第十三章 磁场中的磁介质

§13-1 磁介质的分类

介质在磁场中被磁化，介质内的磁感应强度$\boldsymbol{B}$为真空中原来的磁感应强度$\boldsymbol{B}_0$和附加磁感应强度$\boldsymbol{B}'$之和。

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}'$$

依据附加磁感应强度$\boldsymbol{B}'$的不同可将磁介质分为三类：

顺磁质 $B > B_0$、**抗磁质** $B < B_0$、**铁磁质** $B \gg B_0$

§13-2　顺磁质和抗磁质的磁化

一、原子中电子的磁矩

原子中的电子参与自旋和绕核的轨道运动，两种运动都会产生磁场。电子绕核运动的回旋周期为

$$\boxed{T=\frac{2\pi r}{\upsilon}}$$

等效电流为：$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{e}{T}=\frac{\upsilon e}{2\pi r}$$

类似载流圆线圈磁矩的定义，我们也可引进电子轨道磁矩 μ：

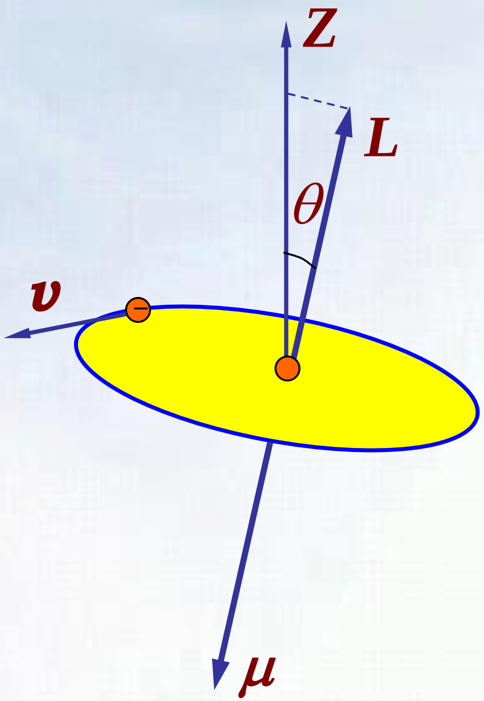
$$\mu = IS = \frac{ve}{2\pi r}\pi r^2 = \frac{1}{2}ver$$

同时，电子具有做轨道运动的角动量：

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = mvr\vec{n}$$

代入上式：

$$\mu = \frac{e}{2m}L$$



电子的角动量与磁矩反向，故上式的矢量式为：

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{L}$$

在量子理论中，轨道磁矩的值是量子化的，最小值称为玻尔磁子：

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27\times10^{-24}\,A\cdot m^2$$

