

Kompleksne mreže

7. predavanje

Učenje u mrežama (Bayesian & DeGroot model, mudrost masa)

Dijeljenje informacija i stvaranje mišljenja

- Otvorena pitanja:
 - da li pojedinci u društvu imaju zajedničko uvjerenje ili ostaju podijeljeni u mišljenjima?
 - koji pojedinci imaju najveći utjecaj na uvjerenja u društvu?
 - koliko brzo pojedinci uče?
 - mogu li se u početku raznolike informacije razasute po društvu agregirati na točan način?

Koji pojedinci imaju najveći utjecaj na
uvjerenja u društvu u današnje vrijeme?





cristiano



Follow

Message



3,593 posts

614M followers

577 following

Cristiano Ronaldo

Join my NFT journey on @Binance. Click the link below to get started.

ter.li/CR7ForeverZone

Followed by mhdscj, foxsports, roccolibroccoli + 21 more



selenagomez



Follow

Message



1,946 posts

429M followers

277 following

Selena Gomez

[@selenagomez](#)

Musician/Band

By grace, through faith.

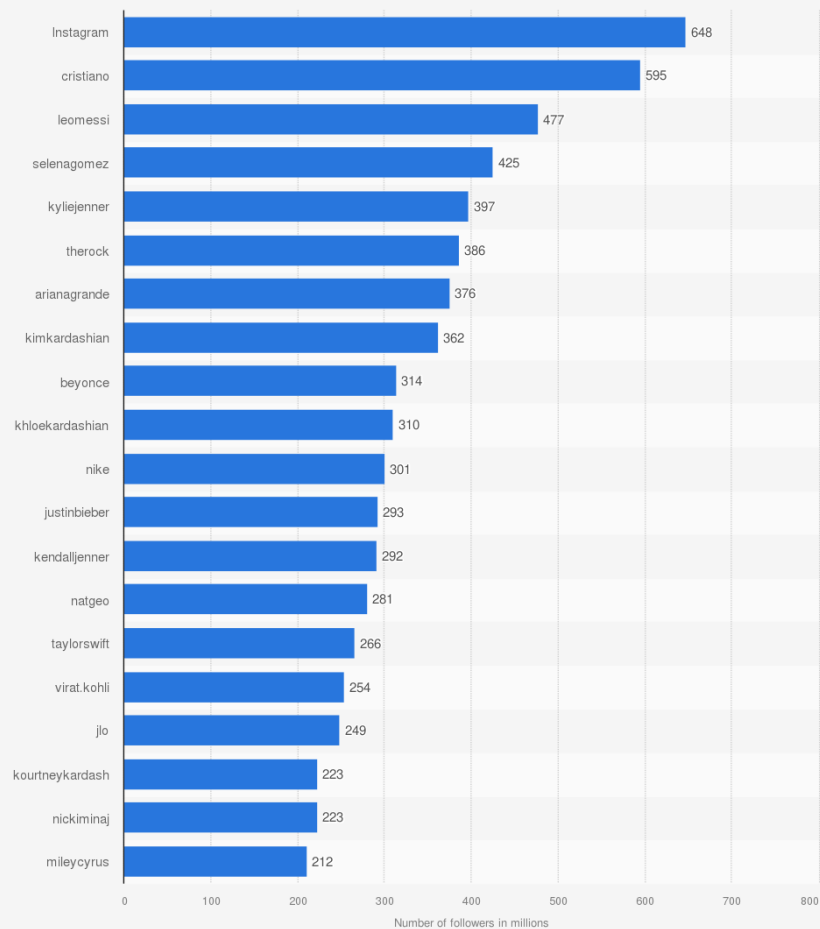
Founder @rarebeauty

Founder/CIO @officialwondermind

linktr.ee/selenagomez

Followed by kateupton, rozgajelenaofficial, iamdaniela88 + 15 more

Instagram accounts with the most followers worldwide as of July 2023 (in millions)



Source
Social Blade
© Statista 2023

Additional Information:
Social Blade; July 2023; business / creator accounts



therock



Follow

Message



7,493 posts

394M followers

822 following

Dwayne Johnson

founder of stuff

therock.komi.io

Followed by mhdscj, foxsports, hrvoje3101 + 26 more



nike



Follow

Message



1,339 posts

306M followers

164 following

Nike

[@nike](#)

Spotlighting athlete* and stories

linkin.bio/nike + 1

Followed by nenadjebiva, sportsillustrated, aannkoo123 + 5 more

←

Elon Musk

34.9K posts



...





Subscribe

Elon Musk

34.9K posts

@elonmusk

Joined June 2009

506 Following

166.2M Followers

136 Subscriptions

Followed by Angler, Vanja Smalovic, and 563 others you follow

←

Barack Obama

16.9K posts



...



Following

Barack Obama

16.9K posts

@BarackObama

Dad, husband, President, citizen.

