第十一章　稳恒电流

§11.1 稳恒电流

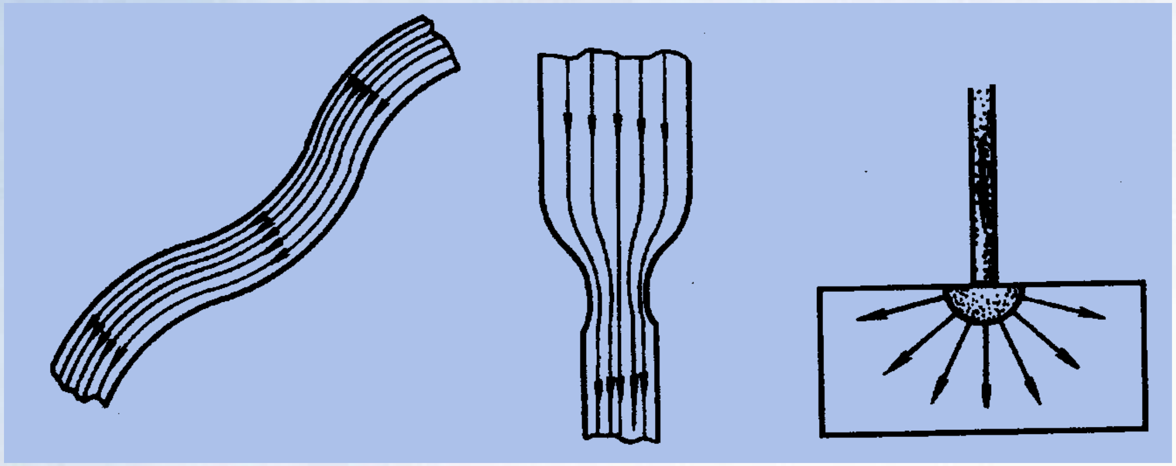
一、电流 电流密度

电流： 电荷的定向移动。产生条件：
（1）存在自由电荷。（2）存在电场。
载流子： 电荷的携带者，有自由电子、离子、电子-空穴对 [半导体P型(空穴), N型(电子)]。
传导电流： 自由电子、空穴、离子在导体中定向移动形成。

