

# Kompleksne mreže

1. predavanje

1997 / 1998

# O predmetu

- 13 predavanja (2 sata)
- 6 auditornih (2 sata)
- Zavodi:
  - Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija, D-zgrada, 1. kat
  - Zavod za telekomunikacije, C-zgrada, 8. kat

**Pregled predavanja:**

Rbr.	Datum	Tema	Auditorne
	Srijeda		
1.	4.10.	Uvod u predmet. Mrežni elementi	
2.	11.10.	Mreže malog svijeta, socijalna udaljenost	
3.	18.10.	Centralnosti (hubovi, robustnost)	Aud 1
4.	25.10.	Usmjerenost i težine	
5.	1.11.	<b>Praznik</b>	
6.	8.11.	Mrežni modeli (slučajne mreže, preferencijalni modeli)	Aud 2
7.	15.11	Dinamika (širenje ideja, informacija i utjecaj)	Aud 3
<b>MEĐUISPIT (ne održava se)</b>			
8.	6.12.	Učenje u mrežama (Bayesian & DeGroot model, mudrost masa)	
9.	13.12.	Igre u mrežama (peer utjecaj, odnos mrežne strukture i ponašanja)	Aud 4
10.	20.12.	Zajednice u mrežama (koncepti zajednica, detekcija zajednica)	Aud 5
11.	10.1.	Društvene mreže (definicija, razvoj, vrste)	
12.	17.1.	Analiza društvenih mreža	Aud 6
13.	24.1.	Izabrane teme u području kompleksnih mreža	
<b>ZAVRŠNI ISPIT (termin prema akademskom kalendaru)</b>			

# Auditorne vježbe

- 6 pokaznih vježbi po 2 sata
- Python
- NetworkX

# Predavači

## **Prof. Mile Šikić**

FER, Genome Institute of Singapore,  
Oraclum Ltd, ORCA hedge fond



## **Prof. Vedran Podobnik**

FER i Hewlett Packard Enterprise



# Asistenti

**Filip Tomas, mag.ing.**



**Josipa Lipovac, mag.ing.**



**Demijan Grgić, mag.ing.**



# Bodovanje

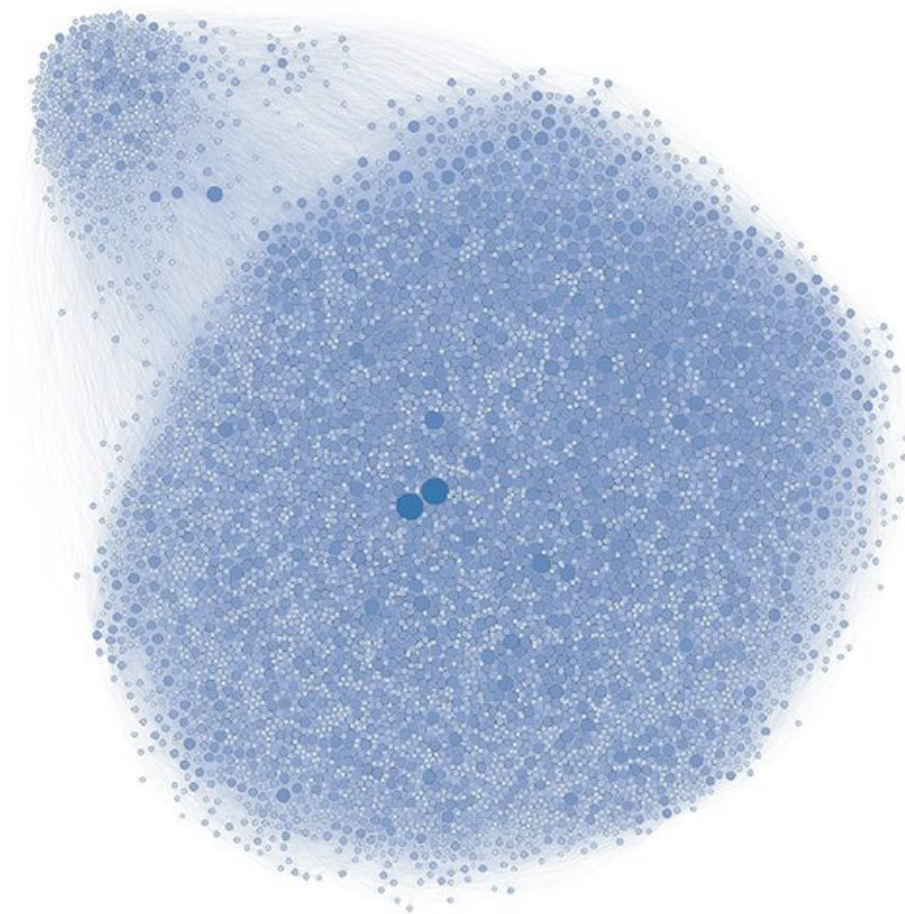
- Prisustvo nastavi – 10 bodova
- Prisustvo auditornim vježbama – 10 bodova
- Međuispit – Nema
- Završni ispit (pismeni i na računalu – 90 minuta) – 80 bodova
- Ispitni rok (pismeni i na računalu – 90 minuta ) – 80 bodova



