

Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za primjenjeno računarstvo

## **Napredni algoritmi i strukture podataka**

Rješenja ZI 2014/15 – zadaci: 1.,2.,5.

Marija Hlobik, 0036463377

Zagreb, 09.12.2016.

1. (10) Skicirajte polazno prazno AVL stablo uslijed dodavanja sljedećih elemenata:

8, 13, 5, 10, 14, 12, 9, 11, 2, 6 i 4.

### RJEŠENJE:

AVL definicijsko pravilo propisuje faktore ravnoteže (balance factors) čvorova u stablu.

**faktor ravnoteže  $FR = (\text{visina desnog podstabla}) - (\text{visina lijevog podstabla})$**

AVL definicijsko pravilo:

**faktori ravnoteže svih čvorova moraju biti  $-1$ ,  $0$  ili  $1$**

Dodavanje čvora u AVL stablo:

1. naći mjesto i ubaciti čvor

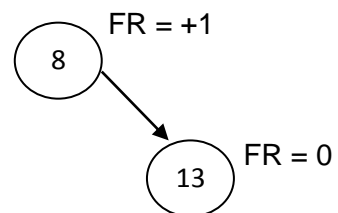
2. uravnotežiti stablo

1. **KORAK** – dodajemo 8  $FR = 0$



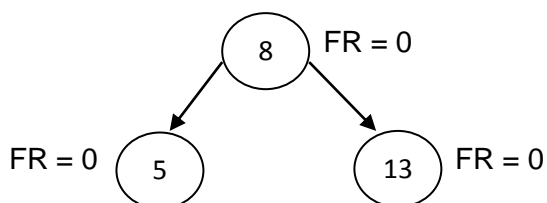
2. **KORAK** – dodajemo 13

$13 > 8$  što znači da ide s desne strane podstabla



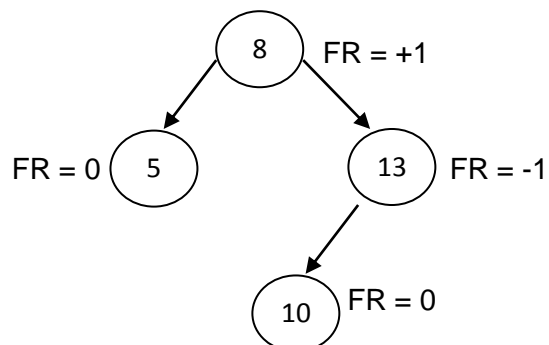
3. **KORAK** – dodajemo 5

$5 < 8$  što znači da ide s lijeve strane podstabla



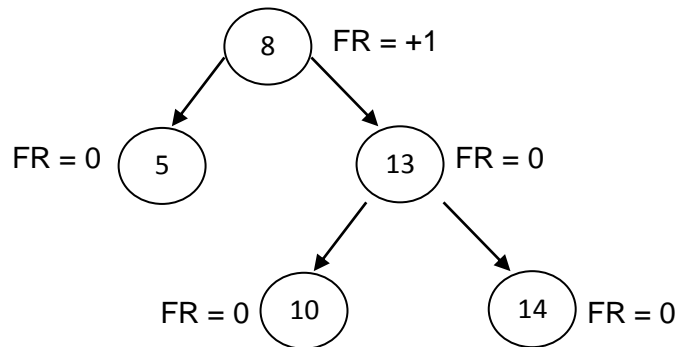
4. **KORAK** – dodajemo 10

$10 > 8$  što znači da ide s desne strane podstabla, nadalje je  $10 < 13$  što znači da ćemo ga smjestiti lijevo od 13



