

# Kompleksne mreže

8. predavanje

Igre u mrežama (peer utjecaj, odnos mrežne strukture i ponašanja)

# Peer utjecaj



- Koje proizvode / usluge kupujemo?
- Koju profesiju izabiremo?
- Koji strani jezik učimo?
- ...

# Glavno pitanje

- Kako struktura (društvene) mreže utječe na ponašanje?
  - Ako pojedinac promijeni s kime ima društvenu interakciju, koji će biti utjecaj na njegovo/njezino ponašanje?
    - Inicijalno područje istraživanja u sociologiji, ali danas sve više u ekonomiji i računarstvu

# Sadržaj

- Utjecaj cijelog društva na odluke pojedinca
- Utjecaj mrežne strukture na odluke pojedinca
  - Strateške komplementarnosti
  - Strateški supstituti
- Utjecaj dinamike mreže na ponašanje pojedinca

# Primjer 1: Utjecaj cijelog društva na odluke pojedinca (1)

- Dvije moguće akcije su označene kao 0 i 1
- Vrijeme napreduje u diskretnim razdobljima  $t \in \{1, 2, \dots\}$
- Stanje sustava opisuje se brojem pojedinaca koji poduzimaju akciju 1, označeno s  $s_t$ , na kraju razdoblja  $t$
- Tranzicija između diskretnih razdoblja:  $\Pr(s_{t+1} = s' \mid s_t = s)$

# Primjer 1: Utjecaj cijelog društva na odluke pojedinca (2)

- Markovljev lanac
- Ravnomjerno nasumično bирамо pojedinca koji ažurira svoju akciju na temelju trenutnog broja ljudi u društvu koji poduzimaju akciju 0 ili 1
  - Primjerice, pojedinac odlučuje hoće li otići na plažu ili ne



# Ponašanje mrava: imitacija i *herdanje* [Kirman]

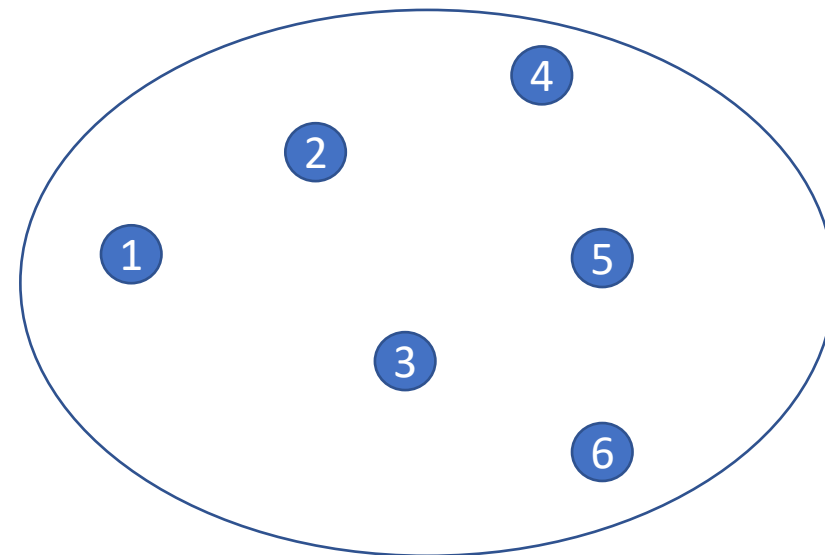
- Kirmanov rad bio je motiviran zapažanjem da mravi imaju tendenciju okupljanja (*herd*) na izvorima hrane koje iskorištavaju čak i kada imaju izbor nekoliko različitih jednako korisnih izvora



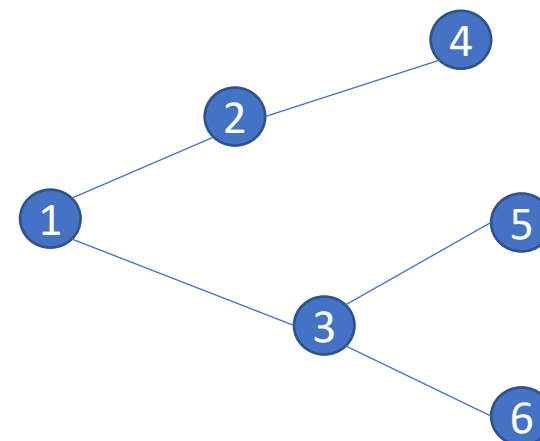
# Utjecaj mrežne strukture (1)

- Dok jednostavan Markovljev model društvenih interakcija daje uvid u široke obrasce društvenog ponašanja, ne uključuje mikro-detalle tko s kim komunicira
- Takvi mrežni odnosi mogu imati dubok učinak na proces
- Da bismo uključili umrežene interakcije, potrebna nam je bogatija struktura

