

Ivan Rezo 0036466940 Grupa P01	FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA SVEUČILIŠTA U ZAGREBU Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo	5.11.2015.
	Osnove robotike	
	Inverzna kinematika manipulatora Zadaća broj 2	

Uvod

Uzimajući u obzir da je motor zaglavljen ($q_3 = 0$) te da je duljina l_5 krivo izmjerena ($l_5 = 0$), postupak za određivanje matrice manipulatora ponovno je proveden te je određena nova matrica složene homogene transformacije manipulatora koja glasi:

$$\mathbf{T}_0^5 = \begin{bmatrix} C_1 C_5 C_{24} + S_1 S_5 & C_1 S_{24} & C_1 S_5 C_{24} - S_1 C_5 & C_1 [l_1 S_2 + l_2 C_2 + (l_3 + l_4) S_{24}] \\ S_1 C_5 C_{24} - C_1 S_5 & -S_1 S_{24} & S_1 S_5 C_{24} + C_1 C_5 & S_1 [l_1 S_2 + l_2 C_2 + (l_3 + l_4) S_{24}] \\ C_5 S_{24} & -C_{24} & S_5 S_{24} & -l_1 C_2 + l_2 S_2 - (l_3 + l_4) C_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadatak 1.

Iz matrice transformacije alata robota odredite vektor konfiguracije alata $\mathbf{w}(q)$ robota.

Vektor konfiguracije alata $\mathbf{w}(q)$ može se isčitati iz zadane matrice transformacije alata robota tako da prva tri retka četvrtog stupca čine elemente vektora konfiguracije alata \mathbf{w}_1 , \mathbf{w}_2 i \mathbf{w}_3 , a prva tri retka trećeg stupca čine elemente vektora konfiguracije alata \mathbf{w}_4 , \mathbf{w}_5 i \mathbf{w}_6 .

$$\mathbf{w}(q) = \begin{bmatrix} C_1 [l_1 S_2 + l_2 C_2 + (l_3 + l_4) S_{24}] \\ S_1 [l_1 S_2 + l_2 C_2 + (l_3 + l_4) S_{24}] \\ -l_1 C_2 + l_2 S_2 - (l_3 + l_4) C_{24} \\ C_1 S_5 C_{24} - S_1 C_5 \\ S_1 S_5 C_{24} + C_1 C_5 \\ S_5 S_{24} \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

Zadatak 2.

Odredite eksplicitne izraze inverzne kinematike za zglobove ruke q_1 do q_5 , uz pretpostavku $q_3 = 0$.

- q_1

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{S_1}{C_1} \quad (2-1)$$

$$q_1 = \arctan 2(w_2, w_1) \quad (2-2)$$

- q_2

$$w_1 = C_1 \cdot [l_1 S_2 + l_2 C_2 + (l_3 + l_4) S_{24}] \quad (2-3)$$

$$w_3 = -l_1 C_2 + l_2 S_2 - (l_3 + l_4) C_{24} \quad (2-4)$$

$$C_{24} = \frac{w_4 + S_1 C_5}{C_1 S_5} \quad (2-5)$$

$$S_{24} = \frac{w_6}{S_5} \quad (2-6)$$

Ako se jednačbe (2-5) i (2-6) uvrste u (2-3) i (2-4) dobije se:

$$\frac{w_1}{C_1} - (l_3 + l_4) \frac{w_6}{S_5} = l_1 S_2 + l_2 C_2 \quad (2-7)$$

$$w_3 + (l_3 + l_4) \cdot \frac{w_4 + S_1 C_5}{C_1 S_5} = -l_1 C_2 + l_2 S_2 \quad (2-8)$$

Množenjem jednačbe (2-8) sa l_1 te jednačbe (2-7) sa l_2 te oduzimanjem (2-7) od (2-8) dobije se:

$$(l_1^2 + l_2^2) C_2 = \frac{l_2 w_1}{C_1} - (l_3 + l_4) \left[\frac{l_2 w_6}{S_5} + l_1 \frac{w_4 + S_1 C_5}{C_1 S_5} \right] - w_3 l_1 \quad (2-9)$$

