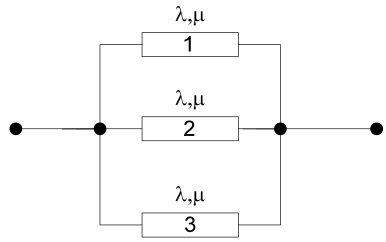
Pouzdanost telekomunikacijske mreže

Auditorne vježbe 2

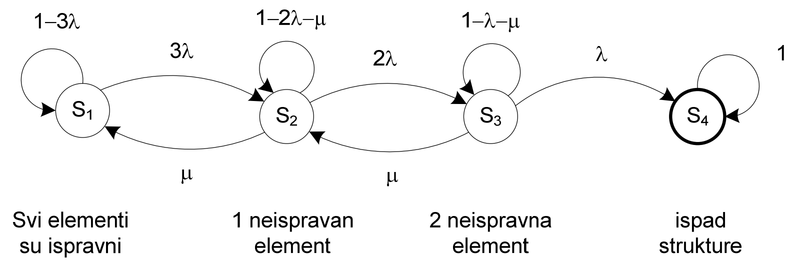
Zadatak 1.

Zadana je redundantna struktura na slici. Nacrtajte Markovljev model pouzdanosti i raspoloživosti te definirajte diferencijalne jednadžbe prijelaza za svaki model.



Rješenje:

Markovljev model pouzdanosti



Napomena: uz intenzitet prijelaza λ i μ treba stajati još Δt

Ovaj lanac se može opisati sljedećim sustavom jednadžbi:

$$
\begin{aligned}
&P_1(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot(1-3\lambda\Delta t) + P_2(t)\cdot\mu\Delta t,\\
&P_2(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot 3\lambda\Delta t + P_2(t)\cdot(1-2\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + P_3(t)\cdot\mu\Delta t,\\
&P_3(t+\Delta t) = P_2(t)\cdot 2\lambda\Delta t + P_3(t)\cdot(1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t),\\
&P_4(t+\Delta t) = P_3(t)\cdot\lambda\Delta t + P_4(t).
\end{aligned}
$$

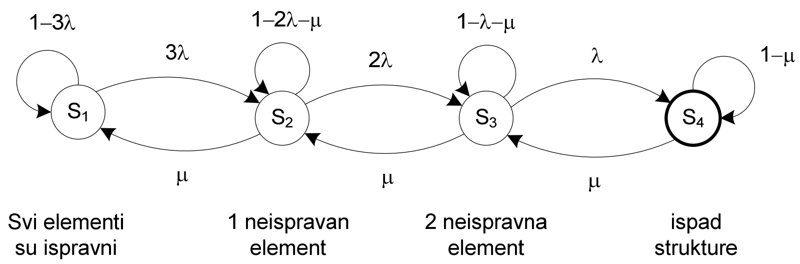
Vrijedi da je:

$$\sum_{i=1}^{4} P_i(t) = 1$$

Za $\Delta t \to 0$ dobivamo sustav diferencijalnih jednadžbi:

$$P_1^{'}(t) = P_1(t)\cdot(-3\lambda) + P_2(t)\cdot\mu,$$
$$P_2^{'}(t) = P_1(t)\cdot 3\lambda + P_2(t)\cdot(-2\lambda-\mu) + P_3(t)\cdot\mu,$$
$$P_3^{'}(t) = P_2(t)\cdot 2\lambda + P_3(t)\cdot(-\lambda-\mu),$$
$$P_4^{'}(t) = P_3(t)\cdot\lambda.$$

Markovljev model raspoloživosti



Napomena: uz intenzitet prijelaza λ i μ treba stajati još Δt

Ovaj lanac se može opisati sljedećim sustavom jednadžbi:

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot(1-3\lambda\Delta t) + P_2(t)\cdot\mu\Delta t,$$
$$P_2(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot 3\lambda\Delta t + P_2(t)\cdot(1-2\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + P_3(t)\cdot\mu\Delta t,$$
$$P_3(t+\Delta t) = P_2(t)\cdot 2\lambda\Delta t + P_3(t)\cdot(1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + P_4(t)\cdot\mu\Delta t,$$
$$P_4(t+\Delta t) = P_3(t)\cdot\lambda\Delta t + P_4(t)\cdot(1-\mu\Delta t).$$

Vrijedi da je:

$$\sum_{i=1}^{4} P_i(t) = 1$$

Za $\Delta t \to 0$ dobivamo sustav diferencijalnih jednadžbi:

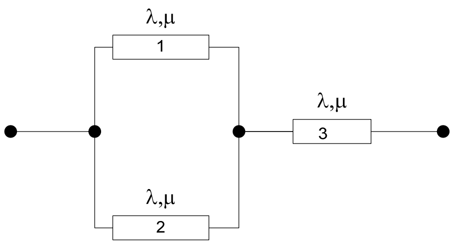
$$P_1^{'}(t) = P_1(t)\cdot(-3\lambda) + P_2(t)\cdot\mu,$$
$$P_2^{'}(t) = P_1(t)\cdot 3\lambda + P_2(t)\cdot(-2\lambda-\mu) + P_3(t)\cdot\mu,$$
$$P_3^{'}(t) = P_2(t)\cdot 2\lambda + P_3(t)\cdot(-\lambda-\mu) + P_4(t)\cdot\mu,$$
$$P_4^{'}(t) = P_3(t)\cdot\lambda + P_4(t)\cdot(-\mu).$$

Stacionarna raspoloživost može se izračunati ako se riješi sustav od 5 jednadžbi s 4 nepoznanice:

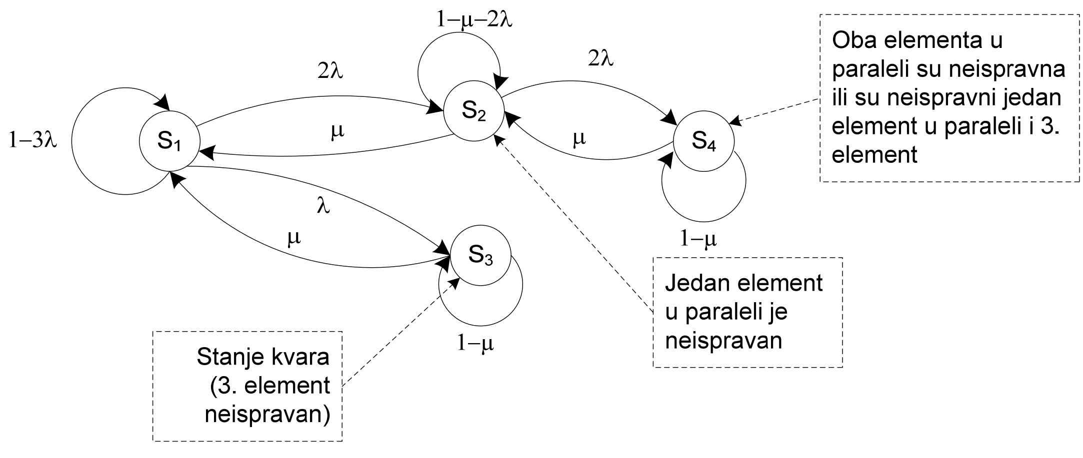
$$P_1(t)\cdot(-3\lambda)+P_2(t)\cdot\mu=0$$
$$P_1(t)\cdot 3\lambda+P_2(t)\cdot(-2\lambda-\mu)+P_3(t)\cdot\mu=0$$
$$P_2(t)\cdot 2\lambda+P_3(t)\cdot(-\lambda-\mu)+P_4(t)\cdot\mu=0$$
$$P_3(t)\cdot\lambda+P_4(t)\cdot(-\mu)=0$$
$$P_1(t)+P_2(t)+P_3(t)+P_4(t)=1$$

Zadatak 2.

Zadana je struktura na slici. Nacrtajte Markovljev model raspoloživosti te definirajte diferencijalne jednadžbe prijelaza.



Rješenje:



Ovaj lanac se može opisati sljedećim sustavom jednadžbi:

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot(1-3\lambda\Delta t) + P_2(t)\cdot\mu\Delta t + P_3(t)\cdot\mu\Delta t,$$
$$P_2(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot 2\lambda\Delta t + P_2(t)\cdot(1-2\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + P_4(t)\cdot\mu\Delta t,$$
$$P_3(t+\Delta t) = P_1(t)\cdot\lambda\Delta t + P_3(t)\cdot(1-\mu\Delta t),$$
$$P_4(t+\Delta t) = P_2(t)\cdot 2\lambda\Delta t + P_4(t)\cdot(1-\mu\Delta t).$$

Vrijedi da je:

$$\sum_{i=1}^{4} P_i(t) = 1$$

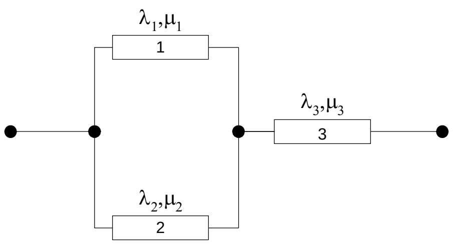
Za $\Delta t \to 0$ dobivamo sustav diferencijalnih jednadžbi:

$$P_1^{'}(t) = P_1(t)\cdot(-3\lambda) + P_2(t)\cdot\mu + P_3(t)\cdot\mu,$$
$$P_2^{'}(t) = P_1(t)\cdot 2\lambda + P_2(t)\cdot(-2\lambda-\mu) + P_4(t)\cdot\mu,$$
$$P_3^{'}(t) = P_1(t)\cdot\lambda + P_3(t)\cdot(-\mu),$$
$$P_4^{'}(t) = P_2(t)\cdot 2\lambda + P_4(t)\cdot(-\mu),$$

