

关于 NEU(ENU)坐标系统*

黄立人¹⁾ 高砚龙¹⁾ 任立生²⁾

(¹⁾中国地震局第一监测中心,天津 300180
(²⁾天津市水文水资源勘测管理中心,天津 300061)

摘要 对 GPS 测量中常用的 NEU 坐标系作了详细的说明;对 GAMIT 和 GLOBK 软件中的所采用的 NEU 坐标的一些误解作了澄清,并给出了在这两个软件中的 XYZ 坐标、NEU 坐标与坐标协方差的转换方法。

关键词 GPS NEU 坐标系统 XYZ 坐标系统 GAMIT 和 GLOBK 软件 坐标系统转换

中图分类号:P227

文献标识码:A

ON NEU(ENU) COORDINATE SYSTEM

Huang Liren¹⁾, Gao Yanlong¹⁾ and Ren Lisheng²⁾

(¹⁾First Crust Monitoring and Application Center, CEA, Tianjin 300180
(²⁾Administration and Survey Center of Hydrology and Water Resources of Tianjin, Tianjin 300061)

Abstract NEU-coordinate system that is commonly used in GPS survey is described. Some misunderstandings on the NEU coordinate system used in the software of GAMIT and GLOBK are clarified. The transformation methods between the XYZ coordinates with covariance and NEU coordinates with covariance are also given.

Key words: GPS, NEU coordinate system, XYZ coordinate system, softwares GAMIT and GLOBK, coordinate transformation

1 引言

在空间大地测量中常常用到 3 种坐标系:空间直角坐标系 XYZ、大地测量坐标系(大地纬度 φ 、大地经度 λ 、大地高 h)和测站地方空间直角坐标系 NEU(或称 ENU),其中空间直角坐标系 XYZ 和大地测量坐标系 $\varphi\lambda h$ (它与采用的参考椭球有关,在 GPS 测量中多采用 WGS84 椭球)使用较广泛。但是对 NEU 坐标系则相对较不熟悉,尤其是在使用 GAMIT 和 GLOBK 软件处理 GPS 资料时得到的结果中除了测站的 XYZ 坐标和它的误差估计之外

还同时给出一套 NEU 坐标和相应的误差估计及各坐标分量的协因数。常常有人问及其间的换算关系,本文将就此问题加以必要的说明,供关心者参考。

2 NEU 坐标系

NEU 坐标系是一种地方空间直角系,它的坐标原点在一个选定的测站 O 上,其北向坐标轴(N 坐标)为过 O 点的子午线的切线,指北为正。其东向坐标轴(E 坐标)为过 O 点的椭球的平行圈的切线,指东为正。天顶向坐标轴(U 坐标),为过 O 点的由

* 收稿日期:2005-08-23

作者简介:黄立人,男,1942 年生,研究员,现主要从事地球动力学、地壳形变与地震研究

N 轴与 E 轴决定的平面的垂线, 指向天顶为正。空间一点 P 在此坐标系下的直角坐标 P_N, P_E, P_U 如图 1 所示。

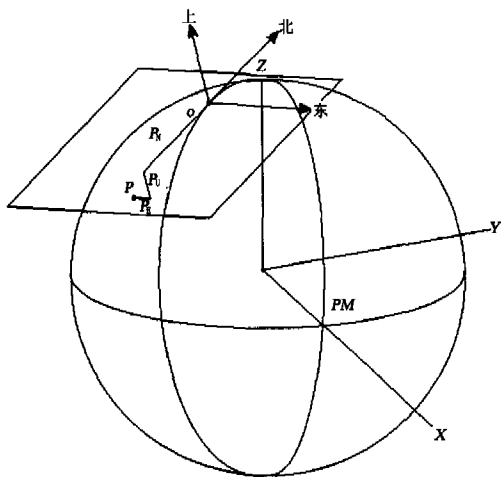


图 1 NEU 坐标系

Fig. 1 Coordinate system of NEU

3 NEU 坐标系与 XYZ 坐标系间转换

由于 NEU 与 XYZ 都是空间直角坐标系, 因而其间的转换关系十分简单:

$$\begin{bmatrix} e \\ n \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 x_0, y_0, z_0 为 NEU 坐标系的坐标原点在 XYZ 坐标系中的坐标; 而矩阵 \mathbf{M} 中的元素为:

$$\begin{aligned} m_{11} &= -\sin\lambda_0 \\ m_{12} &= \cos\lambda_0 \\ m_{13} &= 0 \\ m_{21} &= -\sin\varphi_0 \cos\lambda_0 \\ m_{22} &= -\sin\varphi_0 \sin\lambda_0 \\ m_{23} &= \cos\varphi_0 \\ m_{31} &= \cos\varphi_0 \cos\lambda_0 \\ m_{32} &= \cos\varphi_0 \sin\lambda_0 \\ m_{33} &= \sin\varphi_0 \end{aligned}$$

其中: λ_0, φ_0 分别为局部大地 NEU 坐标系坐标原点的大地经度和大地纬度。其逆转换为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} e \\ n \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

为了后面应用的方便我们还将给出 XYZ 坐标与大地坐标之间一些重要的关系式:

$$\begin{aligned} x &= (v+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ y &= (v+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ z &= ((1-e^2)v+h)\sin\varphi \end{aligned}$$