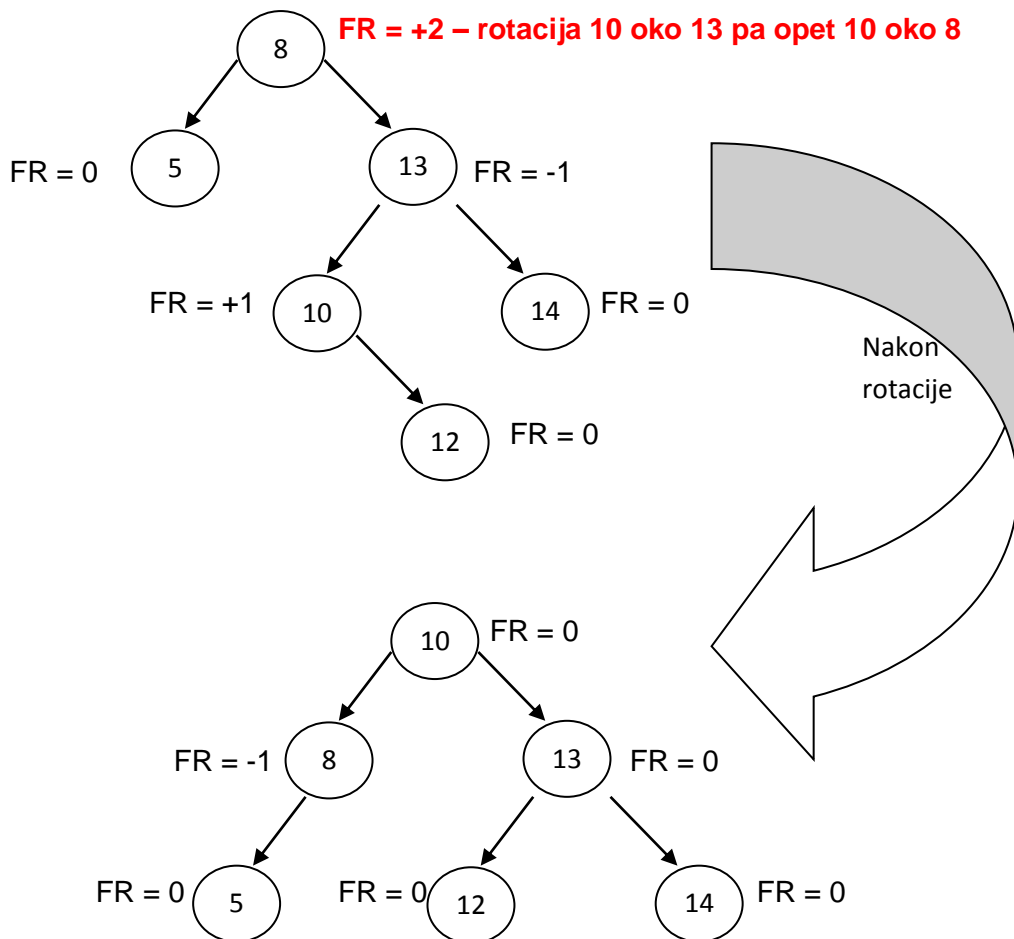
5. **KORAK** – dodajemo 14

14 > 8 znači da ide s desne strane podstabla, nadalje je 14 > 13 što znači da ćemo ga smjestiti desno od 13



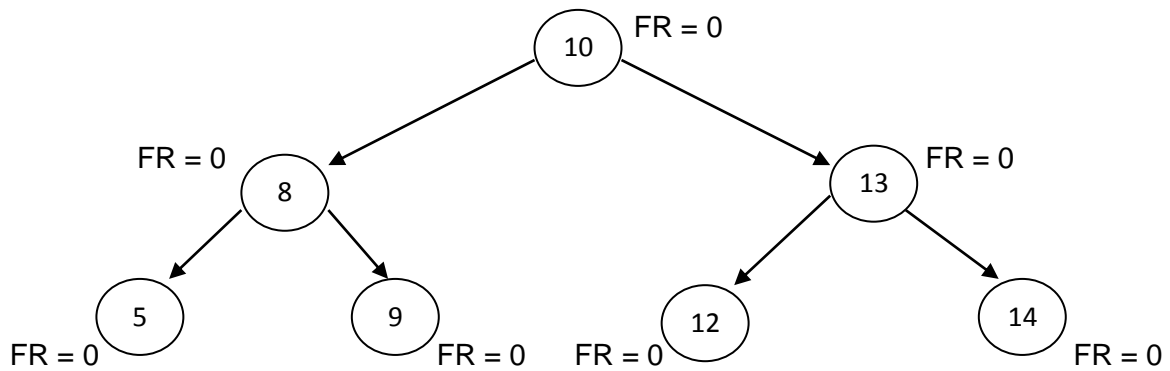
6. **KORAK** – dodajemo 12

12 > 8 što znači da ide s desne strane podstabla, nadalje je 12 < 13 što znači da ćemo ga smjestiti lijevo od 13 i 12 > 10 ide desno od 10