6 pojedinaca u društvu



vs



6 pojedinaca u društvenoj mreži



# Utjecaj mrežne strukture (2)

- Pojedinci opet biraju između dvije akcije 0 i 1
- Razlika je da sada društveno stanje mora pratiti koji pojedinci poduzimaju koje akcije
  - Društveno stanje je tako  $n$ -dimenzionalni vektor  $x(t)$ , gdje je  $x_i(t)$  za  $i \in \{1, 2, \dots\}$  akcija koju pojedinac  $i$  radi u trenutku  $t$
- Interakcija je opisana s  $w$ , što je  $n \times n$ -dimenzionalna matrica, gdje je  $w_{ij} = [0, 1]$  težina koja opisuje vjerojatnost da je izbor pojedinca  $i$  u trenutku  $t + 1$  akcija koju je pojedinac  $j$  poduzeo u trenutku  $t$

# Utjecaj mrežne strukture (3)

- Nadalje, dopustimo vjerojatnost, označenu kao  $\varepsilon_i(1)$ , da pojedinac  $i$  izabere akciju 1 neovisno o stanju sustava i vjerojatnost, označenu kao  $\varepsilon_i(0)$ , da izabere radnju 0 neovisno o stanju sustava

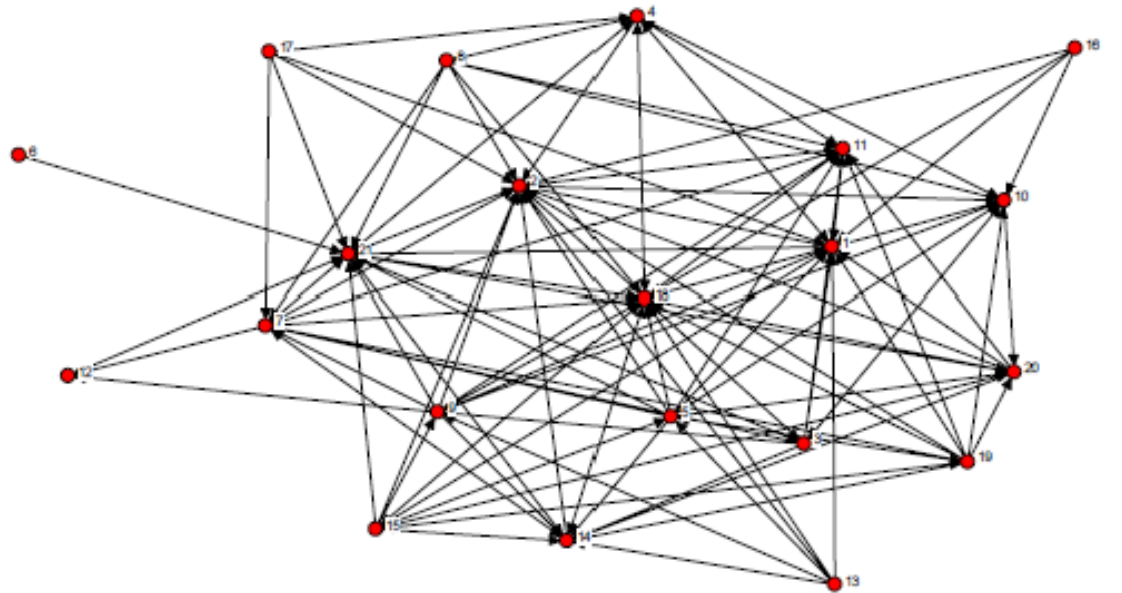
- Tada vrijedi:

$$\Pr(x_i(t+1) = 1 | x(t)) = \varepsilon_i(1) + (1 - \varepsilon_i(1) - \varepsilon_i(0)) \sum_j w_{ij} x_j(t)$$

# Primjer 2: Mreža savjeta među menadžerima

[Krackhardt] (1)