# Ocjenjivanje (pragovi)

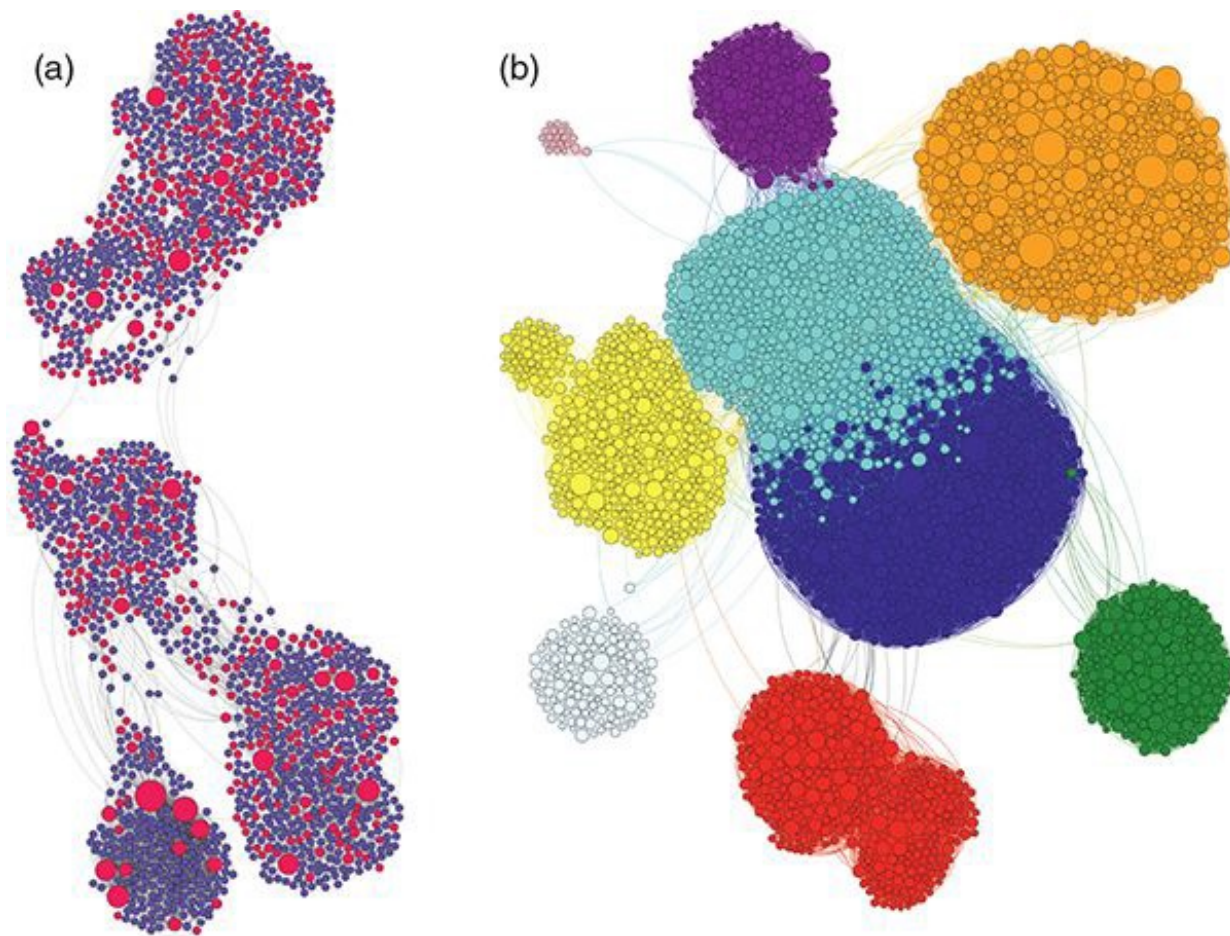
- 2 – 50 bodova
- 3 – 62 boda
- 4 – 74 boda
- 5 – 86 bodova

# Kompleksne mreže - Facebook



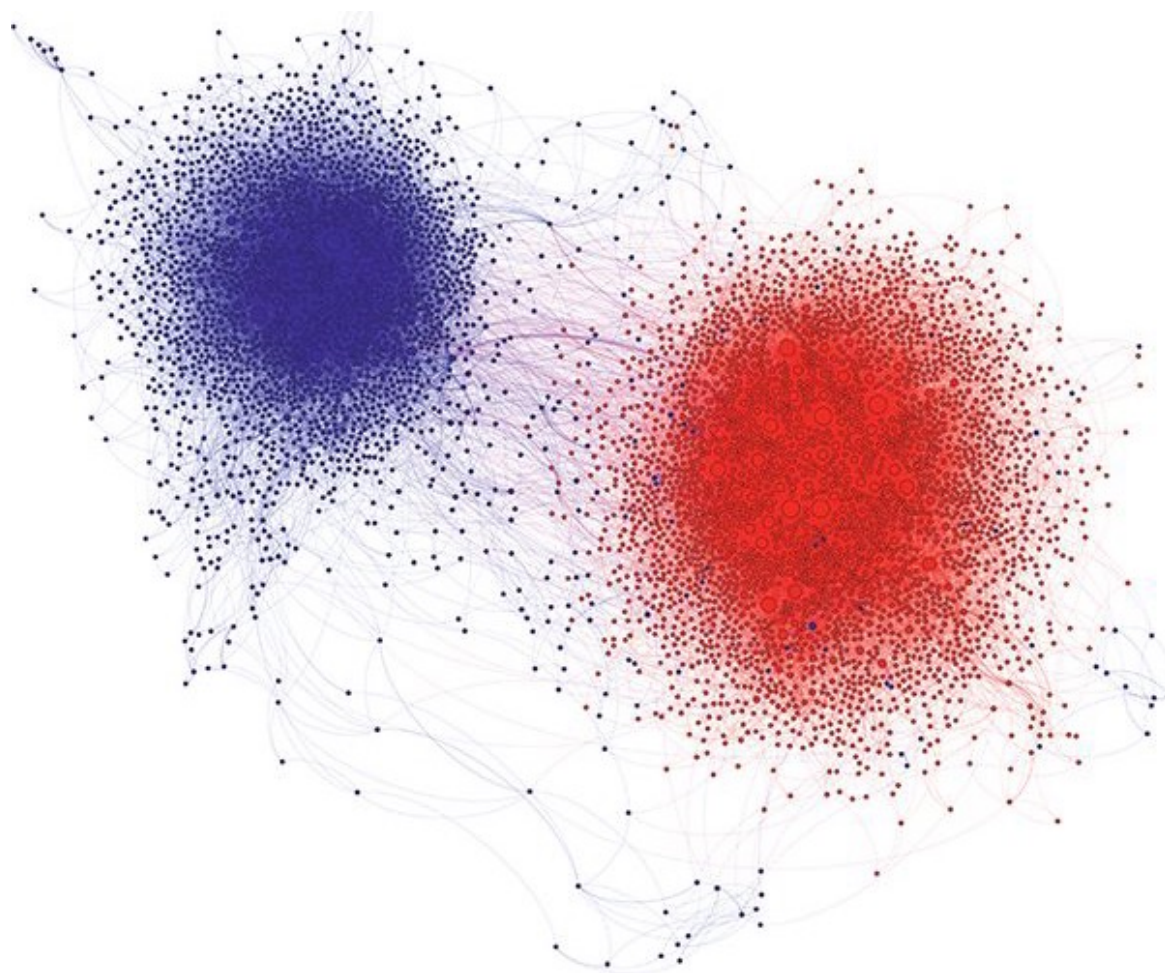
Mreža Facebook korisnika na Northwestern University

