

Ajuster les tables de mortalité : le rôle des actuaires

Arthur Charpentier

Enseignant chercheur en économie à l'Université de Rennes 1

Légalement, en France, le seul rôle reconnu par la loi (et en particulier le Code des assurances) aux actuaires est d'établir et de certifier des tables de mortalité. Si les actuaires ne se sont pas cantonnés à ce rôle, il n'en est pas moins vrai que le calcul des annuités – base du calcul actuariel – a été la raison d'être historique des actuaires.

L'intérêt pour la construction et la mise à jour des tables de mortalité n'a fait qu'augmenter au sein de la communauté actuarielle ces dernières années (on retiendra ainsi l'article précurseur de Vallin, 1991). Nous rappellerons dans un premier temps ce que sont les tables de mortalité et pourquoi elles ont été aussi importantes pour les actuaires. Nous décrirons alors sur la manière dont il convient de lire les tables, en insistant sur le fait que les probabilités de décès observées dans le passé ne permettent pas – en l'état – de faire un exercice prospectif, nécessaire pour tarifier les contrats signés aujourd'hui. Ce travail prospectif, dont nous présenterons le cheminement heuristique, a été mené par les actuaires ces dernières années, ce qui a permis à de nouvelles tables, en vigueur en France depuis un peu moins d'un an, de voir le jour. Mais comme tout exercice prospectif, il

soulève bien des questions auxquelles les actuaires auront à répondre dans les années à venir.

■ Des lois pour modéliser le décès

Le mécanisme de rentes viagères existe depuis l'antiquité et a connu surtout un essor considérable au cours du XII^e siècle en Europe. Au début du III^e siècle, Domitius Ulpianus (dit Ulpien), qui avait noté que la valeur des rentes viagères devait être fonction de l'âge des bénéficiaires, entreprit de mieux comprendre le nombre approximatif d'annuités à payer dans le calcul de ces rentes. Jean de Witt au XVII^e siècle aux Pays-Bas mis en œuvre une méthode assez pragmatique et empirique afin de calculer le nombre d'annuités qui permit à bon nombre de mathématiciens (également astronomes d'ailleurs) – parmi lesquels Huygens, Leibniz ou Halley – de s'intéresser à la question en introduisant des probabilités sur la durée de la vie humaine.

Replacée dans son contexte, cette idée hérétique n'a pas été simple à admettre. À la fin du Moyen-Âge, la conception chrétienne traditionnelle de la mort interdit la spéculation à son sujet, et

donc l'idée qu'il puisse exister des lois (autres que divines) pouvant l'expliquer. Comme le notait le révérent Claude de la Combière en 1697 dans ses *Réflexions chrétiennes* « tous les hommes sont si persuadés de l'incertitude de la mort qu'ils ne voudraient pas hasarder une partie de leurs biens sur l'espérance d'une longue vie, tant ils croient cette espérance mal fondée ». Cette vision chrétienne d'un « ordre divin » (qui faisait qu'un homme décédait par une volonté d'un dieu qui lui offrait soit le paradis pour récompenser un juste, soit l'enfer en guise de damnation) semblait répondre à une croyance plus ancienne qui faisait que le décès suivait des lois physiques et déterministes. Comme le rappelle Dupâquier (1996), les premières civilisations de la Mésopotamie croyaient ainsi en la notion d'âge climactérique c'est-à-dire une « année critique dans laquelle les astrologues prétendent qu'il se fait dans le corps une altération considérable qui conduit à la maladie, à la mort, ou qui signale cette année par des accidents funestes. Ce mot vient du grec κλιμαξ – échelle – parce qu'on monte de sept en sept, ou de neuf en neuf ans pour arriver à une année climactérique ». Les âges climactériques sont ainsi des multiples de sept (7, 14, 21, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77 et 84) où

l'on croit, selon l'Encyclopédie, que « *le danger de la mort y est beaucoup plus grand que les autres* ». Cette idée, née de l'astrologie, se retrouve aussi bien en Europe qu'au Japon, et chez des philosophes comme Voltaire par exemple. Bref, l'idée qu'il puisse exister des « lois » physiques au décès – ou aux accidents –, bien que combattue par la pensée chrétienne, est relativement ancienne. Et comme le note Dupâquier, afin d'inventer l'assurance vie, il fallait des données pour construire les tables, et un cadre mathématique.

Pour construire une table, il faut un recensement afin de connaître la répartition d'une population par âge (c'est-à-dire d'années de naissance fiables). Si quelques brillants mathématiciens ont beaucoup fait pour la conceptualisation des probabilités, il faut rappeler que c'est un marchand, Johan Graunt, qui, le premier, conçut la notion de table de mortalité. William Petty, en 1672, obtient des résultats relativement proches en étudiant la population en Irlande. Peu de temps après, Huygens introduira la fonction de survie d'un individu (probabilité pour un individu de vivre encore 10, 20, 30 années,

cf. figure 1). Si la notion d'*espérance de vie* n'est apparue pour la première fois qu'en 1746, dans les travaux d'Antoine Deparcieux, *Essai sur les probabilités de la durée de vie humaine - Addition à l'essai*, des calculs de Christian Huygens apparaissent dans sa correspondance avec Louis XIV, « *selon mon calcul, vous vivrez environ jusqu'à l'âge 56 ans et demy, et moy jusqu'à 55* ».