Akcija: odlazak u bar nakon posla



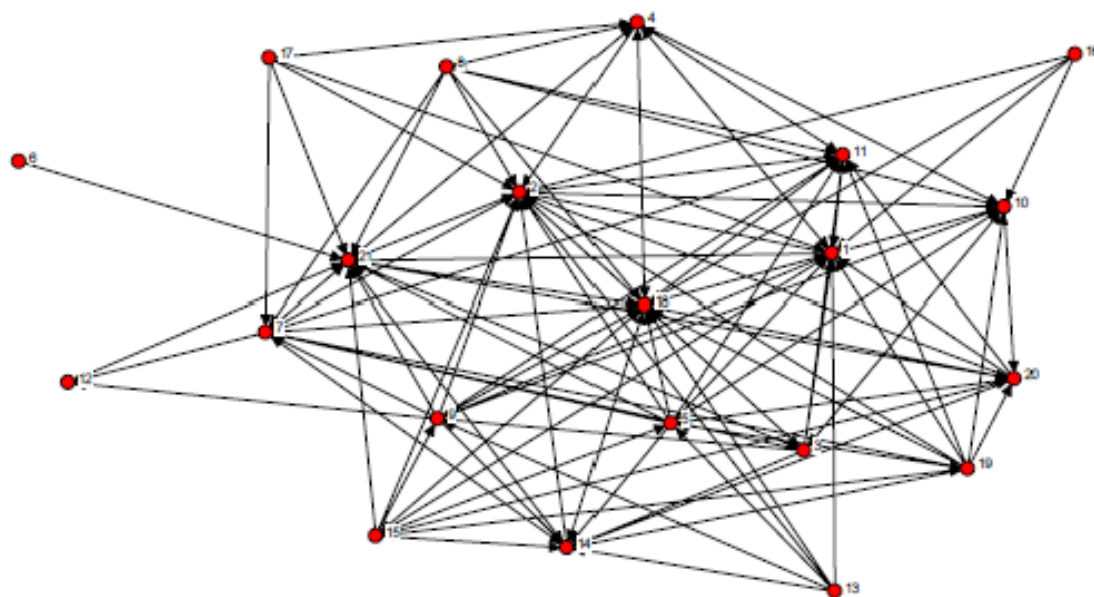
# Primjer 2: Mreža savjeta među menadžerima

[Krackhardt] (2)

- Menadžer s *outdegree* vrijednosti  $d$  odabire otići u bar s vjerojatnošću  $1/(d + 2)$ , a ne otići s vjerojatnošću  $1/(d + 2)$ , a s preostalom vjerojatnošću  $d/(d + 2)$  uniformno nasumično odabire jednog od njegovih/njezinih susjeda te zatim odlazi u bar ako je taj susjed otišao u bar prethodni dan
- Ovo vrijedi za sve menadžere, osim za menadžere najviše razine (označene kao čvorovi 2, 7, 14, 18 i 21) koji su pristrani prema odlasku u bar
  - Menadžeri najviše razine koriste slično pravilo osim što koriste težine  $1/(d + 1)$  i ne postavljaju nikakve težine na radnju 0
- Na temelju ovoga možemo izračunati učestalost kojom će svaki menadžer ići u bar na duge staze

# Primjer 2: Mreža savjeta među menadžerima

[Krackhardt] (3)



label	Prob of 1	level	dept.	age	tenure
1	0.667	3	4	33	9.3
2	0.842	2	4	42	19.6
3	0.690	3	2	40	12.8
4	0.666	3	4	33	7.5
5	0.690	3	2	32	3.3
6	0.585	3	1	59	28
7	0.771	1	0	55	30
8	0.676	3	1	34	11.3
9	0.681	3	2	62	5.4
10	0.660	3	3	37	9.3
11	0.656	3	3	46	27
12	0.585	3	1	34	8.9
13	0.680	3	2	48	0.3
14	0.821	2	2	43	10.4
15	0.687	3	2	40	8.4
16	0.651	3	4	27	4.7
17	0.671	3	1	30	12.4
18	0.737	2	3	33	9.1
19	0.685	3	2	32	4.8
20	0.685	3	2	38	11.7
21	0.755	2	1	36	12.5

# Utjecaj mrežne strukture na odluke pojedinca: definirajmo kanonski primjer

- Svaki pojedinac bira akciju  $x_i$  u  $\{0,1\}$
- Nagrada pojedincu ovisi o tome
  - koliko susjeda bira svaku akciju
  - koliko susjeda pojedinac ima
- Razmotrimo slučajeve u kojima nagrada  $u_{d_i}(x_i, m_{N_i})$  ovisi samo o  $d_i(g)$  i  $m_{N_i}(g)$  - broju susjeda pojedinca  $i$  koji su odabrali akciju 1

# Definicija: ekvilibrij

**Pitanje:**

Definirajte jednom rečenicom pojam  
ekvilibrija?

# Definicija: ekvilibrij (teorija igara)

- **ekvilibrij** (lat. *aequilibrium*): ravnoteža, uravnoteženost
- **Nashova ravnoteža** je situacija u kojoj pojedinci ili igrači nemaju poticaj za promjenu svoje strategije uzimajući u obzir odluke svojih protivnika
- U Nashovoj je ravnoteži optimalna strategija koju je odabrao svaki od sudionika u sukobu ili igri, s obzirom na strategiju koju su odabrali ostali. Drugim riječima, nitko neće ništa dobiti ako odluči promijeniti svoju strategiju pod pretpostavkom da drugi pojedinci ne mijenjaju svoju
- Treba napomenuti da u Nashovoj ravnoteži najveći dobitak nije nužno postignut za sve pojedince ili igrače zajedno. Istina je samo da svaki optimalno reagira na strategiju ostalih. U mnogim slučajevima pojedinci bi željeli postići novu ravnotežu s većom dobiti, ali to ne uspijevaju jer se suočavaju s rizikom da budu izdani