对于电子：自旋磁矩与自旋角动量的关系：

$$\boxed{\vec{\mu}_S = -\frac{e}{m}\vec{S}}$$

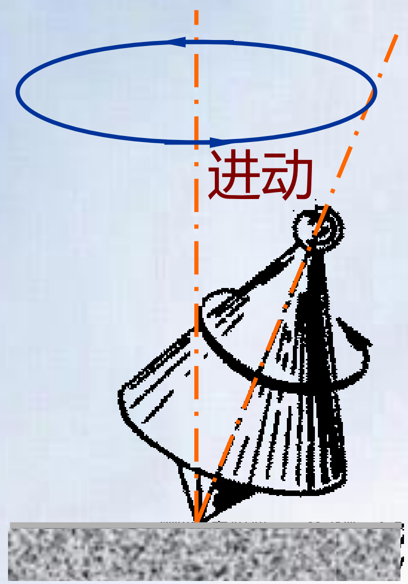
物质的磁性由电子轨道磁矩和自旋磁矩决定。

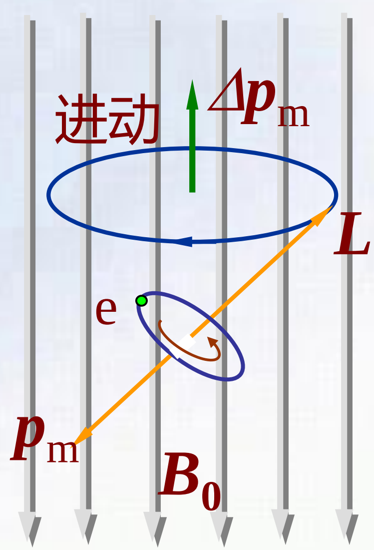
二、分子电流、分子磁矩、附加磁矩

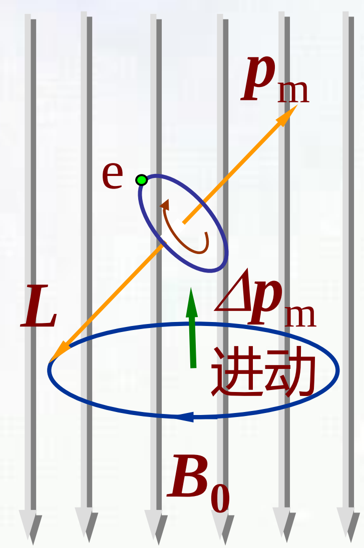
分子或原子中各电子对外界所产生磁效应的总和可等效于一个圆电流—分子电流；

与分子电流相应的磁矩称为分子磁矩$\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$

当磁介质在外场中时，分子中的运动电子将受洛伦兹力作用，其结果还要产生附加圆周运动。附加圆周运动以外场方向为轴的转动，称进动。







可以证明：不论电子原来的磁矩与磁场方向之间的夹角是何值，在外场B_0中，电子角动量L进动的转向总是和B_0的方向构成右手螺旋关系。

电子的进动也等效于一个圆电流，其附加磁矩Δp_m方向永远与B_0的方向相反。

三、顺磁质和抗磁质的磁化

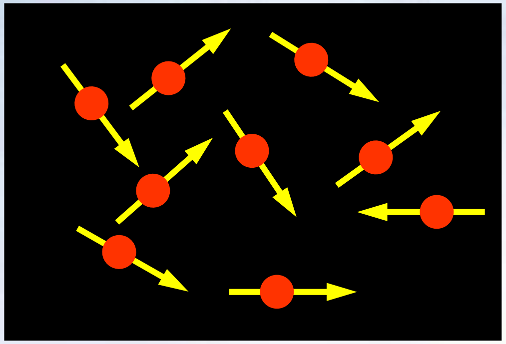
1. 抗磁质的磁化

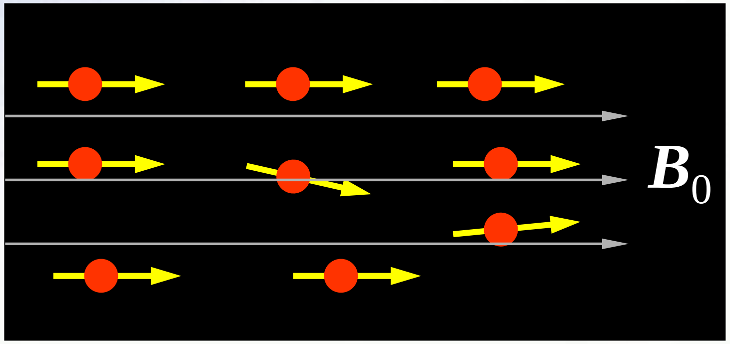
在抗磁质中，每个原子或分子中所有电子的轨道和自旋磁矩的矢量和等于零。在外场B_0中只有电子轨道运动的平面在外场中的进动产生的

附加磁矩$\Delta \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$起作用，磁体内大量分子的附加磁矩的矢量和 $\sum\Delta \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$ 与外场方向相反，这是抗磁性的起源。

2. 顺磁质的磁化

在顺磁质中，每个原子或分子都有一定的磁矩$\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$，但由于热运动，$\sum \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}} = \mathbf{0}$。但在外场的作用下，$\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$转向外场方向，使$\sum \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}} \neq \mathbf{0}$ (远大于$\sum\Delta \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$)，且与外场同向，这是顺磁性的起源。