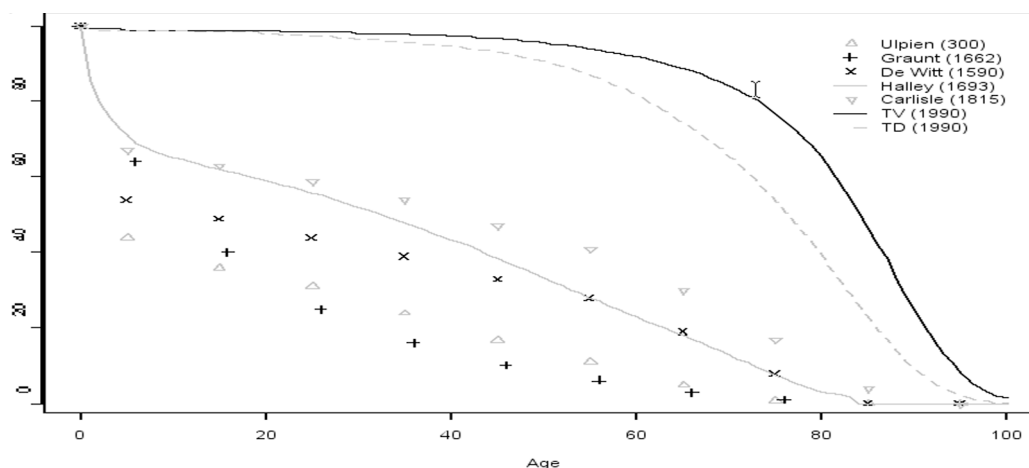
À la même époque, Halley étudia la ville de Breslau, en Pologne, dont un recensement avait été fait entre 1687 et 1691. Il présenta en 1693 une table avec le nombre de personnes vivant dans une classe d'âge (en faisant d'ailleurs une étude sur des classes de 7 ans, comme les âges climatiques). Il faudra attendre 1740, pour que Stuyck présente une table qui corresponde à la forme retenue par les tables construites aujourd'hui encore, fondées sur « *un registre de 10 000 personnes* ». Mais la première table à avoir véritablement été utilisée par les actuaires – anglo-saxons – est la table dite de Carlisle, construite en 1815 par Joshua Milne, sur la base de statistiques de deux paroisses à Carlisle, en Angleterre. Elle inspira en particulier Arthur Morgan, actuaire à

Equitable, qui proposa de véritables tables d'expérience dans les années 1830.

On notera que ces tables ont souvent été interprétées comme l'âge auquel est décédée une cohorte de 10 000 personnes, alors qu'elles ont été construites soit à l'aide de deux recensements rapprochés (on compte le nombre de personnes à deux dates différentes, que l'on corrige des effets migratoires), soit à partir de lecture de dates de naissance et de décès sur des pierres tombales (pour les premières tables). Si l'idée de suivi de cohorte est séduisante – elle correspond effectivement à l'idée de sa lecture –, ce n'est pas ainsi qu'elle a été construite : elle est généralement construite verticalement (deux recensements, corrigés d'effets d'entrée et de sortie), mais propose une fausse lecture longitudinale (suivie d'une cohorte).

La figure 1 compare ainsi les fonctions de survie à la naissance des différentes tables. On notera l'effet dit de *rectangularisation* de la probabilité de survie : plus le temps passe, plus la probabilité de décès est plate aux âges jeunes (on meurt peu avant 60 ans), puis beaucoup plus brutale sur la fin.

Figure 1 : Fonctions de survie à la naissance, base 100



■ Du nombre de survivants à une probabilité de décès

On notera généralement L_x le nombre de personnes en vie à l'âge x dans les tables de mortalité. Le tableau 1 est une version simplifiée de la table TV88-90 (table de mortalité en France, pour les femmes, à la fin de années 1980 homologuée par arrêté du 27 avril 1993).

On est supposé lire la table de la manière suivante : sur 100 000 naissances (âge 0), 99 214 atteindront l'âge de 5 ans ; 99 129 atteindront l'âge de 10 ans... 1 479 vivront centenaires, etc. L'ambiguïté tient du fait que l'on présente les probabilités de décès sous forme d'une table s'apparentant au suivi d'une cohorte. Cette table étant construite à l'aide de deux recensements, ce sont plutôt les probabilités induites qui sont interprétables. Sur cette « cohorte », 98 371 avaient atteint

30 ans et 97 534 avaient atteint 40 ans. Cette table permet de dire qu'une personne âgée de 30 ans lors de la constitution de la table avait 99,15 % de chances d'atteindre 40 ans (97 534/98 371), et qu'une personne de 40 ans avait 98,17 % de chances d'atteindre 50 ans (95 752/97 534). À partir de ces chiffres, l'approche classique consistait à dire qu'une personne âgée de 30 ans avait $99,15 \times 98,17 \% = 97,33 \%$ de chances d'atteindre 50 ans.

