

Η υποβολή της εργασίας θα γίνει στο eduportal εντός της διορίας από τον Αρχηγό της Ομάδας όπως έχει δηλωθεί στο Google Sheet. Κατόπιν δε θα γίνει δεκτή καμία εργασία, τροποποίηση εργασίας κτλ.

Άσκηση 1.

Σε μία παρέα 40 φοιτητών υπάρχουν:

8 πρωτοετείς

12 δευτεροετείς

10 τριτοετείς και

10 τεταρτοετείς

Η παρέα αυτή έχει στην κατοχή της 6 προσκλήσεις για μία συναυλία. Για να μην αδικηθεί κανένα μέλος της παρέας, τα μέλη της παρέας θα κάνουν κλήρωση και οι έξι τυχεροί που θα κληρωθούν να πάρουν από μία πρόσκληση.

Ποια η πιθανότητα, η παρέα που θα πάει στη συναυλία να έχει έναν τουλάχιστον φοιτητή από κάθε έτος;

Άσκηση 2.

Ένα ρομποτάκι τοποθετείται στο σημείο $(0, 0, 0)$ ενός χώρου τριών διαστάσεων.

Κάθε του βήμα μπορεί να αντιστοιχεί σε μια μετακίνηση μίας μονάδας μήκους στον άξονα z (Βήμα Πάνω) ή σε μία μετακίνηση μίας μονάδας μήκους στον άξονα y (Βήμα Εμπρός) ή σε μία μετακίνηση μίας μονάδας μήκους στον άξονα x (Βήμα Δεξιά).

A. Σε πόσα διαφορετικά σημεία του χώρου μπορεί να βρεθεί μετά την πραγματοποίηση k βημάτων;

B. Πόσα μονοπάτια οδηγούν στο σημείο $(x, y, z) = (6, 2, 4)$;

C. Πόσα μονοπάτια 8 βημάτων οδηγούν σε ύψος $z = 5$;

Με δεδομένο πως το ρομποτάκι σε κάθε βήμα έχει τις εξής πιθανότητες:

- Βήμα Πάνω: 0.6
- Βήμα Εμπρός: 0.1
- Βήμα Δεξιά: 0.3

D. Ποια η πιθανότητα να βρίσκεται σε ύψος 5 μετά από 10 βήματα;

E. Ποια η πιθανότητα το ρομποτάκι να βρεθεί στο σημείο $(x, y, z) = (6, 2, 4)$;

Άσκηση 3.

Μία τυπική τράπουλα έχει 52 φύλλα:

- 13 Αξίες: {A, 2, 3, 4, ..., 10, B, N P}
- Κάθε αξία αντιστοιχεί σε 4 τύπους {Σπαθί, Μπαστούνι, Κούπα, Καρώ}
- Τα χρώματα των τύπων Κούπα και Καρώ είναι κόκκινα, ενώ τα χρώματα των τύπων Σπαθί και Μπαστούνι είναι Μαύρα.

Αν δώσουμε εντελώς τυχαία 5 φύλλα στον Κώστα, ποια η πιθανότητα:

A. Ο Κώστας να έχει δύο ζεύγη (Δύο δυάδες ίδιας αξίας και ένα φύλλο σε άλλη αξία από αυτή των δυάδων) και προφανώς ένα πέμπτο φύλλο άλλης αξίας;

B. Ο Κώστας να έχει δύο ζεύγη ενός χρώματος;

Άσκηση 4.

Σε μία συγκέντρωση φίλων βρίσκονται 10 ζεύγη ανδρών και γυναικών (συζύγων).

Θα κληρωθούν τρία από τα άτομα που βρίσκονται στη συγκέντρωση. Κάθε άτομο έχει ίση πιθανότητα να κληρωθεί.

A. Ποια η πιθανότητα να κληρωθούν αποκλειστικά άνδρες;

B. Ποια η πιθανότητα να κληρωθούν δύο άντρες και μία γυναίκα;

C. Ποια η πιθανότητα στην επιλεγμένη τριάδα να μην υπάρχει κανένα ζεύγος συζύγων;

Αντιμετωπίστε το ερώτημα (C) με δύο τρόπους, θεωρώντας ως δειγματικό χώρο α) το πλήθος των συνδυασμών και β) το πλήθος των διατάξεων των τριών επιλεγμένων ατόμων.

Άσκηση 5.

Θεωρήστε ένα κουτί με δύο τύπους νομισμάτων:

- Τύπος A: Πιθανότητα Κορώνας 70%
- Τύπος B: Πιθανότητα Κορώνας 40%

Το κουτί έχει 30 νομίσματα Τύπου A και 70 νομίσματα Τύπου 2.