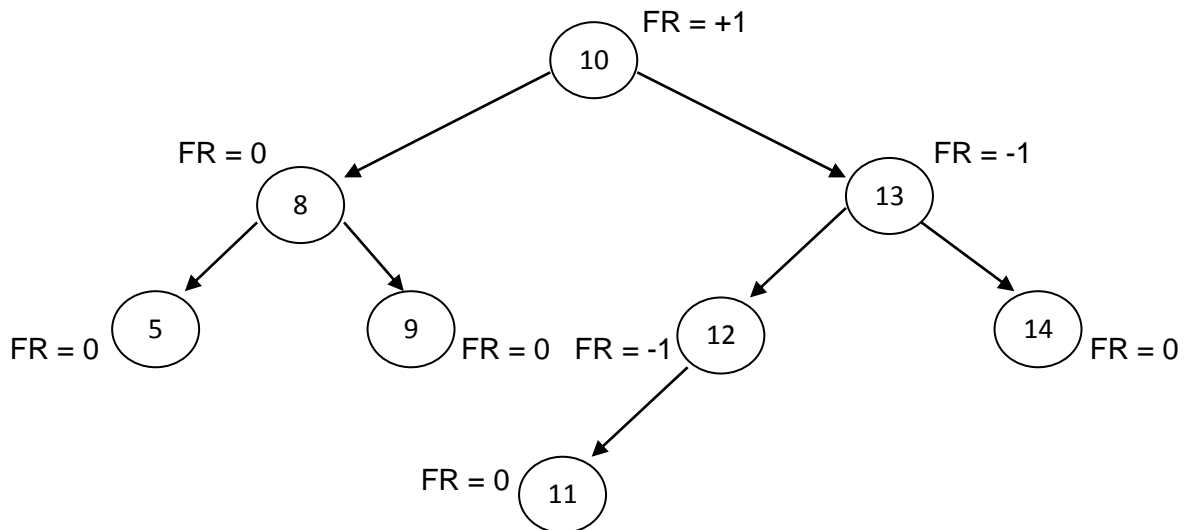
7. **KORAK** – dodajemo 9

9 < 10 što znači da ide s lijeve strane podstabla, nadalje je 9 > 8 što znači da ćemo ga smjestiti desno od 8