Washington, DC

barackobamabooks.com

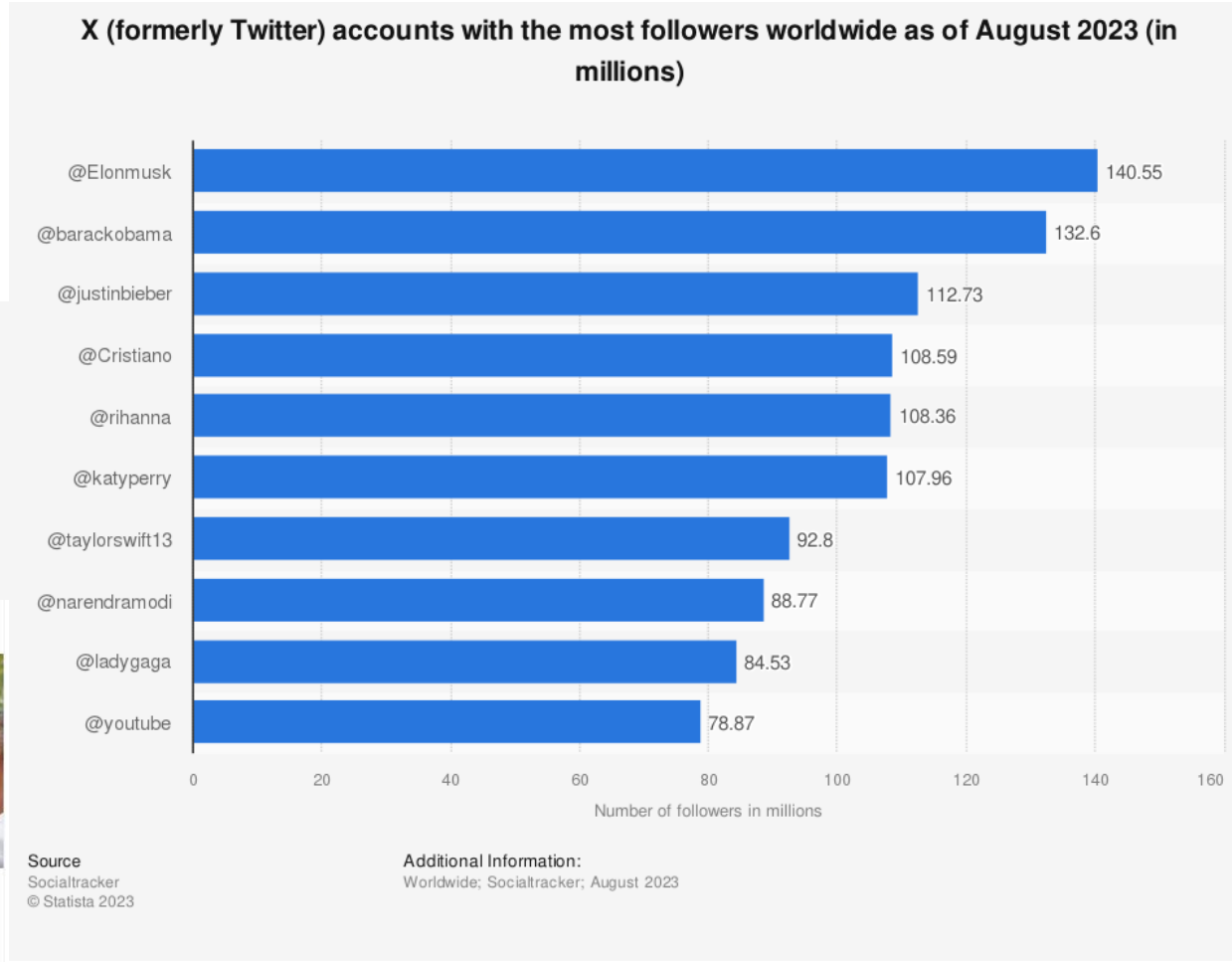
Born August 4, 1961

Joined March 2007

546.9K Following

131.9M Followers

Followed by Nastaran Naseri, Paul Kennedy, and 580 others you follow



←

Justin Bieber

31.1K posts



...

Follow

Justin Bieber

31.1K posts

@justinbieber

JUSTICE the album out now

The 6

JustinBieber.Ink.to/JusticeTCD

Joined March 2009

275.7K Following

111.5M Followers

Followed by THE INTERESTING NETWORK, Getty Images Sport, and 75 others you follow

←

Cristiano Ronaldo

4,006 posts



...

Follow

Cristiano Ronaldo

4,006 posts

@Cristiano

This Privacy Policy addresses the collection and use of personal information - cristianoronaldo.com/terms

facebook.com/cristiano

Joined June 2010

68 Following

110.4M Followers

Followed by Marc Waters, The Sir Bobby Charlton Foundation, and 46 others you follow

Lideri mišljenja (*opinion leaders*)

- Lideri mišljenja su pojedinci u društvu koji se informiraju kroz razne medije i druge interakcije, te koji zatim oblikuju mišljenja i prenose informacije i utječu na druge pojedince koji su manje izravno informirani [Lazarsfeld, Berelson & Gaudet]



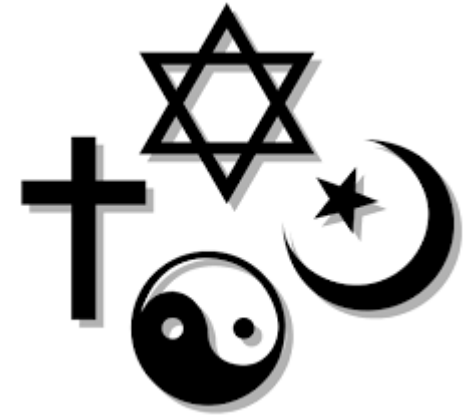
kako su pojedinci donosili odluke o glasovanju Ohiju u predsjedničkoj kampanji u SAD-u 1940. godine?

Što su otkrila rana istraživanja [Katz & Lazarsfeld]?

- Iako su ponekad su lideri mišljenja imali viši društveni status, bilo je mnogo slučajeva u kojima su lideri bili na istom društvenom statusu kao i oni na koje su utjecali, posebno kad su bile u pitanju razne kućanske odluke
- Lideri mišljenja su se često isticali njihovom društvenošću i veličinom njihovih obitelji (što je u korelaciji s njihovom dobi i iskustvom)

Što još utječe na stvaranje mišljenja?

- Obitelj
- Obrazovanje
- Religija
- Različite organizacije



Na koji način vi danas stvarate vaše mišljenje?



Kako kompleksne mreže mogu objasniti proces stvaranja mišljenja?

- **Bayesian model učenja**

- ponovljene akcije, međusobno promatranje
- racionalno učenje
- pojedinci promatraju akcije i rezultate koje su doživjeli njihovi susjedi i informacije na sofisticiran način
- pruža uvjete pod kojim pojedinci s vremenom počinju djelovati slično

- **DeGroot model učenja**

- ponavljanja komunikacija, „naivno” ažuriranje
- „kratkovidno” učenje
- model se temelji na mnogo naivnijem, ali još uvijek prirodnom obliku ažuriranja, gdje pojedinci razmjenjuju informacije sa svojim susjedima tijekom vremena, te zatim ažuriraju uzimajući težinski prosjek onoga što čuju

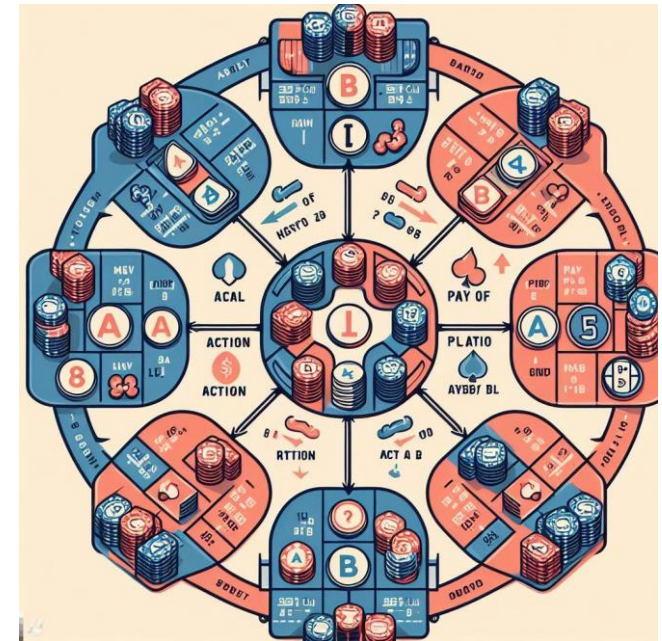
Bayesian model učenja: učenje promatranjem

