pa se za sve takve u pivot stupcu izračuna tzv. testni omjer, tako da se rezultat na kraju svakog retka podijeli sa odgovarajućim elementom iz pivot stupca. Kao pivot se odabire onaj element koji ima najmanji testni omjer (označen crveno). Nakon odabira pivota, provodimo pivotiranje (svijetlo sivo).

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	w	
R1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3
R2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	3
R3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
R4	-1	-1	0	0	0	0	1	0	0	-2.4
R5	1	1	1	0	0	0	0	1	0	6
R6	-0.6	-0.15	-0.13	0	0	0	0	0	1	0

R4 + R1

R5 - R1

Ako nakon pivotiranja u ciljnoj funkciji postoje negativni element, postupak traženja bazičnog rješenja i pivotiranja se ponavlja sve dok ne ostanu samo pozitivni koeficijenti.

Novo bazično rješenje je $[3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3 \ 2 \ 0.6 \ 3 \ 1.8]^T$

Novi pivot je označen crveno na slici u nastavku. Ponovo provodimo pivotiranje (svijetlo sivo).

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	w		
R1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3	R2 - R5
R2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	3	
R3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2	
R4	0	-1	0	1	0	0	1	0	0	0.6	R4 + R5
R5	0	1	1	-1	0	0	0	1	0	3	
R6	0	-0.15	-0.13	0.6	0	0	0	0	1	1.8	R6 + 0.15 R5

Nakon pivotiranja, vidimo da nije ostalo negativnih koeficijenata u konačnom rješenju, pa je ono optimalno.

Konačno rješenje je $[3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 3.6 \ 0 \ 2.25]^T$

Odnosno, ako vektor zapišemo kao jednakosti

$$x_1 = 3; \quad x_2 = 3; \quad x_3 = 0$$

$$s_1 = 0; \quad s_2 = 0; \quad s_3 = 2; \quad s_4 = 3.6; \quad s_5 = 0$$

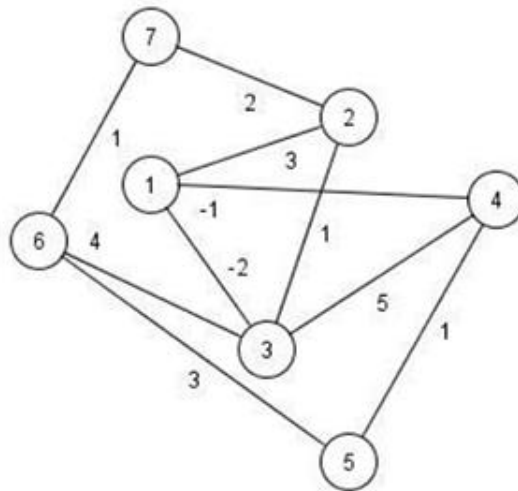
$$w = 2.25$$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	w	
R1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3
R2	0	0	-1	1	1	0	0	-1	0	0
R3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
R4	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3.6
R5	0	1	1	-1	0	0	0	1	0	3
R6	0	0	0.02	0.45	0	0	0	0.15	1	2.25

Zaključujemo da je potrebno uložiti 3 miliona u obveznice i 3 miliona u zlato.

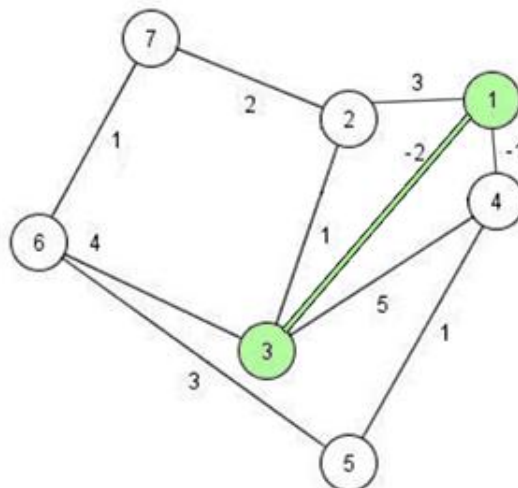
3. zadatak

Krećući iz vrha 7, Primovim algoritmom nađite najkraće razapinjuće stablo u grafu na slici



Najprije ćemo, radi preglednosti, stablo malo ljepše nacrtati. ☺

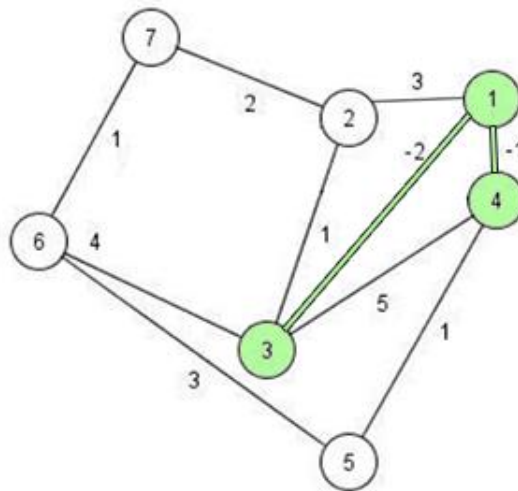
Zatim odabiremo proizvoljni početni čvor 1, dodajemo ga u skup posjećenih čvorova i promatramo bridove koji iz njega izlaze. Najmanju težinu ima brid prema vrhu 3, pa dodajemo brid 1-3 u skup bridova koji čine razapinjuće stablo, a vrh 3 u skup posjećenih čvorova.