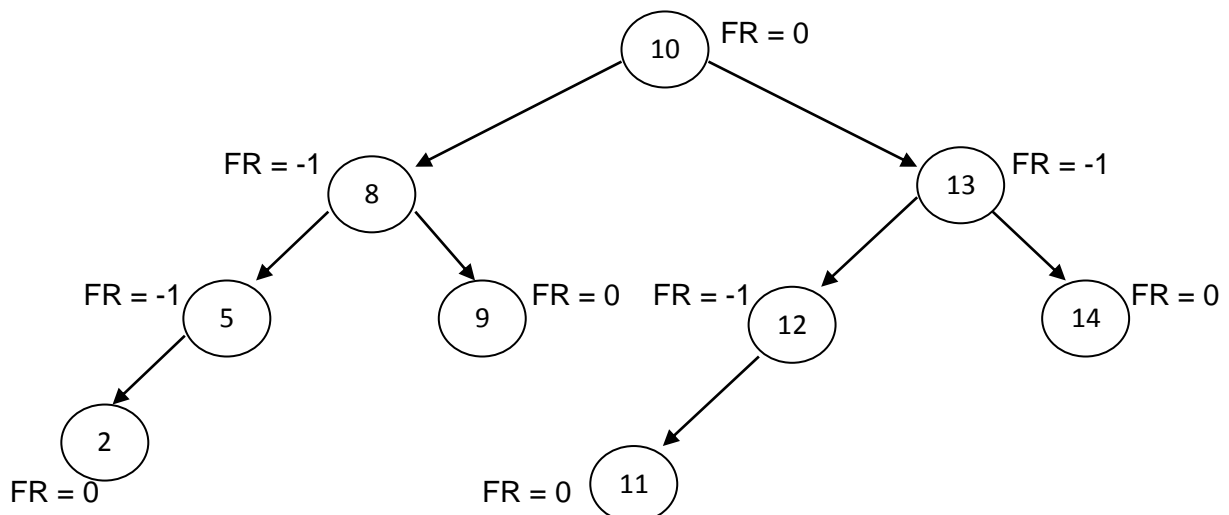
**8. KORAK** – dodajemo 11

11 > 10 što znači da ide s desne strane podstabla, nadalje je 11 < 13 i 11 < 12 što znači da ćemo ga smjestiti lijevo od 12



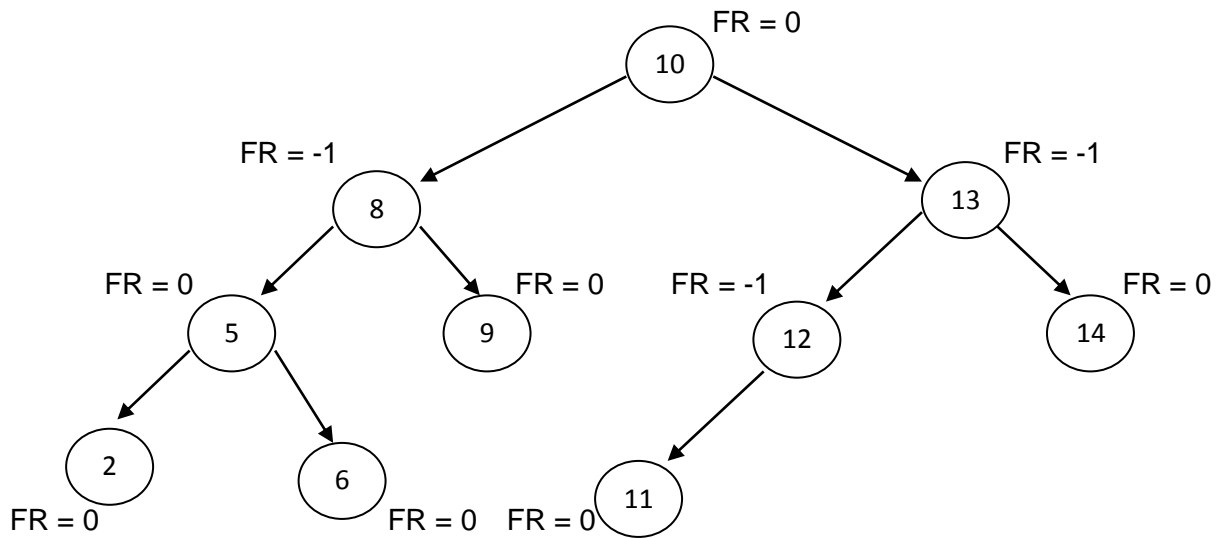
**9. KORAK** – dodajemo 2

2 < 10 što znači da ide s lijeve strane podstabla, nadalje je 2 < 8 i 2 < 5 što znači da ćemo ga smjestiti lijevo od 5