- Središnji zaključak kod učenja promatranjem je da ako agenti mogu promatrati međusobne radnje i rezultate tijekom vremena, a svi agenti imaju iste preferencije i suočavaju se s istim oblikom neizvjesnosti, onda završavaju sa sličnim nagradama tijekom vremena
- Ideja je da agent koji radi znatno lošije od susjeda to mora shvatiti tijekom vremena, i na kraju će promijeniti postupke i početi raditi kao i susjed
- To onda implicira da svi povezani agenti završavaju s istim ograničenim nagradama
- To ne znači da svi oni nauče raditi najbolje moguće akcije
 - može se dogoditi da svi završe sa sub-optimalnim nagradama
- Međutim, ako uz to, agenti počinju s dovoljnom raznolikošću mišljenja tako da imaju poticaj za eksperimentiranje s različitim radnjama, tada će imati veliku vjerojatnost približavanja pravoj akciji
- Naravno, ova teorija se oslanja na veliku količinu stacionarnosti u okruženju, te sličnosti u preferencijama i situacijama među agentima; ali u isto vrijeme pruža početno mjerilo



Bayesian model učenja [Bala & Goyal]

- n igrača u neusmjerenoj komponenti g
- Odabiranje akcije A ili B svaku rundu
- A nagrađuje 1 (sigurno), dok B nagrađuje 2 s vjerojatnošću p i 0 s vjerojatnošću $1 - p$

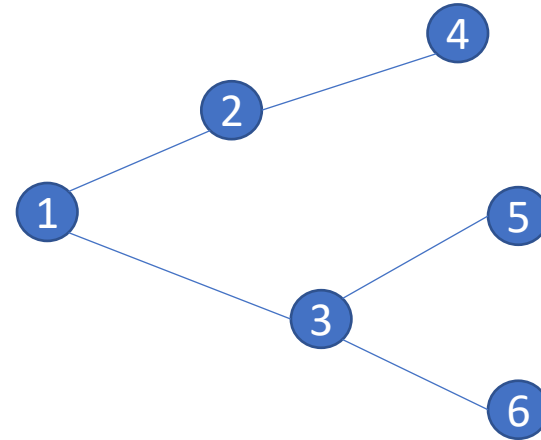


Bayesian model učenja: proces učenja

- Igrač dobiva nagradu svaku rundu na temelju svog odabira
- Igrač također promatra odabire svojih susjeda
- Igrač maksimizira diskontirani niz očekivanih nagrada $E \left[\sum_t \delta^t \pi_{it} \right]$
- p je nepoznat i može poprimiti konačan skup vrijednosti

Izazovi Bayesian model učenja

- Strategije različitih igrača



- Eksperimentiranje



Bayesian model učenja: pretpostavka

- Ako p nije točno $1/2$, tada s vjerojatnosti 1 postoji vrijeme takvo da svi agenti u datoj komponenti igraju samo jednu radnju (i svi igraju istu radnju) od tog vremena nadalje

Bayesian model učenja: dokaz pretpostavke

- Pretpostavimo suprotno
- Neki agent u nekoj komponenti igra B beskonačno često
- Taj agent će konvergirati pravom uvjerenju prema zakonu velikih brojeva
- Mora biti da uvjerenje konvergira prema $p > 1/2$, ili bi taj agent prestao igrati B
- Uz vjerojatnost 1, svi agenti koji vide B igrano beskonačno često konvergiraju do uvjerenja da B nadgrađuje 2 s vjerojatnošću $p > 1/2$
- Susjedi agenta moraju igrati B , nakon nekog vremena, i tako dalje
- Svi agenti moraju igrati B od nekog vremena

Bayesian model učenja: igranje ispravne akcije?

- Ako je B ispravna akcija, onda igrač igra ispravnu akciju ako konvergira k tome, ali možda ne konvergira
- Ako je A ispravna akcija, tada mora konvergirati ispravnoj akciji
- Vjerojatnost konvergencije „ispravnoj” akciji?
 - proizvoljno visoka ako svaka akcija ima nekog agenta koji u početku ima proizvoljno visoko inicijalno vjerovanje da je upravo ta akcija najbolja

Bayesian model učenja: ograničenja

- Homogenost akcija i nagrada među igračima
- Što ako imamo heterogenost akcija i nagrada?
- Ponavljane radnje tijekom vremena
 - Što ako imamo samo jedan pokušaj?
- Stacionarnost
- Mreže ovdje ne igraju bitnu ulogu

DeGroot model: imitacija i društveni utjecaj

- Ponovljena komunikacija
- Informacije dolaze samo jednom
- Kako se informacije šire?
- Tko ima utjecaj, brzina konvergencije, utjecaj strukture mreže



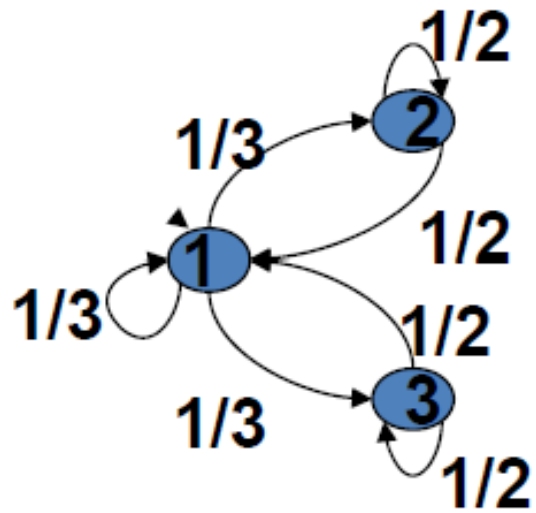
DeGroot model: model ograničene racionalnosti

- Opetovano uprosječenje uvjerenja o sebi kroz komunikaciju sa susjedima
- Non-Bayesian ako se težine ne prilagođavaju tijekom vremena
- Moguće je podcijeniti „težinu” susjeda (baš kao u eksperimentima)
 - „Tvrdoglavi igrači”

DeGroot model društvene interakcije [DeGroot]

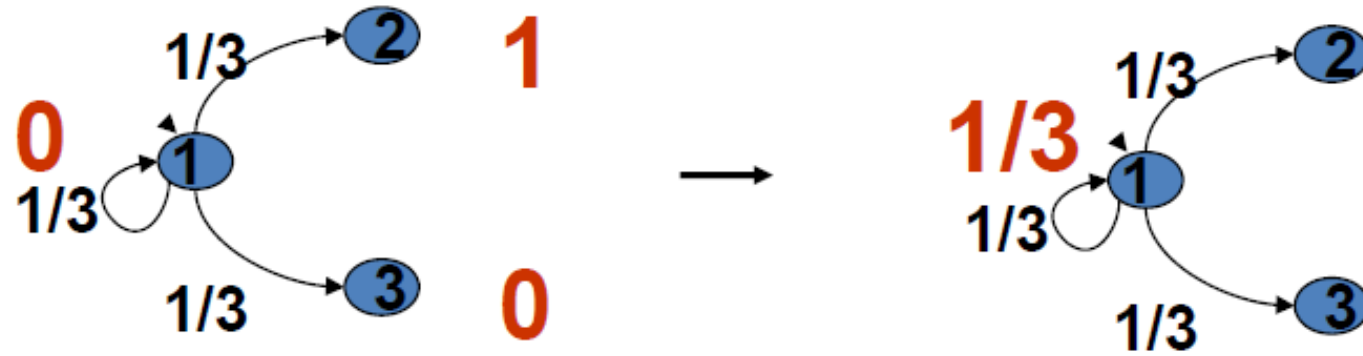
- Igrači $\{1, \dots, n\}$
- T težinska usmjerena mreža, stohastička matrica
- Počinjemo s uvjerenjima $b_i(0)$ u $[0,1]$
 - to također mogu biti vektori
- Ažuriranje: $b_i(t) = \sum_j T_{ij} b_j(t-1)$

