

Analiza algorytmów online dla problemu Bin Packing

Maksymilian Neumann

24 kwietnia 2025

1 Opis problemu

Rozważamy problem **Bin Packing** z pojemnikami o pojemności 1 oraz 100-elementowymi ciągami wartości z przedziału $(0, 1]$. Elementy są generowane poprzez losowanie liczby $i \in \{1, 2, \dots, 10\}$ zgodnie z czterema różnymi rozkładami, a następnie dodanie wylosowanego elementu i razy.

Rozkłady:

- **Jednostajny:** $P[X = i] = \frac{1}{10}$
- **Harmoniczny:** $P[X = i] = \frac{1}{i \cdot H_{10}}$, gdzie $H_{10} = \sum_{j=1}^{10} \frac{1}{j}$
- **Dwu-harmoniczny:** $P[X = i] = \frac{1}{i^2 \cdot \hat{H}_{10}}$, gdzie $\hat{H}_{10} = \sum_{j=1}^{10} \frac{1}{j^2}$
- **Geometryczny:** $P[X = i] = \frac{1}{2^i}$ dla $i < 10$, $P[X = 10] = \frac{1}{2^{10}}$

2 Algorytmy

Zbadano następujące algorytmy online:

- **Next Fit**
- **Random Fit**
- **First Fit**
- **Best Fit**
- **Worst Fit**

3 Metodologia

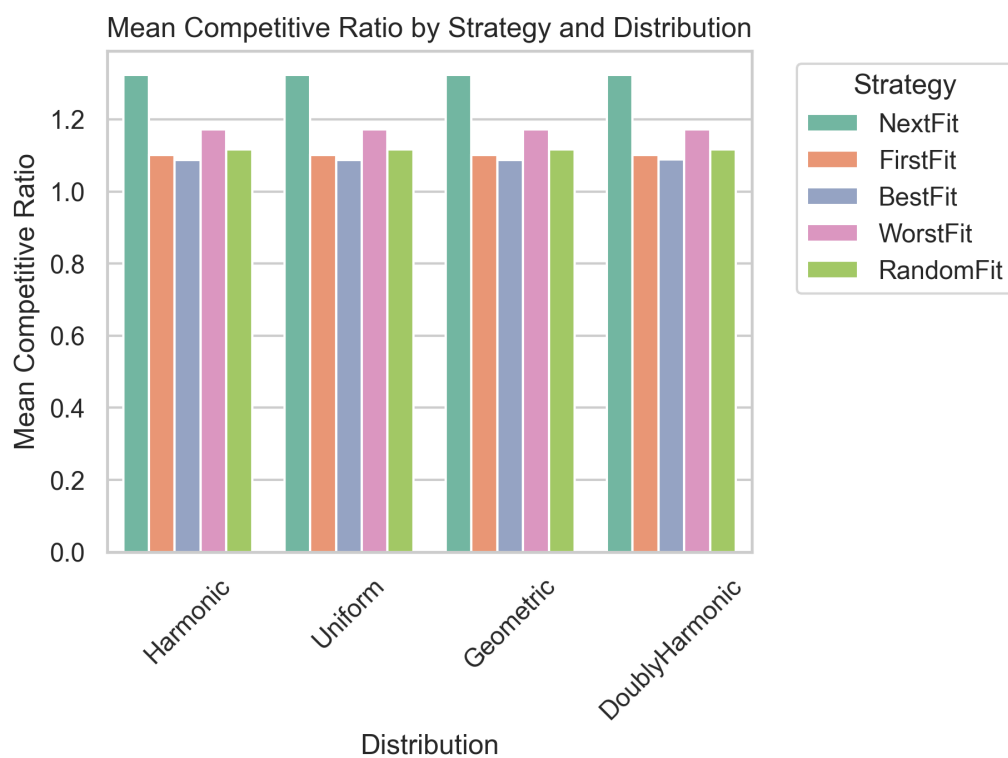
Dla każdego algorytmu i rozkładu wygenerowano wiele instancji danych. Wynikiem eksperymentu jest liczba wykorzystanych pojemników (bins) oraz oszacowanie optimum jako:

$$\text{optimum} = \lceil \text{item_sum} \rceil$$

$$\text{competitive ratio} = \frac{\text{bin_count}}{\lceil \text{item_sum} \rceil}$$