# Kompleksne mreže – mreža glumaca



- (a) Film – zvijezda mreža temeljena na manjem uzorku filmova, glumaca iz IMDB. Čvorovi su filmovi (plavo) ili glumci (crveno)
- (b) Mreža glumaca koji su glumili istim filmovima iz IMDB. Boje predstavljaju žanrove ili jezike/zemlje (Hollywood –plavi, vesterni – tirkizna, meksički – ljubičasta, kineski – žuta, filipinski – narančasta, turski i istočno europski – zeleno, indijski – crvena, grčki – bijela, za odrasle – ružičasta)

# Kompleksne mreže – Twitter (US politika 2010)

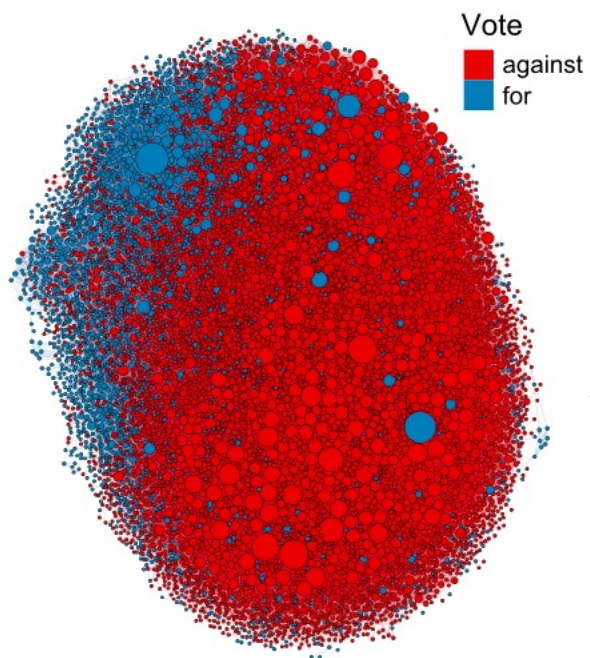


Mreža retweeta vezana uz američke izbore za kongres i senat 2010 . Crveno su konzervativci, a plavo progresivni