Odnosno, konačno:

$$q_2 = \arccos \left[\frac{1}{l_1^2 + l_2^2} \cdot \left(\frac{l_2 w_1}{\cos q_1} - (l_3 + l_4) \cdot \left(\frac{l_2 w_6}{\sin q_5} + l_1 \frac{w_4 + \sin q_1 \cos q_5}{\cos q_1 \sin q_5} \right) - w_3 l_1 \right) \right] \quad (2-10)$$

- q_3

$$q_3 = 0 \quad (2-11)$$

- **q4**

$$S_{24} = \frac{w_6}{S_5} \quad (2-12)$$

$$q_4 = \arcsin\left(\frac{w_6}{\sin q_5}\right) - q_2 \quad (2-13)$$

- **q5**

$$C_{24} = \frac{w_4 + S_1 C_5}{C_1 S_5} \quad (2-14)$$

$$C_{24} = \frac{w_5 - C_1 C_5}{S_1 S_5} \quad (2-15)$$

Izjednačavanjem jednačbi (2-14) i (2-15) te kraćenjem, dobiva se:

$$\frac{w_4 + S_1 C_5}{C_1} = \frac{w_5 - C_1 C_5}{S_1} \quad (2-16)$$

$$w_4 S_1 + S_1^2 C_5 = w_5 C_1 - C_1^2 C_5 \quad (2-17)$$

$$C_5 \cdot (S_1^2 + C_1^2) = w_5 C_1 - w_4 S_1 \quad (2-18)$$

Konačno:

$$q_5 = \arccos(w_5 \cos q_1 - w_4 \sin q_1) \quad (2-19)$$

Zadatak 4.

Odaberite 10 točaka u radnom prostoru robota i na njima demonstrirajte funkcionalnost vašeg solvera.

- **Točka 1**

Radna točka 1:

q =

0.6663 0.5391 0 0.6981 0.6665

Vektor konfiguracije:

w =

136.7598 107.5359 -119.5507 -0.3267 0.7430 0.5842

Inverzna kinematika:

q =

0.6663 0.5391 0 0.6981 0.6665
3.8079 -0.8229 0 -0.4143 -2.4751

Direktna kinematika:

w1 =

136.7598 107.5359 -119.5507 -0.3267 0.7430 0.5842

w2 =

136.7598 107.5359 -119.5507 -0.3267 0.7430 0.5842

- **Točka 2**

Radna točka 2:

q =

0.1781 0.1280 0 0.9991 0.1711

Vektor konfiguracije:

w =

128.6777 23.1672 -150.9283 -0.1027 0.9828 0.1538

Inverzna kinematika:

q =

0.1781 0.1280 0 0.9991 0.1711
3.3197 -0.4118 0 -0.7153 -2.9705

Direktna kinematika:

w1 =

128.6777 23.1672 -150.9283 -0.1027 0.9828 0.1538

w2 =

128.6777 23.1672 -150.9283 -0.1027 0.9828 0.1538

- **Točka 3**

Radna točka 3:

q =

0.0326 0.5612 0 0.8819 0.6692

Vektor konfiguracije:

w =

181.0101 5.9032 -95.3634 0.0534 0.7865 0.6153

Inverzna kinematika:

q =

0.0326 0.5612 0 0.8819 0.6692
3.1742 -0.8450 0 -0.5981 -2.4724

Direktna kinematika:

w1 =

181.0101 5.9032 -95.3634 0.0534 0.7865 0.6153

w2 =

181.0101 5.9032 -95.3634 0.0534 0.7865 0.6153

- **Točka 4**

Radna točka 4:

q =

0.1904 0.3689 0 0.4607 0.9816

Vektor konfiguracije:

w =

133.0949 25.6566 -169.1210 0.4460 0.6519 0.6133

Inverzna kinematika:

q =

0.1904 0.3689 0 0.4607 0.9816
3.3320 -0.6527 0 -0.1769 -2.1600

Direktna kinematika:

w1 =

133.0949 25.6566 -169.1210 0.4460 0.6519 0.6133

w2 =

133.0949 25.6566 -169.1210 0.4460 0.6519 0.6133

- **Točka 5**

Radna točka 5:

q =

0.1564	0.8555	0	0.6448	0.3763
--------	--------	---	--------	--------

Vektor konfiguracije:

w =

199.8024	31.5074	-65.5304	-0.1193	0.9227	0.3665
----------	---------	----------	---------	--------	--------