**John Nash**  
(1928-2015)



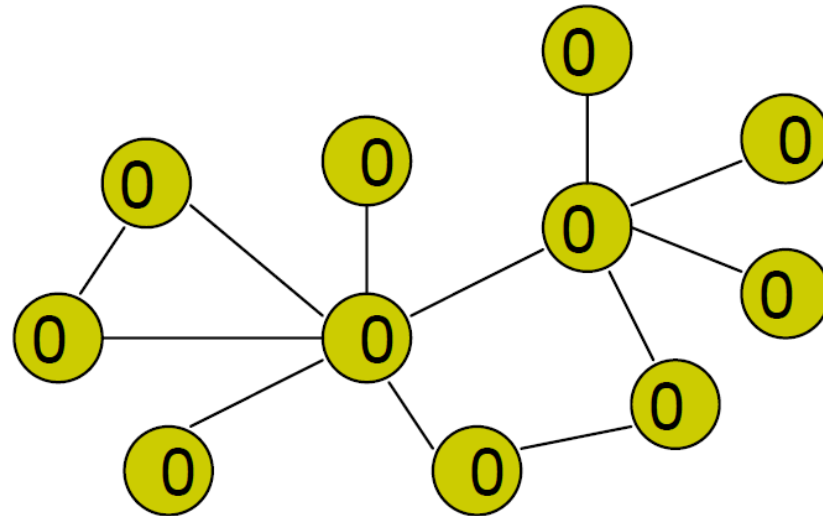
# Primjer 3: Jednostavni komplement (1)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to učini najmanje  $t$  njegovih/njezinih susjeda
- Nagrada akcije 0:  $u_{d_i}(0, m_{N_i}) = 0$
- Nagrada akcije 1:  $u_{d_i}(1, m_{N_i}) = -t + m_{N_i}$

## Primjer 3: Jednostavni komplement (2)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to učini najmanje 2 njegova/njezina susjeda

## Ekvilibrij 1



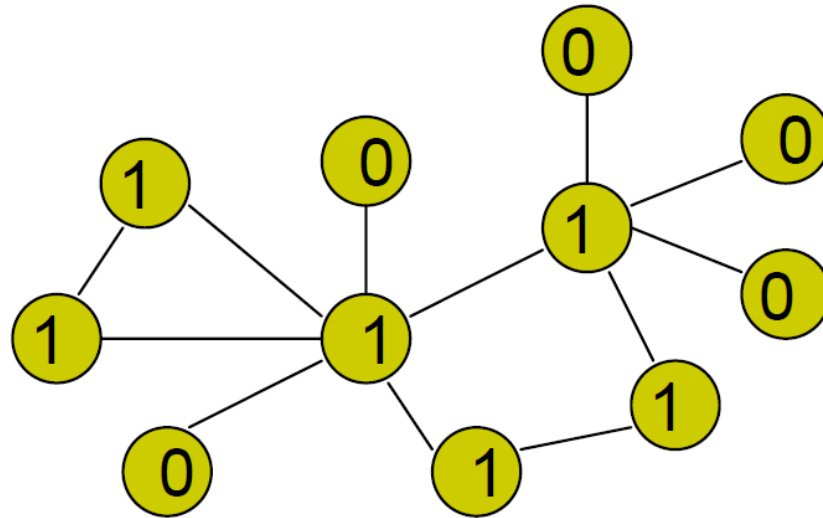


## Primjer 3: Jednostavni komplement (4)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to učini najmanje 2 njegova/njezina susjeda

**Pitanje:**

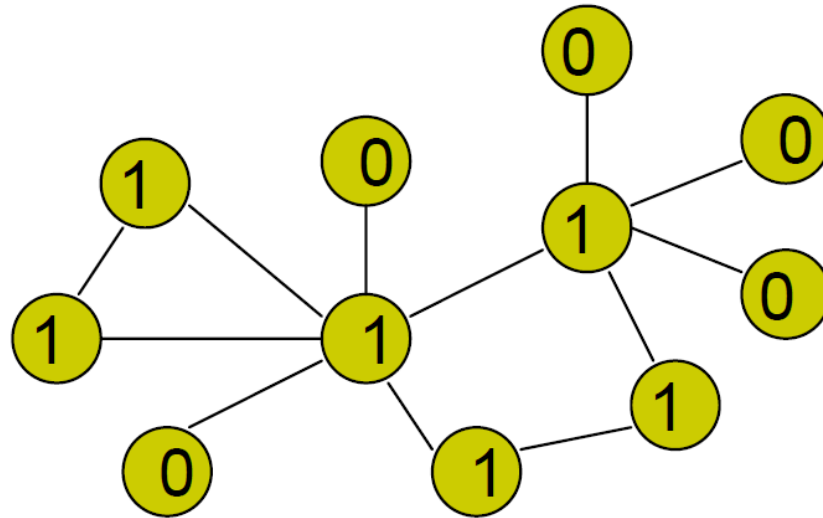
Je li ovo ekvilibrij?