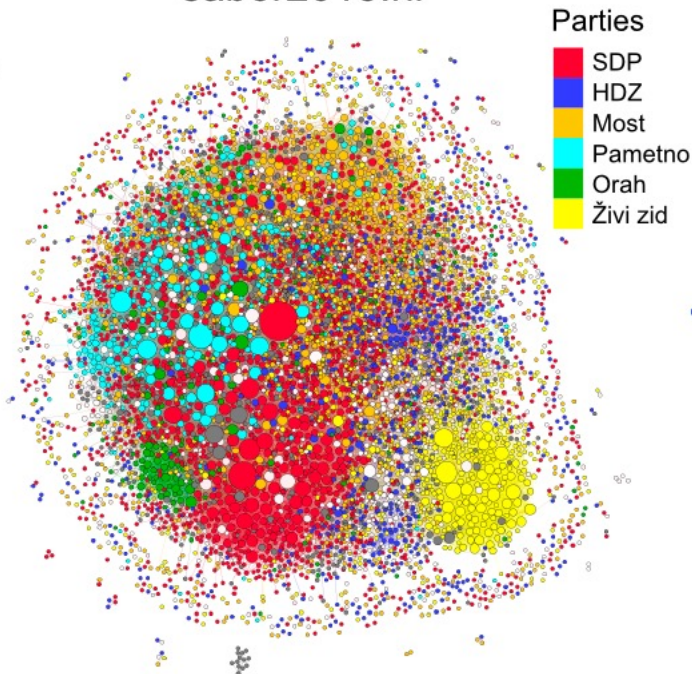


# Kompleksne mreže - Facebook - Hrvatska

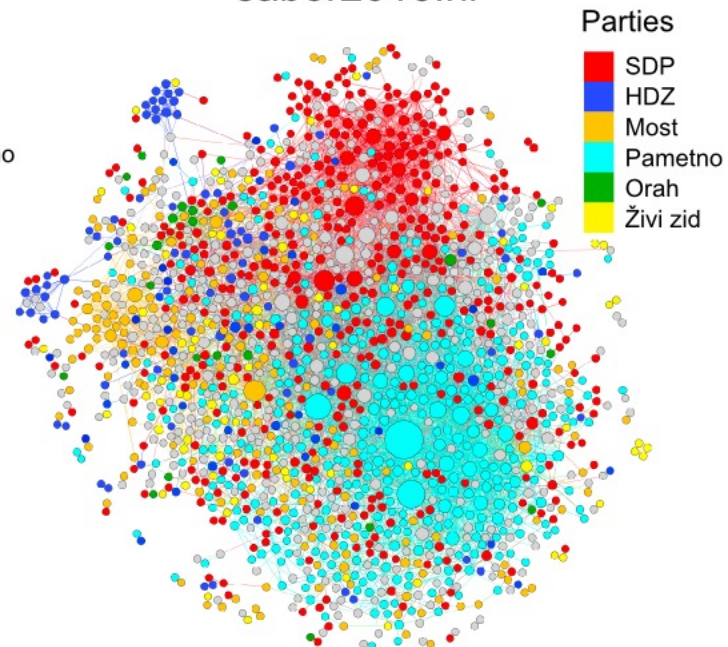
referendum2013.hr



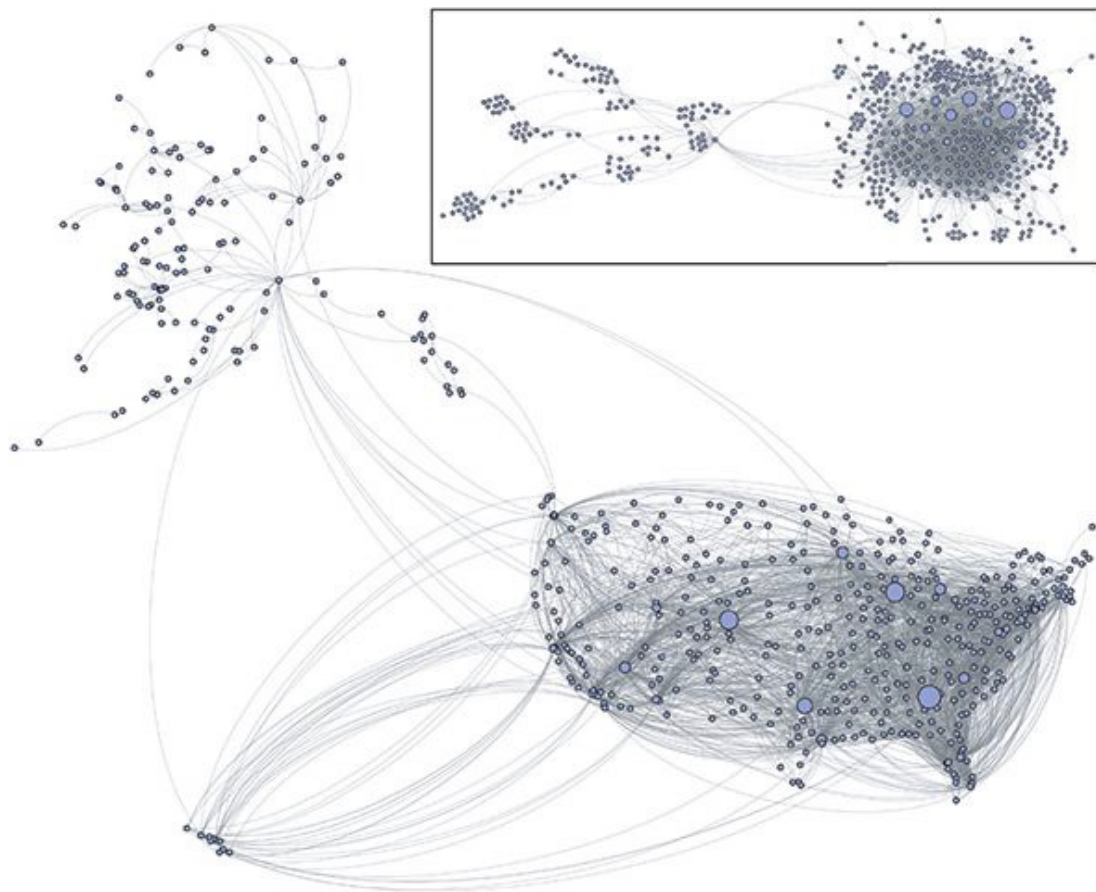
sabor2015.hr



sabor2016.hr



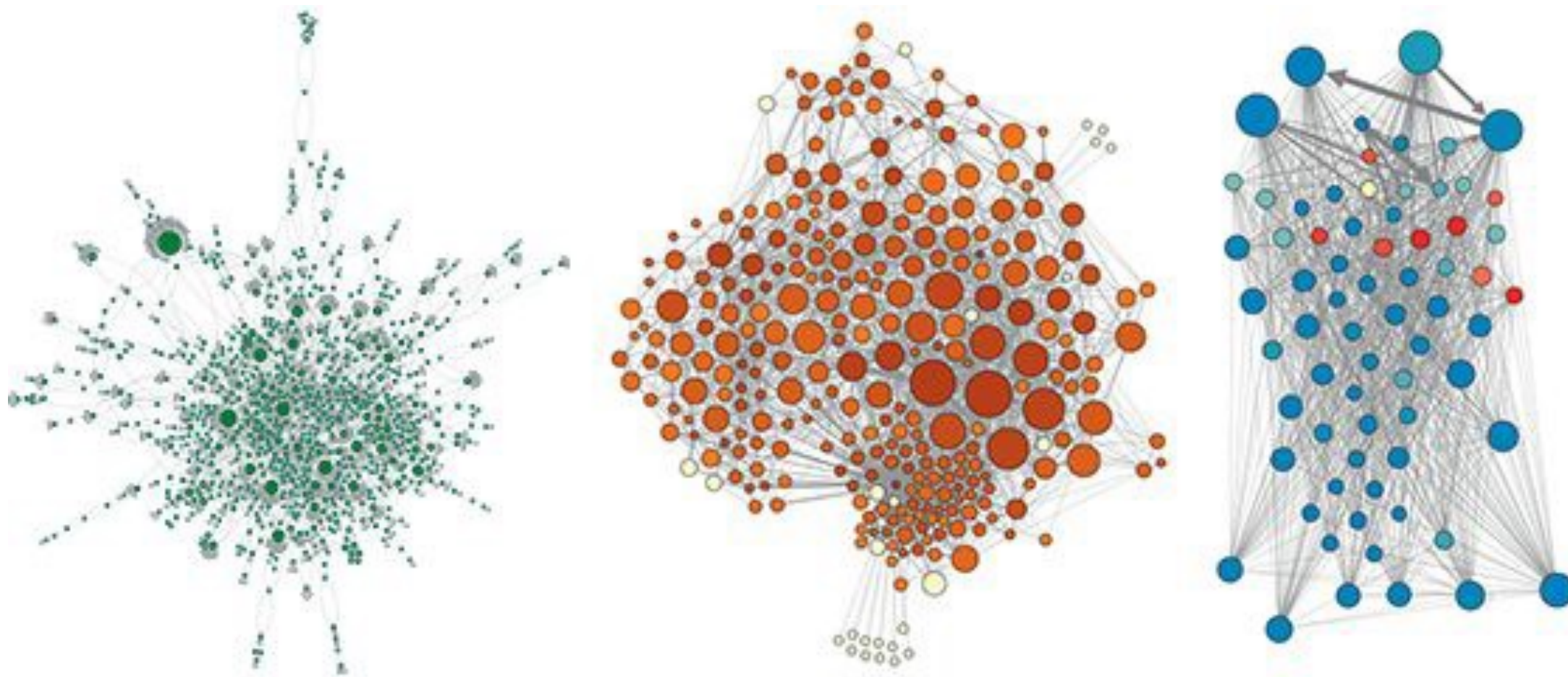
# Kompleksne mreže – mreža aerodroma



Mreža US avionskog prometa (podaci o prometu sa [OpenFlights.org](https://openflights.org/)). Čvorovi su pozicionirani u skladu sa svojim geografskim koordinatama. Bitni aerodromi (Atlanta, Chicago, Denver) su uočljivi. Manja mapa prikazuje drugačije nacrtanu mrežu.



# Kompleksne mreže – biološke mreže



Tri biološke mreže. Lijevo: mreža proteinskih interakcija kvasca. Sredina: neuralna mreža crva. Desno: mreža hranidbenog lanca u Everglades nacionalnom parku (Florida). Three biological networks. Left: Protein interaction network of yeast. Direktne veze od plijena prema predatoru. Veliki plavi čvorovi su na vrhu hranidbenog lanca, a mali crveni na dnu.