Inverzna kinematika:

q =

0.1564	0.8555	0	0.6448	0.3763
3.2980	-1.1393	0	-0.3610	-2.7653

Direktna kinematika:

w1 =

199.8024	31.5074	-65.5304	-0.1193	0.9227	0.3665
----------	---------	----------	---------	--------	--------

w2 =

199.8024	31.5074	-65.5304	-0.1193	0.9227	0.3665
----------	---------	----------	---------	--------	--------

- **Točka 6**

Radna točka 6:

q =

0.1909	0.4283	0	0.4820	0.1206
--------	--------	---	--------	--------

Vektor konfiguracije:

w =

144.1702	27.8649	-158.8933	-0.1159	0.9887	0.0950
----------	---------	-----------	---------	--------	--------

Inverzna kinematika:

q =

0.1909	0.4283	0	0.4820	0.1206
3.3325	-0.7120	0	-0.1982	-3.0210

Direktna kinematika:

w1 =

144.1702	27.8649	-158.8933	-0.1159	0.9887	0.0950
----------	---------	-----------	---------	--------	--------

w2 =

144.1702	27.8649	-158.8933	-0.1159	0.9887	0.0950
----------	---------	-----------	---------	--------	--------

- **Točka 7**

Radna točka 7:

q =

0.5895	0.2262	0	0.3846	0.5830
--------	--------	---	--------	--------

Vektor konfiguracije:

w =

85.8083	57.3923	-191.8981	-0.0893	0.9446	0.3157
---------	---------	-----------	---------	--------	--------

Inverzna kinematika:

q =

0.5895	0.2262	0	0.3846	0.5830
3.7311	-0.5100	0	-0.1008	-2.5586

Direktna kinematika:

w1 =

85.8083	57.3923	-191.8981	-0.0893	0.9446	0.3157
---------	---------	-----------	---------	--------	--------

w2 =

85.8083	57.3923	-191.8981	-0.0893	0.9446	0.3157
---------	---------	-----------	---------	--------	--------

- **Točka 8**

Radna točka 8:

q =

0.2518 0.2904 0 0.6171 0.2653

Vektor konfiguracije:

w =

129.6174 33.3462 -166.1571 -0.0841 0.9748 0.2066

Inverzna kinematika:

q =

0.2518 0.2904 0 0.6171 0.2653
3.3934 -0.5742 0 -0.3333 -2.8763

Direktna kinematika:

w1 =

129.6174 33.3462 -166.1571 -0.0841 0.9748 0.2066

w2 =

129.6174 33.3462 -166.1571 -0.0841 0.9748 0.2066

- **Točka 9**

Radna točka 9:

q =

0.8244 0.9827 0 0.7302 0.3439

Vektor konfiguracije:

w =

141.2257 152.6877 -29.7064 -0.7236 0.6042 0.3337

Inverzna kinematika:

q =

0.8244 0.9827 0 0.7302 0.3439
3.9660 -1.2665 0 5.8367 -2.7977

Direktna kinematika:

w1 =

141.2257 152.6877 -29.7064 -0.7236 0.6042 0.3337

w2 =

141.2257 152.6877 -29.7064 -0.7236 0.6042 0.3337

- **Točka 10**

Radna točka 10:

q =

0.5841 0.1078 0 0.9063 0.8797

Vektor konfiguracije:

w =

102.2136 67.5632 -162.7248 -0.0118 0.7563 0.6542

Inverzna kinematika:

q =

0.5841 0.1078 0 0.9063 0.8797
3.7257 -0.3916 0 -0.6225 -2.2619

Direktna kinematika:

w1 =

102.2136 67.5632 -162.7248 -0.0118 0.7563 0.6542

w2 =

102.2136 67.5632 -162.7248 -0.0118 0.7563 0.6542