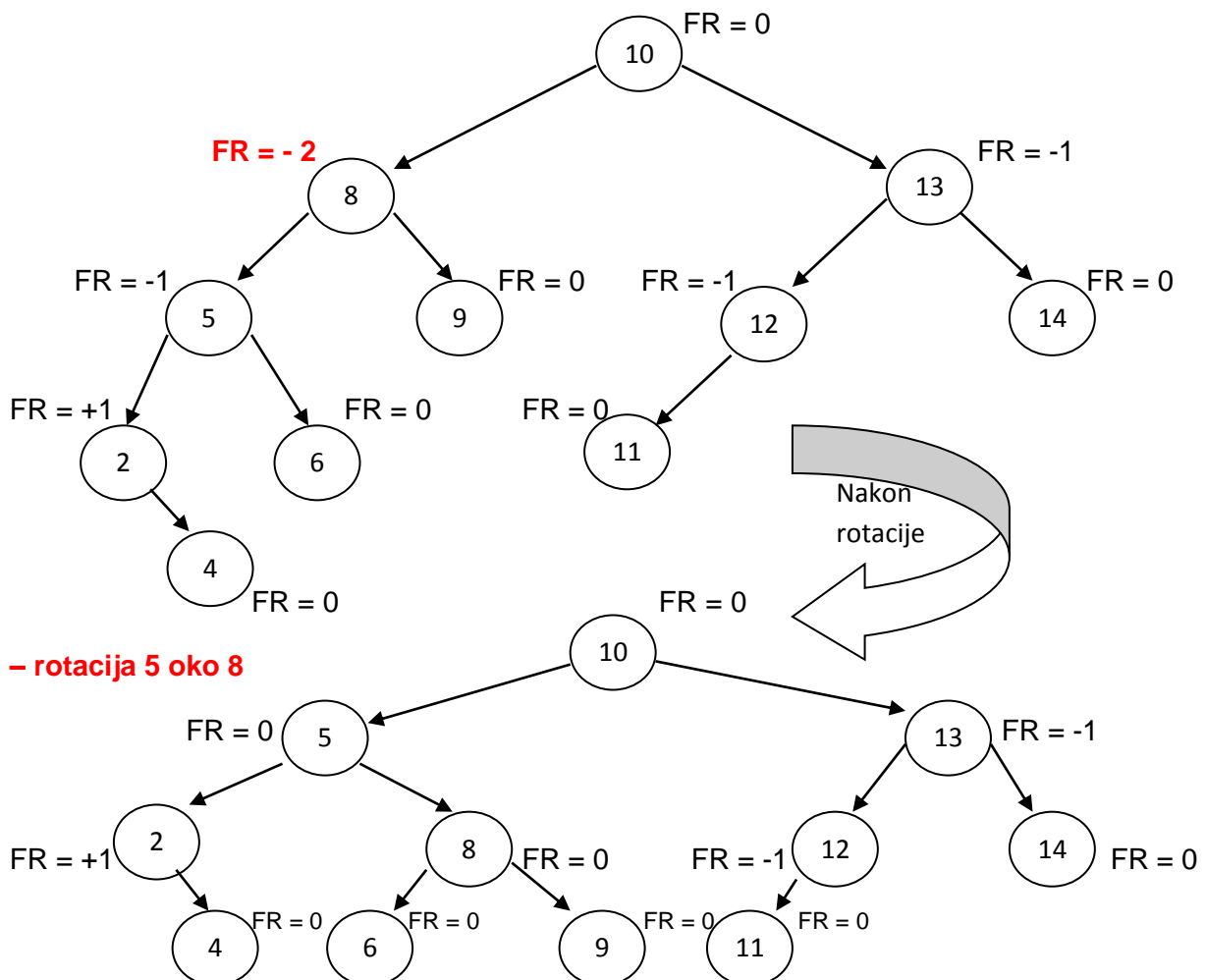
**10. KORAK** – dodajemo 6

$6 < 10$  što znači da ide s lijeve strane podstabla, nadalje je  $6 < 8$  i  $6 > 5$  što znači da ćemo ga smjestiti desno od 5



**11. KORAK** – dodajemo 4

$4 < 10$  što znači da ide s lijeve strane podstabla, nadalje je  $4 < 8$ ,  $4 < 5$  i  $4 > 2$  što znači da ćemo ga smjestiti desno od 2



2. (12) Riješite linearni problem:

$$\begin{aligned} \min \quad & -7x_1 - 6x_2 - 8x_3 \\ \text{uvjeti} \quad & x_1 \leq 12 \\ & 3x_2 - x_3 \leq 3 \\ & x_1 + x_3 \leq 8 \\ & x_3 \leq 7 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$