# Osnovni pojmovi

## **Matematika**

- Graf
- Vrh
- Brid

## **Fizika**

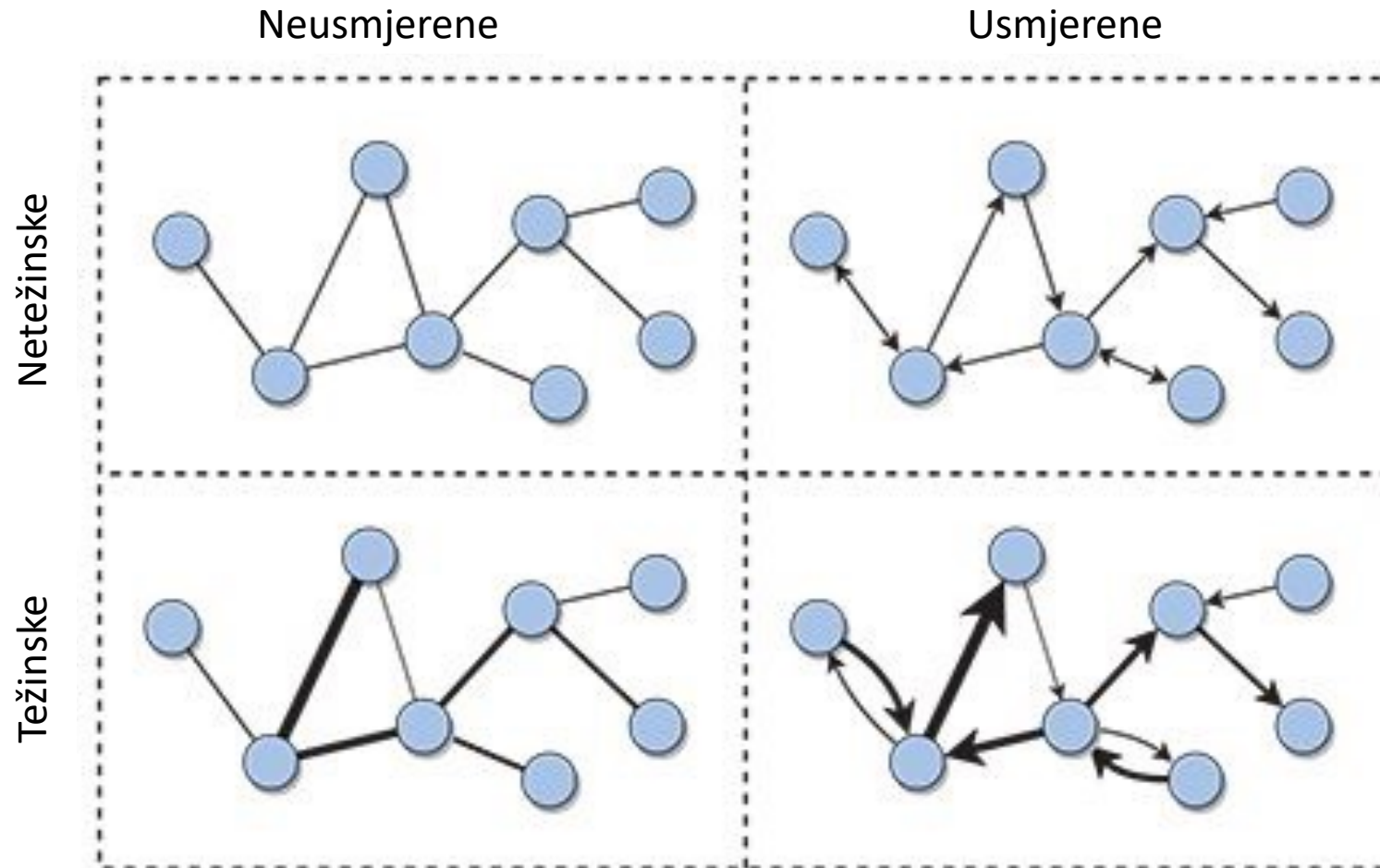
- Mreža
- Čvor
- Veza



# Osnovni pojmovi

- Mreža  $G$  se sastoji od skupa od  $N$  elemenata (čvorovi) i skupa od  $L$  parova čvorova (veze)
- Usmjerenost
  - Direktna (digraf) – veza  $(i,j)$  ide od izvorišnog čvora  $i$  do odredišnog čvora  $j$
  - Neusmjerena (veze dvosmjerne)
- Težina
  - Težinske  $(i,j,w)$   $w$  - težina
  - Netežinske

# Osnovni pojmovi



# NetworkX

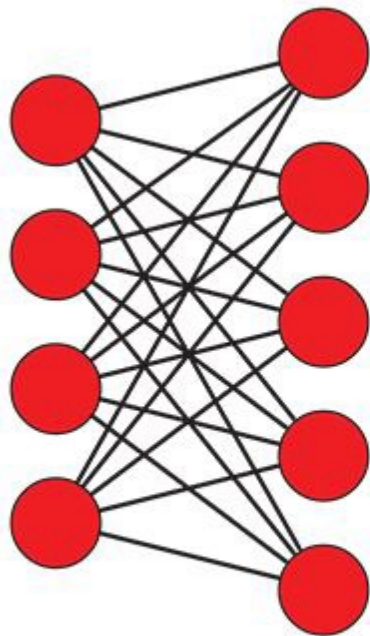
- <https://networkx.org/>



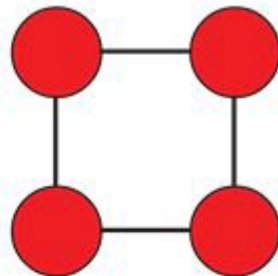
**NetworkX**  
Network Analysis in Python

# Jednostavne mreže

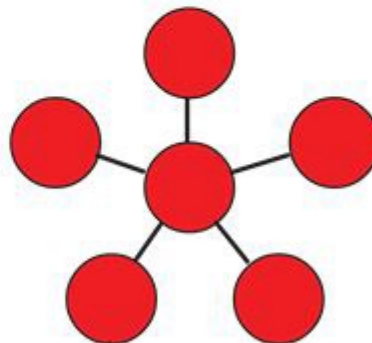
`B = nx.complete_bipartite_graph(4,5)`



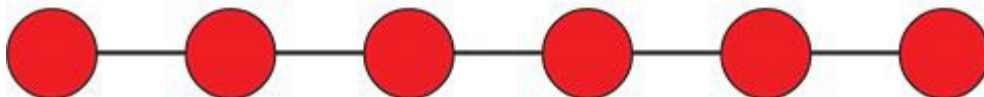
`C = nx.cycle_graph(4)`



`S = nx.star_graph(6)`



`P = nx.path_graph(5)`



- Bipartitni graf
- Zvezda
- Ciklički graf
- Lanac

# Gustoća i rijetkost

- Maksimalna gustoća

- Neusmjerena  $L_{max} = \binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$

