

① 1) $\vec{A}(10, 10, 10); \vec{B}(0, 0, -10)$
 $\vec{AB}(10, 10, 0)$

② Прямые не являются перпендикулярными.
 т.к. масштаб по x отличается от масштаба по y .

④ 1) $Ax + By + Cz + D = 0 \quad O(0, 0, 0)$

$\vec{n} = (A, B, C)$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$A(x - 0) + B(y - 0) + C(z - 0) = 0$

$Ax + By + Cz = 0$

2) $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \quad \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

$\vec{n} = (A_1, B_1, C_1) \quad \vec{p} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

Если $\vec{n} \cdot \vec{p} \neq 0$, то прямая пересекет плоскость.

Если $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{p} = 0 \\ A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 + D_1 \neq 0 \end{cases}$, то прямая параллельна плоскости.

Если $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{p} = 0 \\ A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 + D_1 = 0 \end{cases}$, то прямая принадлежит плоскости.

Вопрос! Верным ли будет это если

$\begin{cases} A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 + D_1 = 0 \\ A_1x_2 + B_1y_2 + C_1z_2 + D_1 = 0 \end{cases}$, то прямая принадлежит плоскости?

② Расстояние между 2-мя точками - это длина вектора. Докажем что ортогональное преобразование не меняет длину вектора. Линейное преобразование A называется ортогональным, если оно сохраняет скалярное произведение векторов $\langle A\vec{x}, A\vec{y} \rangle = \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle$ для всех $\vec{x}, \vec{y} \in E_n$. Предположим что $\vec{y} = \vec{x}$, тогда $\langle A\vec{x}, A\vec{x} \rangle = \langle \vec{x}, \vec{x} \rangle$, для любого $\vec{x} \in E_n$. $|A\vec{x}|^2 = |\vec{x}|^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow |A\vec{x}| = |\vec{x}|$