---

**RJEŠENJE:**

$$z + 7x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 0$$

$$x_1 + s_1 = 12$$

$$3x_2 - x_3 + s_2 = 3$$

$$x_1 + x_3 + s_3 = 8$$

$$x_3 + s_4 = 7$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$$

1)

B	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	D.S.
s1	1	0	0	1	0	0	0	12
s2	0	3	-1	0	1	0	0	3
s3	1	0	1	0	0	1	0	8
s4	0	0	1	0	0	0	1	7
z	7	6	8	0	0	0	0	0

2)

B	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	D.S.
s1	1	0	0	1	0	0	0	12
s2	0	3	0	0	1	0	1	10
s3	1	0	0	0	0	1	-1	1
s4	0	0	1	0	0	0	1	7
z	7	6	0	0	0	0	-7	-56

3)

B	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	D.S.
s1	0	0	0	1	0	-1	1	11
s2	0	3	0	0	1	0	1	10
s3	1	0	0	0	0	1	-1	1
s4	0	0	1	0	0	0	-1	7
z	0	6	0	0	0	-7	0	-69

4)

B	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	D.S.
s1	0	0	0	1	0	-1	1	11
s2	0	1	0	0	1/3	0	1/3	10/3
s3	1	0	0	0	0	1	-1	1
s4	0	0	1	0	0	0	-1	7
z	0	0	0	0	-2	-7	-2	-83

- Ispod bazičnih (x1, x2, x3) su nule, ostali su  $\leq 0$  = gotovo

$$x1 = 1$$

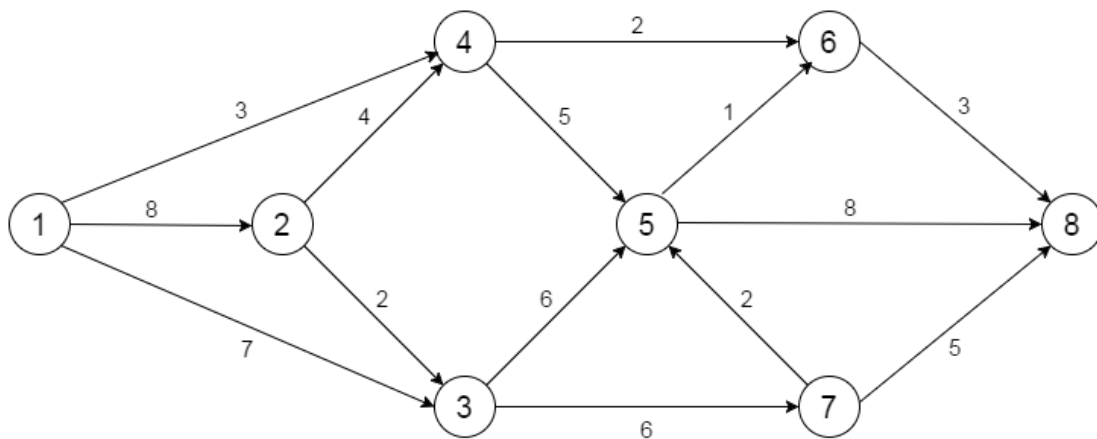
$$x2 = 10/3$$

$$x3 = 7$$

$$\min z = -83$$

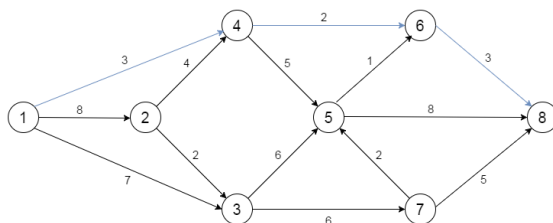
$$(s1 = 11, s2 = 0, s3 = 0, s4 = 0)$$

5. (10) Odredite najveći mogući protok između čvorova 1 i 8 u mreži na slici.