# Primjer 3: Jednostavni komplement (5)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to učini najmanje 2 njegova/njezina susjeda

“Maksimalni  
ekvilibrij”



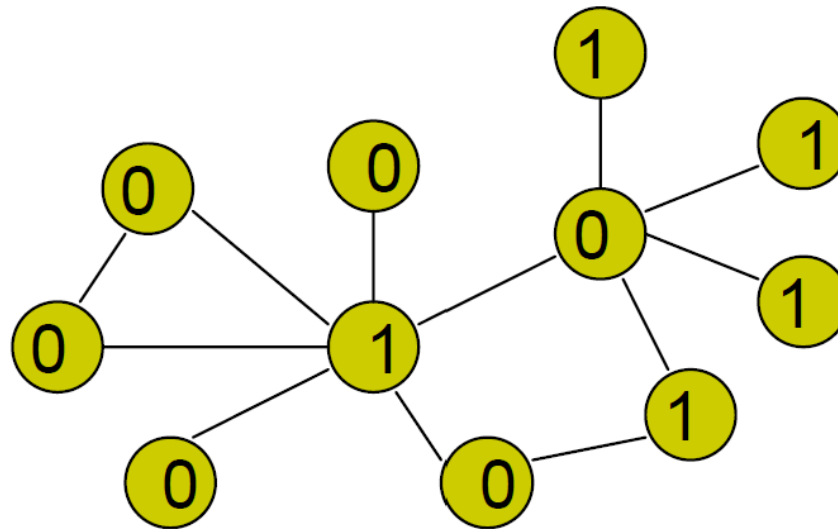
## Primjer 4: *Best Shot* (1)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to ne učini nijedan od njegovih/njezinih susjeda
- Nagrada akcije 0:  $u_{d_i}(0, m_{N_i}) = 1$  ako  $m_{N_i} > 0$   
 $= 0$  ako  $m_{N_i} = 0$
- Nagrada akcije 1:  $u_{d_i}(1, m_{N_i}) = 1 - c$

## Primjer 4: *Best Shot* društveno dobro (2)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to ne učini nijedan od njegovih/njezinih susjeda

Ekvilibrij 1

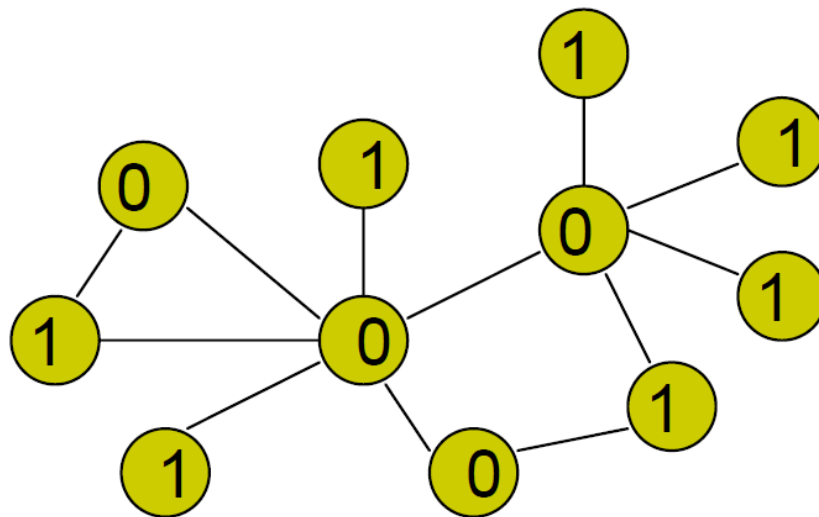


## Primjer 4: *Best Shot* društveno dobro (3)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to ne učini nijedan od njegovih/njezinih susjeda