其中 v 为纬度 φ 处椭球的卯酉圈曲率半径, e 为第一偏心率,

$$v = \frac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}}$$

$$e^2 = 2f - f^2$$

a 为椭球长半径, f 为椭球扁率。

$$f = (a-b)/a \quad (4)$$

式中 a 和 b 分别为椭球的长短半轴。

$$\tan\lambda = y/x$$

$$\tan\beta = \frac{z}{(1-f)p}$$

$$\tan(90^\circ - \beta) = \frac{(1-f)p}{z}$$

$$\tan\varphi = \frac{z + ebsin^3\beta}{p - ae^2\cos^3\beta}$$

$$\tan(90^\circ - \varphi) = \frac{p - ae^2\cos^3\beta}{z + ebsin^3\beta}$$

$$h = p\cos\varphi + z\sin\varphi - (a^2/v) \quad (5)$$

其中, $e = e^2/(1-e^2)$, $p = \sqrt{(x^2 + y^2)}$

有了这些关系式坐标及其误差估计的相互转换是不难实现的。

4 关于 GLOBK 软件计算结果中给出的 NEU 坐标

在 GAMIT 和 GLOBK 计算结果中也给出每一个测站的一组 NEU 坐标、坐标的误差估计及 NEU 3 个坐标分量间的协因素, 常常有人将它与前面所说的 NEU 坐标混淆。实际上两者有关系但又有不同。为了区分我们特地加用 (G) 表示 GAMIT 软件中给出的 N, E, U 坐标, 记为 $N(G), E(G), U(G)$ 。

$N(G)$: WGS84 椭球长半轴 a 与测站纬度之积, 显然它是一段弧长, 北纬为正。

$$N(G) = a \times \Phi \quad (6-1)$$

其中 Φ 为以弧度为单位的测站大地纬度。

$E(G)$: 以二万分之一弧度为最小度量单位, 测站所在处最靠近的那条平行圈到 0 子午线的平行圈弧长。

具体算法如下:

设测站所在处的以弧度为单位大地纬度为 Φ , 其余纬度为 B ,

$$\text{则 } B = \pi - \Phi$$

将 B 乘以 20 000 后取整, 得到 IB , 再将 $IB/20\,000$, 得到取整后的余纬度 IB_0 , 然后计算 $E(G)$:

$$E(G) = \lambda \times a \times \cos(IB_0) \quad (6-2)$$

式中 λ 为测站处以弧度为单位的大地经度, a 为 WGS84 椭球长半轴。

$U(G)$: 测站的大地高, 即

$$U(G) = h \quad (6)$$

因此, 如果知道了 GLOBK 软件计算得到的 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 坐标, 我们尚不能严格反算出该测站的 XYZ 坐标, 原因是我们无法得到精确的大地纬度 Φ (因为有了取整运算)。另外从 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 的计算过程可以看出, 空间一组测站的 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 并不构成一个统一的空间直角坐标系, 因此我们也无法用两个测站的 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 坐标差通过平方和开方的方法得到这两个测站间的空间直线距离, 这是它不同于一般真正的 NEU 坐标系的地方。

由 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 计算的关系式 (6) 和 XYZ 坐标与大地坐标的关系式 (4, 5) 可以得出 XYZ 坐标协方差矩阵 D_{XYZ} 转换为 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 坐标的协方差 $D_{N(G)E(G)U(G)}$ 的转换关系:

$$D_{N(G)E(G)U(G)} = MD_{XYZ}M^T \quad (7)$$

由 GLOBK 软件中采用的 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 坐标的算法可以看出, 要得到 M 矩阵需要通过 XYZ 坐标与大地大地纬度 Φ 、大地经度 λ 、大地高 (即 $U(G)$) 的关系^[1], 以及 $N(G)$ 、 $E(G)$ 、 $U(G)$ 与大地纬度 Φ 、大地经度 λ 的关系导出解析形式的 M 矩阵。在文献[2, 3]中已经给出了 GAMIT 软件中所用的 M 矩阵:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

其中:

$$m_{11} = -\cos\varphi \cos\lambda$$

$$m_{12} = -\cos\varphi \sin\lambda$$

$$m_{13} = \sin\varphi$$

$$m_{21} = -\sin\lambda$$

$$m_{22} = \cos\lambda$$

$$m_{23} = 0$$

$$m_{31} = x/h$$

$$m_{32} = y/h$$

$$m_{33} = z/h$$

当然也可以用 M 的逆矩阵做从 NEU 的协方差到 XYZ 的协方差的转换。

在实际计算中也可以采用数值微分的方法得到这些系数 m_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$)。计算结果表明, 只要数值微分时自变量的增量足够小 (我们在实际程序中采用的是 0.5 m) 那么两种方法得到的实际输出结果在最末一位 (0.000 1 m) 也完全相同。

References

- 1 董德. 测绘学公式集[M]. 北京: 解放军出版社, 1990.
- 1 Dong De. Collected formulas of geodesy[M]. Beijing: Press of Liberation Army, 1990. (in Chinese)
- 2 Thomas H Meyer. Grid, ground and globe: Distances in the GPS era[J]. Surveying and Land Information Science, 2002, 62(2): 1-39.
- 3 Massachusetts Institute of Technology. GAMIT Ver 10. 6, GLOBK Ver 5. 06I, 2003.