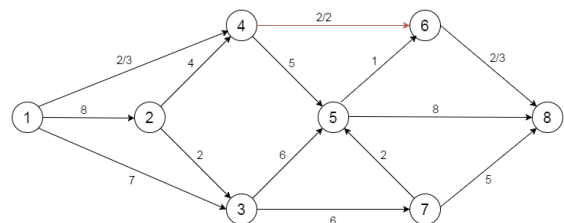


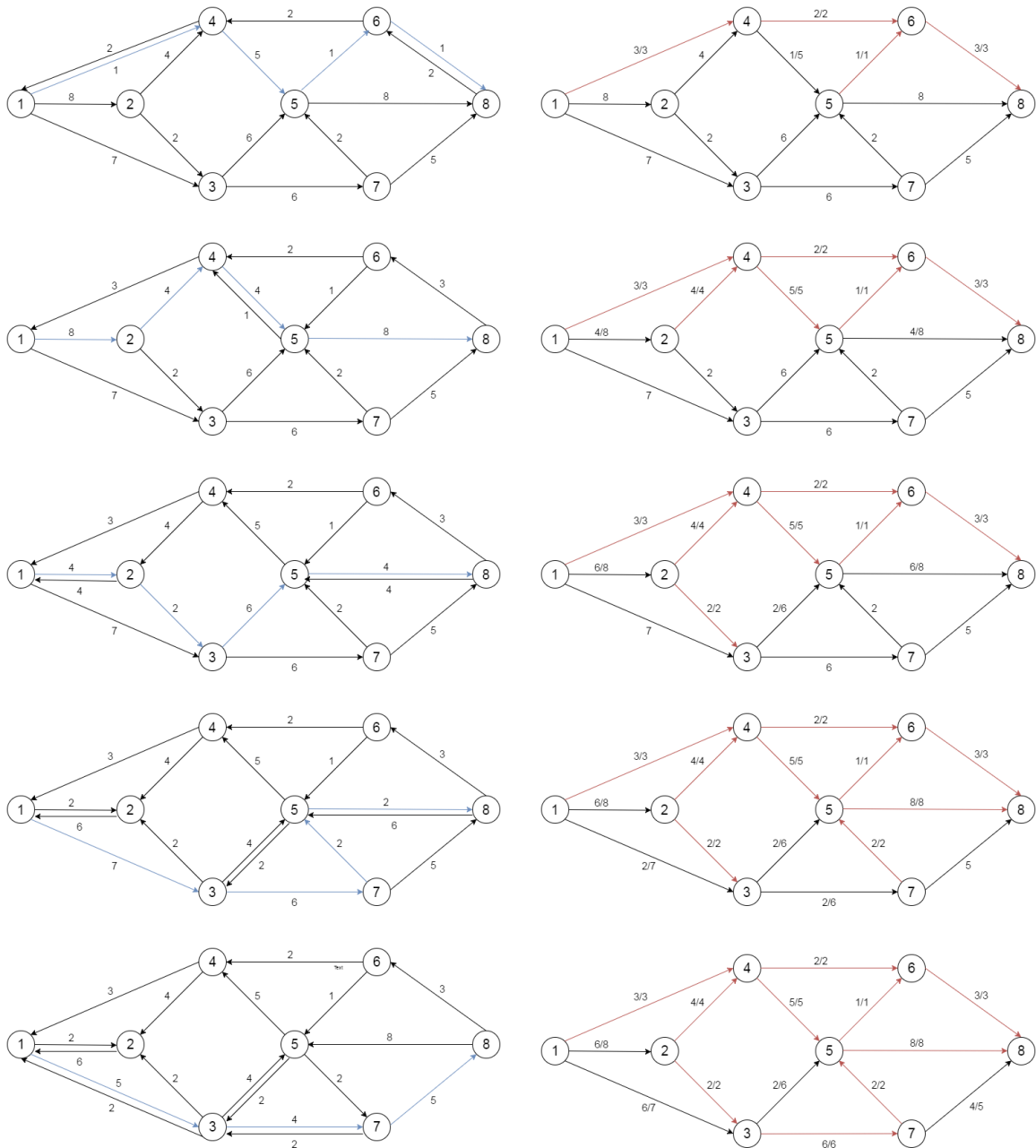
**RJEŠENJE:**

PREOSTALA MREŽA



TOK





Konačno rješenje je:

