Napredni algoritmi i strukture podataka – rujanski ispitni rok

10. rujna 2015.

Ovaj ispit donosi ukupno **50 *bodova*** (*prag 35*)*, a vrijednosti pojedinih* (*pod*)*zadataka su u zagradi na početku teksta svakog* (*pod*)*zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadatcima donose negativne bodove* (*drugi broj u zagradi, iza* ;)! *Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

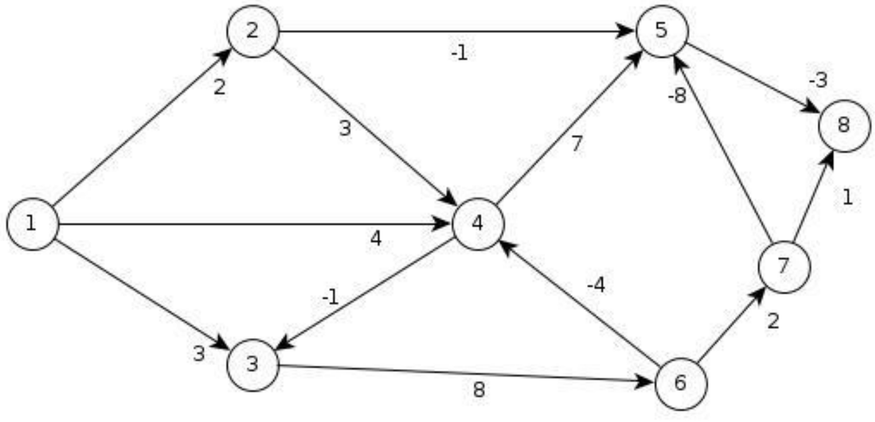
1. (9) Skicirajte B-stablo 4. reda, u početku prazno, tijekom upisivanja redom:
   25, 4, 13, 3, 19, 18, 10, 14, 24 i 27.

2. (4; –1) Navedite barem dva područja primjene neuronskih mreža. Ako ne znate naziv područja, jednostavno opišite, kratko i jasno, primjenu na koju mislite.
   Napomena: negativni bodovi dobivaju se za svaku navedenu primjenu koja nije moguća, ali ne može se dobiti više od 2 negativna boda. Za točne navode će se dobivati pozitivni bodovi (najviše 4), a ukupni rezultat bit će zbroj pozitivnih i negativnih bodova.

3. (8; –2) Zamislite skup svih mogućih zbrojeva prilikom bacanja dviju kocki. Taj skup možemo prikazati kao kvadrat sa 6×6 polja u kojemu je svako polje jedan mogući zbroj.

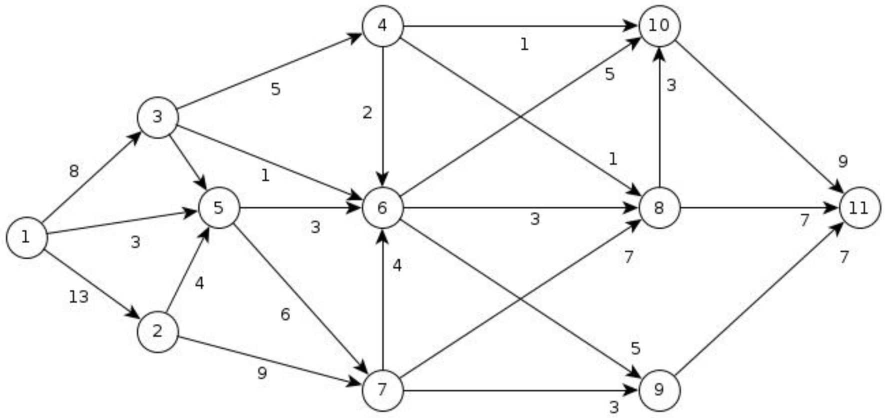
   a) (4; –2) Možemo li uvježbati jedan linearni neuron (*Adaline*) da nam služi za razvrstavanje parnih i neparnih zbrojeva, primjerice tako da za neparni zbroj izlaz bude logička jedinica, a za parni logička nula? Odgovorite samo s DA ili NE.
   b) (4) Obrazložite odgovor na podpitanje a).
   Naputak: dovoljna je jedna dobro sročena rečenica.

4. (8) Bellman-Fordovim algoritmom pronađite najkraći put između vrhova 1 i 8 u grafu na slici.



Savjet: bridove obrađujte po redoslijedu njihovih vrhova; tada će postupak biti vrlo kratak.

5. (10) Odredite najveći mogući tok iz čvora 1 u čvor 11 u mreži na slici:



6. (11) Tetraedar koji je u cijelosti u prvom oktantu (dakle sve njegove točke imaju sve koordinate nenegativne) zadan je sljedećim nejednadžbama:

$$z \geq 3$$
$$2x + y + 2z \leq 18$$
$$-2x + y + 2z \leq 6$$
$$-4y + 3z \leq 3 \quad .$$

a) (9) Odredite koordinate središta i polumjer najveće kugle koja se može upisati u taj tetraedar.

b) (2; –1) Koje plohe zadanog tetraedra najveća kugla dotiče? Kratko obrazložite.

Podsjetnik: jednadžba ravnine u trodimenzionalnom prostoru je $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3 = v$ *ili vektorski* $\mathbf{u}^T\mathbf{x} = v$, *pri čemu su* u_i *koeficijenti u jednadžbi, a* x_i *koordinate točaka. Vektor* $\mathbf{u}$ *je vektor iz ishodišta okomit na ravninu (normala ravnine). Podijelimo li jednadžbu normom normale* $||\mathbf{u}||$ *dobivamo* $\mathbf{u}_0^T\mathbf{x} = v / ||\mathbf{u}||$. *Lijeva strana je umnožak jediničnog vektora normale i radijus-vektora točke, tj. duljina projekcije radijus-vektora točke na smjer normale. Dakle, točke za koje je* $\mathbf{u}^T\mathbf{x} < v$ *jesu poluprostor koji se prostire od ravnine prema ishodištu (ravnina dijeli cijeli prostor na dva dijela). Uvrstimo li u jednadžbu ravnine točku kojoj je radijus-vektor* $\mathbf{p} = [p_1\ p_2\ p_3]^T$ *i koja nije u ravnini nego je za d udaljena od nje, bit će* $\mathbf{u}_0^T\mathbf{p} = v / ||\mathbf{u}|| + d$, *odnosno* $||\mathbf{u}||\cdot d = \mathbf{u}^T\mathbf{p} - v$.

Naputak: središte kugle upisane u tetraedar bit će točka koja je za polumjer te kugle udaljena od najbliže plohe tetraedra, dakle polumjer kugle mora biti manji ili jednak udaljenosti središta od bilo koje plohe tetraedra. Drugim riječima, za udaljenost d središta kugle od ploha tetraedra i polumjer kugle r mora vrijediti $|d| \geq r$, *s time da je polumjer kugle r sigurno nenegativan. Krenite od toga, imajući na umu zadane nejednakosti.* ☺