DeGroot model: primjer (1)

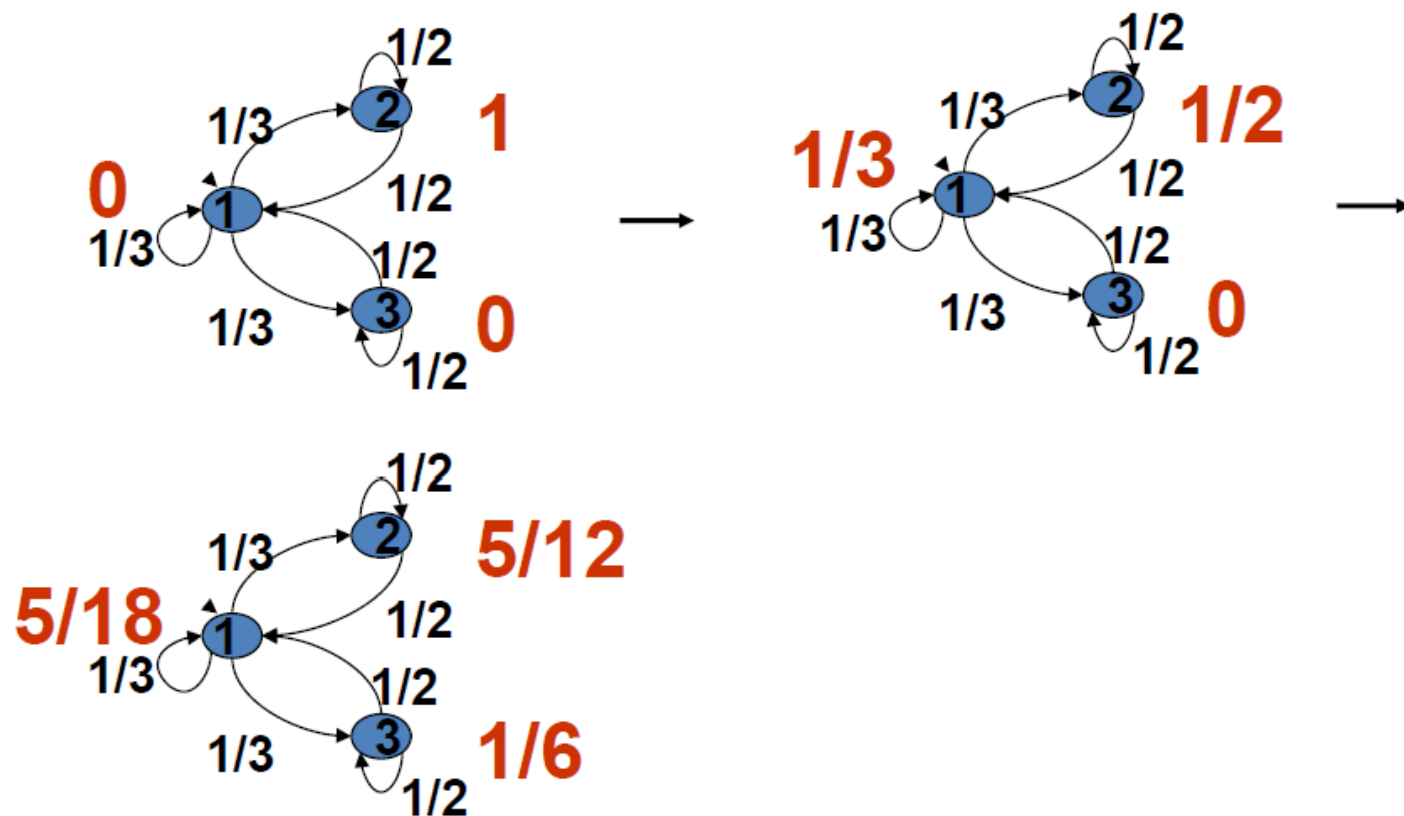


$$T = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

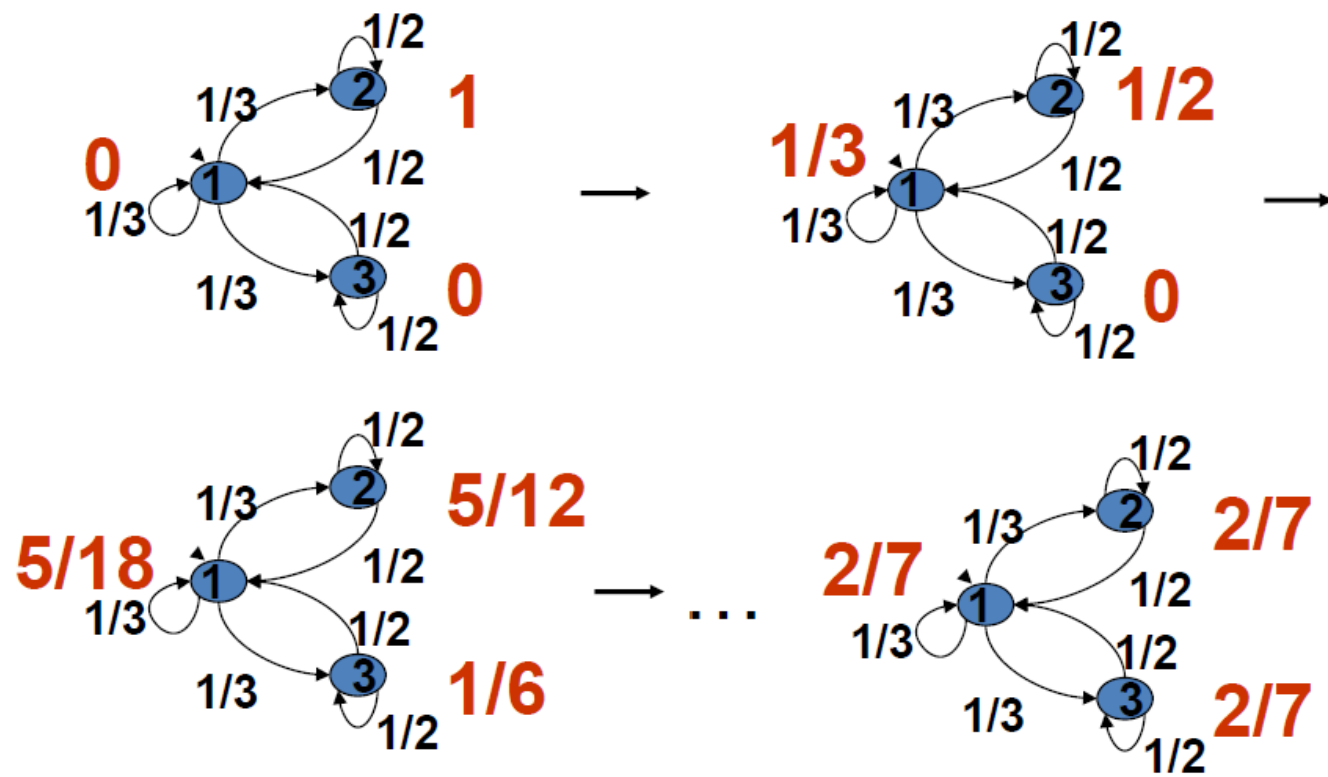
DeGroot model: ažuriranje (1)



