# Napredni algoritmi i strukture podataka – jesenski ispitni rok

1. rujna 2014.

*Ovaj ispit donosi ukupno* **50 *bodova*** (*prag 35*), *a vrijednosti pojedinih* (*pod*)*zadataka su u zagradi na početku teksta svakog* (*pod*)*zadatka. Pogrešni odgovori u nekim zadatcima donose negativne bodove* (*drugi broj u zagradi, iza* ;)! *Boduju se isključivo rješenja napisana na dodatnim papirima, dakle oznake i rješenja na ovom obrascu se ne uzimaju u obzir.*

1. (4) Razmotrimo ANN sastavljenu isključivo od linearnih neurona (Adaline).
   *a)* (1; –0,5) Je li takva mreža bolja (prilagodljivija; više se približava zadanom preslikavanju) od mreža sastavljenih od nelinearnih neurona? Odgovorite samo s DA ili NE (ili uopće nemojte odgovoriti).
   *b)* (3; –1) Obrazložite prethodni odgovor.

2. (10) Potpuno povezana, unaprijedna (*feedforward*) troslojna neuronska mreža (ANN; *Artificial Neural Network*) ima strukturu 2×3×2, pri čemu je aktivacijska funkcija neurona u skrivenom sloju opći sigmoid, dok su izlazni neuroni linearni (*Adaline*).
   Provedite prvi korak uvježbavanja te mreže (jednom osvježiti sve parametare) algoritmom koračnog uvježbavanja (*on-line learining*) ako se podatci za uvježbavanje uzimaju redom iz sljedeće tablice.

| ulaz 1 | ulaz 2 | izlaz 1 | izlaz 2 |
|---|---|---|---|
| –1 | 3 | 4 | –2 |
| –1 | 6 | 2 | –6 |
| –9 | 4 | –4 | 8 |
| 5 | –3 | 4 | –9 |

   Početne vrijednosti svih parametara mreže postavite na nula, a zatrebaju li Vam još neke veličine, pridijelite im vrijednosti po vlastitom nahođenju, samo jasno navedite svoj izbor i kratko objasnite ulogu te veličine.

3. (5; –5) Koje su tvrdnje istinite?
   *a)* Dinamičko programiranje je posebna vrsta (grana) linearnog programiranja.
   *b)* Kada je primjenjiva lakoma (*greedy*) strategija, primjenjivo je i dinamičko programiranje.
   *c)* Kada je primjenjivo dinamičko programiranje, primjenjiva je i lakoma (*greedy*) strategija.
   *d)* Nužan uvjet za primjenu dinamičkog programiranja je preklopljenost podproblema (*overlapping subproblems*), a dovoljan optimalna podstruktura (*optimal substructure*) problema.
   *e)* Nužan uvjet za primjenu dinamičkog programiranja je optimalna podstruktura (*optimal substructure*) problema, a dovoljan preklopljenost podproblema (*overlapping subproblems*).

*Napomena: u ovom zadatku se može steći najviše 5 bodova, ali i dobiti do 5 negativnih bodova. Vi navodite tvrdnje koje smatrate istinitima, a prilikom bodovanja će se pretpostaviti da tvrdnje koje niste naveli smatrate neistinitima. Time će Vaši odogovori postati vektor s 5 elemenata ISTINA ili NEISTINA, a bodovanje će se provesti kao binarna usporedba s točnim vektorom. Svaka podudarnost elemenata u vektoru Vaših odgovora i odgovarajućih elemenata u točnom vektoru donijet će 1 bod, a nepodudarnost –1 bod. Jedini način da se ovaj zadatak boduje s nula (0) bodova jest da uopće ništa ne napišete.*

4. (10) U prazno B-stablo 3. reda upišite redom sljedeće elemente:

26, 4, 22, 16, 30, 17, 31, 20, 6, 1, 21 i 27.

5. (9) Bondy-Chvatalovim algoritmom (tj. koristeći Bondy-Chvatalov teorem) pronađite Hamiltonov ciklus u grafu zadanom sljedećom matricom susjedstva (udaljenosti).

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 4 | | 2 | |
| **2** | 3 | | 1 | 4 | | |
| 3 | 4 | 1 | | 3 | | 1 |
| 4 | | 4 | 3 | | | |
| 5 | 2 | | | | | 8 |
| 6 | | | 1 | | 8 | |

6. (12) Tetraedar koji je u cijelosti u prvom oktantu (dakle sve njegove točke imaju sve koordinate nenegativne) zadan je sljedećim nejednadžbama:

$$\begin{aligned} z &\geq 3 \\ 2x + y + 2z &\leq 18 \\ -2x + y + 2z &\leq 6 \\ -y + z &\leq 3 \end{aligned} \quad .$$

a) (10) Odredite koordinate središta i polumjer najveće kugle koja se može upisati u taj tetraedar.

b) (2; –1) Koje plohe zadanog tetraedra najveća kugla dotiče? Kratko obrazložite.

*Podsjetnik: jednadžba ravnine u trodimenzionalnom prostoru je* $u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3 = v$ *ili vektorski* $\mathbf{u}^T\mathbf{x} = v$, *pri čemu su* $u_i$ *koeficijenti, a* $x_i$ *koordinate točaka. Vektor* $\mathbf{u}$ *je vektor iz ishodišta okomit na ravninu (normala ravnine), odnosno svaki njemu paralelan vektor. Podijelimo li jednadžbu normom normale* $||\mathbf{u}||$ *dobivamo* $\mathbf{u}_0^T\mathbf{x} = v \,/\, ||\mathbf{u}||$. *Lijeva strana je umnožak jediničnog vektora normale i radijus-vektora točke, tj. duljina projekcije radijus-vektora točke na smjer normale. Dakle, točke za koje je* $\mathbf{u}^T\mathbf{x} < v$ *jesu poluprostor koji se prostire od ravnine prema ishodištu (ravnina dijeli cijeli prostor na dva dijela). Uvrstimo li u jednadžbu ravnine točku P kojoj je radijus-vektor* $\mathbf{p} = [p_1 \;\; p_2 \;\; p_3]^T$ *i koja nije u ravnini nego je za d udaljena od nje, bit će* $\mathbf{u}_0^T\mathbf{p} = v \,/\, ||\mathbf{u}|| + d$, *odnosno* $||\mathbf{u}||\cdot d = \mathbf{u}^T\mathbf{p} - v$.

*Naputak: središte kugle upisane u tetraedar bit će točka koja je za polumjer te kugle udaljena od najbliže plohe tetraedra, dakle polumjer kugle mora biti manji ili jednak udaljenosti središta od bilo koje plohe tetraedra. Drugim riječima, za udaljenost d središta kugle od ploha tetraedra i polumjer kugle r mora vrijediti* $|d| \geq r$, *s time da je polumjer kugle r sigurno nenegativan. Krenite od toga, imajući na umu zadane nejednakosti.* ☺