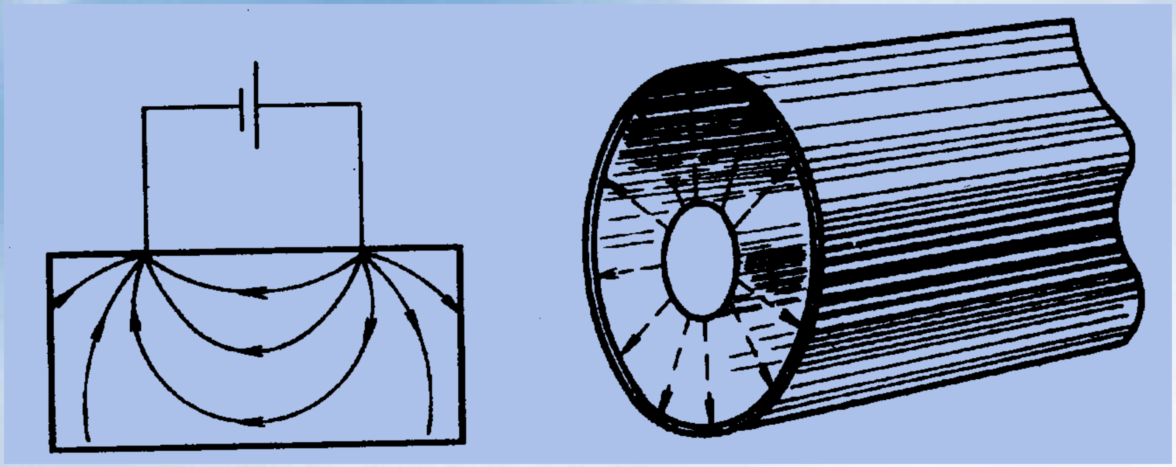
电流强度：单位时间通过导体任一截面的电量（标量），单位：安培（A）

$$I = \mathrm{d}q / \mathrm{d}t$$

电流在导体不同截面或同一截面的不同部位可以有不同的分布，见下图：

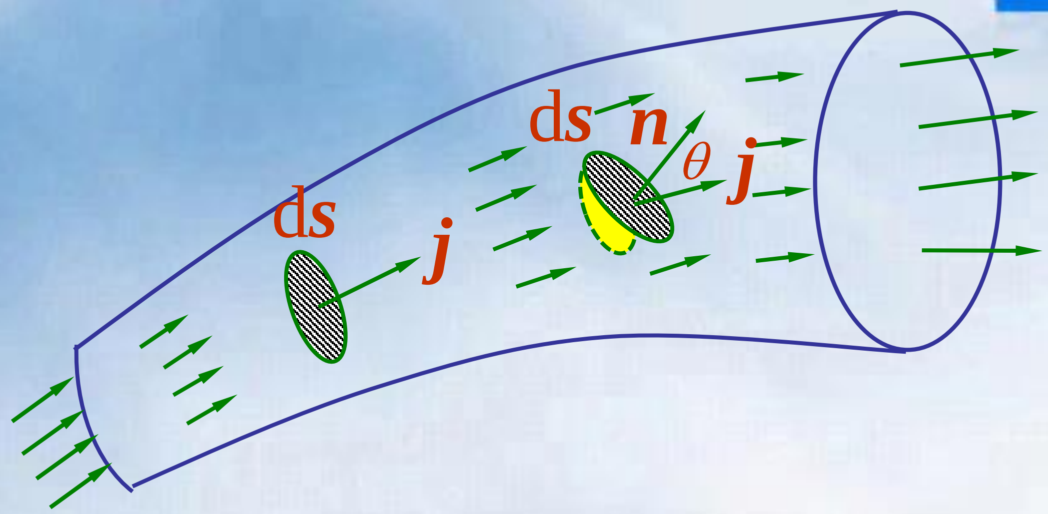


粗细，材料均匀的金属导体　*粗细不均匀的导线*　*半球形接地电极*



电阻法探矿　　　　　*同轴电缆的漏电流*

在导体内某点取一个与该点电流方向垂直的面元$\mathrm{d}S_{\perp}$，设通过该面元的电流强度为dI，则定义电流密度的大小为 $j = \mathrm{d}I/\mathrm{d}S_{\perp}$ ，方向为正电荷移动的方向，单位：安培/米^2（$\mathrm{A/m^2}$）。



电流密度矢量

取导体内任一面元***dS***，其法线方向***n***，通过该面元的电流强度*dI*为：

$$\mathrm{d}I = j\mathrm{d}S_{\perp} = j\mathrm{d}S\cos\theta = \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

通过导体任意截面S的电流强度为:

$$I=\int_S j\mathrm{d}S\cos\theta=\int_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