四、磁化强度和磁化电流

1. 磁化强度

为表征磁介质磁化的程度引进磁化强度：介质磁化后单位体积内分子磁矩的矢量和。

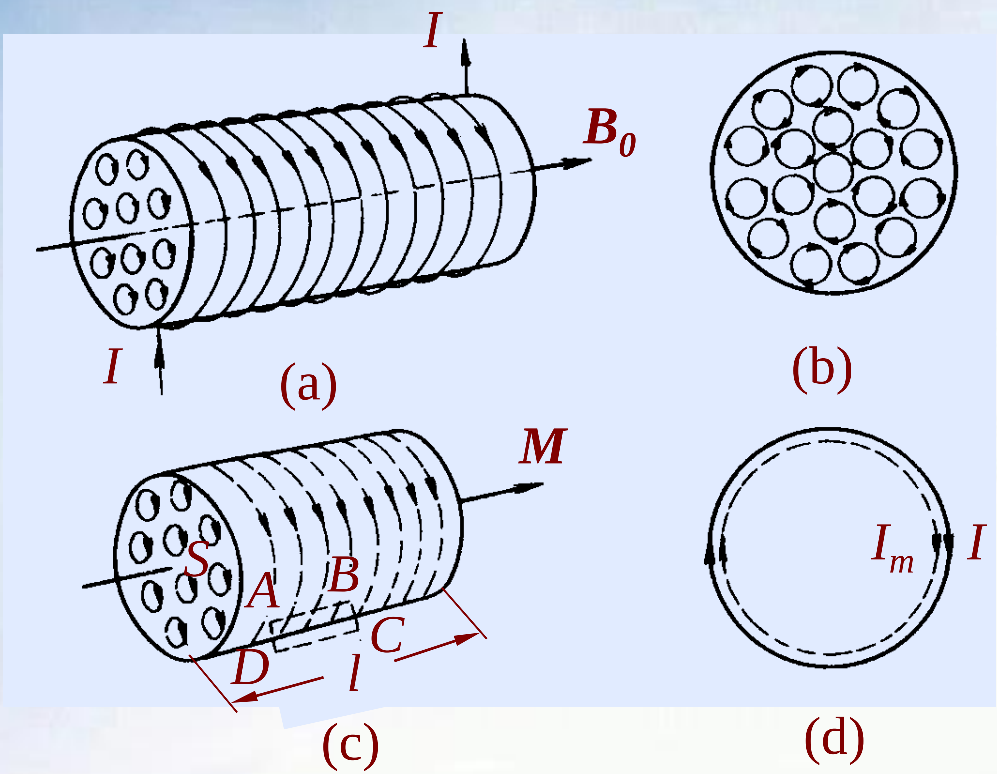
$$\boldsymbol{M}=\sum \boldsymbol{p}_m/\Delta V$$

对真空： $\boldsymbol{M}=0$。

介质内各点的$\boldsymbol{M}$可不同。如果各点$\boldsymbol{M}$相同，称为均匀磁化，$\boldsymbol{M}$的单位是：A/m。

2. 磁化强度与磁化电流的关系

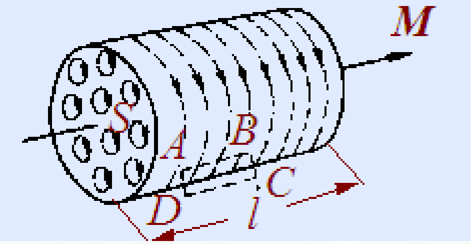
介质的磁化可用磁化强度描述，也可以用磁化电流来描述。现讨论两者之间的关系：



长直螺线管内充满均匀磁介质，通电后产生均匀磁场$\boldsymbol{B}_0$，介质被均匀磁化。在图中分子电流在内部相互抵消，而在表面形成分子面电流—磁化电流。磁化电流与$\boldsymbol{M}$成右手关系。

在磁介质中截取长为l 的圆柱体，若单位长度上的磁化电流线密度为j_{m}，则$\Delta I_m=j_m l$，该介质段内总分子磁矩应等于磁化电流产生的磁矩，即：

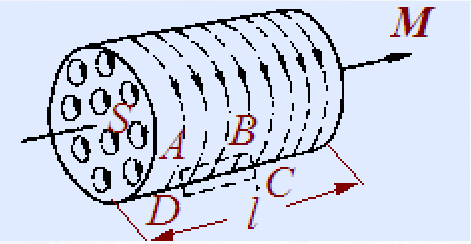
$$\left|\sum_i \vec{p}_m\right| = \Delta I_m S = j_m l S$$



代入$\boldsymbol{M}$的定义式：

$$\left|\boldsymbol{M}\right| = \frac{\left|\sum_i \boldsymbol{p}_m\right|}{\Delta V} = \frac{j_m l S}{S l} = j_m$$

磁介质表面上某处磁化强度在数值上等于磁化电流的线密度。



下面讨论磁化强度与磁化电流强度的关系：

沿圆柱形磁介质表面附近取一闭合回路ABCD，AB在磁介质内，BC、AD与柱面垂直，CD在介质外，则：

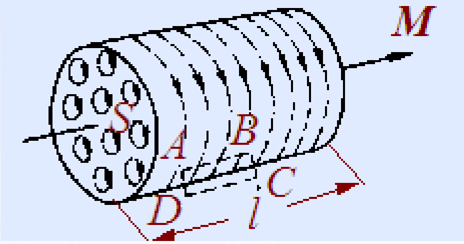
$$\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{M}\cdot d\vec{l} + \int_D^A \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

