Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Институт № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика»
Кафедра № 806 «Вычислительная математика и программирование»

# Вычисление интерполяционного многочлена Лагранжа

Лабораторная работа по курсу "Архитектура суперкомпьютеров и вычислительных кластеров"

**Студент группы М8О-107М-23:** Спиридонов Кирилл Анатольевич
**Преподаватель курса:** С. В. Стрижак

Москва — 2023

Пусть заданы значения функции $y = f(x)$ на некотором множестве точек из области определения

$$\Delta = \{(x_i, y_i), x_i \in D, y_i = f(x_i), 0 \le i \le n\}$$

Точки $x_i$, $0 \le i \le n$ называются узлами интерполяции. Величина $\delta x_i = x_i - x_{i-1}$ называется шагом интерполяционной сетки, который может быть как постоянным, так и переменным. Кроме того, могут быть заданы дополнительные значения, например, значения производных. Тогда задача интерполяции состоит в поиске такой функции $f_\Delta(x)$ из заданного класса функций $F$, что $y_i = f_\Delta(x_i), 0 \le i \le n$.

# Полином Лагранжа



Рассмотрим метод интерполяции с использованием многочленов Лагранжа. Представим интерполяционную функцию в виде полинома

$$P_n = \sum_{i=0}^{n} y_i L_{n,i}(x),$$

где $L_{n,i}(x)$ - полиномы степени n вида:

$$L_{n,i}(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

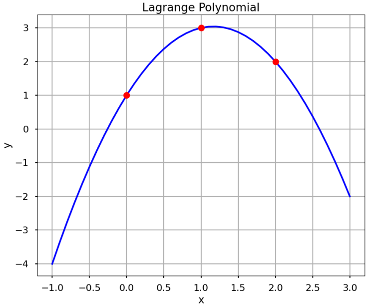
Полином $L_{n,i}(x)$ принимает значение 1 в точке $x_i$ и 0 в остальных узлах интерполяции. Следовательно, в точке $x_i$ исходный полином принимает значение $y_i$.

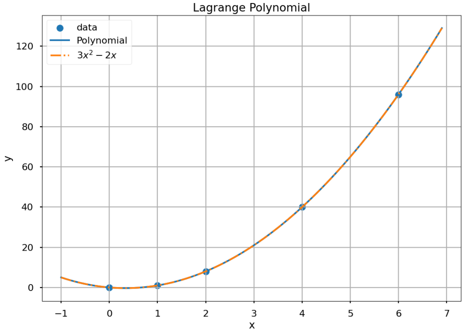
- N - количество точек, в которых необходимо посчитать значение функции
- n - количество улов интерполяции
- p - количество процессов

В каждый процесс передаём узлы интерполяции и $\left\lceil \frac{N}{p} \right\rceil$ точек для расчёта функции $P(x)$. При таком подходе только $N \mod p$ процессов будут простаивать на последней итерации.

**Сложность алгоритма:** $O(Nn^2/p)$

# Результаты работы 



Измерения производились при N = 1000, n = 1000. Время выполнения непараллельной программы $\approx$ 45 сек.