I 是 $\boldsymbol{j}$ 对曲面 S 的通量，即单位时间通过曲面 S 的电荷量。

电流场：$\boldsymbol{j}$ 形成的矢量场称为电流场。

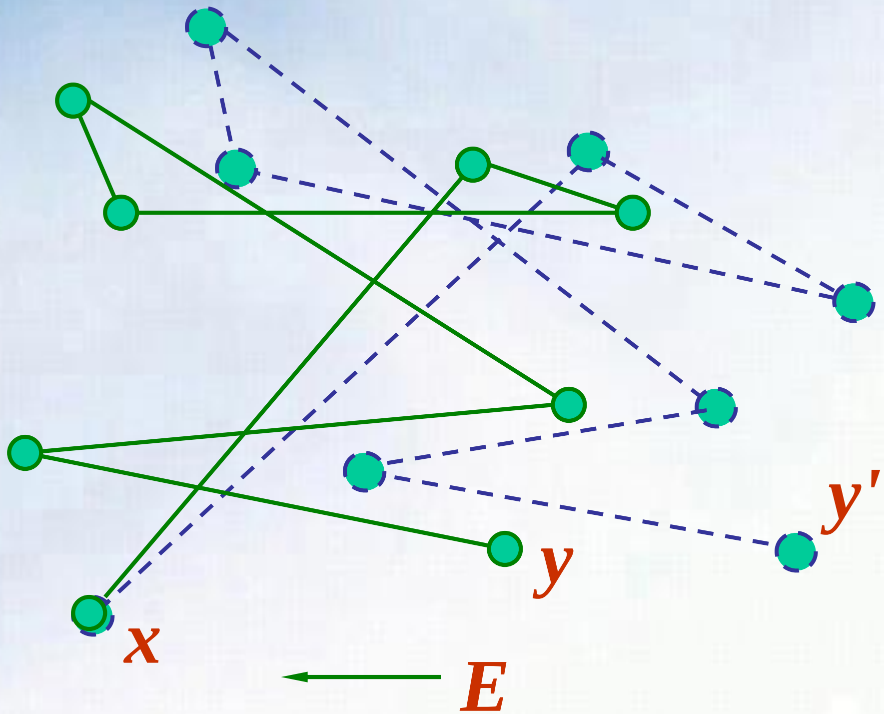
可引进电流线来描述电流场的分布。

电流线的特点：（1）电流线上的切线方向为$\boldsymbol{j}$ 的方向；（2）电流线密处 j 大，疏处 j 小；（3）两电流线不相交。

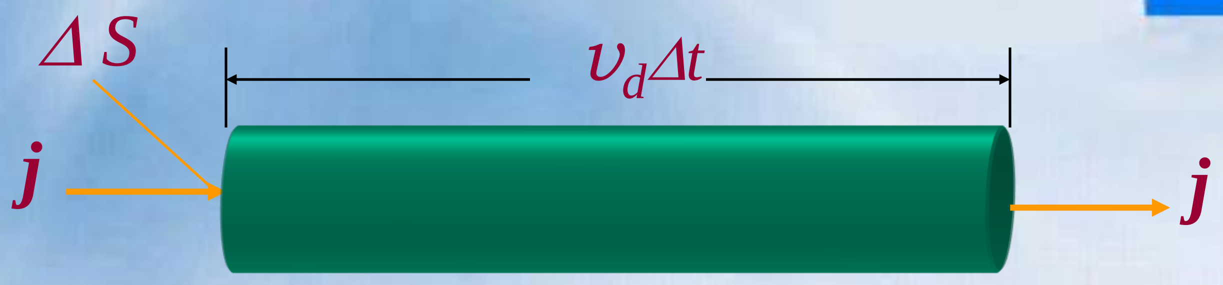
二、电流密度与漂移速度的关系 *

漂移运动：

电子在电场作用下，除了作无规则热运动外，还将定向运动。这种定向运动的平均速度称为漂移速度$\boldsymbol{v}_d$。



铜：$v_d \approx 10^{-5}$m/s，热运动速度$\approx 10^5$m/s



上图中设自由电子数密度n、Δt时间内流出ΔS面的电荷$\Delta q = en\Delta S\, \upsilon_d \Delta t$，

电流强度和电流密度的数值为：

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = en\upsilon_d \Delta S \qquad j = \frac{I}{\Delta S} = en\upsilon_d$$

