

实验 3

PB16001715 陈思源

2020 年 7 月 14 日

1 实验题目

利用 MPI 解决 N 体问题。

N 体问题是指找出已知初始位置、速度和质量的多个物体在经典力学情况下的后续运动。在本次实验中，你需要模拟 N 个物体在二维空间中的运动情况。通过计算每两个物体之间的相互作用力，可以确定下一个时间周期内的物体位置。

在本次实验中，初始情况下，N 个小球等间隔分布在一个正方形的二维空间中，小球在运动时没有范围限制。每个小球间会且只会受到其他小球的引力作用。小球可以看成质点。小球移动会受到其他小球的影响（即不会发生碰撞，挡住等情况）。你需要计算模拟一定时间后小球的分布情况，并通过 MPI 并行化计算过程。

2 实验环境

运行在服务器节点上，操作系统内核 Linux 3.10.0-862.el7.x86_64，使用 gcc 编译器，版本 4.8.5。处理器为 Intel 至强 E5-2620，基准频率 2.00GHz。

3 算法设计与分析

输入：模拟的小球个数 N ，要求为完全平方数；模拟的总时间 $time$ ；模拟的时间步数（精度） $timesteps$

输出：模拟结束后各小球的位置

资源： p 个进程

解题思路

将小球组成的正方形网格划分为多个长方形分配给各进程，在每个时间步，每个进程都需要获取所有其他进程的小球位置，以计算小球受到所有其他小球的合力，然后更新速度和位置。速度的更新使用 $\Delta v_x = \frac{F_x \Delta t}{m}$ ，位置的更新使用 $\Delta x = v_x \Delta t + \frac{F_x (\Delta t)^2}{2m}$ ，其中 v_x 为上一迭代步的值。

实现步骤

1. 将编号为 0 到 $N - 1$ 的小球均匀划分，将每个大小为 $\frac{N}{p}$ 的块分配给一个进程。
2. 初始化每个小球的位置。
3. 每个进程向其他所有进程发送所分配小球的位置，以此计算本地小球所受的合力。
4. 每个进程更新本地小球的位置和速度。
5. 重复 3、4 $timesteps$ 次，然后主进程收集各个进程的小球位置并输出。

4 核心代码

```
1 for (i = 0; i < timesteps; i++)
2 {
3     MPI_Allgather(x, local_num, MPI_DOUBLE, x_buffer, local_num, MPI_DOUBLE,
4                   MPI_COMM_WORLD);
5     MPI_Allgather(y, local_num, MPI_DOUBLE, y_buffer, local_num, MPI_DOUBLE,
6                   MPI_COMM_WORLD);
7     for (j = 0; j < local_num; j++)
8     {
9         compute_force(x_buffer, y_buffer, rank * local_num + j, N, &fx[j],
10                       &fy[j]);
11         compute_positions(&x[j], &y[j], vx[j], vy[j], fx[j], fy[j], w);
12         compute_velocities(&vx[j], &vy[j], fx[j], fy[j], w);
13     }
14 }
15 MPI_Gather(x, local_num, MPI_DOUBLE, x_buffer, local_num, MPI_DOUBLE, 0,
16           MPI_COMM_WORLD);
17 MPI_Gather(y, local_num, MPI_DOUBLE, y_buffer, local_num, MPI_DOUBLE, 0,
18           MPI_COMM_WORLD);
```

Listing 1: N 体问题核心代码

5 实验结果

对每个规模和进程数运行三次并取平均，得到结果如下。

表 1: N 体问题的实验结果

(a) 运行时间 (s)

球数, 时间步 \ 进程数	1	2	4	8
(64, 5000000)	196.8844587	115.0528217	106.9574	199.6950667
(256, 100000)	58.66104433	32.39742133	24.261435	46.63183833

(b) 加速比

球数, 时间步 \ 进程数	1	2	4	8
(64, 5000000)	1	1.711	1.8408	0.9859
(256, 100000)	1	1.8107	2.417871999	1.2580

6 分析与总结

模拟 N 体问题中每个小球会受到所有其他小球的作用, 使用 MPI 实现需要大量的通信, 因此在小球规模保持不变时, 加速比无法达到很高。在相同进程数下, 计算小球受力的时间复杂度为 $O(N^2)$, 通信开销为 $O(N)$, 因此小球规模越大, 理论上加速比越接近进程数。本次实验中, 在两种规模下, 都是 4 进程时加速比最大, 8 进程的加速比反而不如 2 进程, 说明通信开销也会随进程数的增加而增大, 根据 `MPI_Allgather()` 函数的效果, 通信开销大约随进程数的 $p \sim p^2$ 而增加。