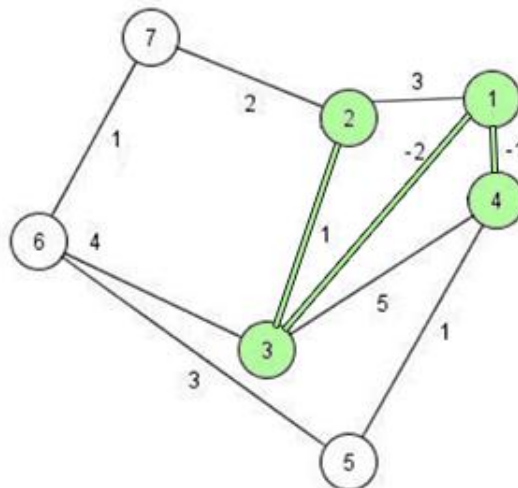
Promatramo preostale bridove koji izlaze iz posjećenih čvorova,

- brid 1-2, težine 3
- brid 1-4, težine -1
- brid 3-2, težine 1
- brid 3-6 težine 4

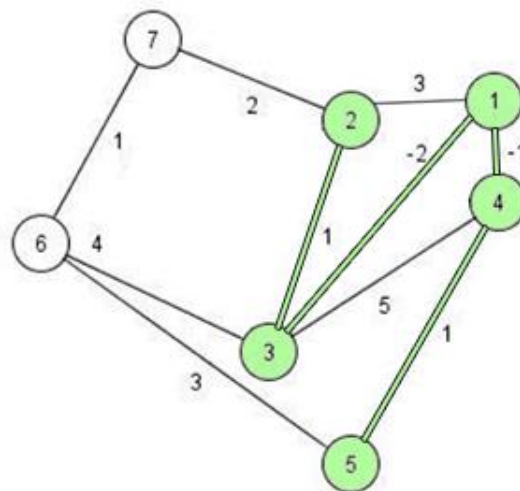
Tražimo brid najmanje težine, a takav je brid 1-4. Dodajemo taj brid u skup bridova koji čine razapinjuće stablo i vrh 4 u skup posjećenih čvorova.



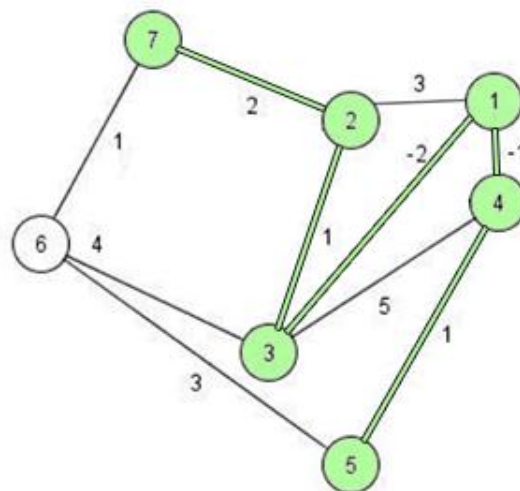
Promatramo preostale bridove koji izlaze iz posjećenih čvorova i zaključujemo da najmanju težinu ima brid 3-2. Dodajemo taj brid u skup bridova koji čine razapinjuće stablo i vrh 2 u skup posjećenih čvorova.



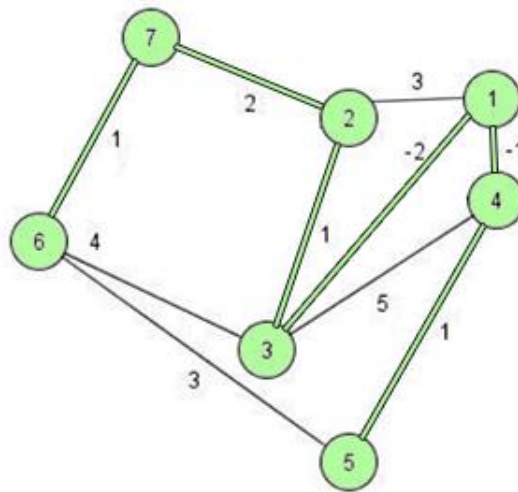
Promatramo preostale bridove koji izlaze iz posjećenih čvorova, najmanju težinu sad ima brid 4-5, pa ga dodajemo u skup bridova koji čine razapinjuće stablo, a vrh 5 u skup posjećenih čvorova.



Sljedeći brid s najmanjom težinom u odnosu na skup posjećenih čvorova je brid 2-7. Dodajemo taj brid u skup bridova koji čine razapinjuće stablo i vrh 7 u skup posjećenih čvorova.



Posljednji brid s najmanjom težinom u odnosu na skup posjećenih čvorova je brid 7-6. Dodajemo taj brid u skup bridova koji čine razapinjuće stablo i vrh 6 u skup posjećenih čvorova.



Posjetili smo sve čvorove i dobili najkraće razapinjuće stablo.