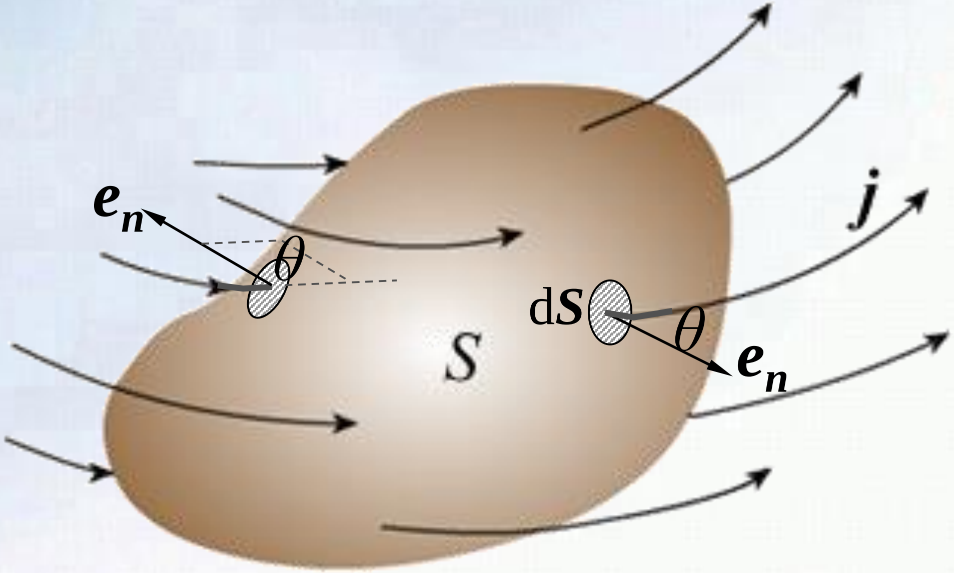
写成矢量式为： $\boxed{\vec{j} = -en\vec{\upsilon}_d}$

三、稳恒电流与稳恒电场 *

稳恒电流：导体中各点电流密度矢量不随时间变化。

电流连续性方程：

在导体内取一闭合曲面S，则 dt 时间从S面中流出的电量，等于S面内 dt 时间电量的减少量 $-dq$：



$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

上式称为电荷连续性方程。

电流稳恒的条件：电流稳定后，空间电荷密度分布不随时间变化（dq/dt=0），对导体内任何区域S，S内流出的电量等于流入的电量，S内电量不变：

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = 0$$

上式称为电流稳恒条件。

稳恒电场：在稳恒电流中电荷的分布不随时间变化，其相应的电场也不随时间变化。与静止电荷产生的电场相似，静电场中的规律、公式都适用，如高斯定理，环路定理。

稳恒电场与静电场的区别：

在静电场中：静电平衡时导体中$\boldsymbol{E}=0$，导体为等势体，无电流 $I=0$；

稳恒电场：导体中 $\boldsymbol{E}\neq 0$, 有电流 I.

§ 11.2 欧姆定律的微分形式 *

一、欧姆定律 电阻 电阻率

欧姆定律： $$I = \frac{U}{R}$$

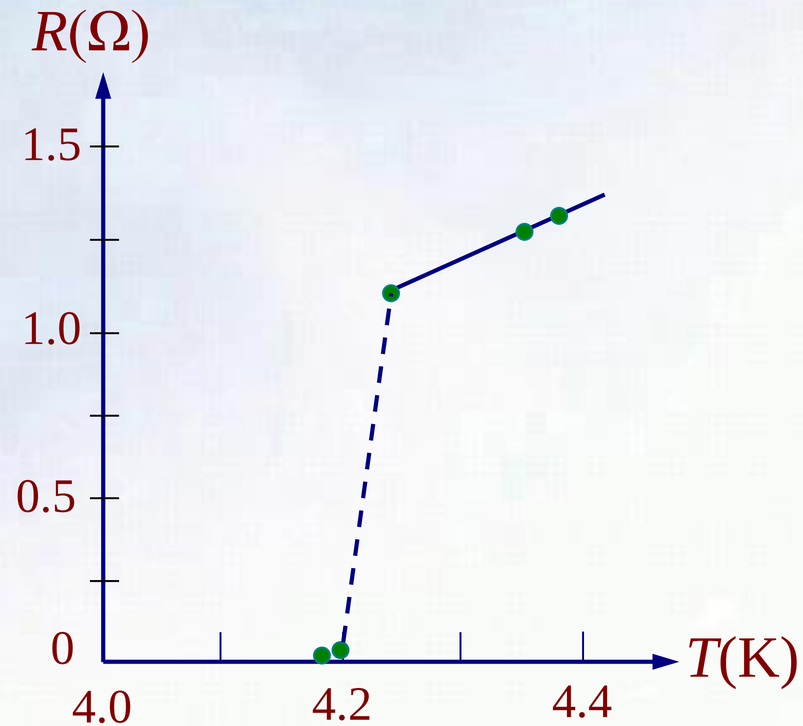
电阻 R 决定于导体性质和几何形状 $$R = \rho \frac{l}{S}$$