## Pitanje:

## Je li ovo ekvilibrij?

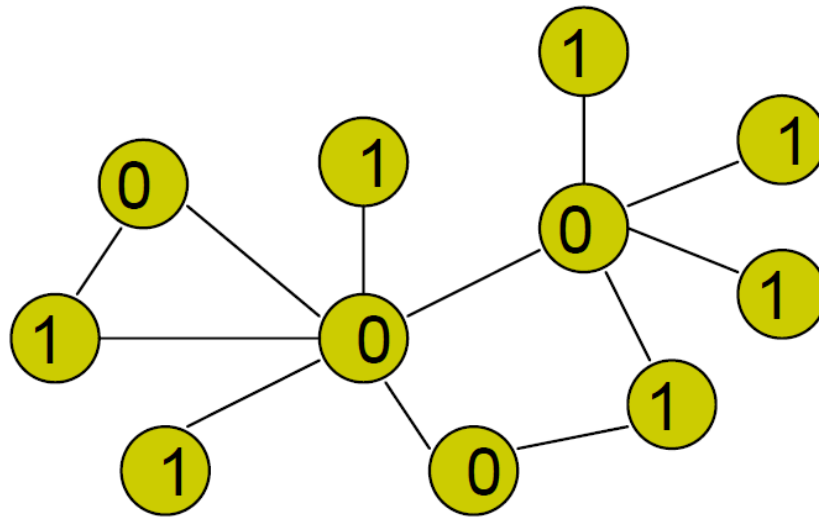




## Primjer 4: *Best Shot* društveno dobro (4)

- Pojedinac  $i$  voljan je izabrati akciju 1 ako i samo ako to ne učini nijedan od njegovih/njezinih susjeda

Ekvilibrij 2



# (Strateški) komplementi vs supstituti (1)

- Strateški **komplementi** (za sve  $d, m \geq m'$ )

- Povećanje razlike

$$u_d(1, m) - u_d(0, m) \geq u_d(1, m') - u_d(0, m')$$

- Strateški **supstituti** (za sve  $d, m \geq m'$ )

- Smanjenje razlike

$$u_d(1, m) - u_d(0, m) \leq u_d(1, m') - u_d(0, m')$$

# (Strateški) komplementi vs supstituti (2)

- Strateški **komplementi**

- Izbor mojih prijatelja da poduzmu akciju povećava moju relativnu dobit od poduzimanja te akcije (npr. prijatelj uči igrati video igru)



- Strateški **supstituti**

- Izbor za poduzimanje akcije od strane mojih prijatelja smanjuje moju relativnu nagradu za poduzimanje te akcije (npr. cimer kupuje TV ili frižider)



# (Strateški) komplementi vs supstituti (3): primjeri

- Strateški **komplementi**

- odluke o obrazovanju
  - briga o broju susjeda, pristupu poslovima: uložiti ako to učini barem  $k$  susjeda
- pušenje i drugo ponašanje među tinejdžerima, vršnjacima
- usvajanje tehnologije – koliko je drugih kompatibilnih
- naučiti jezik
- **varanje, doping**