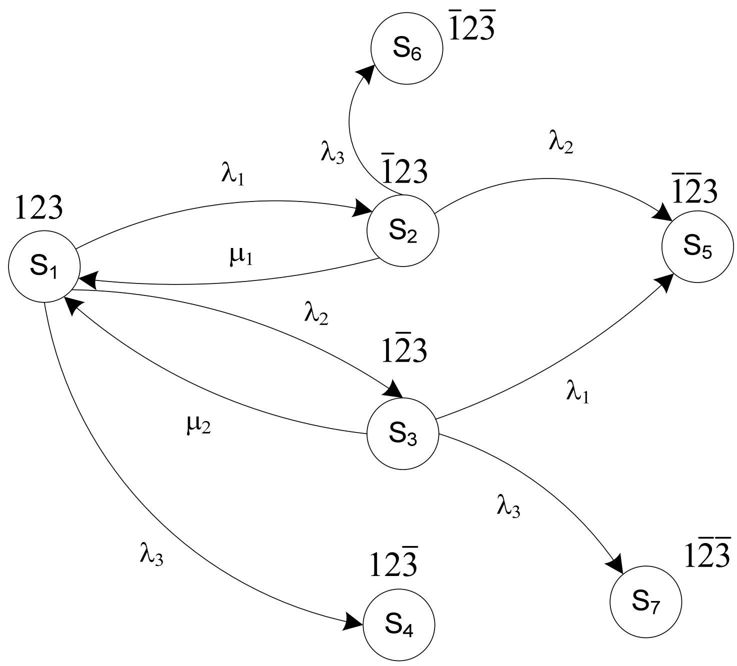
(NAPOMENA: Zadatak je krivo riješen na auditornim vježbama. Ovdje je dano ispravno rješenje.)

Zadatak 3.

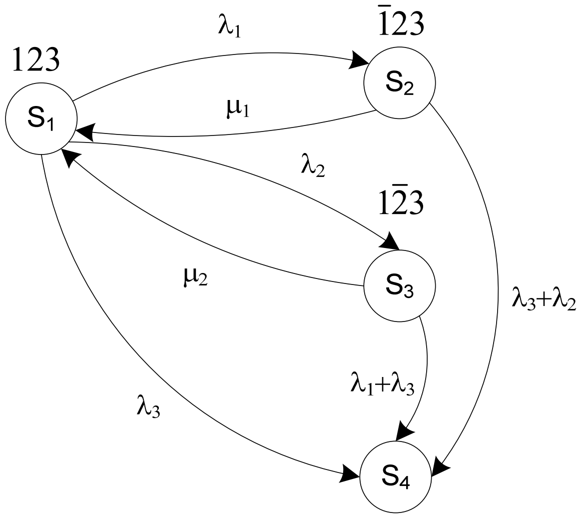
Zadana je struktura na slici. Nacrtajte Markovljev model pouzdanosti.



Rješenje:

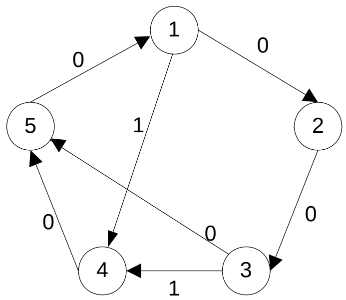


Sva stanja kvara mogu biti jedno stanje (stanje kvara) jer nema povratka iz stanja kvara. Tada dobivamo sažeti Markovljev model prikazan na sljedećoj slici:



Zadatak 4.

Kolika je direktna *t*-dijagnostičnost grafa prema slici? Uz zadani dijagnostički sindrom *DS,* koje je jednoznačno rješenje za skup neispravnih čvorova *FP*?



