

Zadanie Programistyczne 2: Cykle

Maksymilian Neumann

June 21, 2022

1 Implementacja Fisher-Yates shuffles

Funkcja przyjmuje listę w postaci $[1, 2, \dots, n]$ (element neutralny) i zwraca jej losową permutację.

```
1 import random
2
3 def shuffle(given):
4     permutation = []
5     for i in range(len(given)):
6         temp = random.randint(0, (len(given)-1))
7         permutation.insert(0, given[temp])
8         given.pop(temp)
9     return permutation
```

Listing 1: Implementacja Fisher-Yates shuffles

2 Rozkład Permutacji na Cykle

Funkcja przyjmuje permutację w postaci listy i zwraca rozkład jej na cykle w postaci listy list.

```
1 def cycler(permutation):
2     cycles = []
3     for i in range(1, len(permutation) + 1):
4         if permutation[i - 1] != 0:
5             temp = i
6             cycle = []
7             cycle.append(i)
8             while permutation[temp - 1] != i:
9                 cycle.append(permutation[temp - 1])
10                temp = permutation[temp - 1]
11            cycles.append(cycle)
12            for j in cycle:
13                permutation[permutation.index(j)] = 0
14    return cycles
```

Listing 2: Rozkład Permutacji na cykle

3 Test Działania Kodu

Z wykładu dowiedzieliśmy się, że dla $\pi \in S_n$, gdzie $L(\pi)$ = liczba cykli permutacji π

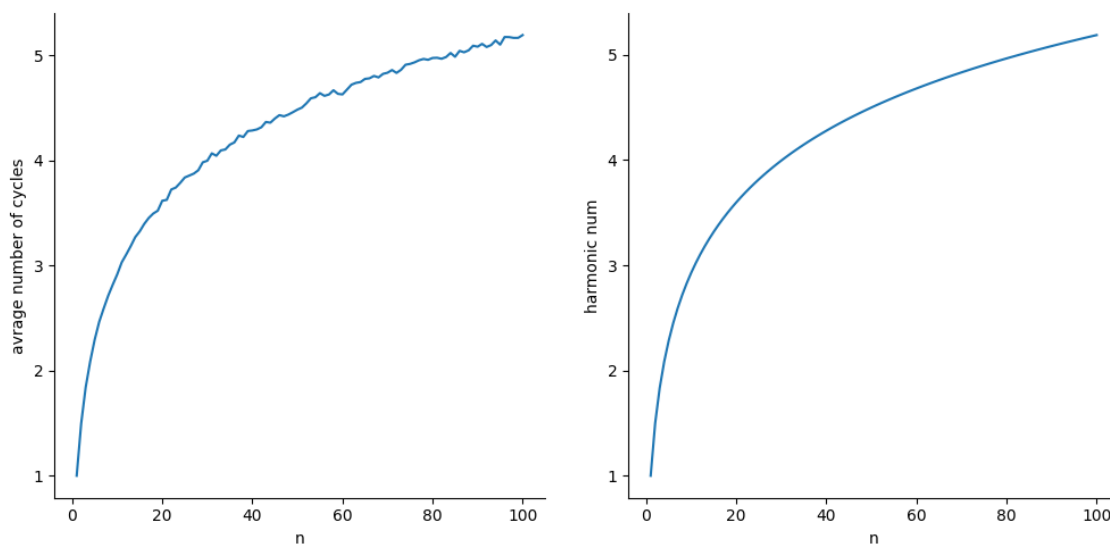
$$E(L) = H_n$$

która będzie naszą oczekiwaną wartością

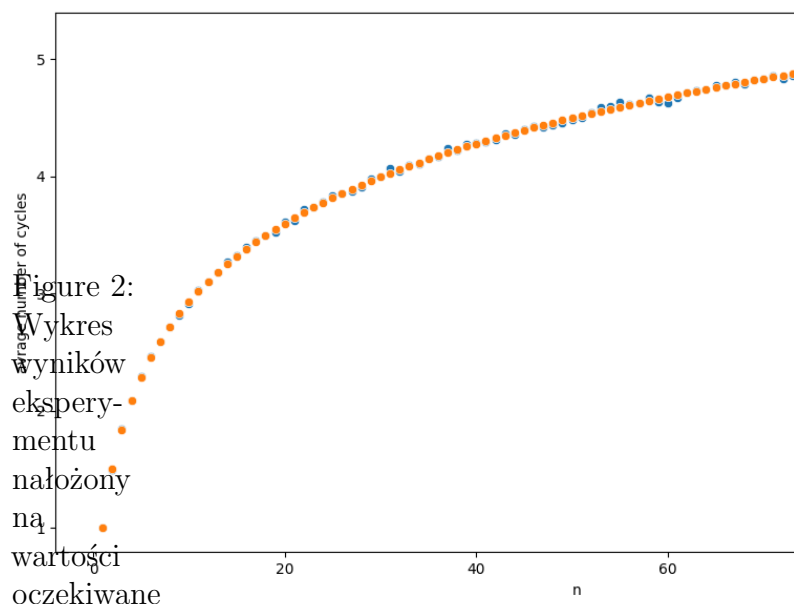
```
1 from statistics import mean
2
3 def test():
4     f = open("test.csv", 'w')
5     f.write("n;avrage number of cycles cycles\n")
6     for n in range(1, 101):
7         lengths = []
8         for i in range(8000):
9             x = list(range(1, n + 1))
10            lengths.append(len(cyclcr(shuffle(x))))
11            row = str(n) + ";" + str(mean(lengths)) + "\n"
12            f.write(row)
13        f.close()
```

Listing 3: Test zapisujący wyniki do pliku

Figure 1: Lewy wykres przedstawia wyniki eksperymentu, Prawy wartości oczekiwane



ht



Wyniki eksperymentu sugerują poprawność kodu.

4 Główne Zadanie

Hipoteza:

Można zauważyć, że dla $\pi \in S_n$, gdzie $\pi = C_1 \circ \dots \circ C_k$

$$1. M_n = \max(\text{len}(C_1), \dots, \text{len}(C_k)) = \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$$

2. Wiemy również że takich maksymalnych długości jest $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

Z 1. i 2. wynika:

$$E(M_n) = \frac{\sum_{k=1}^n \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor}{n!}$$

Eksperyment:

```
1 from statistics import mean
2
3 def zadanie():
4     f = open("zadanie.csv", 'w')
```

```

5     f.write("n;avrage max length of a cycle in a permutation\
n")
6     for n in range(1, 101):
7         maxLengths = []
8         for i in range(8000):
9             x = list(range(1, n + 1))
10            maxLengths.append(max(len(c) for c in cycler(
shuffle(x))))
11            row = str(n) + ";" + str(mean(maxLengths)) + "\n"
12            f.write(row)
13    f.close()

```

Listing 4: Eksperyment numeryczny dla głównego zadania