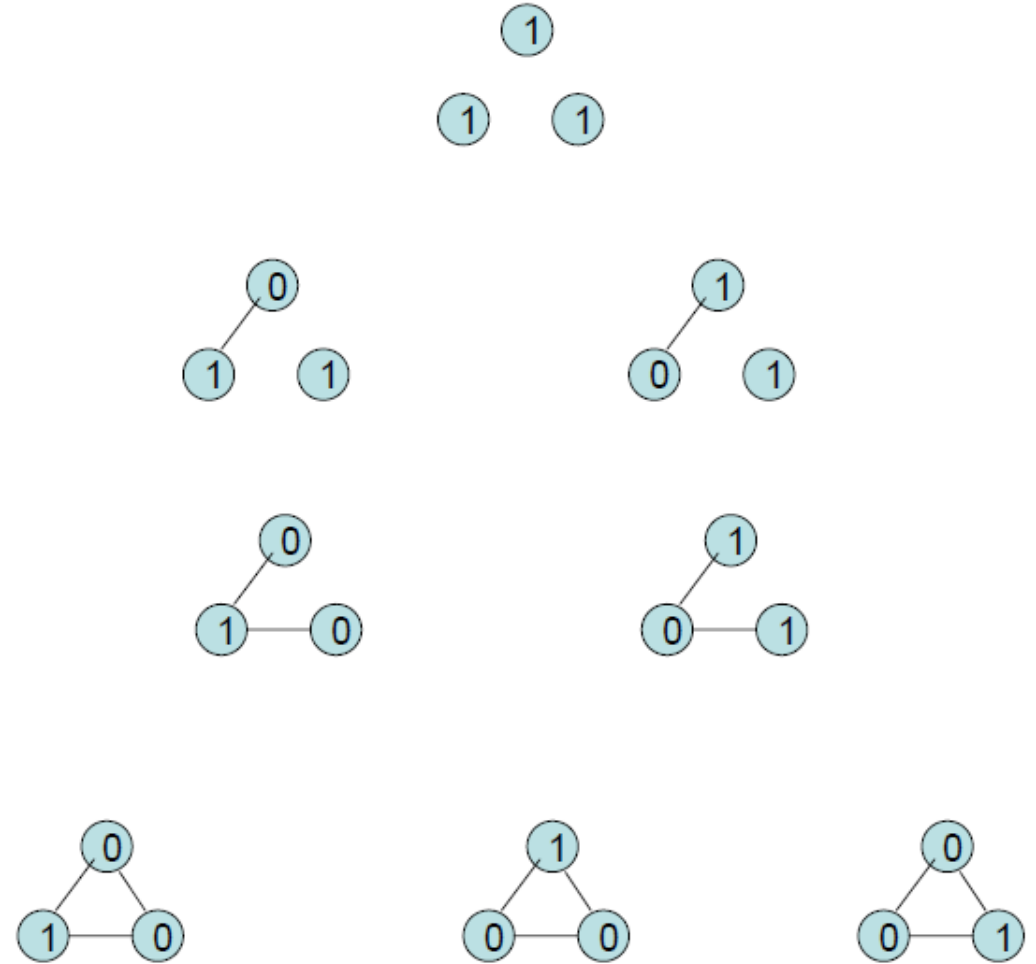
- Strateški **supstituti**

- skupljanje informacija
  - npr. isplata 1 ako je netko u susjedstvu obaviješten, trošak informiranja ( $c < 1$ )
- lokalna javna dobra (dijeljivi proizvodi, ...)
- konkurentske tvrtke (oligopol s lokalnim tržištima)



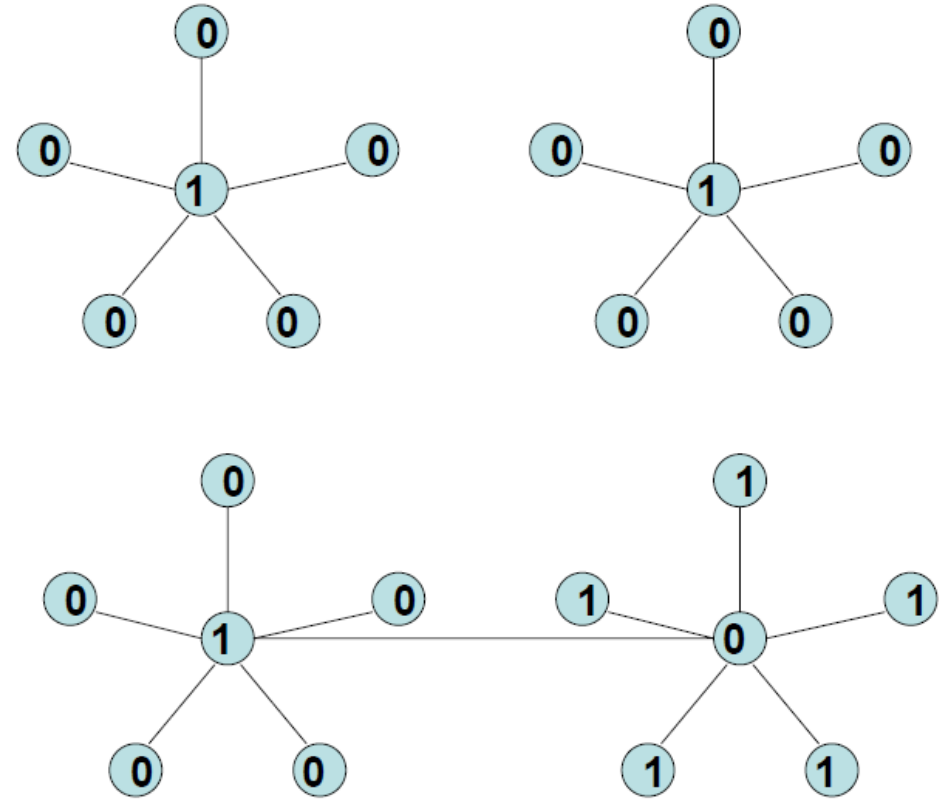
# Utjecaj veza u mreži

- Postojanje različitih veza u mreži **mijenja ekvilibrij**
  - *best shot* scenarij



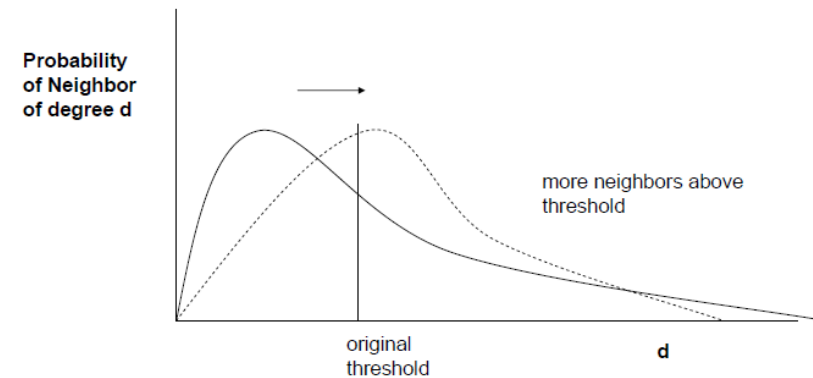
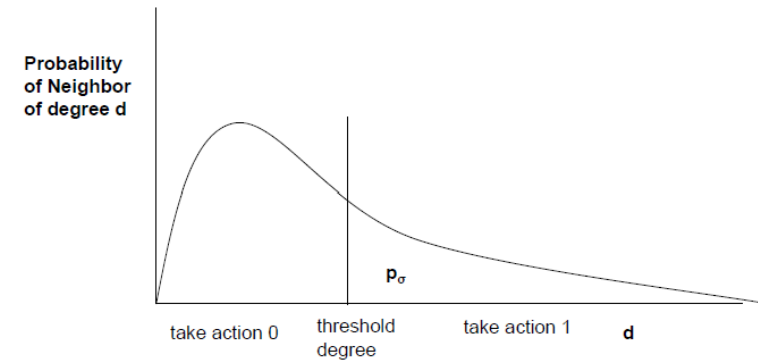
# Utjecaj dinamike mreže