上式中ρ为电阻率，单位是欧·米（Ω·m）。其倒数 $\gamma = 1/\rho$ 称为电导率，单位: 西门子/米（S/m）。

金属材料的电阻率与温度的关系：

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t)$$

某些金属，合金或化合物在温度降低到某一数值T_C时，电阻率会突然减小或接近到零，这种现象称为超导现象。图为汞的电阻-温度关系。



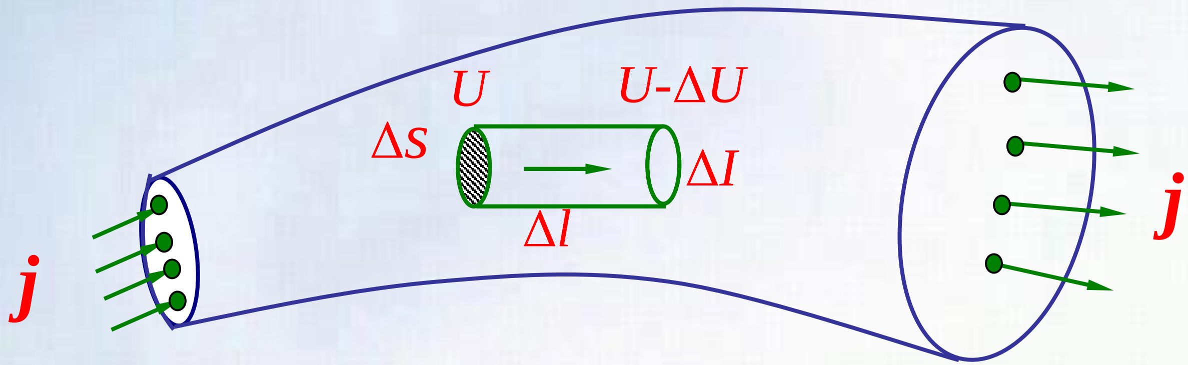
液氮(-196°C/77K)“冰桶挑战”

?