对于均匀磁化，介质外**M**=0，介质内$M=j_m$

$$\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{M}\cdot d\vec{l} = M\cdot\overline{AB} = j_m\cdot\overline{AB}$$

$j_m\cdot\overline{AB}$ 为通过闭合回路的总磁化电流，则：

$$\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum_{L内} I_m$$



磁化强度**M**沿任意闭合回路*L*的积分，等于通过该回路所包围的磁化电流强度的代数和。

第六周

第15章 物质中的磁场 §15.2，
§15.3(一般了解)，§15.4(一般了解)

第16章 电磁感应
§16.1，§16.2，§16.3

作业： P384 15-2，15-4
P414 16-1，16-2，16-6，16-7

§13-3 存在磁介质时磁场的基本规律

一、磁场强度，磁介质中的安培环路定理

当传导电流的磁场中存在介质时，介质内磁场应为传导电流和磁化电流所产生磁场的矢量和

$$\vec{B} = \vec{B_0} + \vec{B'}$$

介质中的环路定律：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (\sum I_0 + \sum I_m)$$

利用磁化电流与磁化强度之间的关系，可得：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(\sum I_0 + \oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l})$$

$$\oint_L (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M})\cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

引入物理量–磁场强度 ***H***：

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

H 的单位为：安培/米（A/m）

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0$$

上式称为磁介质中的安培环路定理。

磁场强度 H 沿任意闭合路径 L 的环流，等于穿过该路径所包围的传导电流的代数和。

二、存在磁介质时的磁场高斯定理

存在介质时的磁场由传导电流和磁化电流共同激发，所产生的磁场为闭合曲线，故：

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=\oint_S (\vec{B_0}+\vec{B'})\cdot d\vec{s}=0$$

三、B、M、H 之间的关系

由**H**的定义式： $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$

对各向同性的磁介质， **M**与**H**成正比：

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m称为磁化率，为无量纲量。

$\chi_m > 0$ 顺磁质， $\chi_m < 0$ 抗磁质，对铁磁质χ_m很大，且不是恒量。

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

令：$\mu_r = 1 + \chi_m$ —相对磁导率

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

μ —磁导率

对真空：$\vec{M} = 0,\ \chi_m = 0, \mu_r = 1, \mu = \mu_0$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

μ，μ_r，χ_m 三者得一可知其余两个。

§ 13-4 铁磁质 *

用途：电机、磁记录等。

特性：

① $B' >> B_0$，$\mu_r = \dfrac{B}{B_0} = \dfrac{\mu H}{\mu_0 H}$ 可达10^2～ 10^3；

② μ_r（χ_m）不是常量;

③ 外场停止作用后，仍能保留部分磁性;

