

Napredni algoritmi i strukture podataka – dekadski rok

19. rujna 2012.

Ovaj ispit donosi ukupno **70 bodova**, a vrijednosti pojedinih (pod)zadataka su u zagradi na početku teksta svakog (pod)zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadacima donose negativne bodove (drugi broj u zagradi, iza ;)! Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.

1. (10) Popis elemenata u nekom crveno-crnom (RB) stablu, redom od korijena prema nižim razinama s lijeva na desno do posljednjeg lista, je sljedeći:

6, 3, 11, 2, 5, 9, 13, 1, 4, 8, 10, 12 i 7.

Još znamo i da je to stablo takvo da ima najmanji mogući broj crvenih čvorova s obzirom na sadržaj.

a) (5) Skicirajte to stablo.

b) (5) Uklonite (obrišite) iz njega redom elemente 13 i 12.

2. (4; -2) Koja je, izražena u O-notaciji, najmanja postignuta složenost Dijkstrinog algoritma?

a) $O(E \cdot \log V)$

b) $O(V^2)$

c) $O(E^2)$

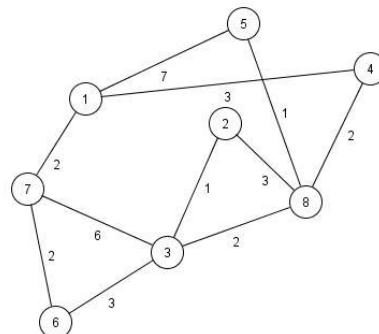
d) $O(E + V \cdot \log V)$

e) $O(V + E \cdot \log E)$

3. (8) Za graf na slici, skicirajte izgradnju najkraćeg razapinjajućeg stabla Primovim algoritmom.

Krenite iz vrha 1.

Naputak: obavezno je skicirati samo konačni izgled stabla nakon obrade svakog pojedinog brida koji se uzme u razmatranje, ali svaka detaljnija skica je dobrodošla i smanjit će mogućnost za različita tumačenja odgovora. Također, obavezno navedite kojim ste redom obrađivali bridove.



4. (16) Potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža strukture 2x3x2 je dio sustava iz kojeg na ulaze mreže dolaze isključivo signali nula ili jedan, približno jednako učestalo. Aktivacijska funkcija svih neurona u mreži je opći sigmoid.

a) (2) Skicirajte tu mrežu.

b) (9) Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametare) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice:

ulaz 1	ulaz 2	izlaz 1	izlaz 2
1	0	0	1
0	0	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na nula, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko objasnite ulogu te veličine.

- c) (2) Objasnite nastavak postupka, tj. kako bi započeo sljedeći korak uvježbavanja mreže.
Naputak: dovoljna je i samo jedna dobro sročena rečenica. Naravno, svako detaljnije objašnjenje je dobrodošlo i smanjit će mogućnost za različita tumačenja odgovora.

- d) (3) Koje bi bile početne vrijednosti parametara mreže kada bismo ih određivali po načelu preporučenom u okviru predmeta NASP?
Naputak: obrazložiti u par riječi. Dovoljne su i natuknice uz pojedine oznake. Naravno, svako detaljnije objašnjenje je dobrodošlo i smanjit će mogućnost za različita tumačenja odgovora.

5. (15) Zadan je linearni problem:

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 2x_2 \\ \text{uz uvjete} & -12x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -5x_1 + x_2 \leq 5 \\ & -3x_1 + x_2 \leq 6 \\ & -10x_1 + 7x_2 \leq 53 \\ & -2x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ & x_1 \leq 4 \end{array}$$

- a) (10) Koje je rješenje zadanog problema?

- b) (5; -2) Koliko koraka (iteracija) treba „standardnom“ simpleks algoritmu za pronalazak rješenja ako se krene iz bazičnog rješenja u kojemu su varijable x_1 i x_2 jednake nuli? Polazno rješenje se ne broji.

Napomena: svako točno i obrazloženo rješenje je prihvatljivo, dakle možete koristiti bilo koji način rješavanja. Naravno, obrazloženje (postupak rješavanja) mora jasno ukazivati na Vaše potpuno razumijevanje simpleks algoritma i njegove teorijske podloge.

6. (17) Tablicom su zadani troškovi putovanja između pojedinih lokacija (vrhova).

	A	B	C	D
A	0	5	3	3
B	5	0	7	1
C	3	7	0	4
D	3	1	4	0

Riješite problem trgovačkog putnika koji bi htio krenuti s lokacije A, obići sve druge lokacije i vratiti se u polaznu uz najmanji mogući trošak (tj. pronaći Hamiltonov ciklus najmanje težine). Učinite to

- a) (8) metodom koja će u najgorem slučaju pronaći ciklus dva puta veće težine od „najlakšeg“ (2-MST heuristika)
b) (9) Dijkstrinim algoritmom za najkraći put.

Naputak: TSP se Dijkstrinim algoritmom rješava tako da se prvo konstruira nešto slično stablu odlučivanja u kojem se prikazuju različite putanje u grafu. Krenite u obilazak grafa DFS ili (naša preporuka) BFS algoritmom, ali na kraju se nemojte zaustaviti na zadnjem vrhu koji dosegnete, nego u stablo ugradite i povratne bridove do polaznog vrha. Zatvaranjem ciklusa pomoću povratnih bridova dobit ćete novi graf u kojem će najkraći put od polaznog do polaznog vrha biti upravo najkraći Hamiltonov ciklus u izvornom grafu.