Tableau 1 : Nombre de survivants, table TV88-90

x	L_x	x	L_x	x	L_x	x	L_x
0	100 000	30	98 371	60	92 050	90	24 739
5	99 214	35	98 031	65	88 978	95	8 118
10	99 129	40	97 534	70	84 440	100	1 479
15	99 041	45	96 810	75	77 104	105	113
20	98 869	50	95 752	80	65 043	110	2
25	98 640	55	94 215	85	46 455		

Si le résultat semble juste mathématiquement (en l'exprimant à l'aide des probabilités conditionnelles),

P (en vie à 50 ans sachant en vie à 30 ans) = P (en vie à 40 ans sachant en vie à 30 ans) \times P (en vie à 50 ans sachant en vie à 40 ans), il ne l'est plus si l'on rajoute une simple dimension temporelle : la date à laquelle on a mesuré les probabilités de décès. Quelqu'un de 30 ans en 1990 avait 99,15 % de chances d'atteindre 40 ans, et une personne de 40 ans avait 98,17 % de chances d'atteindre 50 ans : les probabilités sont les probabilités observées en 1990. Or, dans le raisonnement précédent, quand on utilise le fait que, pour connaître la probabilité d'être en vie à

50 ans sachant que si une personne est en vie à 30, elle sera nécessairement en vie à 40 ans, on a besoin de connaître la probabilité d'atteindre 50 ans pour une personne de 40, mais en 2000. Et toute l'erreur du raisonnement est là : supposer que la probabilité de vivre 10 ans de plus pour une personne de 40 ans serait la même en 2000 qu'en 1990. Et compte tenu des progrès de la médecine, en particulier, ce n'est pas le cas.

■ Les tables d'expérience prospectives, TGF et TGH

Ces défauts des tables de mortalité ont été intégrés par la plupart des actuaires

(on rappellera ici l'ouvrage de référence de Delwarde et Denuit, 2005). En particulier, l'Institut des actuaires a souhaité construire des tables de mortalité prospectives pour les portefeuilles de rentiers en se basant sur des données d'intervenants du marché (700 000 rentiers), en distinguant hommes et femmes. Ces nouvelles tables, TH00-02 et TF00-02 remplacent les tables TD88-90 et TV88-90. La table masculine TH sert de base pour tarifier les contrats en cas de décès et la table féminine TF pour tarifier les contrats en cas de vie. En plus de ces tables de mortalité, des tables pour rentes viagères, appelées TGH05 et TFH05 viennent remplacer la table TPG93.

Ces tables modifient les principales quantités calculées par les actuaires (espérance de vie, annuités, calcul de rentes...). Des ordres de grandeur sont donnés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Comparaison des tables TV/TD/TPG et TH/TF/TGF

		TV/TD	TH/TF
		88-90	00-02
Espérance de vie à la naissance, hommes		73,0 ans	76,0 ans
Espérance de vie à la naissance, femmes		81,2 ans	83,5 ans
		TPG93	TGF05
Rente viagère annuelle pour 10 000 €, en fonction de l'âge à la souscription	40 ans	336 €	322 €
	50 ans	392 €	370 €
	60 ans	488 €	450 €
	80 ans	1173 €	987 €

■ Conclusion

On notera toutefois qu'il reste un grand nombre de questions ouvertes. Un des soucis reste la clôture de la table : Que se passe-t-il pour les âges très élevés ? Existe-t-il un âge limite maximal ? La Genèse a répondu que oui, car « *l'homme n'est que chair et ses jours seront de cent vingt ans* » (6.3). Si certaines personnes ont fait mentir cette théorie, il n'en reste pas moins que ces personnes posent des soucis statistiques de par la rareté des données, mais aussi parce qu'elles induisent des coûts importants (en particulier pour les rentes).

Un autre souci est celui de la projection. Peut-on supposer que l'amélioration quasi linéaire observée depuis plus d'un siècle va se poursuivre au court du prochain siècle ? Un certain nombre d'études anglo-saxonnes tendent à montrer en particulier que l'obésité

observée chez les enfants et les jeunes adultes aux États-Unis pourrait entraîner une baisse de l'espérance de vie au cours des quarante prochaines années. Si une avancée importante a été faite, il n'en reste pas moins que beaucoup de questions et d'incertitudes restent présentes.

Bibliographie

BENJAMIN J. ; POLLARD J.H., *The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics* (3d Edition), Heinemann, London, 1993.

DELWARDE A.; DENUIT M., *Construction de tables de mortalité périodiques et prospectives*, Economica, 2005.

DUPÂQUIER J., *L'invention de la table de mortalité*, Presses universitaires de France, 1996.

HACKING I., *The emergence of probability*, Cambridge University Press, 2006.

LEE R.D. ; CARTER L., Modelling and forecasting the time series of US mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87, 1992, 659-671.

VALLIN J., Évolution de la mortalité : hypothèses pour les années futures, *Risques*, 1991.

WHITNEY A.W., The theory of experience rating. Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 4, 1918, 275-293.