- Usmjerena  $L_{max} = N(N-1)$

- Gustoća

- Neusmjerena  $d = \frac{L}{L_{max}} = \frac{2L}{N(N-1)}$

- Usmjerena  $d = \frac{L}{L_{max}} = \frac{L}{N(N-1)}$

- Rijetka mreža  $L \sim N$

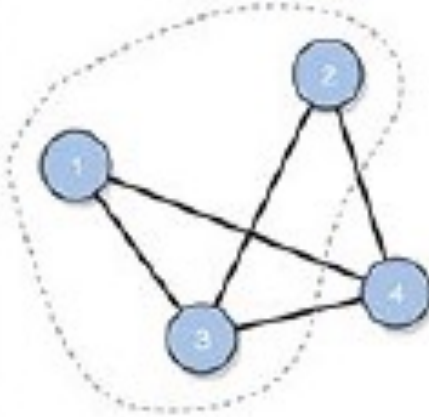
- Gusta mreža  $L \sim N^2$

# Podmreža

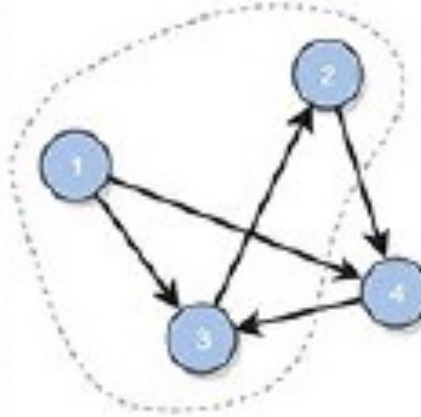
Neusmjerena

Usmjerena

Originalna

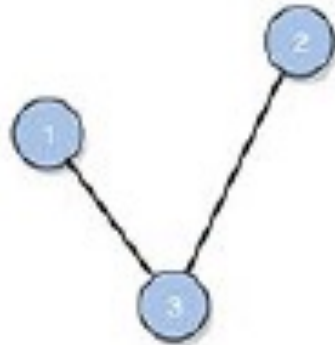


	1	2	3	4
1	0	0	1	1
2	0	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0

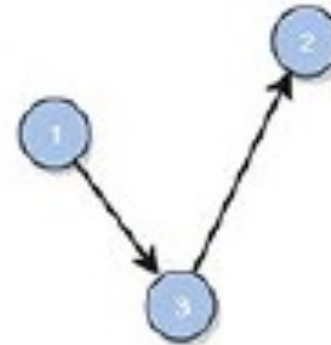


	1	2	3	4
1	0	0	1	1
2	0	0	0	1
3	0	1	0	0
4	0	0	1	0

Podmreža

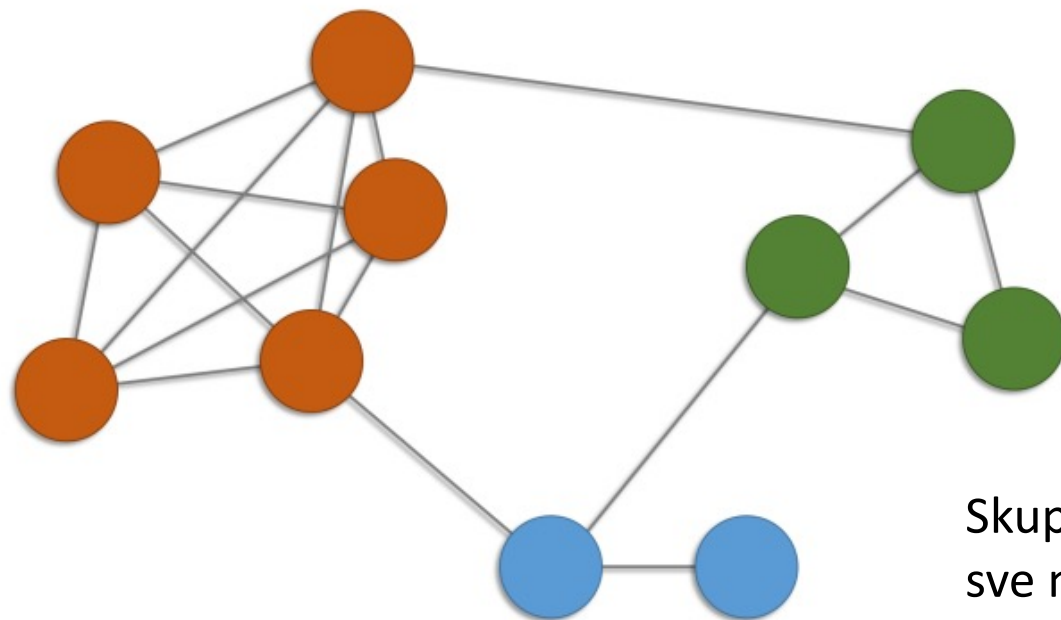


	1	2	3
1	0	0	1
2	0	0	1
3	1	1	0



	1	2	3
1	0	0	1
2	0	0	0
3	0	1	0

# Klika



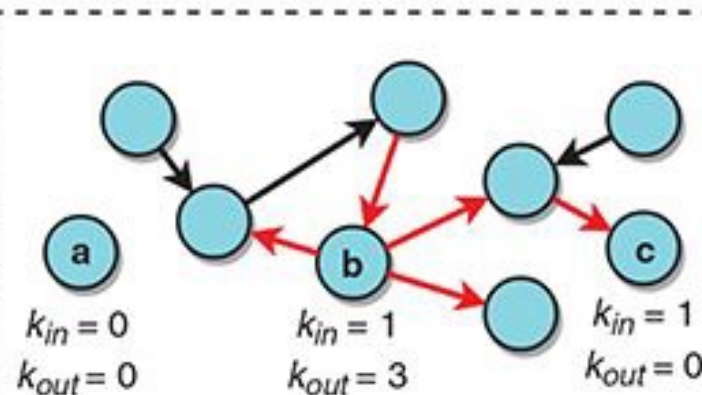
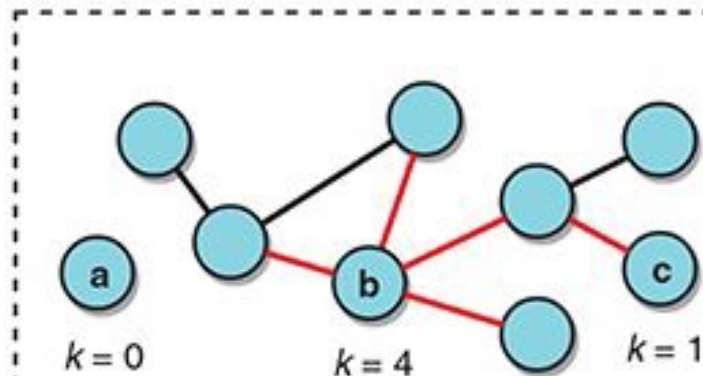
Skup čvorova tvori kliku (potpuna podmreža) ako postoje sve moguće veze između čvorova.