Εξάγουμε τυχαία ένα νόμισμα από του κουτί.

A. Αν στην πρώτη μας ρίψη φέραμε Κορώνα, ποια είναι η πιθανότητα να ξαναφέρουμε Κορώνα στην δεύτερη ρίψη;

B. Αν στρίψουμε το επιλεγμένο νόμισμα 10 φορές και φέραμε Κορώνα 8 φορές, ποια η πιθανότητα να έχουμε στα χέρια μας νόμισμα Τύπου A

C. Αν στρίψουμε το επιλεγμένο νόμισμα 10 φορές και φέραμε Κορώνα 8 φορές, ποια η πιθανότητα να φέρουμε Κορώνα την ενδέκατη φορά;

Άσκηση 6.

Θεωρήστε μία παρέα n ατόμων.

Ενδεχόμενο E : Τα διάφορα γενέθλια των n ατόμων να απέχουν μεταξύ τους τουλάχιστον τρεις ημέρες.

Προσδιορίστε προσεγγιστικά το n , έτσι ώστε το ενδεχόμενο E να έχει πιθανότητα 50%.

Σχόλια:

Το ενδεχόμενο E δεν ισχύει αν π.χ. έχουμε γενέθλια 23 και 24 Γενάρη (απόσταση μίας ημέρας), ούτε αν π.χ. υπάρχουν δύο άτομα με γενέθλια 12 Απριλίου (μηδενική απόσταση).

Θεωρήστε πως κάθε μέρα του έτους μοιράζεται ίση πιθανότητα να αντιστοιχεί στα γενέθλια ενός τυχαίου ατόμου.

Άσκηση 7.

Σε ένα διαγώνισμα με 10 ερωτήσεις έχω 53% πιθανότητα να απαντήσω σωστά σε κάθε ερώτηση.

1. Ποια η πιθανότητα να περάσω το διαγώνισμα αν η βάση είναι οι 5 σωστές απαντήσεις;
2. Πόσες ερωτήσεις πρέπει να έχει το διαγώνισμα για να έχω πιθανότητα 85% να επιτύχω στο διαγώνισμα (να απαντήσω σωστά δηλαδή τουλάχιστον στο 50% των ερωτήσεων);

Άσκηση 8.

Το βάρος ενός εξαρτήματος εξαρτάται από την πρώτη ύλη η οποία χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του:

- Το βάρος εξαρτημάτων τύπου Α: είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο μεταξύ 2.0 και 3.0 κιλών
- Το βάρος εξαρτημάτων τύπου Β: είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο μεταξύ 2.3 και 3.5 κιλών
- Το βάρος εξαρτημάτων τύπου Γ: είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο μεταξύ 2.9 και 4.0 κιλών

Στη αποθήκη ενός εργοστασίου υπάρχουν αποθηκευμένα πολλά τέτοια εξαρτήματα. Τα ποσοστά των εξαρτημάτων είναι:

- Ποσοστό Εξαρτημάτων Τύπου Α: 35%
- Ποσοστό Εξαρτημάτων Τύπου Β: 20%
- Ποσοστό Εξαρτημάτων Τύπου Γ: 45%

Έστω B το βάρος ενός τυχαία επιλεγμένου αντικειμένου.

1. Προσδιορίστε τη Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας του Βάρους B
2. Προσδιορίστε τη μέση τιμή και τη διακύμανση του βάρους ενός τυχαία επιλεγμένου εξαρτήματος
3. Αν τοποθετηθούν 100 τέτοια εξαρτήματα σε ένα κιβώτιο, ποια η πιθανότητα το συνολικό βάρος του κιβωτίου να υπερβαίνει τα 305 κιλά;

Άσκηση 9.

Ο Χρήστος θα φτάσει σε ένα εστιατόριο σε χρόνο X .

Η Ζωή θα φτάσει στο εστιατόριο μπαρ σε χρόνο Z .

Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των X και Z είναι σταθερή στο σύνολο τιμών S .

1. Προσδιορίστε την από κοινού συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας των X και Z
2. Προσδιορίστε τις (περιθώριες) συναρτήσεις Πυκνότητας Πιθανότητας για τις X και Z .
3. Προσδιορίστε την πιθανότητα ο Χρήστος να φτάσει μετά τη Ζωή στο μπαρ.
4. Έστω $Y = |X - Z|$ η χρονική απόσταση των δύο αφίξεων. Ποια είναι η μέση τιμή της Y ;