Konovalov,2014

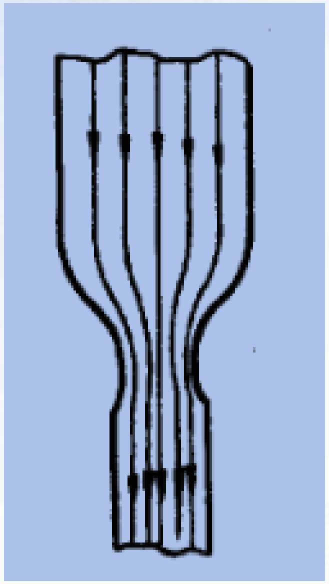
二、欧姆定律的微分形式

欧姆定律只适用于一段截面均匀的导体，而对于电流密度分布不均匀的导体，如何研究其导电规律？在导体中取一段底面积Δs，长为Δl ，平行于电流线的圆柱。



欧姆定律微分形式推导

上图中导体元两端的电势差 $\Delta U = E\Delta l$，通过的电流强度为 $\Delta I = j\Delta S$，根据欧姆定律：



$$E\Delta l = j\Delta S\Delta R$$

即：

$$j = \frac{\Delta l}{\Delta R\Delta S}E = \frac{1}{\rho}E = \gamma E$$

$$\mathbf{j} = \gamma\mathbf{E} = -en\mathbf{V}_d$$

此式即为欧姆定律的微分形式, γ为电导率。它是电磁理论的基本方程之一，对变化不太大的非稳恒电场也适用。

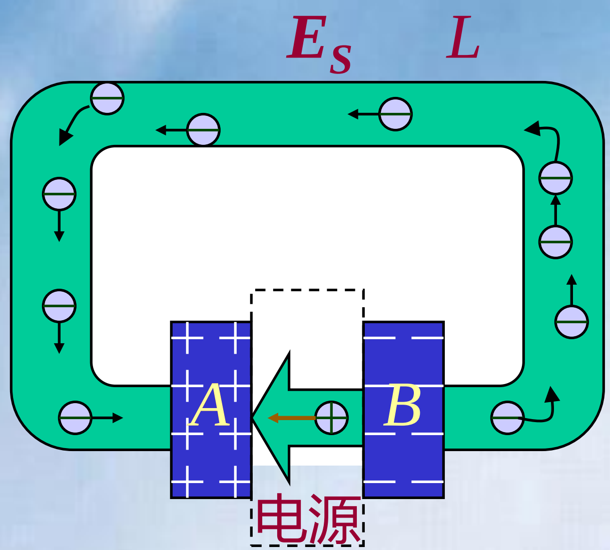
§ 11.3 电动势

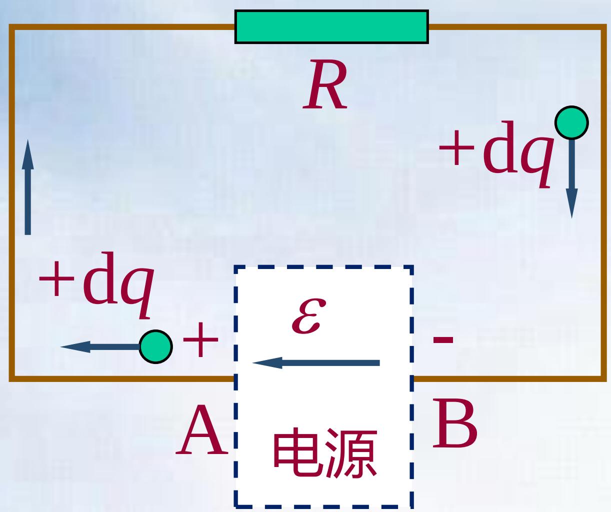
电源： 提供非静电性外力的装置。是将其它能量如化学能、机械能、光能、热能、核能等转变为电能的装置。

一、电源的电动势

电动势ε是指在电源内部，将单位正电荷从负极移到正极时非静电力F_K所作的功。

$$\varepsilon = \frac{A_K}{q}$$





电源的作用——把正电荷从B经电源内部移到A，使导线内（回路L）保持恒定电场E_S。

电源的电动势 $\varepsilon=dA/dq$，dA是正电荷dq从负极经电源内部到正极时，电源克服静电场所做的功。

设想非静电性力$\boldsymbol{F}_K$由非静电性外场$\boldsymbol{E}_K$引起，非静电性力移动正电荷从负极到正极所作的功：

$$A_K = q\int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

电动势：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

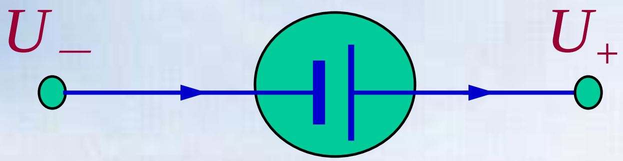
若非静电性外场$\boldsymbol{E}_K$分布于整个回路，则：

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

二、电源的路端电压

指电源两极（外部）的电势差，按定义：

$$U_+ - U_- = \int_+^- \vec{E}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



电源内部合场强： $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_k$

电流密度 $\boxed{\vec{j} = \gamma(\vec{E}_0 + \vec{E}_k)}$ （γ 为电导率）

将 $\vec{E}_0 = \dfrac{\vec{j}}{\gamma} - \vec{E}_k$ 代入，有：

$$U_+ - U_- = \int_+^- \left(\frac{\vec{j}}{\gamma} - \vec{E}_k\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \frac{1}{\gamma}\int_+^- \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{l} - \int_+^- \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_-^+ \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} - \int_-^+ \rho \frac{I}{S}\mathrm{d}l = \varepsilon - IR$$