④ 存在居里点T_c：$T > T_c$ 时铁磁质转化为顺磁质（铁 1040K,镍631K,钴1388K）。

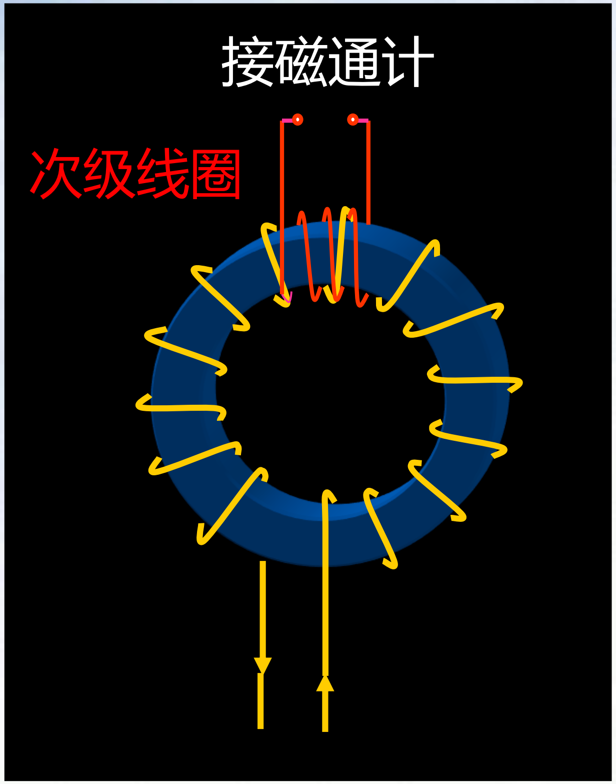
一、铁磁质的磁化规律

实验装置如图所示：

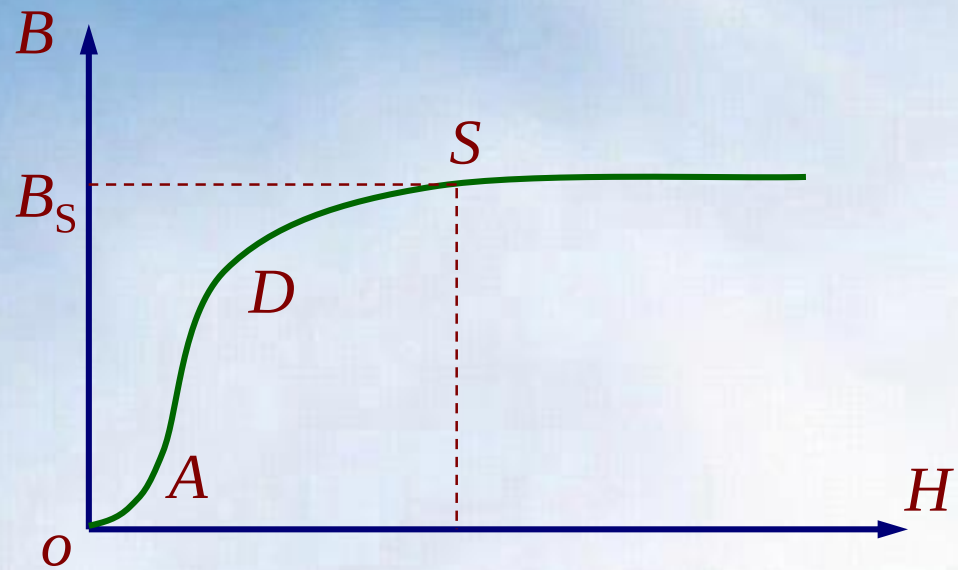
铁芯中磁场强度为：

$H=nI$（$2\pi rH=NI$），

在磁通计中可测磁感应强度B，由此可得磁场强度与磁感应强度的关系曲线：



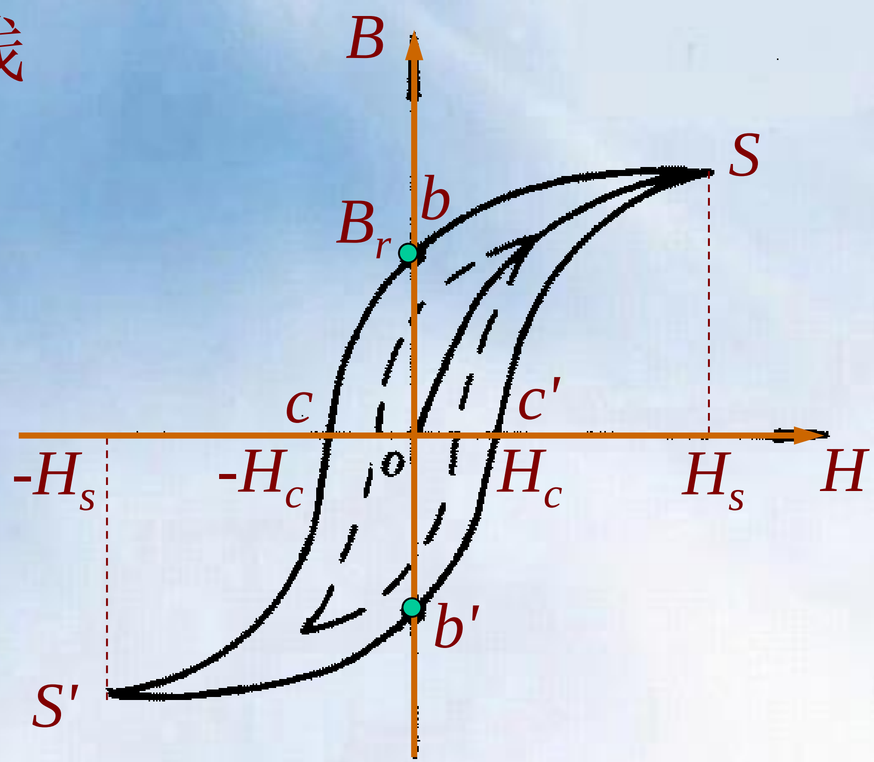
1. 起始磁化曲线



起始磁化曲线

B_S 称为饱和磁感应强度。

2. 磁滞回线

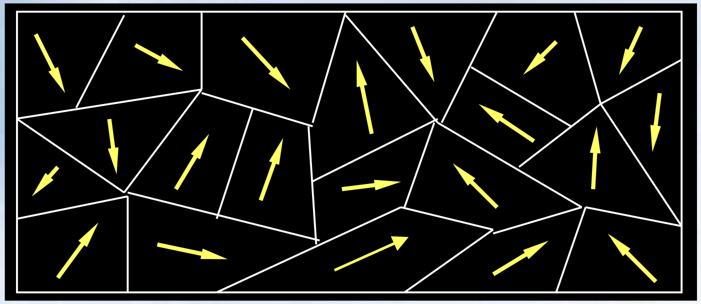


铁磁质的磁滞回线

