

Kodowanie i kompresja danych 2023

Laboratorium nr 13 i 14 (na zaliczenie)

Zadanie na laboratorium

Napisz następujące programy:

koder in out - program który korzystając z rozszerzenia cyklicznego kodu Hamminga $((7, 4)$ - generowany przez wielomian $1 + x + x^3$) o ósmy bit parzystości, zakoduje plik in do pliku out.

szum p in out - program który z prawdopodobieństwem p zamienia na przeciwny każdy bit z pliku in i zapisuje wynik w pliku out.

dekoder in out - program który zakodowany i zaszumiony plik in do pliku out, wypisując na końcu w ilu przypadkach napotkał 2 błędy.

sprawdz in1 in2 - program porównujący plik in1 z plikiem in2 i wypisujący ile 4-bitowych bloków nie jest identycznych.

Zadania przygotowawcze do kolokwium

Zadanie 1

Udowodnij, że dla słów x, y, z równej długości odległość Hamminga spełnia nierówność trójkąta

$$d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z).$$

Zadanie 2

Pokaż, że jeśli H jest macierzą parzystości dla kodów długości n , wtedy kodowanie ma minimalną wagę d wtedy i tylko wtedy, gdy każde $d - 1$ kolumn macierzy H jest liniowo niezależnych a pewien zbiór d kolumn jest liniowo zależny.

Zadanie 3

Wypisz wszystkie rozszerzone kody Hamminga długości 8. Jak wygląda macierz generująca i macierz parzystości dla tego kodowania.

Zadanie 4

Napisz macierze generujące i macierze parzystości dla kodów Hamminga długości odpowiednio 15 i 16.

Zadanie 5

Mamy kodowanie ze słowami długości k . Jaka jest minimalna długość kodów z korekcją jednego błędu (oparta na kodach Hamminga) dla tego kodowania. Jak stworzyć takie kody.

Zadanie 6

Pokaż, że binarny kod cykliczny długości 7 z wielomianem generującym $g(x) = 1 + x^2 + x^3$ jest kodem Hamminga. Napisz jego macierz generującą i macierz parzystości. Wypisz wszystkie syndromy i określ jak wygląda dla nich korekta kodu.

Zadanie 7

Znajdź wszystkie binarne kody cykliczne długości 5. Napisz ich macierze generujące i macierze parzystości. Jakie kody otrzymałeś?

Zadanie 8

Ile maksymalnie bitów informacji może mieć 24 bitowy kod korygujący 2 błędy. Odpowiedź udowodnij.