- Dodavanje nove veze u društvenoj mreži **mijenja ekvilibrij**
  - *best shot* scenarij

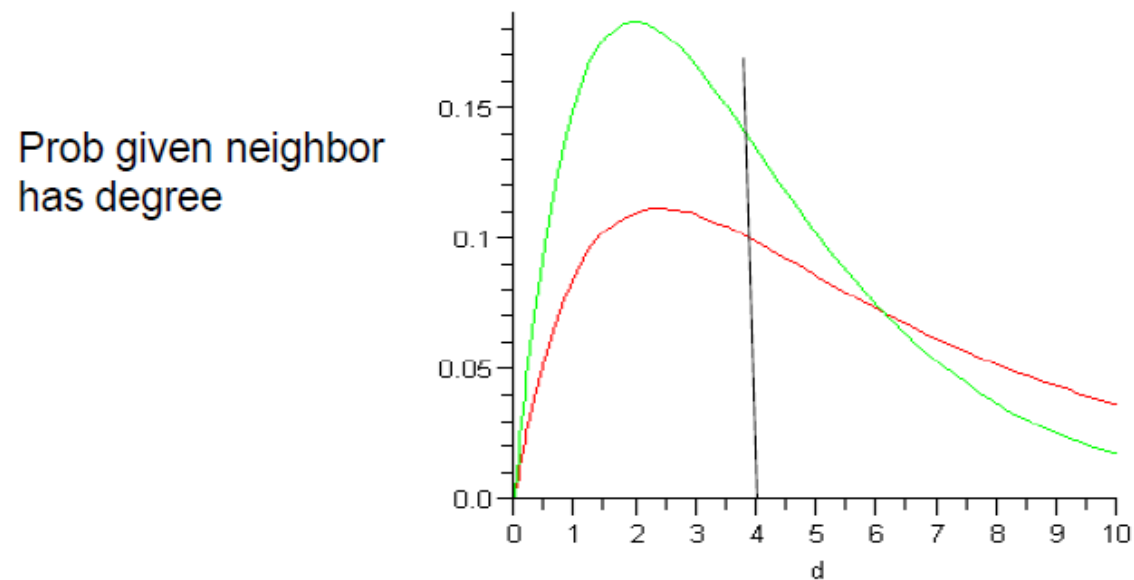


# Utjecaj broja veza u mreži (1)

- Ponašanje pojedinca kao funkcija stupnja čvora (broja veza)
  - Scenarij strateške komplementarnosti



# Utjecaj broja veza u mreži (2)



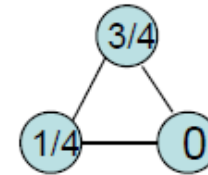
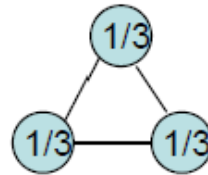
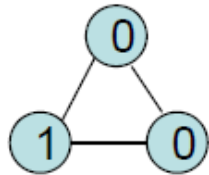
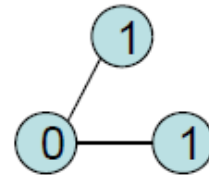
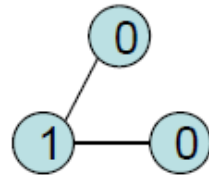
Crveno (mreža koautorstva): Goyal, S., M. van der Leij, and J.-L. Moraga-González (2006). Economics: an emerging small world, *Journal of Political Economy*

Zeleno (ljubavna mreža): Bearman, P., J. Moody, and K. Stovel (2004), *Chains of Affection: The Structure of Adolescent Romantic and Sexual Networks*, University of Chicago



# Što kada imamo više od dvije moguće akcije?

[Bramouille & Kranton]



# Želim znati više

- M. Jackson: „Social and Economic Networks” (2008)
  - Poglavlje 9 (Decisions, Behavior, and Games on Networks)