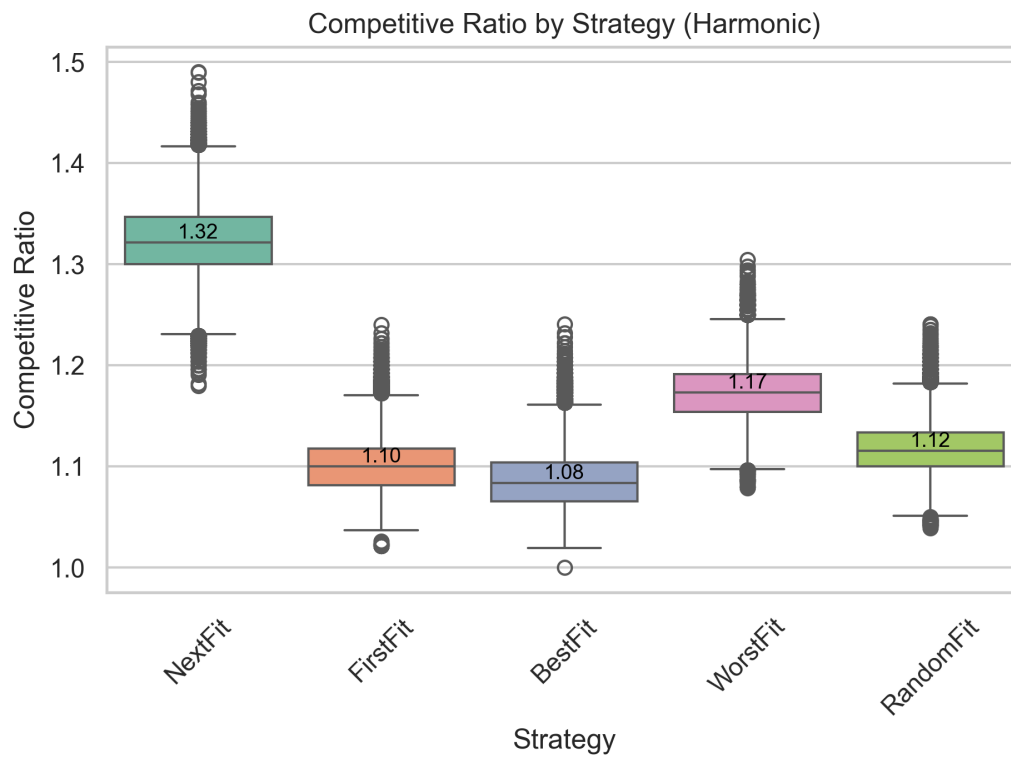
4 Wyniki

4.1 Średnia wartość współczynnika konkurencyjności

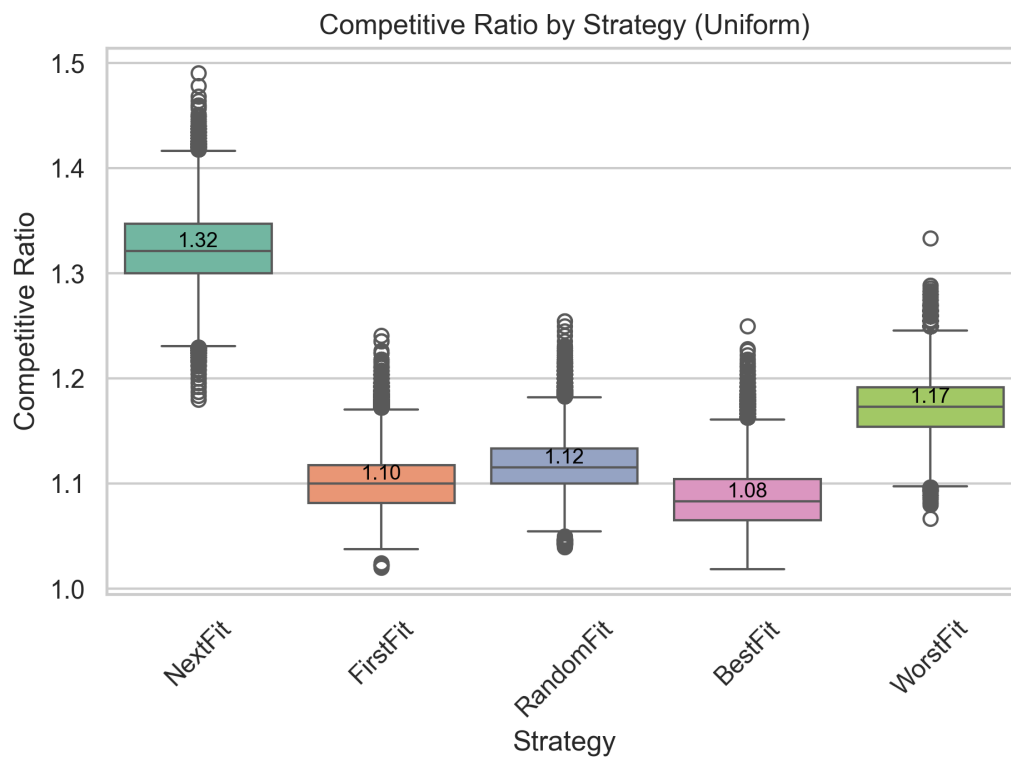


Rysunek 1: Średnia wartość współczynnika konkurencyjności dla każdej kombinacji algorytmu i rozkładu.

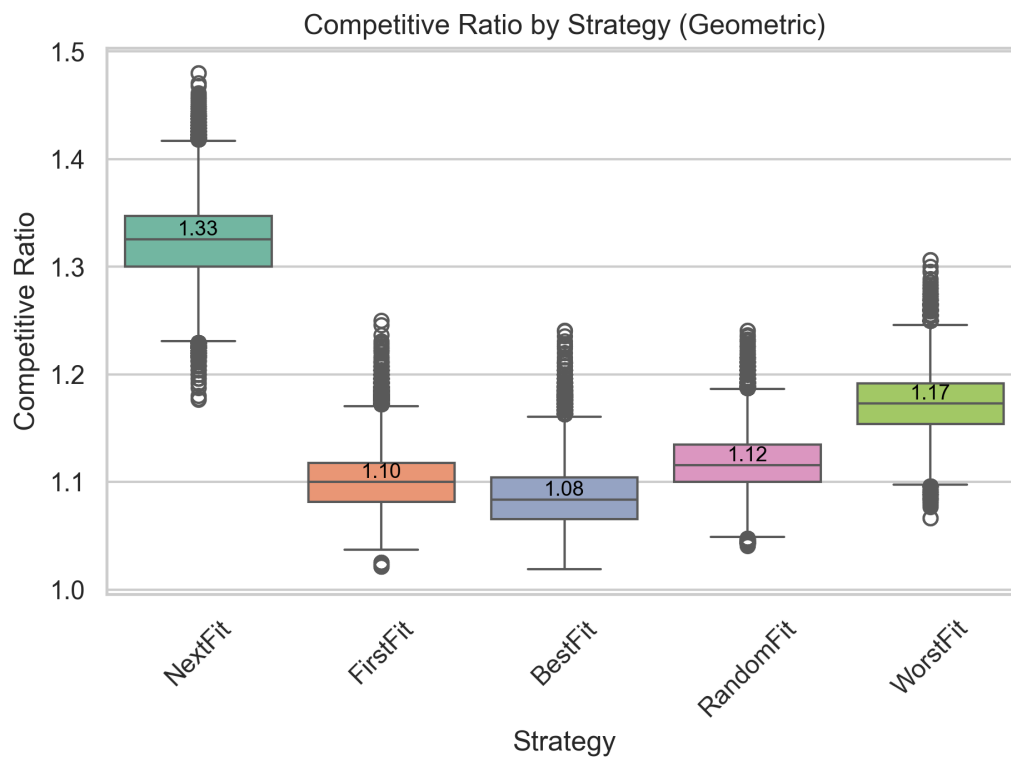
4.2 Rozkład współczynnika konkurencyjności według rozkładów danych



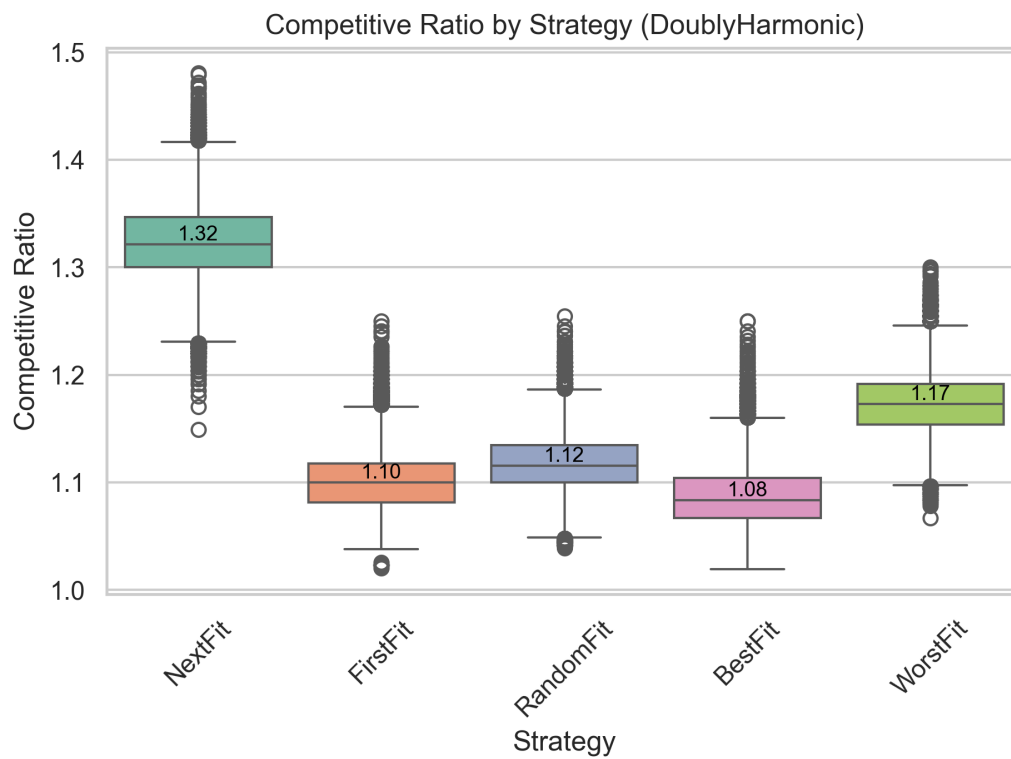
Rysunek 2: Współczynnik konkurencyjności — rozkład harmoniczny



Rysunek 3: Współczynnik konkurencyjności — rozkład jednostajny

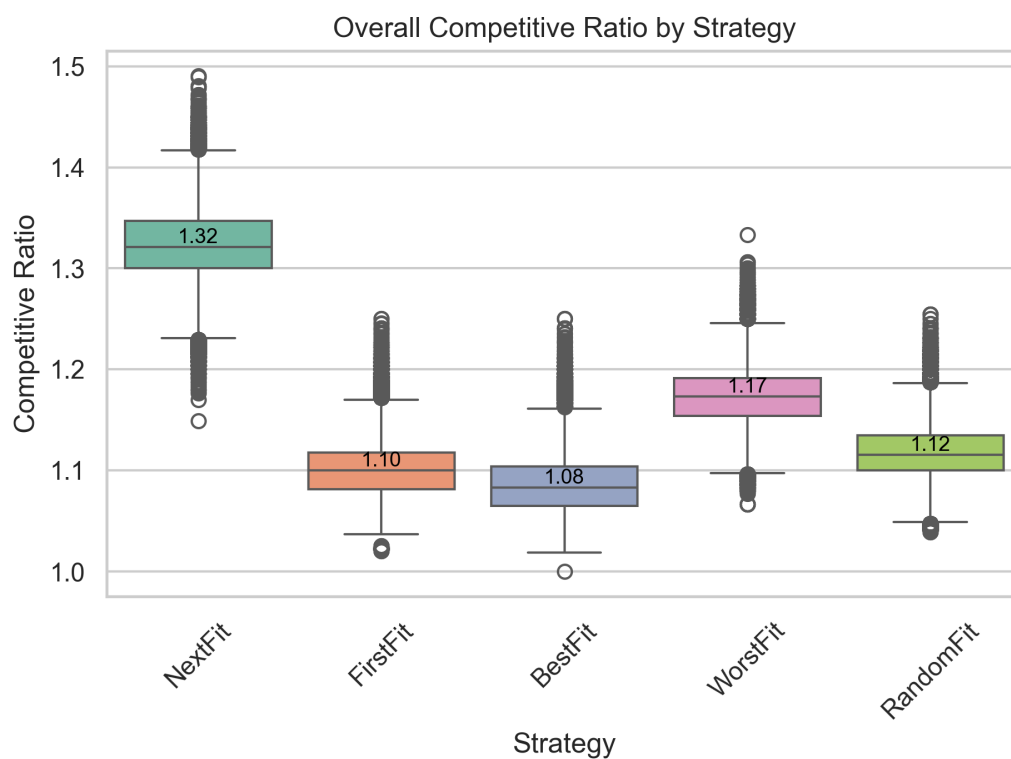


Rysunek 4: Współczynnik konkurencyjności — rozkład geometryczny



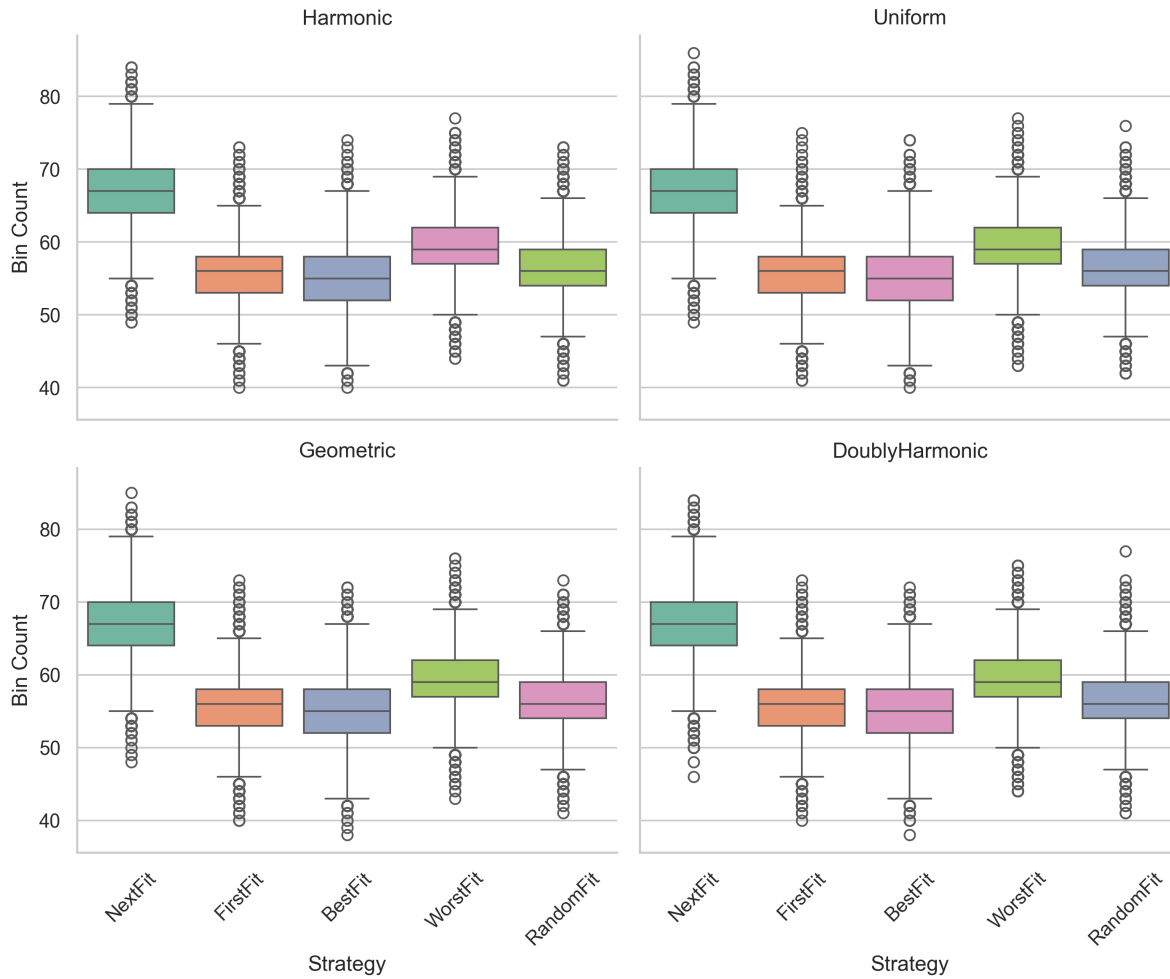
Rysunek 5: Współczynnik konkurencyjności — rozkład dwu-harmoniczny

4.3 Ogólny rozkład współczynnika konkurencyjności



Rysunek 6: Rozkład ogólny współczynnika konkurencyjności dla wszystkich algorytmów

4.4 Rozkład liczby pojemników (2×2)



Rysunek 7: Rozkład liczby użytych pojemników w zależności od rozkładu i algorytmu (boxploty 2×2)

5 Wnioski

- **Next Fit** osiąga najgorszy współczynnik konkurencyjności we wszystkich rozkładach.
- **Best Fit** i **First Fit** działają najbardziej efektywnie, osiągając najniższe mediany konkurencyjności.
- **Random Fit** daje umiarkowane wyniki — lepsze niż Next Fit, ale gorsze niż First/Best Fit.
- **Worst Fit** radzi sobie przeciętnie — ma większy rozrzut wyników.