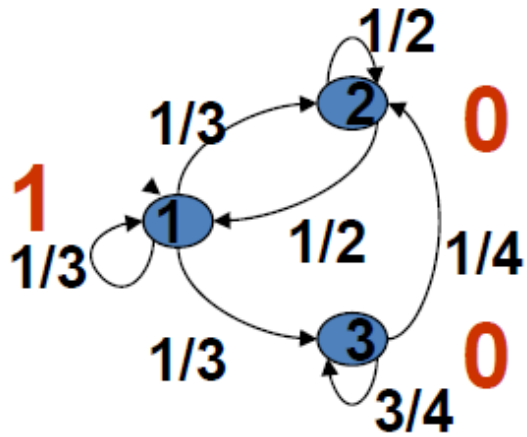
DeGroot model: ažuriranje (2)



DeGroot model: ažuriranje (3)

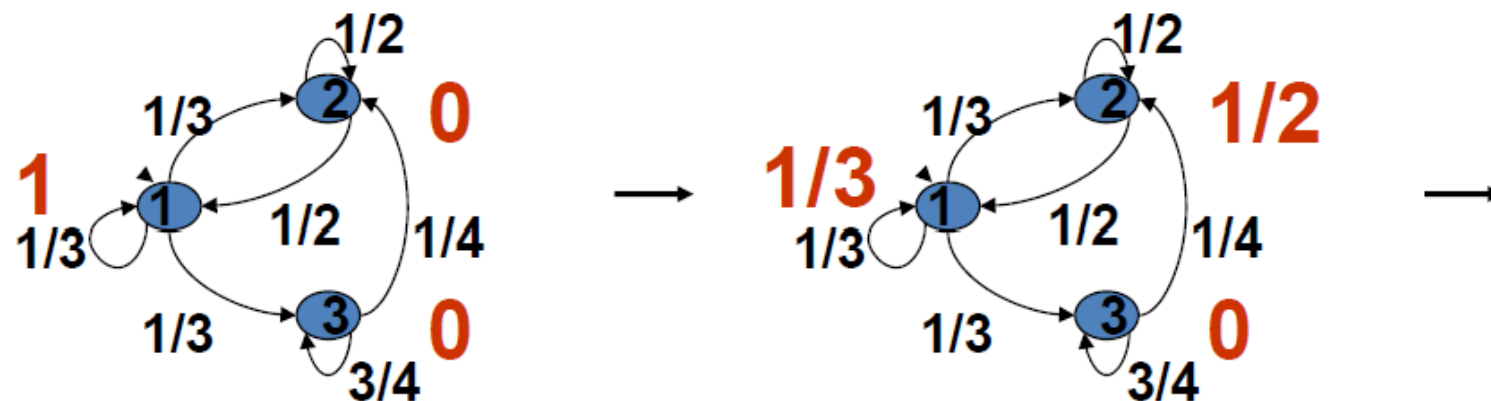


DeGroot model: primjer (2)



$$T = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

DeGroot model: ažuriranje (1)



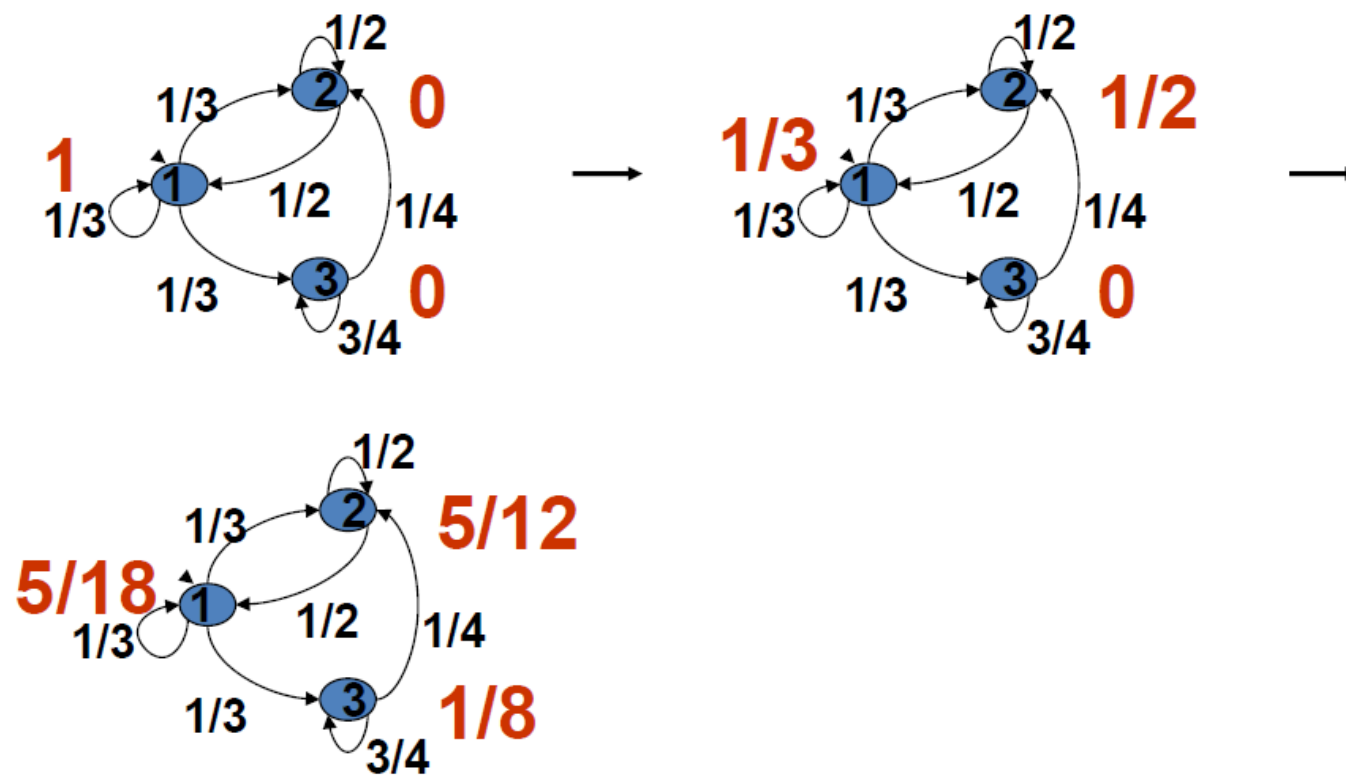
DeGroot model: ažuriranje (2)