# Stupanj čvora

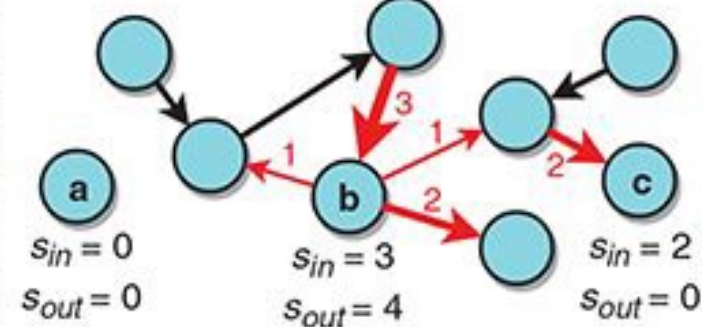
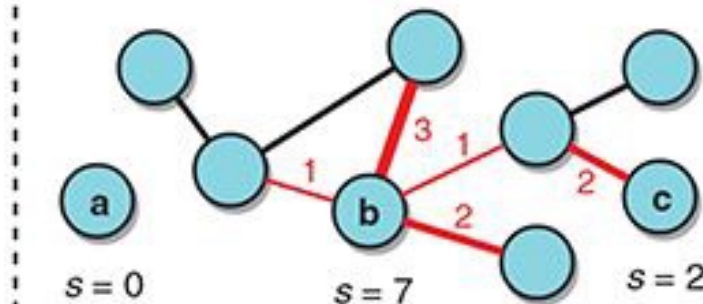
Neusmjerena

Usmjerena

Netežinska



Težinska

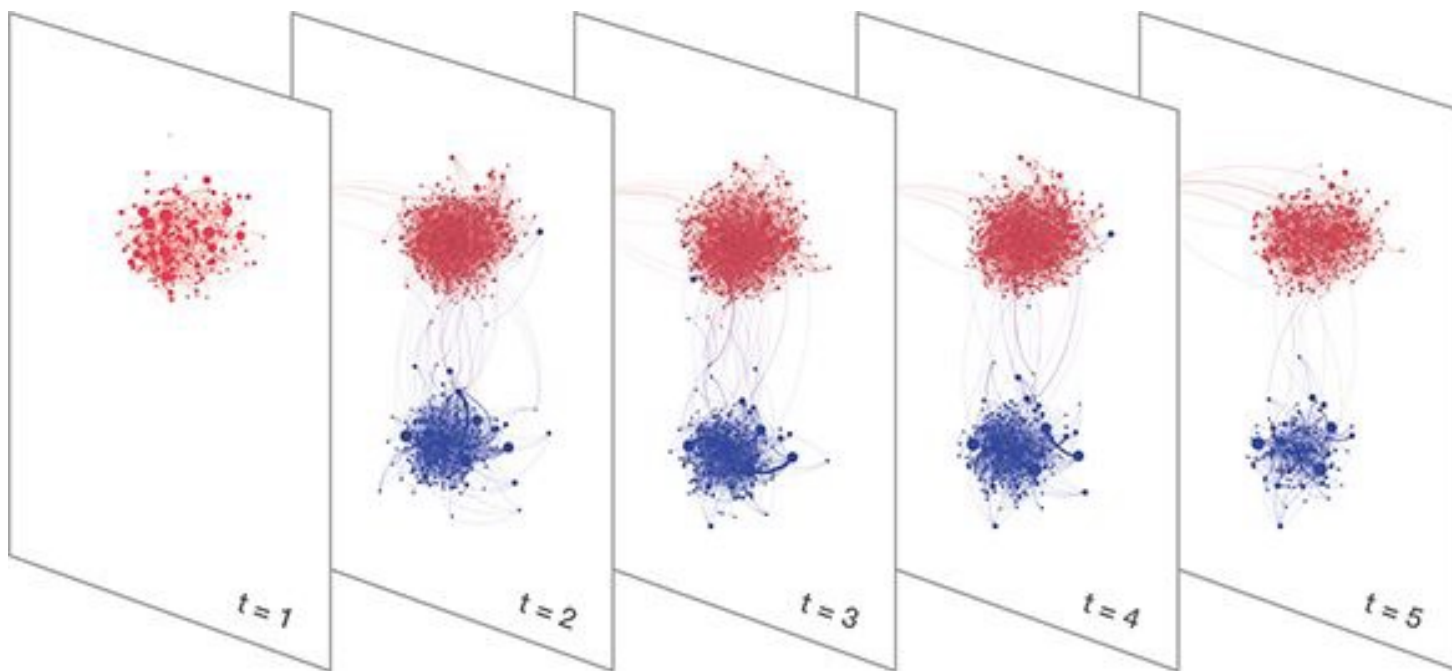




# Prosječan stupanj mreže

- $d = \frac{2L}{N(N-1)}$
- $\langle k \rangle = \frac{\sum_i k_i}{N}$
- $\langle k \rangle = \frac{2L}{N} = \frac{dN(N-1)}{N} = d(N-1)$
- $d = \frac{\langle k \rangle}{N-1}$  - omjer prosječnog i maksimalnog stupnja
- $k_{max} = N - 1$
- $k_{in}$  i  $k_{out}$  - ulazni i izlazni stupanj čvora