B_r—剩磁、 H_c—矫顽力。磁滞损耗—磁化过程中，会发热消耗能量，与磁滞回线所包围的面积成正比。

二、铁磁质的微观结构

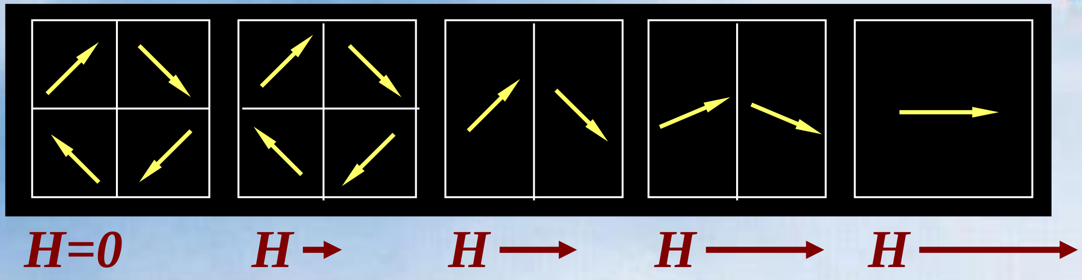
近代物理理论认为铁磁质的磁性主要来源于电子自旋磁矩。相邻原子中的电子自旋磁矩通过交换偶合作用而平行排列，形成一个自发磁化达饱和状态的微小区域—磁畴。



磁畴

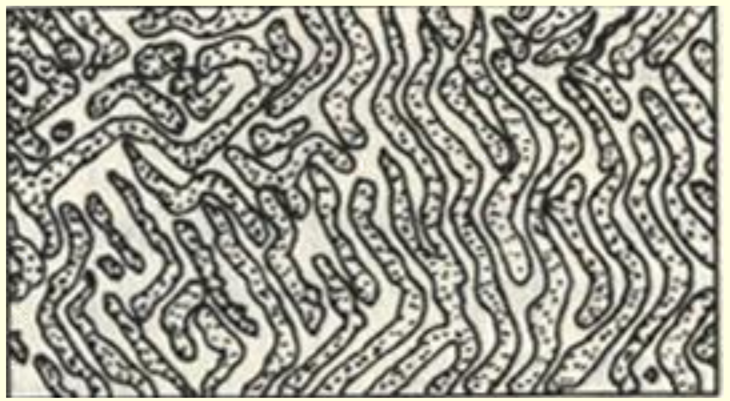
在无外场时，每个磁畴内的磁矩取同向，但各磁畴排列杂乱，宏观不显磁性。

在外场作用下，磁畴转向，表现为磁化过程。



磁化过程中磁畴结构变化示意图

在外场停止作用，由于摩擦阻力，出现剩磁。温度升高，磁畴被破坏，表现为居里点。磁畴的体积为10^{-8}～10^{-12}m^3，约含10^{17}～10^{21}个原子。

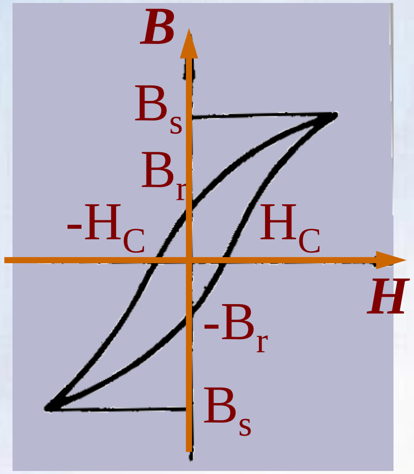


磁畴结构的铁粉图形

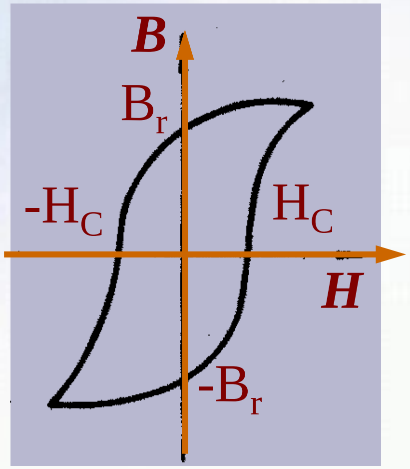
三、铁磁质的分类和应用

软磁材料：H_C<10^2 A/m 磁滞损耗小，用于产生交变磁场。

硬磁材料： H_C>10^2 A/m，剩磁大，不易消除，用于制成永久磁铁。



软磁材料



硬磁材料

例题 :

有一无限长圆柱形载流导体，其相对磁导率为μ_r，半径为R，今有电流I沿轴线方向均匀分布，试求：

（1）导体内任一点的$\boldsymbol{B}$；

（2）导体外任一点的$\boldsymbol{B}$；

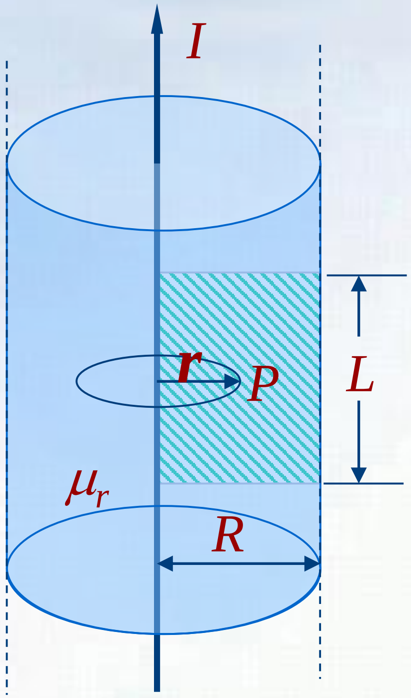
（3）通过长为L的圆柱体的纵截面的一半的磁通量。

解：（1）过距轴线 r 的任一点 P 做环路积分，见图。积分圆周与磁场线重合，沿圆周H为常量，故

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\pi r H (r < R)$$

根据有介质的安培环路定理：

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{(L内)} I$$



因电流均匀分布，所以电流密度为：

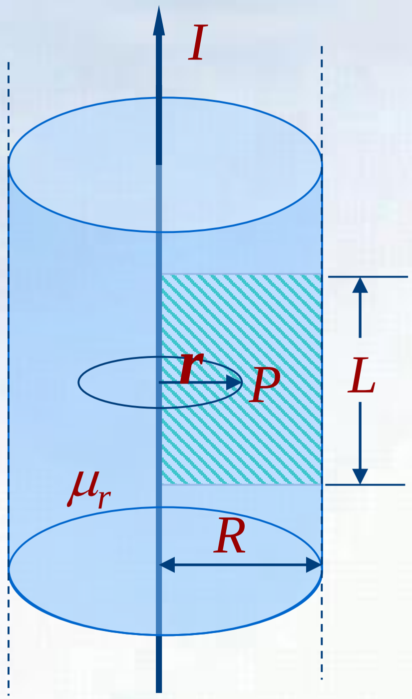
$$j=\frac{I}{\pi R^2}$$

半径为r的截面中

$$\sum_{(L内)} I_i=\pi r^2 j=(\frac{r}{R})^2 I$$

所以 $$2\pi r H=(\frac{r}{R})^2 I,\qquad H=\frac{Ir}{2\pi R^2}$$

则： $B=\mu_0\mu_r H=\dfrac{\mu_0\mu_r Ir}{2\pi R^2}(r<R)$



（2）在导线外P点：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=2\pi rH=\sum_{(L内)} I_i\ (r>R)$$

因$r>R$， $\sum_{(L内)} I_i=I$

$$H=\frac{I}{2\pi r},\qquad B=\mu_0 H=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

（3）如图所示，通过长为L的圆柱体纵截面的一半的磁通量为：

$$\Phi = \int_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_0^R BL\mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r IL}{2\pi R^2}\int_0^R r\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu_0\mu_r IL}{4\pi}$$