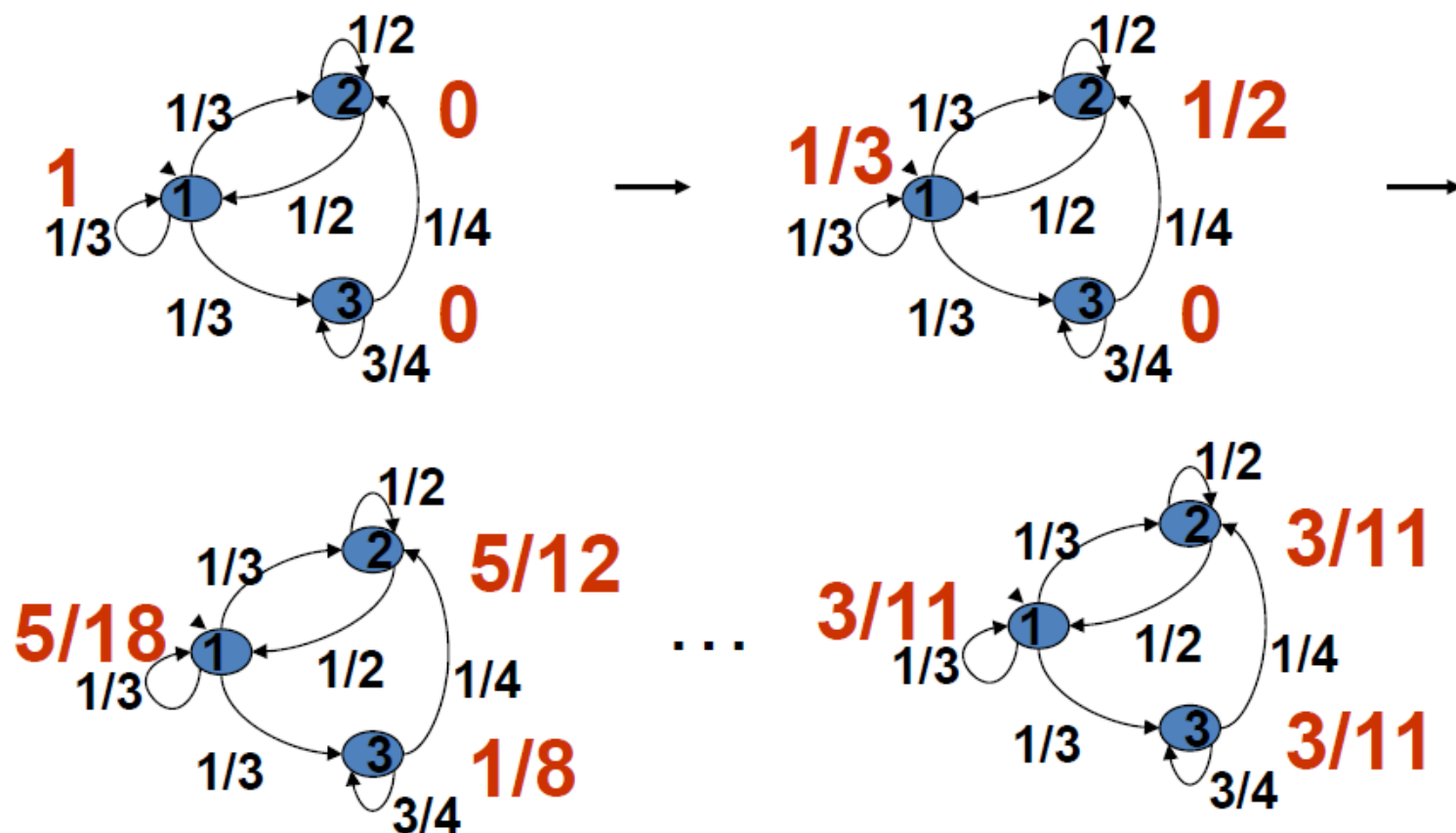
Pitanje:

Kolike će biti vrijednosti uvjerenja
svakog igrača nakon sljedećeg
ažuriranja?

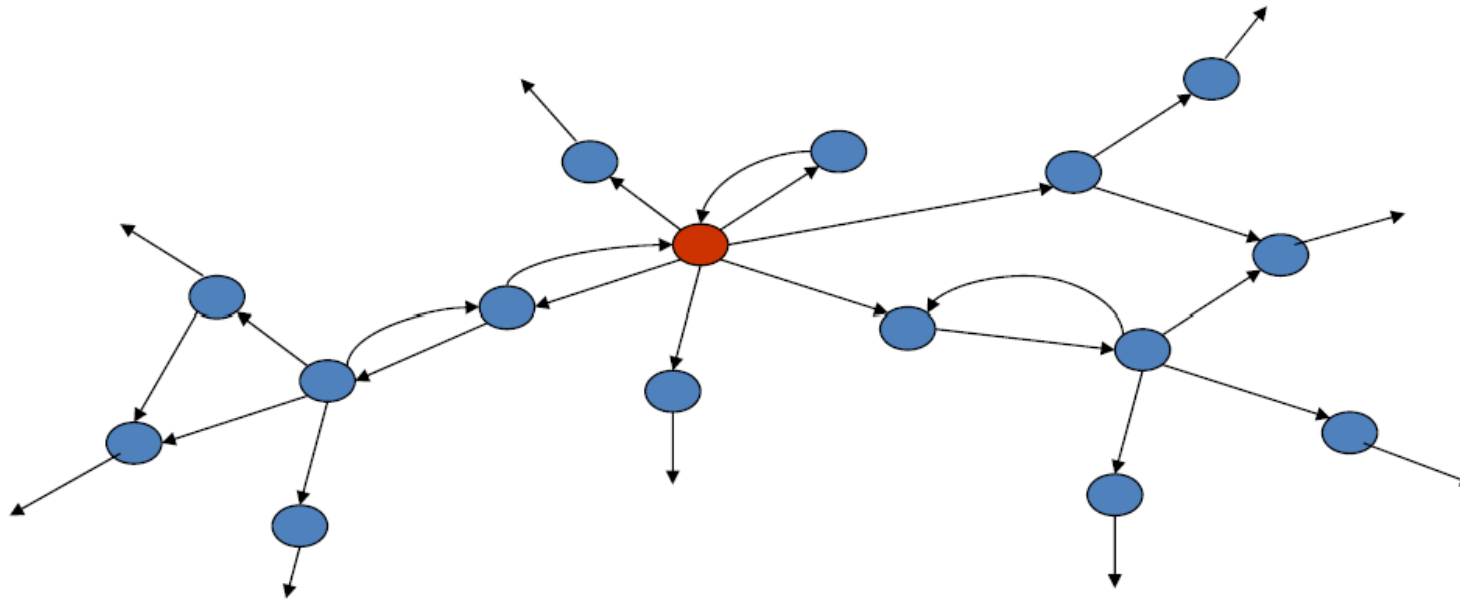
DeGroot model: ažuriranje (2)