Rješenje:

Za zadani primjer je direktna *t*-dijagnostičnost (broj neispravnih jedinica koje se mogu locirati u sustavu):

$$t \leq \frac{n-1}{2} = 2 \wedge t \leq \min_i \left\{ d^+ \left(v_i \right) \right\} = 1 \Rightarrow t = 1 \text{,}$$

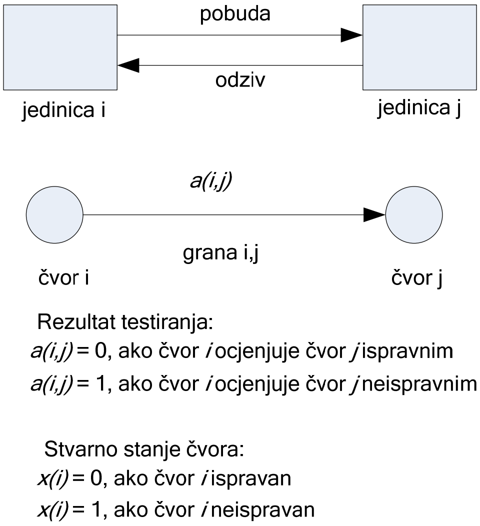
gdje je $d^+(v_i)$ ulazni stupanj čvora (broj usmjerenih grana koje ulaze u čvor v_i), a n je broj jedinica.

Budući da nema jedinica koje se međusobno testiraju nužan i dovoljan uvjet za *t*-dijagnostičnost je:

$$d^+(v_i) \geq t \quad za\, \text{sve i}$$

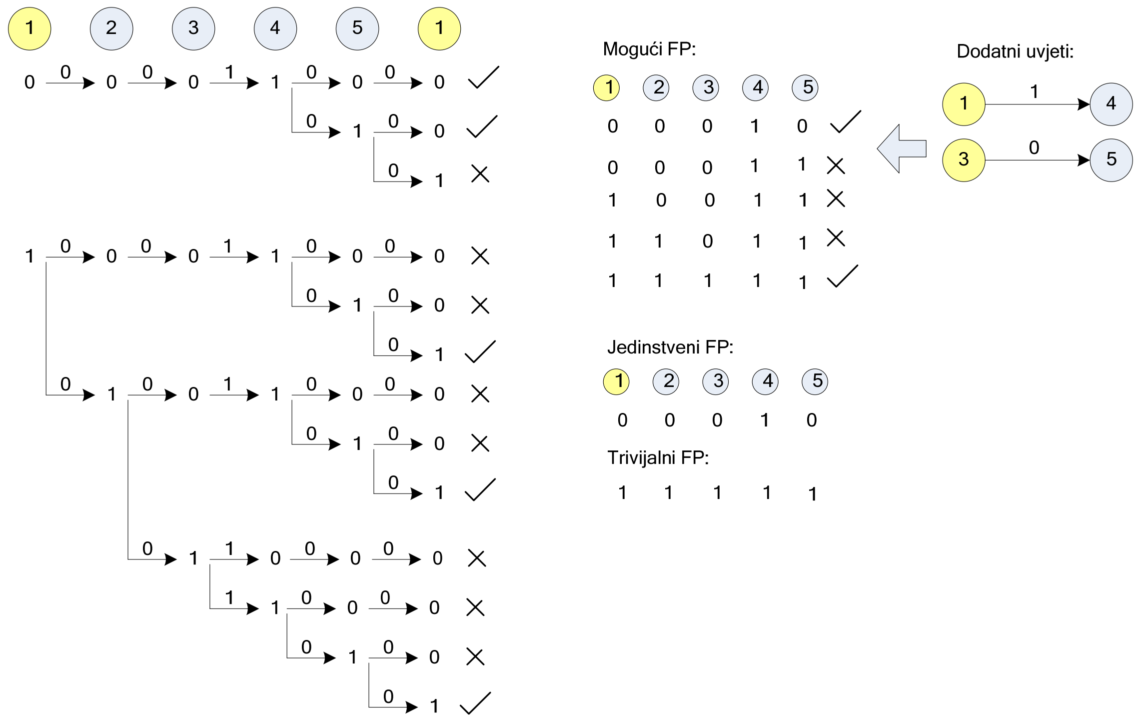
Rezultat testa sustava opisuje se *dijagnostičkim sindromom DS* u kojem elementi *x* u sindromu *SN* poprimaju vrijednosti 0 ili 1, kao rezultat konkretnog testa.

Stvarno stanje ispravnosti sustava opisuje se uzorkom neispravnosti *FP* čiji su elementi težine x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, tj. stanja svih n čvorova grafa G;



Pretpostavlja se PMC model za kojeg vrijedi:

x_i	a_{ij}	x_j
0	0	0
0	1	1
1	0	x
1	1	x


Mogući FP:
1 2 3 4 5
0 0 0 1 0
0 0 0 1 1
1 0 0 1 1
1 1 0 1 1
1 1 1 1 1
Dodatni uvjeti:
Jedinstveni FP:
1 2 3 4 5
0 0 0 1 0
Trivijalni FP:
1 1 1 1 1