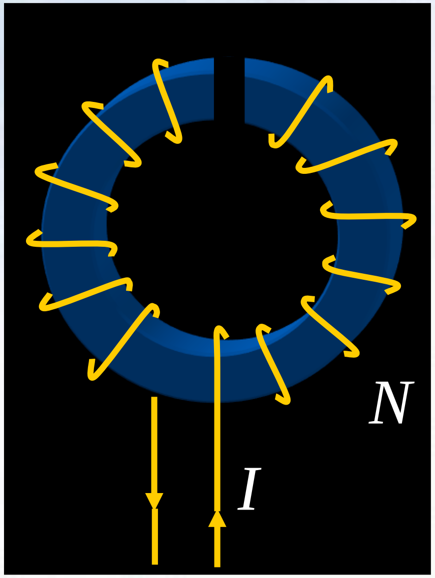
例题2： *

一铁环外均匀绕有绝缘导线，导线中通有恒定电流I。若在环上开一条狭缝，试求：(1)开狭缝前后，铁环中的B，H 和M如何变化；(2)铁环与缝隙中的B，H 和M。

解：由磁高斯定理可知，磁场中磁感应强度$\boldsymbol{B}$总是连续的，而磁场强度$\boldsymbol{H}$线却不一定连续；$\boldsymbol{H}$的环流是由回路中的传导电流决定的，而$\boldsymbol{B}$的环流是由回路中的传导电流和磁化电流（也称束缚电流）共同决定的。

（1）由上述分析可知，开狭缝前环内各点的H值相同，$B=\mu H$值也相同。因此由含介质的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = NI$$



得$Hl=NI$（l为铁环平均周长），即

$$H=\frac{NI}{l},\qquad B=\mu_0\mu_r H=\frac{\mu_0\mu_r NI}{l}$$

$$M=\chi_m H=\chi_m\frac{NI}{l}$$

开狭缝后，磁场线仍然连续，由于狭缝极窄，所以可认为铁环中与缝隙中的B值相等，而H值不再相等。由

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = NI$$

得： $H_{环}(l - \Delta l) + H_{缝}\Delta l = NI$ （Δl为狭缝宽度）

考虑到$\Delta l << l$，近似得 $H_{环} l + H_{缝}\Delta l = NI$

则上式可写为 $$\frac{B}{\mu_0 \mu_r} l + \frac{B}{\mu_0} \Delta l = NI$$

即得： $$B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

虽然Δl很小，但对于铁环来说，一般 μ_r 较大，所以开狭缝后，铁环中的B值比开狭缝前有所减小。同时可知

$$H_{环} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

$$M_{环} = \chi_m H_{环} = \chi_m \frac{NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

不难看出，H、M值都比开狭缝前减小。

（2）由上述分析可知，开缝后，铁环中与缝隙中的B值相等，磁场线是连续的，而由$H=B/\mu_0 \mu_r$和$M=\chi_m H$ 得：

$$B_{缝} = B_{环} = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

$$H_{缝} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\mu_r NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

$$M_{缝} = 0$$

注释：结果表明，开狭缝前后，B，H，M均发生变化。由于B线总是连续的，且狭缝很窄，则认为B线仍然被束缚在环中和缝隙中，但B值在开狭缝后有所减小。而H不连续，狭缝中的H值大于铁环中的H值。

磁介质与电介质的对比

项目	电介质	磁介质
描述极化或磁化状态量	极化强度 $\boldsymbol{P}=\dfrac{\sum \boldsymbol{p}_{分子}}{\Delta V}$	磁化强度 $\boldsymbol{M}=\dfrac{\sum \boldsymbol{p}_{m分子}}{\Delta V}$
极化或磁化的宏观效果	介质表面出现束缚电荷σ'	介质表面出现束缚电流$\boldsymbol{i}_s$
基本矢量	$\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{B}$
介质对场的影响	束缚电荷产生附加场$\boldsymbol{E}'$	束缚电流产生附加场$\boldsymbol{B}'$
	$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}'$	$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}'$

辅助矢量	$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}/\mu_0-\boldsymbol{M}$
高斯定理	$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S)} q_0$ （自由电荷）	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
环流定理	$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$	$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I_0$ (传导电流)
各向同性介质	$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$ $\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{n}$ $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$	$\vec{M}=\chi_m\vec{H}$ $\vec{j}_m=\vec{M}\times\vec{n}$ $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0\mu_r$

常量	ε_0=8.85×10^{-12} 相对介电常量ε_r 极化率χ_e 介电常量$\varepsilon=\varepsilon_0\ \varepsilon_r$ $\varepsilon_r=1+\ \chi_e$	μ_0=1.26×10^{-6} 相对磁导率μ_r 磁化率χ_m 磁导率$\mu=\mu_0\ \mu_r$ $\mu_r=1+\ \chi_m$