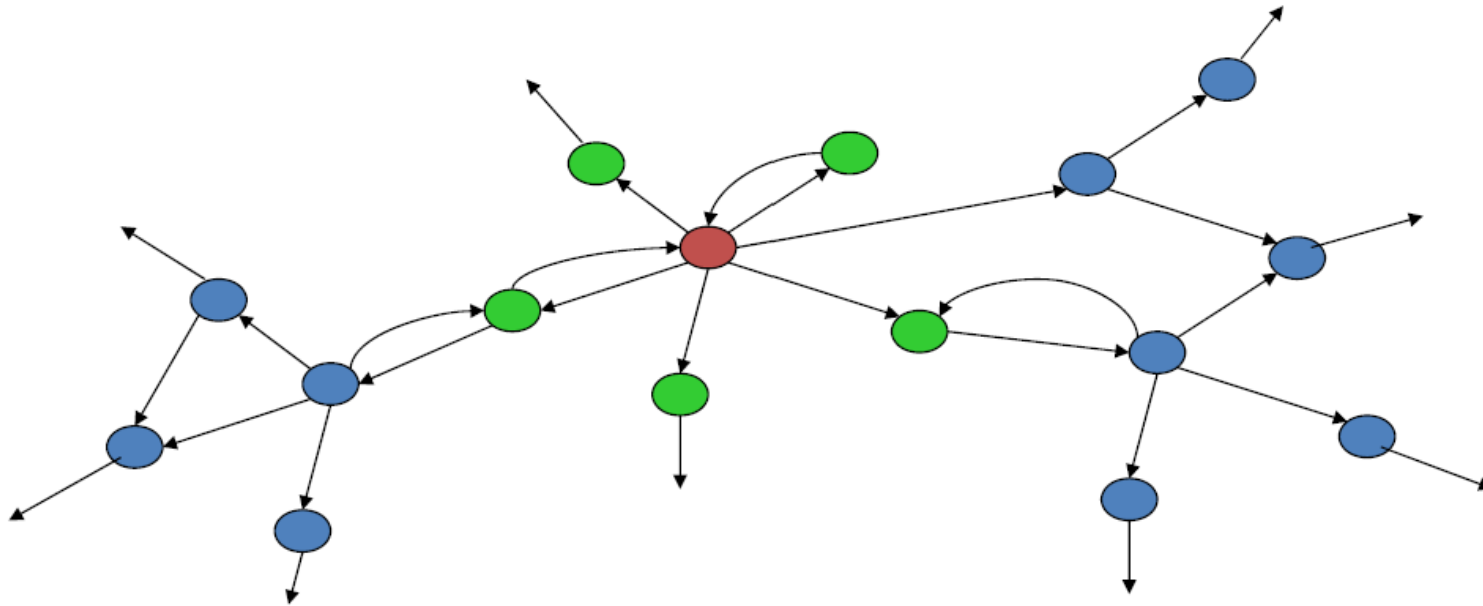
DeGroot model: ažuriranje (3)



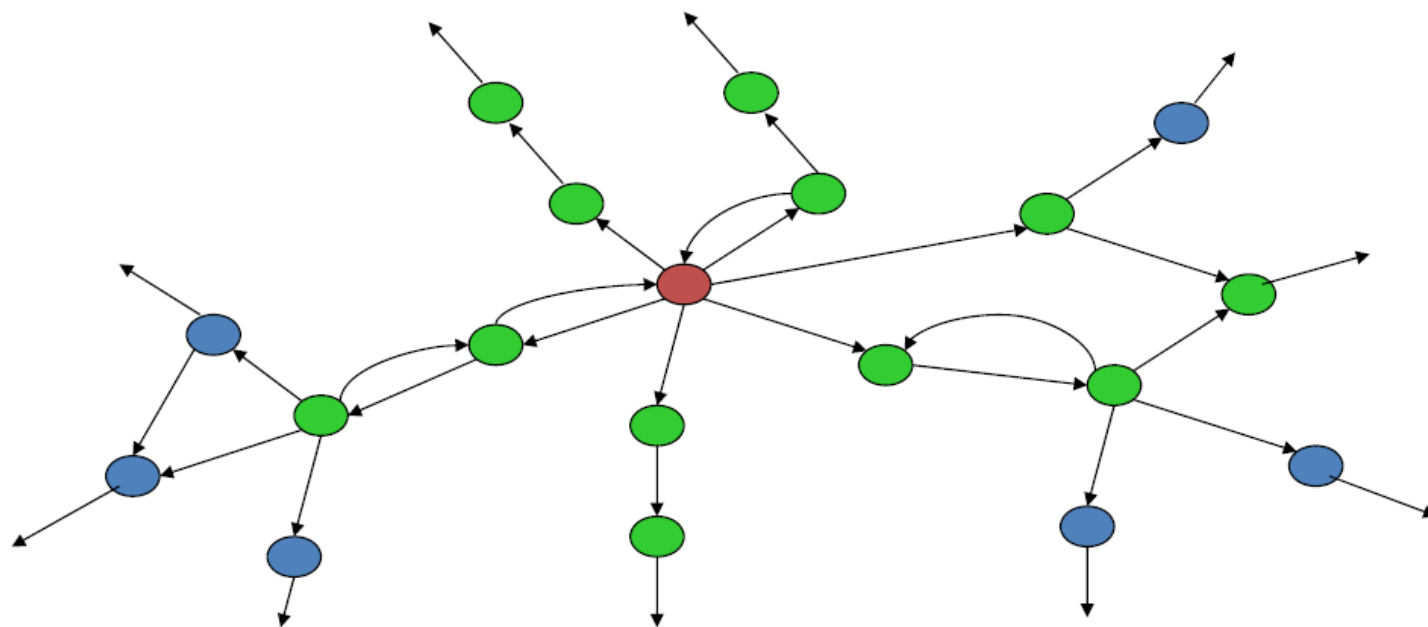
DeGroot model: utjecaj susjeda



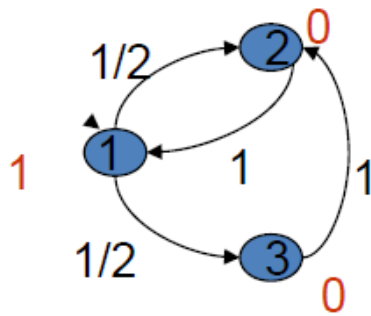
DeGroot model: utjecaj susjedovog susjeda