# Temporalne i višeslojne mreže



**Višeslojna mreža** – svaki sloj predstavlja isti skup čvorova i takva mreža se naziva multipleks

**Temporalna mreža** – specijalan slučaj multipleksa kod koje se u svakom vremenskom odsječku mijenjaju čvorovi i veze

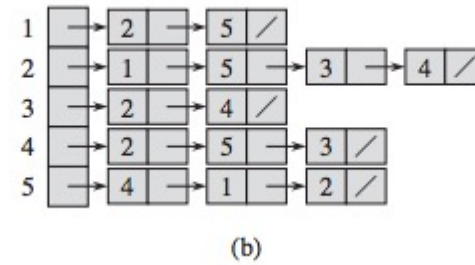
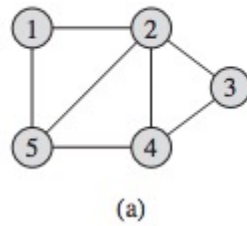
**Temporalna mreža političkih retweetova** – svaki sloj predstavlja isti skup čvorova i takva mreža se naziva multipleks

# Multipleks mreže

- Unutarslojne veze
- Izvanslojne veze
- Analiza multipleks mreža – agregiranje podataka iz različitih slojeva
- Svaki sloj može biti karakteriziran svojim skupom čvorova i veza – **mreža mreža**
- Primjer: energetska mreža uparena s lokalnom računalnom mrežom
- Kaskadna pogreška

# Mrežna reprezentacija

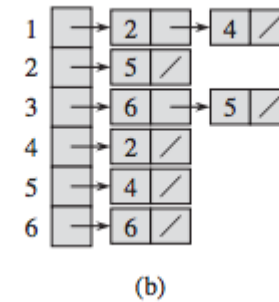
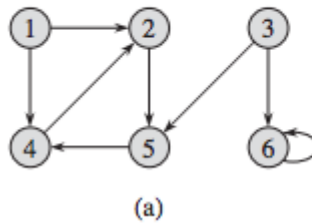
- Graf (a)
- Lista susjedstva (b)
- Matrica susjedstva (c)
- Lista veza



Adjacency matrix representation (c) for graph (a). The matrix is 5x5, with rows and columns indexed 1 to 5.

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

(c)

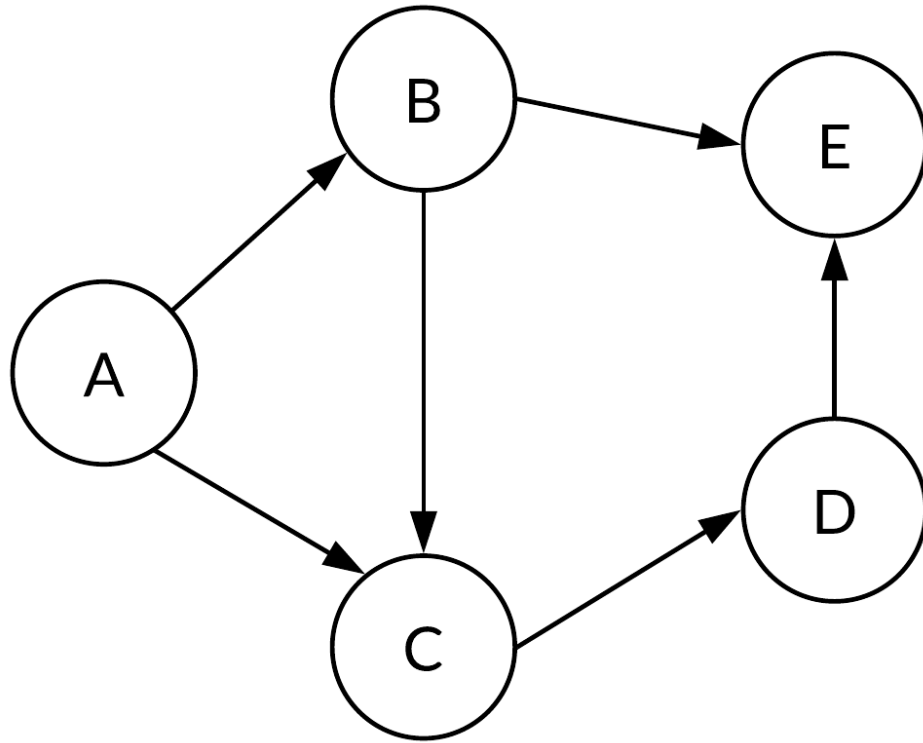


Adjacency matrix representation (c) for graph (a). The matrix is 6x6, with rows and columns indexed 1 to 6.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

(c)

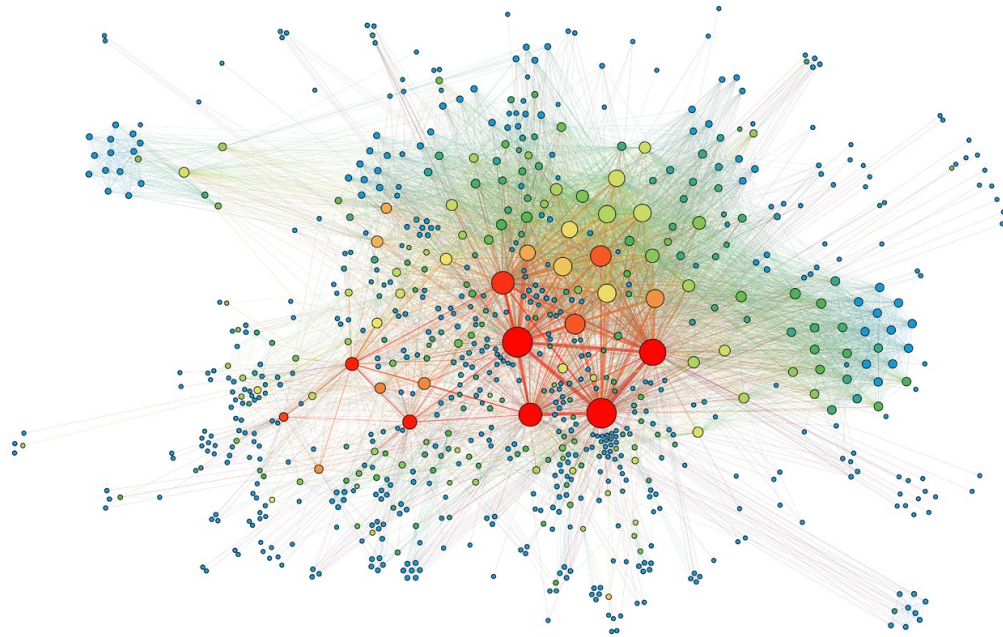
# Lista veza



Edge list:

```
graph = [('A', 'B'),  
         ('A', 'C'),  
         ('B', 'C'),  
         ('B', 'E'),  
         ('C', 'D'),  
         ('D', 'E')  
]
```

# Crtanje grafa



**Force directed algoritam**