DeGroot model: utjecaj mreže



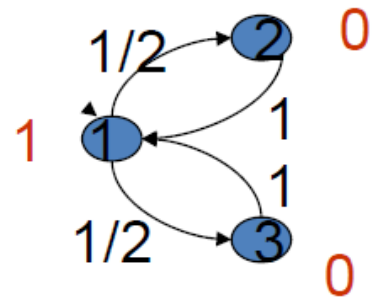
DeGroot model: konvergencija



$$T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3/4 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/4 \\ 3/4 \\ 1/2 \end{pmatrix} \dots \rightarrow \begin{pmatrix} 2/5 \\ 2/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$$

DeGroot model: nekonvergencija



$$T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \rightarrow$$

DeGroot model: konsenzus

- Konvergencija prema (normaliziranom) eigenvektoru težinskih suma originalnih uvjerenja

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^3 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

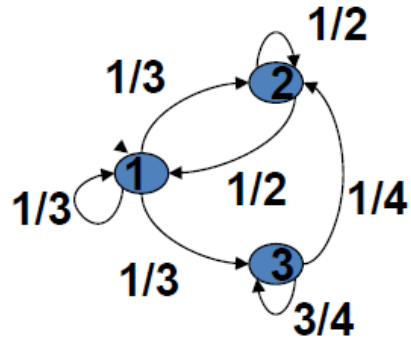
$$T^5 = \begin{pmatrix} 1/2 & 3/8 & 1/8 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$T^2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^4 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^\infty = \begin{pmatrix} 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

DeGroot model: konsenzus



$$\lim_t \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^t \mathbf{b}(0)$$

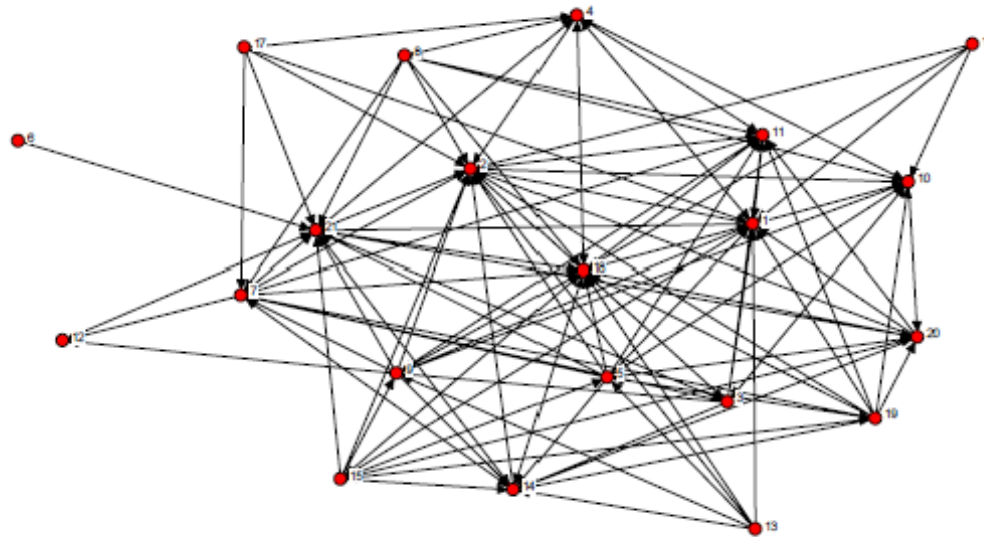
$$\lim_t \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 3/11 & 4/11 & 4/11 \\ 3/11 & 4/11 & 4/11 \\ 3/11 & 4/11 & 4/11 \end{pmatrix}$$

DeGroot model: utjecaj (*influence*)

- Centralnost
eigenvektora

$$\begin{array}{l} \text{Limit} \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/11 \\ 3/11 \\ 3/11 \end{pmatrix} \\ \text{Limit} \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/11 \\ 4/11 \\ 4/11 \end{pmatrix} \\ \text{Limit} \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/11 \\ 4/11 \\ 4/11 \end{pmatrix} \end{array}$$

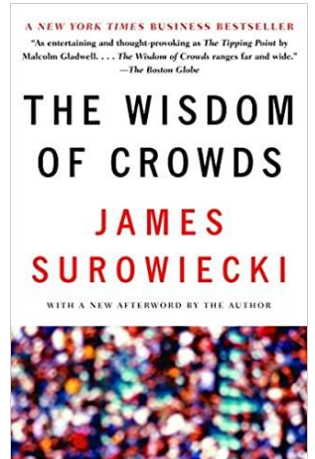
Mreža savjeta [Krackhardt]



label	s	level	dept.	age	tenure
1	0.048	3	4	33	9.3
2	0.132	2	4	42	19.6
3	0.039	3	2	40	12.8
4	0.052	3	4	33	7.5
5	0.002	3	2	32	3.3
6	0.000	3	1	59	28
7	0.143	1	0	55	30
8	0.007	3	1	34	11.3
9	0.015	3	2	62	5.4
10	0.024	3	3	37	9.3
11	0.053	3	3	46	27
12	0.051	3	1	34	8.9
13	0.000	3	2	48	0.3
14	0.071	2	2	43	10.4
15	0.015	3	2	40	8.4
16	0.000	3	4	27	4.7
17	0.000	3	1	30	12.4
18	0.106	2	3	33	9.1
19	0.002	3	2	32	4.8
20	0.041	3	2	38	11.7
21	0.201	2	1	36	12.5

Mudrost masa (*wisdom of crowds*)

- Ukoliko ne postoji nitko u mreži tko ima značajan utjecaj, tada govorimo o scenariju „mudrosti masa”
- Mudrost masa je ideja da su velike grupe ljudi kolektivno pametnije od pojedinačnih stručnjaka kada je riječ o rješavanju problema, donošenju odluka, inovacijama i predviđanjima
 - ideja je da stajalište pojedinca može biti inherentno pristrano, dok uzimanje prosječnog znanja gomile može rezultirati uklanjanjem pristranosti ili buke kako bi se dobio jasniji i koherentniji rezultat



Želim znati više

- M. Jackson: „Social and Economic Networks” (2008)
 - Poglavlje 8 (Learning and Networks)